第4版

Dynamik der Kraftfahrzeuge

汽车动力学

4.Auflage

（德）Manfred Mitschke
Henning Wallentowitz 著

陈荫三　余　强　译

清华大学出版社　Springer

本新版本对汽车动力学进行了全面的总结。书中将主动系统作为车辆标准配置引入到驱动与制动、振动以及操纵稳定性的基础理论中，并讨论了车辆在受到干扰时的整车行驶理论问题，还考虑到了车辆与驾驶员之间的相互作用。本书通过以图表形式给出的大量车辆数据和计算实例说明了上述理论的适用性，并在对结果的讨论中为车辆性能的改进提出了建议。

ISBN 978-7-302-18851-3

9 787302 188513 >

定价：90.00元

（德） Manfred Mitschke
Henning Wallentowitz 著
陈荫三 余 强 译

汽车动力学

第4版

清华大学出版社 Springer
北京

内容简介

本书内容包括：概述；A篇：驱动和制动；B篇：车辆振动；C篇：行驶的操纵稳定性。

第4版增加了由于传感技术、电子技术、机械电子技术等的发展，使车辆的安全性和舒适性等得到改善的相关内容。

本书可供汽车工程技术人员，高等院校汽车工程专业师生使用和参考。

北京市版权局著作权合同登记号 图字：01-2006-6731

Dynamik der Kraftfahrzeuge by Manfred Mitschke and Henning Wallentowitz
Copyright © Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1972，1990，1997，2004
Springer is a part of Springer Science+Business Media
All Rights Reserved

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目（CIP）数据

汽车动力学：第4版/（德）米奇克（Mitschke，M.），（德）瓦伦托维兹（Wallentowitz，H.）著；陈荫三，余强译. —北京：清华大学出版社，2009.12
ISBN 978-7-302-18851-3

Ⅰ.汽… Ⅱ.①米… ②瓦… ③陈… ④余… Ⅲ.汽车—动力学 Ⅳ.U461.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第174698号

责任编辑：梁恩忠
责任校对：王淑云
责任印制：孟凡玉

出版发行：清华大学出版社 **地　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn **邮　编**：100084
社 总 机：010-62770175 **邮　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京铭成印刷有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：175×245 **印　张**：45.5 **字　数**：993千字
版　次：2009年12月第1版 **印　次**：2009年12月第1次印刷
印　数：1～3000
定　价：90.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：010-62770177转3103 产品编号：021985-01

译 者 序

Manfred Mitschke 教授的《汽车动力学》一书，第 1 版于 1972 年问世，该版中译本由桑杰译出，于 1980 年 2 月在机械工业出版社出版。

《汽车动力学》第 2 版分为 A、B、C 三卷，相继于 1982 年、1984 年和 1990 年出版。三卷的中译本由陈荫三翻译，分别于 1992 年 3 月、1994 年 12 月和 1997 年 9 月在人民交通出版社出版。

此次《汽车动力学》第 4 版中译本由清华大学出版社出版。本书作为向国内读者介绍国外学术发展的理论译著，可供汽车工程技术人员、高等院校教师和研究生参考。

陈荫三　余强

2009 年 9 月于西安

第 4 版前言

为了将汽车的行驶特性从理论上进行总结，在 1972 年出版了《汽车动力学》第 1 版。在随后的 1982 年到 1997 年之间又先后出版了新编第 2 版和部分新编的第 3 版，并且将它们分为三卷，即卷 A“驱动和制动”、卷 B“车辆振动”和卷 C“行驶的操纵稳定性”。

根据出版社的希望，在第 4 版中又将所有内容编成一卷，但是重新进行了编排。更重要的是在第 4 版中增加了新的研究成果和新技术。尽管在车辆基础理论方面没有改变，但是由于在车辆上像“传感技术、电子技术、机械电子技术”等的发展，使得车辆的行驶特性得到很大改善。特别是车辆的安全性和舒适性得到改善，并且降低了驾驶员的负荷。以前，人们只是具备足够的想象力，在写字台上描述的对车辆性能改善的方法，今天已经部分实现了。从“防抱死系统（ABS）”装备到车辆上开始，有许多新的系统都应用到了车辆上，并且这一发展还将持续。

另外，考虑到这本书新版本的延续，我邀请了 Henning Wallentowitz 教授（亨宁·瓦伦托维茨）参加了这本书的编写。Henning Wallentowitz 教授现在在亚琛工业大学（RWTH）车辆技术研究所工作，他曾经在布伦瑞克工业大学车辆技术研究所作为我的博士研究生学习并且工作过。

和以前一样，为了使学生和实习的工程师更好地理解理论的实际应用，书中列出了大量的车辆参数、表格、曲线特征参数以及试验结果数据。

我要特别感谢 W. Kellerwessel 博士，他是亚琛工业大学车辆技术研究所的同事，他在本书繁杂的计算机编排和校正方面做了大量的工作。另外还要感谢 C. Wolff 博士，他在“制动”部分给予了大力的支持；A. Apel 博士，在“驾驶员-车辆控制回路”部分给予了大力的支持；A. Hagerodt 博士，帮助完成了部分图表；D. Haney 先生，帮助完成了一些计算实例。

M. Mitschke(M. 米奇克)
2003 年 5 月，布伦瑞克

常用符号一览表

符　号	单　位	意　　义
拉丁字母		
A	m^2	迎风面积
B	N	制动力
B/L	L/100 km	百公里油耗
B, B_{stoch}	$\frac{K\text{值}}{m/s^2}$或$\frac{K\text{值}}{rad/s^2}$	简谐振动的敏感性评价函数，随机振动的敏感性评价函数
C	N·m/rad	扭转弹簧刚度，侧倾刚度
C_L	N·m/rad	转向系统刚度
C_{St}	N·m/rad	装备横向稳定杆的侧倾刚度
c	N/m	弹簧刚度
c_α	N/rad	侧向力-侧偏角系数
$c_{\alpha_V}, c_{\alpha_H}$	N/rad	前轮、后轮的侧向力-侧偏角系数
c_γ	N/rad	侧向力-车轮外倾角系数
c_{Mz}	1	车辆绕垂直轴的空气力矩系数
c_W	1	在 $\tau_L=0$ 时的空气阻力系数 c_x
c_x	1	空气阻力系数
c_y	1	侧向空气阻力系数
c_z	1	空气升力系数
c_1	N/m	轮胎径向弹簧常数
c_2	N/m	车身弹簧常数
c_3	N/m	座椅弹簧常数
D, D_f	1	阻尼常数，固定控制
d	1	弹滞系数（橡胶弹簧）
e_0, e_{SP}	m	压力中心-关联点-总的质心之间距离
F	N	作用力
F_B	N	加速阻力
F_D	N	挂钩牵引力
F_K	N	曲线行驶阻力
F_{Lx}	N	空气阻力
F_{Ly}	N	空气侧向力
F_{Lz}	N	空气升力

续表

符　号	单　位	意　　义
F_P	N	制动踏板力
F_R	N	滚动阻力
$F(s)$		车辆传递函数
F_{Sch}	N	车轮穿水阻力
F_{St}	N	爬坡阻力
F_{VS}	N	车辆前束阻力
$F_W(s)$	1	干扰的传递函数
F_x	N	车轮或车轴的切向力
F_y	N	车轮或车轴的侧向力
F_z	N	轴荷或轮荷
F_{zstat}, F_{zdyn}	N	静态、动态轮荷
$\underline{\hat{F}}_z, \hat{F}_z$	N	复数、实数形式的轮荷幅值
f_K	1	曲线行驶阻力系数
f_R	1	滚动阻力系数
f_{VS}	1	前束阻力系数
G	N	重力，总重
$G(s)$		开环系统传递函数
g	9.81 m/s^2	重力加速度
h	m	不平路面高度，不平度函数
h	m	重心高度
h	m	瞬时中心轴与车身重心之间距离
h_V, h_H	m	前、后轴重心距地面的高度
$\underline{\hat{h}}, \hat{h}$	m	复数、实数形式的地面不平度幅值
h_Σ, h_Δ	m，rad	双车辙的垂直、侧倾激励(同相和反相)
i	1	传动比、驱动扭矩或者制动力之间比例，内燃机的缸数
i	m	惯性半径
i_A, i_G, i_K	1	主减速器传动比，变速器传动比，特性转化装置总传动比
i_L	1	转向系传动比
J	$kg \cdot m^2$	绕一个轴的转动惯量
J_A	$kg \cdot m^2$	随主减速器输入转速转动部分、两个前轮以及转向轴总的转动惯量
J_L	$kg \cdot m^2$	转向盘转动惯量
J_M	$kg \cdot m^2$	随发动机转速转动部分质量的转动惯量
J_R	$kg \cdot m^2$	随车轮转速转动部分质量的转动惯量
J_z	$kg \cdot m^2$	车辆绕通过质心的垂直轴的转动惯量
j	1	虚数单位
K	$N \cdot m \cdot s/rad$	旋转减振器的阻尼常数
K_A	$N \cdot m \cdot s/rad$	转向系减振器扭矩常数
K_M	1	乘员的放大系数

续表

符　号	单　位	意　　义
$K_{\ddot{y}}$	1	车辆侧向加速度的放大系数
$K_{Sitz}=KZ$	1	座椅垂直加速度的用以评价的振动强度
K_{φ}, K_{κ}	1	俯仰、侧倾加速度的用以评价的振动强度
$K_{Fu\beta}, K_{Hand}$	1	双脚处和双手处加速度的用以评价的振动强度
K_{ges}	1	总的用以评价的振动强度
k	N · s/m	减振器阻尼常数
k_2	N · s/m	悬架减振器阻尼常数
k_3	N · s/m	座椅减振器阻尼常数
k_y	kg/m	线性化侧向空气力系数
$k^* \omega$	N/m	弹胶物(橡胶)减振器阻尼系数
L	m	距离
L	m	地面不平度激励的波长
l	m	连杆长度
l	m	轴距
l_P	m	理想驾驶员前视点到前轴的距离
l_S	m	坐姿乘员脊椎到两轴中点的距离
l_V, l_H	m	总重心到前轴、后轴的距离
l_{2V}, l_{2H}	m	车身重心到前轴、后轴的距离
M	N · m	扭矩
M_F	N · m	侧倾弹簧扭矩
M_L, M_L^*	N · m	转向盘扭矩,相对转向盘扭矩
$M(s)$		驾驶员传递函数
M_M	N · m	发动机扭矩
M_R	N · m	车轮或车轴上的扭矩
M_{RBrems}	N · m	制动器上的残余扭矩
M_z	N · m	车轮上的回正力矩
m	kg	质量,总质量
m_K	kg	关联质量
m_S	kg	一个气缸中的往复质量(内燃机)
n	1	车轮载荷冲击系数
n	r/min	转速
n_K	m	结构上的主销前指
n_M	r/min	发动机转速
n_R	r/min	车轮转速
n_R	m	轮胎拖距
n_V	m	前轮总拖距
P	kW	功率
P_M	kW	发动机功率
P_R	kW	车轮或车轴上的功率

续表

符　号	单　位	意　　义
Pr(s)		预视系统的传递函数
p	1	道路坡度
p_V，p_H	m	前、后瞬心到地面的距离
p_q	1	道路的超高
p_z	N/m^2	接地印迹面压强
R	m	有滑移时的车轮动态半径
R_0	m	滑移为0时的车轮动态半径(滚动一周距离/2π)
R_L	N·m	转向系摩擦力矩
r	m	半径，曲轴半径
r	m	静态车轮半径
r_L	m	转向滚动半径
Δr	m	冲击高度
$S(S_x)$，S_c	1	滑移(纵向)，极限滑移
S	1	超过预定范围的频率
SQ	1	刚度系数
s		拉普拉斯变换因子
s	m	距离，绝对停车距离
s'	m	制动距离
s_D，s_F	m	左右侧车轮减振器、弹簧之间距离
s，s_V，s_H	m	轮距、前、后轮轮距
$s_1=F_{zstat}/c_1$	m	轮胎次切距
T	s	作用时间，行驶时间，反应时间，振动时间
T_A	s	预期时间
T_P	s	预视时间
$T_{\ddot{\psi}\max}$	s	峰值时间
t	s	时间
t_a	s	协调时间
t_b	s	踏板力增长时间
t_r	s	反应时间
t_s	s	制动力增长时间
$U_{\dot{\psi}}$	1	相对于稳态值$\dot{\psi}_{stat}$的超调量
V_L	1	转向系统放大系数
V_{MS}	1	具有操纵的系统放大系数
$\underline{\hat{V}}_z$，$\hat{V}_z$	1	复数、实数形式的放大系数
$v=\dot{x}$	m/s	车辆行驶速度
$v=\dot{x}$	m/s	车辆重心切向行驶速度
v^2/ρ	m/s^2	车辆重心向心加速度
v_{ch}	m/s	车辆特征速度
v_{krit}	m/s	极限行驶速度

续表

符 号	单 位	意 义
v_r	m/s	空气合成流速
v_W	m/s	风流速
W	J	功
w	1	道路波度性系数
w_y	m/s	侧向风速度
X	m	周期长度，车辆行驶距离，行程
x	m	车辆行驶方向坐标
$\ddot{x}$	m/s^2	车辆行驶方向加速度
y	m	水平且与行驶方向垂直的坐标
$\ddot{y}$	m/s^2	车辆侧向加速度
y_{SP}	m	质心侧偏量
Z	N	牵引力
z	1	相对减速度
z	m	铅垂方向坐标
$\ddot{z}$	m/s^2	铅垂方向加速度
Δz	m	相对位移，大多数情况下为弹簧行程
希腊字母		
α	rad	道路纵向坡度；加速、制动踏板位置
α	rad	侧偏角
β	rad	质心处侧偏角
$\beta+\psi$	rad	航向角
γ	rad	外倾角
γ_h		两车辙不平度的相干函数
$\Delta\delta(F_x)$	rad	切向力转向
$\Delta\delta(F_y)$	rad	侧向力转向
$\Delta\delta(\kappa)$	rad	侧倾、滚动转向
δ	rad	使用橡胶元件时的损失角度
δ_L, δ_L^*	rad	转向盘转角，相对转向盘转角
δ_{V0}, δ_{H0}	rad	前、后轮前束角
δ_V, δ_H	rad	前、后轮转向角
δ_{VL}	rad	转向横拉杆中间摆臂转向角
δ_{V0}	rad	阿克曼转向角
ε	rad	相角延迟
η, η_M	1	效率，发动机效率
η_A, η_G, η_K	1	主减速器传动效率，变速器传动效率，特性转换系统总传动效率
$\eta=\omega/\nu$	1	频率比
θ	N^4	道路载荷影响数
κ	rad	侧倾角

续表

符　号	单　位	意　　义
λ	1	纵向加速时的旋转质量换算系数
λ^*	1	与车轮载荷变换关联的旋转质量换算系数
$\lambda_P = r/l$	1	连杆曲柄比
μ	1	附着率
μ_g	1	滑移系数
μ_h	1	附着系数
$\nu, \nu/2\pi$	rad/s，Hz	无阻尼固有圆频率，无阻尼固有频率
$\nu_d, \nu_d/2\pi$	rad/s，Hz	有阻尼固有圆频率，有阻尼固有频率
ν_f, ν_{fd}	rad/s	固定控制时无阻尼固有圆频率，有阻尼固有圆频率
ρ	m	弯道曲率半径
ρ	kg/m^3	空气密度
$1/\rho$	1/m	弯道曲率
σ	rad	前轮主销内倾角
σ, σ_f	rad/s	衰减系数，固定控制的衰减系数
σ_q	div	一般振动函数 q 的标准差（σ_q^2＝方差）
τ	rad	主销后倾角
τ	s	在行驶状态中的滞后时间
τ_L	rad	空气流入角
φ	rad	角度、车身俯仰角
φ, φ_R	rad	车轮角位移
$\varphi(\omega)$	rad	控制回路中的相角
φ_R	rad	控制回路中的相角储备
Φ_q、Φ_{qq}	div	振动量 q 的功率谱密度函数、自功率谱密度函数
Φ_{qp}	div	函数 q 和 p 的互功率谱密度函数
$\Phi_h(\omega)$	$m^2 s$	地面不平度和车速的功率谱密度函数
$\Phi_h(\Omega)$	m^3	地面不平度的功率谱密度函数
$\Phi_h(\Omega_0)$	m^3，cm^3	地面不平度尺度
$\Phi_{wy}(\Omega)$	$grad \cdot m^2/s^2$	侧向风速的功率谱密度函数
Φ_K	s	用以评价的振动强度的功率谱密度函数
Φ_F	$N^2 s$	车轮载荷的功率谱密度函数
χ	1	悬架的关联系数
ψ、$\dot{\psi}$	rad、rad/s	横摆角，横摆角速度
Ω	1/m	行程圆频率
Ω_0	1/m	标准行程圆频率（＝1 m^{-1}）
$\omega, \omega/2\pi$	rad/s，Hz	激励圆频率，激励频率
ω_c	rad/s	分割频率
角标		
A		主减速器，驱动，挂车，车身，预期，输出
a		外部

续表

符　号	单　位	意　　义
Aggr		驱动系统(发动机和特性转换系统)
B		制动
bel		装载的车辆
D		减振器,挂车牵引杆
dyn		动态的,动力的
E		输入
eff		有效值
F		弹簧,车轮载荷波动
Fa		驾驶员
Fuß		双脚部位
G		换挡变速器
g		气体(燃烧)
ges		总的
H,HA		后部,后轮或后轴
h		不平度
Hand		双手部位
Hub		往复运动
i,i		数字变量,内部
id		理想的、理想驾驶员
Im		虚部
imp		脉冲形式或者单个障碍
ist		实际值
j		数字变量
K		与用以评价的振动强度相关的
K		特性转换装置
L		驱动系统支撑,转向,转向盘,空气
l		左边
leer		空载车辆(包括驾驶员)
lin		线性的,线性化的
M		乘员(驾驶员),发动机
m		质量
Nick		俯仰运动
q		与 q 相关的量
R		车轮
r		右边
Re		实部
rel		相对的
Sitz		座椅上的
soll		期望值

续表

符　号	单　位	意　　义
SP		重心
St		扭力稳定杆
stat		静态的、稳态的
V，VA		前部，前轮或前轴
W		风
Wank		侧倾运动
w		干扰
x		在 x 方向上，绕 x 轴的，切向的
y		在 y 方向上，绕 y 轴的，侧向的
Z		牵引车
z		在 z 方向上，绕 z 轴的
0		初始的，输出的，基础值
0.5～2		0.5～2 内燃机的阶数
1		车轮
2		车身
3		座椅
100		车辆发动机满负荷
κ		绕 x 轴转动
φ		绕 y 轴转动、绕曲轴中心线转动
Δ		差值
$\sum$		和的值
矩阵和向量		
$\boldsymbol{C}$		刚度矩阵
$\boldsymbol{h}$		不平度激励向量
$\boldsymbol{K}$		阻尼矩阵
$\boldsymbol{M}$		质量矩阵
$\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}$		z 方向坐标向量
缩写		
DP		压力中心
exp		指数函数
K 值		舒适度
M		曲率中心点
MP		瞬时极点
MZ		瞬时中心，滚动中心
PSD		功率谱密度
$\dot{q}$		$\mathrm{d}q/\mathrm{d}t$
$\ddot{q}$		$\mathrm{d}^2q/\mathrm{d}t^2$
$\underline{\hat{q}}, \underline{\hat{q}}^*, \hat{q}$		q 复数形式，q 共轭复数，实数幅值

续表

符　号	单　位	意　　义
$\tilde{q}$，q_{eff}		q 的有效值
$\lvert q \rvert$		q 的绝对值
$\bar{q}$		q 的线性平均值
$\tilde{q}$		q 的线性化的值(在第 XX.2 章)
SP		总的重心
SPA		车身重心
SPR		车轮重心
TNU		轮胎非均匀性
o.T.，u.T.		上止点，下止点
Δ		差值
IfF		布伦瑞克工业大学车辆技术研究所

目 录

概述 …… 1
1 动力学问题概述 …… 1
2 局部问题的划分 …… 2
3 整书的编排 …… 4

I 轮胎 …… 5

I.1 轮胎的切向特性 …… 5

4 车轮阻力 …… 6
4.1 滚动阻力 …… 6
4.2 穿水阻力 …… 10
4.3 轴承摩擦,残余制动力矩 …… 11
4.4 车轮其他阻力 …… 12
4.5 总的车轮阻力 …… 13
5 切向附着、滑移 …… 13
5.1 附着系数 μ_h 的数值 …… 18
5.2 对 μ-S 曲线的认识 …… 20

I.2 轮胎的垂直特性 …… 21

6 接地印迹面压力分布 …… 22
7 轮胎弹性和阻尼 …… 23
7.1 轮胎弹性常数,次切距 …… 23
7.2 轮胎阻尼 …… 25

I.3 轮胎的侧向特性 …… 25

8 侧向力,回正力矩,侧偏角 …… 26
8.1 对侧偏特性的理解 …… 29
8.2 侧偏刚度 …… 31
9 车轮外倾的影响 …… 33
10 静止状态下的转向力矩 …… 34

11 切向力对轮胎特性的影响 …… 34
12 轮胎模型 …… 38
13 轮胎的导入特性 …… 41

II 车辆空气动力学 …… 43

14 空气阻力和力矩 …… 43
14.1 流入速度和流入角,空气密度 …… 44
14.2 迎风面积 …… 46
15 空气阻力,空气阻力系数 c_x 和 c_W …… 47
16 空气升力,扰流罩 …… 51
17 侧向风,压力中心 …… 53

A 篇 驱动和制动 …… 57

III 行驶阻力,功率需要 …… 59

18 驱动的基本方程,牵引力 …… 59
19 车辆的车轮阻力 …… 61
20 上坡阻力 …… 62
21 加速阻力 …… 62
22 驱动轮上的总的阻力和力矩 …… 65
23 驱动轮上的功率 …… 66
23.1 忽略滑移率情况下的车轮功率 …… 67
23.2 考虑滑移率时的车轮功率 …… 68
23.3 常用换算 …… 68

IV 功率的提供,汽车驱动特性场 …… 70

24 特性场基础,理想供应特性场 …… 70
25 动力装置(车辆发动机)的特性 …… 73
25.1 蒸汽机 …… 73
25.2 电力驱动 …… 74
25.3 内燃机 …… 76
25.4 燃气轮机 …… 79
26 特性转换装置及其与内燃机的共同工作 …… 80
26.1 对传动比的要求 …… 81
26.2 转速转换器,一般性讨论 …… 83
26.3 机械式(摩擦式)离合器 …… 83
26.4 液力耦合器 …… 85

26.5 扭矩-转速转换器,一般性讨论 …… 86
26.6 内燃机和有级变速器的共同工作 …… 87
26.7 无级变速器 …… 88
26.8 内燃机和液力变矩器的共同工作 …… 89
27 各种动力装置对汽车行驶的适用性 …… 91
27.1 全负荷特性曲线的比较 …… 91
27.2 质量比较,不同的能量储备系统,续驶里程 …… 93
27.3 有害物质的排放,燃料电池 …… 95

V 行驶功率和燃料消耗 …… 97

28 行驶工况图 …… 97
29 平路上最高车速,最小传动比 …… 100
30 一定速度下的上坡能力 …… 103
30.1 最高挡上坡能力,发动机和车辆的弹性 …… 104
30.2 最大上坡能力,最大传动比,展开度 …… 106
31 下坡行驶 …… 107
32 加速性能 …… 108
32.1 速度,路程,时间 …… 109
32.2 对车辆加速性能的影响 …… 112
32.3 中间挡传动比 …… 115
32.4 牵引力的中断 …… 118
33 燃料消耗 …… 119
33.1 对燃料消耗重要的影响 …… 119
33.2 发动机效率不是常数时的燃料消耗 …… 122
33.3 按最低油耗确定的特性转换装置传动比 …… 129
33.4 节能挡传动比 …… 130
33.5 发动机特性场的改进 …… 131

VI 行驶极限 …… 132

34 双轴车辆的运动方程 …… 132
35 前轴和后轴的附着率 …… 133
36 前轴驱动和后轴驱动时的附着率 …… 136
36.1 平路上的匀速行驶 …… 137
36.2 上坡匀速行驶 …… 138
36.3 平路加速行驶 …… 141
37 牵引辅助系统,车轮滑移控制系统,差速锁 …… 142
38 全轮驱动 …… 143

38.1 理想的扭矩分配 …… 144
38.2 实际的扭矩分配 …… 146
39 汽车列车和三轴车辆的上坡行驶 …… 150
39.1 汽车列车 …… 150
39.2 三轴车辆 …… 152

VII 制动 …… 155

40 动能转换成热 …… 155
41 制动过程,制动距离 …… 158
41.1 制动过程,制动距离 …… 158
41.2 停车距离,制动距离 …… 159
41.3 紧急制动,正常制动 …… 161
41.4 车队行驶时的间隔 …… 162
42 相对减速度,最大减速度,质量系数 …… 164
42.1 相对减速度,制动力的定义 …… 164
42.2 相对减速度可能达到的范围 …… 164
42.3 附着系数利用率,质量系数,制动距离的延长 …… 166
43 双轴车辆的附着率和相对减速度 …… 167
44 稳定性,转向能力,制动踏板的量化 …… 171
45 制动力分配 …… 173
45.1 制动力的理想分配 …… 173
45.2 $B_H=f(B_V)$的阐述 …… 174
46 对制动系的要求、相关法规 …… 175
47 防抱死装置 …… 177
47.1 电子制动力分配系统(EBV) …… 182
48 车轮抱死过程 …… 182
48.1 在 $0\leqslant S\leqslant S_c$ 范围内的解 …… 185
48.2 在 $S_c\leqslant S\leqslant 1$ 范围内的解 …… 185
48.3 抱死过程中的重要参数 …… 186
49 制动力定比分配、折线式分配、与装载状态相关的分配 …… 187
49.1 制动力定比分配 …… 187
49.2 折线式分配 …… 188
49.3 与装载情况相关的制动力分配 …… 190
49.4 速度变化的影响 …… 193
50 踏板力,制动辅助系统 …… 195
50.1 与减速度和踏板行程相关的踏板力 …… 195
50.2 制动辅助系统 …… 197

51 制动装置的失效 …… 199
51.1 一个回路失效 …… 199
51.2 制动助力装置失效 …… 203
52 汽车列车的相对制动减速度 …… 204
52.1 货车与多轴挂车 …… 204
52.2 轿车和单轴挂车 …… 205
52.3 鞍式列车 …… 207
53 电力制动,缓行器 …… 208
53.1 在传动轴上制动 …… 209
53.2 在车轮上制动 …… 209

VIII A篇总结 …… 211

B篇 车辆振动 …… 213

54 振动等效系统 …… 216
54.1 简化的振动等效系统 …… 217

IX 导论,振动的激励,无规则振动 …… 220

55 单质量系统 …… 220
55.1 固有振动 …… 221
55.2 强迫振动 …… 223
56 车辆技术运用 …… 226
56.1 液力减振器与橡胶减振器的比较 …… 226
56.2 不同的激励形式 …… 228
56.3 “无减振”车辆 …… 236
56.4 座椅振动特性 …… 238
57 正弦形式的激励 …… 240
57.1 简谐激励 …… 240
57.2 周期性激励 …… 244
58 随机不平度,统计参数,功率谱密度 …… 248
58.1 随机不平度 …… 248
58.2 统计参数 …… 249
58.3 功率谱密度函数 …… 251
59 路面不平度的谱密度 …… 253
59.1 $\Phi_h(\Omega)$的测量结果 …… 254

59.2 $\Phi_h(\Omega)$的直观解释 …… 256
59.3 单个障碍 …… 257

X 评价尺度及其计算 …… 259

60 轮荷变化,行驶安全性,道路应力 …… 259
60.1 行驶安全性 …… 262
60.2 道路应力 …… 263
60.3 轮荷冲击系数 …… 264
61 弹簧挠度 …… 264
61.1 座椅弹簧挠度 …… 264
61.2 悬架挠度 …… 266
62 坐姿人体上振动作用的评价 …… 266
62.1 全身振动 …… 268
62.2 多位置激励的振动评价 …… 269
62.3 车辆通过单个障碍的评价 …… 274

XI 汽车,地面不平度单点激励 …… 275

63 运动方程,有关参数 …… 276
64 随机振动,幅频特性,评价尺度 …… 277
64.1 轮荷变化,行驶安全性 …… 278
64.2 车身加速度,手和脚的用以评价的振动强度 …… 281
64.3 座椅加速度,座椅用以评价的振动强度 …… 282
64.4 动挠度 …… 283
65 不平度和行驶车速的影响 …… 283
65.1 与车辆行驶安全性相关的最高车速 …… 285
66 汽车通过单个障碍 …… 285
67 车身固有频率的影响 …… 288
68 车身相对阻尼系数的影响 …… 291
68.1 悬架弹簧和减振器优化,协调图 …… 293
68.2 小结 …… 297
69 座椅固有频率和座椅相对阻尼系数的影响 …… 297
70 车轮质量的影响 …… 299
71 轮胎弹性的影响 …… 301
72 与装载情况的关系 …… 303
72.1 装载情况的影响 …… 303
72.2 车辆参数对装载情况的适应性 …… 305
73 关于振动系统设计的提示 …… 308

73.1 对于悬架弹簧的提示…… 308
73.2 对于阻尼、舒适性和行驶安全性的其他界限的提示 …… 311
73.3 对于车轮质量、轮胎、座椅和装载状况的提示…… 313
74 关于非线性特性的说明…… 313
74.1 非线性弹簧和减振器特性的线性化…… 314
74.2 非线性弹簧特性…… 316
74.3 非线性减振器特性…… 318
74.4 折线形式的减振器特性…… 318
74.5 摩擦阻尼…… 321
74.6 车轮的腾空…… 324
75 可调节的悬架系统…… 325
75.1 在不平度激励下对理想控制悬架系统的要求…… 328
75.2 行驶平顺性和行驶安全性之间的矛盾,利用主动悬架系统优势…… 330
75.3 极限值、平顺性最优、无车轮载荷波动…… 332
75.4 天棚(Sky-Hook)减振器 …… 333

XII 双轴汽车,单轮辙激励 …… 336

76 运动方程,复数量 …… 336
77 无联系质量系统的幅频特性和谱密度…… 339
77.1 轮荷变化,悬架挠度 …… 340
77.2 车身的垂直加速度和俯仰加速度…… 340
77.3 座椅的垂直加速度…… 343
77.4 用以评价的振动强度…… 344
77.5 座椅弹簧挠度…… 346
78 车速和车辆大小的影响…… 347
78.1 车速的影响…… 347
78.2 车辆大小(轴距)的影响…… 349
78.3 车辆大小和车速的影响…… 350
79 座椅的位置…… 350
80 前后部分系统间的协调…… 352
80.1 前后有差别的车身固有频率…… 352
80.2 各种车身阻尼…… 355
80.3 在车速范围内的平均值…… 357
81 装载情况的影响…… 357
82 联系质量和轴距的影响…… 359
82.1 轴距相等,联系质量不等的轿车 …… 359

82.2 俯仰转动惯量一定,轴距不同的大客车 …… 362
83 垂直振动和俯仰振动固有频率,前后悬架弹簧的耦合 …… 363
84 制动俯仰,俯仰中心 …… 365
85 弹性支撑的驱动系统的影响(发动机颠簸) …… 369
85.1 驱动系统固有频率的影响 …… 373
85.2 支撑装置阻尼的影响 …… 374
85.3 驱动系统关联的影响 …… 374
85.4 驱动系统质量的影响 …… 375
85.5 车轮固有频率的影响 …… 376
86 第 XII 章结果小结 …… 376

XIII 四轮汽车,双轮辙激励 …… 378

87 (简化后的)四轮车辆运动方程 …… 378
88 地面不平度的自谱、互谱以及相干性 …… 383
88.1 帕希洛夫斯基提出的简化[111] …… 384
88.2 垂直激励和侧倾激励的自谱,相干性 …… 385
88.3 行程有关的谱密度 …… 386
88.4 测量结果,相干函数的近似表达式 …… 387
89 双车辙激励时的方差值 …… 388
90 附加的侧倾振动的影响 …… 390
90.1 车身侧倾加速度的幅频特性 …… 390
90.2 考虑侧倾振动后的振动强度 …… 393
90.3 轮荷变化和悬架挠度 …… 396
90.4 车速的影响 …… 397
90.5 一般情况 …… 397
91 稳定装置的作用 …… 398
92 第 XIII 章结果小结 …… 400

XIV 各种悬架导向装置的作用 …… 401

93 加速度的关联,弹簧-减振器系统的布置 …… 402
93.1 具有纵向导向杆的汽车微分方程 …… 402
93.2 悬架系统结构的影响 …… 404
93.3 相关联的影响 …… 405
94 在高频范围内的建模与评价 …… 407
95 轮辙移动(轨迹的改变) …… 409
95.1 轮辙移动引起的车轮侧向力 …… 409
95.2 装备摆臂式悬架的车辆的方程 …… 411

95.3　车辙偏移的影响 …… 412
96　装用刚性车轴的车辆的侧倾和侧向振动 …… 414
96.1　运动方程 …… 414
96.2　侧倾振动，轮荷波动 …… 417
96.3　侧向振动，侧向力 …… 420
97　第 XIV 章结果小结 …… 421

XV　车辆纵向振动 …… 422

98　由于地面不平度引起的车辆纵向振动 …… 422
98.1　车辆通过不平地面时产生的圆周力 …… 422
98.2　考虑刚性导杆支撑的车辆纵向振动 …… 424
98.3　说明 …… 426
99　由于发动机激励引起的纵向振动(汽车窜动) …… 427
99.1　运动方程组 …… 427
99.2　随时间变化过程，理论与试验结果的比较 …… 429
99.3　传动比和扭矩的影响 …… 429
99.4　附着-滑移关系的影响 …… 431

XVI　由发动机激励引起的车辆振动 …… 433

100　单缸发动机激励 …… 434
100.1　曲柄连杆机构的运动学 …… 434
100.2　质量力 …… 435
100.3　质量扭矩 …… 435
100.4　气体扭矩 …… 436
100.5　单缸发动机总的激励 …… 438
101　四冲程四缸直列发动机的激励 …… 439
101.1　质量力 …… 440
101.2　质量扭矩和气体扭矩 …… 441
101.3　运行状态 …… 444
101.4　燃烧过程不一致的影响 …… 448
102　其他多缸发动机 …… 449
103　对于车身的振动激励 …… 449
103.1　车辆振动系统 …… 452
103.2　驱动系统弹性支撑装置的优点 …… 454
103.3　2 阶及高阶成分对车身产生的激励 …… 454
103.4　发动机低阶成分产生的激励 …… 459
104　针对发动机激励的驱动系统支撑的设计 …… 462

104.1 针对质量激励的设计…… 462

104.2 针对气体扭矩激励的设计…… 463

104.3 地面不平度激励和发动机激励产生振动的综合分析…… 464

XVII B篇总结…… 466

C篇 行驶的操纵稳定性…… 469

XVIII 线性单轨模型,客观特征量,主观评价 …… 473

105 双轴汽车的运动方程 …… 473

105.1 曲率中心和瞬心…… 474

106 转向特性 …… 476

107 线性单轨模型的微分方程 …… 477

107.1 特殊情况:匀速行驶 …… 480

107.2 轮胎拖距的考虑…… 480

XVIII.1 匀速圆周行驶 …… 481

108 向心加速度 …… 481

108.1 最大值(简化分析)…… 481

108.2 由道路线形决定的数值…… 483

108.3 平均水平的驾驶员在弯道上达到向心加速度…… 484

108.4 线性化的极限…… 484

109 与向心加速度有关的函数,圆周行驶参数…… 485

109.1 转向盘输入…… 486

109.2 前轮输入,侧偏角 …… 489

109.3 质心处的侧偏角…… 491

109.4 在圆周中车辆的位置…… 491

109.5 转向盘力矩…… 491

109.6 圆周行驶参数…… 491

110 车辆客观特征值,主观陈述…… 492

110.1 不足转向与过多转向…… 493

110.2 质心处侧偏角梯度,转向盘转角-质心处侧偏角梯度 …… 496

110.3 转向盘力矩…… 498

111 车辆参数对圆周行驶特性的影响 …… 499

111.1 用于计算的基本模型…… 499

111.2 侧偏刚度的影响,质心处侧偏角的意义 …… 501

111.3 转向系统参数的影响…… 502

111.4 质心位置的影响…… 502

111.5 载荷的影响 …… 503

XVIII.2 瞬态特性 …… 504

112 稳定性,固有频率,阻尼 …… 504
112.1 稳定性和不足转向/过多转向 …… 505
112.2 固有频率,相对阻尼系数 …… 507
112.3 固有侧向扰动的考虑 …… 510
113 操纵性能,转向盘转角斜坡输入 …… 511
113.1 拉普拉斯变换,传递函数和放大因数 …… 512
113.2 阶跃响应 …… 512
113.3 转向盘转角斜坡输入 …… 516
113.4 车辆参数 …… 519
113.5 转向盘转角输入速度和车速的影响 …… 523
114 转向特性,频率特性 …… 525
114.1 频率特性的解释 …… 525
114.2 频率特性的评价 …… 528
114.3 车辆参数的影响 …… 529
115 在给定车道曲线上的行驶,"理想的"驾驶员,缓和曲线 …… 531
115.1 在给定车道曲线情况下的稳定性 …… 533
115.2 缓和曲线 …… 533
115.3 转向盘输入 …… 535
116 转向盘自由状态下车辆的行驶特性(自由控制) …… 536
116.1 运动方程 …… 537
116.2 车辆参数的影响 …… 537
117 侧风性能 …… 540
117.1 定值侧向风 …… 540
117.2 瞬态性能 …… 543
118 第 XVIII 章总结 …… 554

XIX 控制回路,驾驶员-汽车 …… 556

119 车辆技术上的控制回路简介 …… 557
119.1 稳定性,分割频率,相角储备 …… 558

XIX.1 横向控制 …… 560

120 正常行驶 …… 560
120.1 预期操纵 …… 562
120.2 期望轨迹的形成 …… 565

120.3 补偿控制 …… 565
121 极限行驶状态 …… 571
121.1 在绕过障碍时期望车道的形成 …… 571
121.2 控制 …… 571
121.3 车辆参数的影响 …… 572
121.4 “正常行驶状态”与“极限行驶状态”的比较 …… 573
122 车辆的扰动特性,驾驶员的适应性 …… 574
122.1 侧风下的直线行驶 …… 574
122.2 驾驶员对车辆的适应 …… 575
122.3 车辆对驾驶员的适应 …… 578
122.4 驾驶员作为有适应能力的控制者,在行驶过程中的适应性 …… 578

XIX.2 纵向控制 …… 580

123 正常行驶状态、跟车行驶 …… 580
123.1 车辆传递函数 …… 580
123.2 预期操纵 …… 581
123.3 期望距离,期望值的形成 …… 582
123.4 补偿控制 …… 582
124 极限行驶状态 …… 583
124.1 车辆传递函数 …… 584
124.2 期望值的形成 …… 584
124.3 驾驶员传递函数 …… 584

XIX.3 第 XIX 章总结 …… 585

XX 曲线极限加速度,切向力的影响 …… 586

125 运动方程 …… 586

XX.1 匀速圆周行驶 …… 587

126 曲线行驶阻力 …… 588
127 干路面上的操稳性,前轮驱动,后轮驱动,全轮驱动 …… 589
127.1 附着工况决定的极限 …… 590
127.2 转向盘输入,不足/过多转向 …… 591
127.3 转向盘力矩 …… 595
127.4 质心处的侧偏角 …… 597
127.5 质心位置和驱动方式的影响 …… 598
128 结冰路面上的操稳性 …… 599

PDG

129 湿路面上的行驶 …… 601
130 驱动功率决定的行驶极限 …… 602

XX.2 准线性分析 …… 603

131 轮胎特性曲线的近似 …… 603
132 不足/过多转向 …… 604
133 稳定性 …… 605
134 各种驱动方式车辆的稳定性极限 …… 606

XX.3 瞬态行驶,转向盘转角斜坡输入 …… 606

135 在干路面上匀速行驶 …… 607
136 在干路面上切向力保持不变行驶 …… 610
137 结冰路面上的行驶 …… 612
138 第 XX 章总结 …… 614

XXI 双轨模型,四轮车辆 …… 615

XXI.1 匀速圆周行驶 …… 615

139 轮荷变化,质心高度和轮距的影响 …… 615
139.1 一个车轴上的侧向力和轮荷 …… 617
139.2 在车辆上的应用 …… 619
139.3 侧翻极限 …… 621
140 升力产生的附加影响 …… 623
141 瞬心,瞬时轴线 …… 625
142 车辆侧倾和轮荷的计算(以刚性车轴为例) …… 626
143 前后轴侧倾刚度不同,稳定装置 …… 629
144 各种悬架 …… 630
145 对于到目前为止涉及稳态圆周运动的方程式的总结 …… 634
146 悬架的运动学和弹性运动学 …… 636
146.1 前转向轮的运动学 …… 637
146.2 悬架系统的运动学 …… 639
146.3 悬架系统的弹性运动学 …… 641
146.4 车轮外倾 …… 641
147 运动学和弹性运动学对行驶特性的影响 …… 642
147.1 前束和切向力附加转向的影响 …… 642
147.2 前转向轮输入,内外侧车轮转角差 …… 643
147.3 侧倾和侧向力附加转向的影响 …… 644

147.4 外倾 …… 646

148 侧倾的影响 …… 647

148.1 侧倾角的大小 …… 647

148.2 对车辆振动和轮胎磨损的作用 …… 649

148.3 最大的侧向加速度 …… 649

149 转向系统 …… 650

149.1 传统转向系统 …… 651

149.2 非传统转向 …… 654

XXI.2 瞬态行驶 …… 657

150 车辆系统 …… 657

150.1 坐标系 …… 658

150.2 程序结构 …… 661

151 侧向加速度较大情况下转向角斜坡输入 …… 661

152 动态侧倾的影响 …… 663

152.1 侧倾弹性和阻尼的影响 …… 663

152.2 头部高度上的侧向加速度 …… 664

153 从稳态圆周行驶得到加速踏板位置变化时的操稳性 …… 665

153.1 评价准则 …… 667

153.2 车辆参数的影响 …… 668

153.3 输出侧向加速度 …… 677

153.4 第 153 节小结 …… 678

154 全轮转向 …… 678

154.1 全轮转向的横向动力学 …… 679

154.2 通过全轮转向对干扰的补偿 …… 682

154.3 全轮转向小结 …… 683

155 行驶辅助系统 …… 684

155.1 车辆行驶动力学控制系统(ESP) …… 685

156 第 XXI 章总结 …… 688

XXII C 篇总结 …… 689

索引 …… 691

概　　述

本书讲述的是汽车上受的力和汽车运动的关系。从工程力学角度来看，本书主要研究的是汽车的动力学。而用车辆术语来说，本书讨论的是车辆的各项行驶性能。

下面先对整个汽车动力学问题做一简短概述。

1　动力学问题概述

一部四轮车辆可以简单地认为由五个质量（车身和四个车轮）组成，它们通过悬架的导向装置、弹簧和减振器联系在一起。每一个自由运动的刚体都有 6 个自由度（3 个平移自由度和 3 个转动自由度），这样一来，整车就有 5×6＝30 个自由度。为了描写车辆运动，也就要有相应数量的微分方程，不过它们不是完全独立的。或者通过上述悬架元件的弹性的、阻尼的或铰接的联系；或者通过分布质量上各点加速度间的关系（参看动量矩定理）使大多数微分方程之间互相关联。

如果进一步考虑到汽车上还有其他的运动可能性，比如驱动装置（发动机＋变速器，主减速器）、车内乘员、万向节和传动轴、载货汽车的驾驶室和货物、带转向横拉杆、转向器和转向盘的转向系等的运动可能性以及上面已假定是刚体的物体内部运动等，那么由于自由度数目的增加，使得微分方程的数目还要增加。

相互关联的这么多运动方程使我们难以全面描写汽车行驶性能。为了能突出特征和本质，我们宁愿把整个问题分成几个局部问题来考虑（同时相应地做了一些忽略）。以后就这样处理。

实际上，问题还要更复杂些。因为至今几乎还没有无人驾驶汽车投入运行，我们还必须把汽车的驾驶员考虑在内。驾驶员控制着车速和方向，只要由于一些不可避免的干扰使汽车偏离给定的行驶方向时，驾驶员就要纠正。与此同时，驾驶员还要把车辆和所容许的行驶空隙（由道路和路上的其他车辆、行人决定）相比较。当然，驾驶员也要把实际交通过程和他预期的要求（在一定时间，到达某一地点）或他必须遵守的行车时刻表相比较。

驾驶员上述这些活动又通过制动、加速和转向操作反作用到车辆上（见图 1.1(a)）。而车辆对此的反应肯定不能达到预期的程度，有时甚至不是期望的结果。驾驶员又随之得到了有关的信息，比如在弯道上行驶时，看到了行驶路线的偏差，（由

耳的前庭)感觉到了侧向加速度的大小。他把这些信息和预期的作比较,再进行制动、加速和转向,也就是驾驶员重新要修正车辆的行驶状态。这样就形成了图 1.1(a)所示的闭合回路,这个框图已涉及控制问题的范畴。由此也可以看出,不仅必须要对车辆用数学表达式来描述,而且还必须把驾驶员作为控制器用数学表达式来描述。

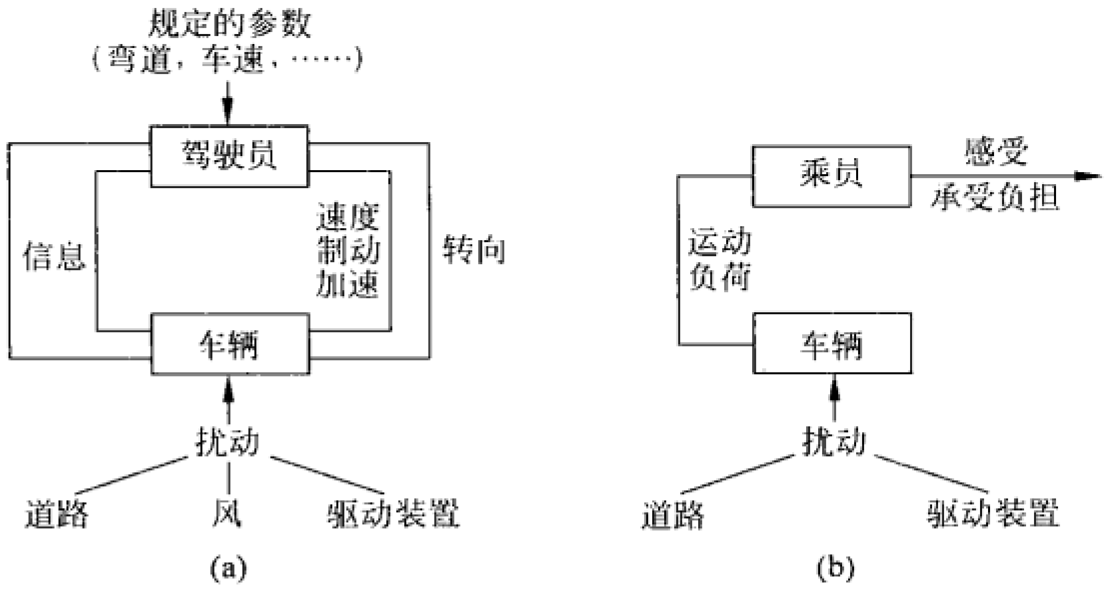


图 1.1 人-车的相互作用

(a) 驾驶员-车辆的控制回路(闭合回路);(b) 振动情况下的开路

并非都是闭合回路。车内乘员被动地承受了车辆振动和噪声带来的生理负担(见图 1.1(b))。这时除了驾驶员变速或停车外,没有其他办法可以摆脱。正如图中所画的,"车内乘员"和"车辆"两个方框之间除了通过"运动负荷"和"承受负担"联系外,没有形成闭合回路。为了能对车辆振动的舒适性进行评价,必须了解机械振动对车内乘员的影响,也需要数学方面的描述。

如果说,用解方程组的方法来描述车辆性能时,因为自由度太多,已经不那么容易了;那么描述人体感觉和反应就更加困难,至今这个问题只是局部解决了。为了对人体的研究得到全面的、合乎科学的结果,必须继续工作。

在图 1.1 中对车辆的"扰动"首先是来自行驶路面。而道路同时也是预期参数的一部分(即"路线"),因为线路设计(直线、弯道、过渡线和坡度)会影响行驶方式。此外,轮胎和路面之间的摩擦系数对地面车辆起着很大的作用。接下来,还要考虑路面的不平度,它通过弹性悬置的车辆影响乘员;还增加了车辆和道路的负荷,并降低行驶安全性。

尽管驱动装置是车辆自身的一部分,但在图 1.1 中还把它列为"扰动"的一个方面,因为它是振动和噪声源。最后,风也属于"扰动",例如侧风会使车辆偏离原来的行驶方向。

2 局部问题的划分

从第 1 节知道,处理"车辆-驾驶员与乘员-外界影响"这一总的系统是十分困难的,因而也是十分复杂的。所以看来分为几个范围较小的局部问题是可取的。下面

就按坐标系把整体问题分成局部问题。

描述车辆运动时用的固定坐标系 x_0，y_0 和 z_0 如图 2.1 所示。x_A、y_A 和 z_A 是与物体相连的(固定在车身上)坐标系，令其原点在车身重心 SP_A 上。车身绕 x_A 轴的转动称为侧倾运动 κ_A、绕 y_A 轴的转动称为俯仰运动 φ_A、绕 z_A 轴的转动称为横摆运动 ψ_A。

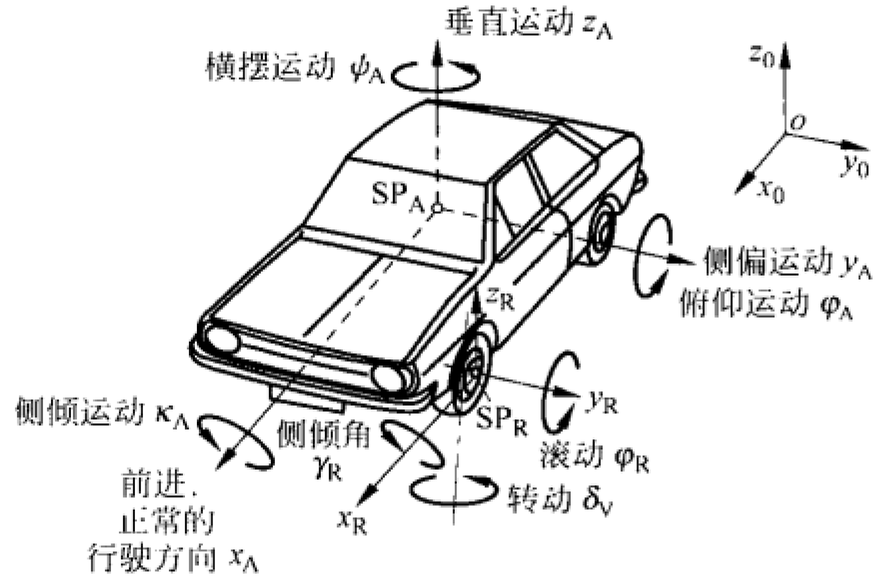


图 2.1 描述车辆运动的坐标系及其名称

与上面对车身进行讨论的相类似，我们也可以对各个车轮进行讨论。如图 2.1 所示，这时我们把坐标系换成 x_R、y_R 和 z_R，坐标原点是车轮的重心 SP_R。车轮也有其特有的一些运动，其中最重要的是车轮旋转运动 φ_R，即所谓的“滚动”，前轮绕近似铅垂轴的摆动即转向运动 δ_V，以及前轮绕 x_A 轴的转动，即“侧倾角”γ_R。

直线行驶时，x_0 和 x_A 一般是方向一致的。当运动局限于这两根坐标轴上时，那就是“直线行驶”的局部问题，其中讨论行驶阻力，行驶功率以及制动和加速过程。

与上述方向垂直的运动，即在 y_0 和 y_A 方向上的横向运动(侧偏)以及绕铅垂轴的转动(横摆 ψ_A)将导致行驶方向的偏离。因而主要属于“操纵稳定性”的局部问题。同时，还考虑车辆绕纵轴角运动(侧倾 κ_A)。

在表面不平整的道路上行驶时出现“车辆振动”。这里考虑沿铅垂轴的跳动，以及绕横轴和纵轴的角运动(俯仰 φ_A 和侧倾 κ_A)。[1]

---

[1] 在本书中采用的直线和旋转坐标系几乎与 ISO 标准或者 DIN 标准完全一致。有些符号对于作者不是很适合，在此进行了改变：x 轴指向前方，这是因为车辆大多数情况下向前行驶。y 轴指向左侧，这是由于直角坐标系中 z 轴指向上方。经常使用的“车身侧倾”(出自英语)实际上是指车身滚动，但是为了不至于与车轮滚动混淆，在此避免了采用“车身滚动”的概念。另外，侧倾角经常用 φ 描述。因为车轮的旋转运动在此用 φ 来描述，这样就出现了绕纵轴和横轴旋转运动都用同样符号表示的情况。为了区别两种情况，绕横轴的旋转用 φ 来描述(“车轮滚动”用 φ_R 描述，“车身俯仰运动”用 φ_A 描述)，绕纵轴的旋转用 κ 描述(比如：“车身侧倾运动”用 κ_A 描述)。

3 整书的编排

整书按上述的问题划分方法分为三篇。

A 篇“驱动和制动”叙述在平整路面上沿 x_0 方向的直线运动。

B 篇“车辆振动”考虑的路面不再是平整的了。这样一来，车辆被激励起振动，特别是被激起跳动和俯仰运动。要计算行驶舒适性和安全性的标准参数并讨论弹簧、减振器、非悬挂质量等各个振动数据的影响。

C 篇“行驶的操纵稳定性”里不再讨论不受扰动的直线行驶，转而探讨曲线行驶，以及直线行驶时的方向偏离问题(比如受到侧风)。

在每一篇的最后都有一个总结，它包含了该篇中的重要的内容。

在 A 篇之前的第 I 章对“轮胎”进行了讨论，第 II 章对“车辆空气动力学”进行了讨论，这些内容对于后面的三篇都是非常重要的。

I 轮　　胎

我们首先讨论作为陆用车辆典型部件的车轮和汽车上特别重要的轮胎。它将力和扭矩通过轮胎接地面积(也称为轮胎拖印)[2]传递到道路上。轮胎特性也直接影响到汽车的动力学特性，即书中的A篇“驱动和制动”、B篇“车辆振动”和C篇“行驶的操纵稳定性”。与之相应的书中将“轮胎”一章也分为：I.1 轮胎的切向特性；I.2 轮胎的垂直特性和 I.3 轮胎的侧向特性。

在定义载荷时采用了不同的坐标系。首先在图4.1(a)中给出了空间固定的坐标系，并用单位向量 $\boldsymbol{i}_0$、$\boldsymbol{j}_0$ 和 $\boldsymbol{k}_0$ 描述。第二个是原点在接地印迹面中心水平位置的坐标系，并用单位向量 $\boldsymbol{i}^*$、$\boldsymbol{j}^*$ 和 $\boldsymbol{k}^*$ 描述。在此 $\boldsymbol{k}^*=\boldsymbol{k}_0$，因为两个坐标系中它们都是垂直于水平的道路。$\boldsymbol{i}^*$ 相对于空间固定向量 $\boldsymbol{i}_0$ 旋转一个角度，这个旋转对于后面谈到的车身来说形成了一个航向角 ψ，对于车轮来说形成转向角 δ_R。作为第三个是一个“随动”坐标系，它用单位向量 $\boldsymbol{i}_R$、$\boldsymbol{j}_R$ 和 $\boldsymbol{k}_R$ 描述。车轮围绕着自己的轴、即 $\boldsymbol{j}_R$ 向量以角速度 $\dot{\varphi}_R$转动，同时对于空间固定的坐标系，车轮存在一个侧倾角 γ_R。这个系统不总是随车轮的滚动沿 $\boldsymbol{i}^*$ 向量方向向前运动。在后面讨论的车轮中心点沿与车轮固定的向量 $\boldsymbol{i}_R$ 方向的速度 v_R 与 $\boldsymbol{i}^*$ 形成车轮侧偏角 α。

如图4.1(b)所示，在空间固定坐标系中车轮-轮胎重力 G_R 作用在车轮中心 SP_R 上，同时作用在这一点的还有固定在车轮上的坐标系的车身对车轮作用力 X、Y 和 Z 以及扭矩 M_{xR}、M_{zR} 以及对于车辆非常重要的绕车轮转动轴的驱动力矩和制动力矩 $M_{yR}=M_R$。在车轮接触印迹面上固定的坐标系中描述的作用力有车轮切向力 F_x、侧向力 F_y 和车轮载荷 F_z。如果这三个力不是作用在印迹面的中心点，则还必须考虑它们产生的力矩 M_x、M_y 和 M_z。

在图4.1(c)中描述了作用在道路上的反作用力和力矩(大小与轮胎接地面上的力相等，只是方向相反)。

I.1 轮胎的切向特性

关于轮胎的切向特性我们分为滚动阻力、可以传递的最大驱动力和制动力以及附着和滑移方面的问题。

---

[2] 接地印迹面或者拖迹在车辆工程中是指由于橡胶轮胎变形在车轮和路面之间形成的接触面。

4 车轮阻力

车轮阻力由不同的部分组成，其中最重要的是滚动阻力。

4.1 滚动阻力

最初所用的车轮是“滚动轮”，它们是通过作用在轴上的力 X 向前拖动或推动的（见图 4.1(b)）。同时，车轮还要承受载荷 Z，并把它传到路面上。如果不考虑轴承摩擦力矩，那么这时就不存在绕轮轴的力矩 M_R。不过，当车轮被驱动或制动时，总会出现这种力矩。

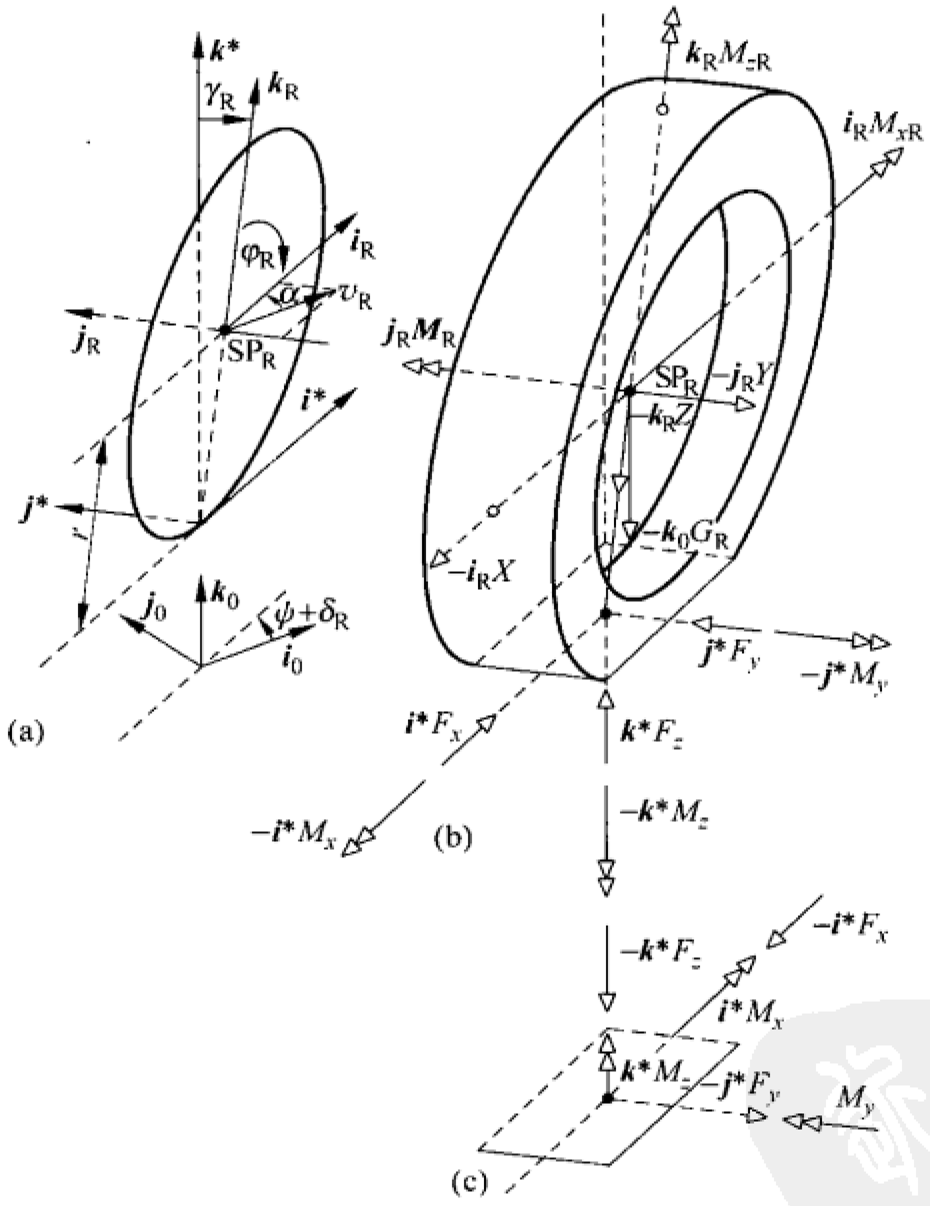


图 4.1 车轮-轮胎的描述

(a) 坐标系(单位向量)；(b) 车轮上的力与力矩；(c) 路面上的力与力矩

对于匀速滚动的车轮，没有惯性力和力矩，根据图 4.1(b)，可得：

$$F_x = X \tag{4.1}$$

为了能使车轮运动，我们从拉手推车的经验中知道，必须施加一个水平力($-X$)。按照式(4.1)，相应的反力($-F_R$)，我们称为滚动阻力，用 F_R 表示，即

$$-F_x = F_R \tag{4.2}$$

由试验结果可知，滚动阻力主要与车轮载荷 F_z 有关，并且近似是线性关系：

$$F_R = f_R F_z \tag{4.3a}$$

式中，无因次比例系数 f_R 称为滚动阻力系数。

由于绕车轮轴线的扭矩是平衡的，根据图 4.1(b)，当 $M_R=0$ 时，有下式成立：

$$M_y - F_x r = 0$$

将 M_y 作为力偶考虑，得：

$$M_y = F_z e$$

考虑到式(4.2)和式(4.3a)，可以得到：

$$F_R = f_R F_z = \frac{e}{r} F_z \tag{4.3b}$$

此式表明，载荷 F_z 作用在轮胎接地印迹面中心的前面，沿接地印迹面长度方向的压力分布是不对称的，见图 4.2。

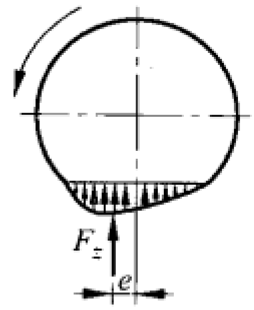


图 4.2 接地印迹面上压力分布

(现代轿车轮胎实际上相当于一个膜片，即自身承载能力几乎为零。印迹面上的平均压强基本等于轮胎内压强)

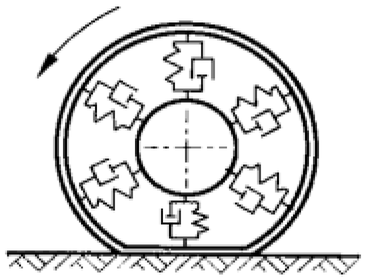


图 4.3 装有空气轮胎的车轮简化模型

在说明 f_R 的数值之前，先借助于一个简单的轮胎模型来解释滚动阻力究竟是如何产生的。

胎面代之以一个圆周箍圈，胎壁用一些单元弹簧和减振器来代替(见图 4.3)。在进入轮胎接地印迹时，箍圈从圆弧折成直线，被压粗；而单元弹簧和减振器受到压缩。从接地印迹脱开时，又恢复原状，但这个过程不是没有能量损耗的。这些单元减振器说明，胎壁的机械变形功转化为热能；箍圈也是如此。在各个能量损失[3]中胎面占 50%；轮箍(Gürtel)占 20%；帘布层占 10%；侧壁占 10%。这种能量损耗就产生了滚动阻力。如果仅仅从这一点来看，[4]可以得到：

- 如果轮胎材料的阻尼(Hysterese)越小；
- 如果轮胎压缩量(一般指轮胎变形量)越小；[5]

---

〔3〕 Schulze, Th.: Der Rollwiderstand von Reifen und seine Auswirkung auf den Kraftstoffverbrauch von Pkws. Lamour, J. P.; Derenbach, T.: Reifen der neuen Generation mit geringerem Rollwiderstand. Beides aus VDI-Berichte Nr. 1099, 1993, S. 189-200.

〔4〕 Näherungsrechnung s. M. Mitschke, Dynamik der Kraftfahrzeuge, 1. Aufl. 1972, S. 11.

〔5〕 Ausführliche Darstellung des Rollwiderstandes und dessen Abhängigkeiten in Schuring, D. J.: The Rolling Loss of Pneumatic Tires, Rubber Chemistry and Technology 53 (1980) No. 3.

则滚动阻力越小。

在松软地面上行驶时，还要考虑到轮胎陷进路面，而路面形成轮辙；同时轮胎胎壁还受到附加的摩擦力，参看图 4.4。所以与硬路面相比，在松软地面上行驶时，滚动阻力显著增大了。

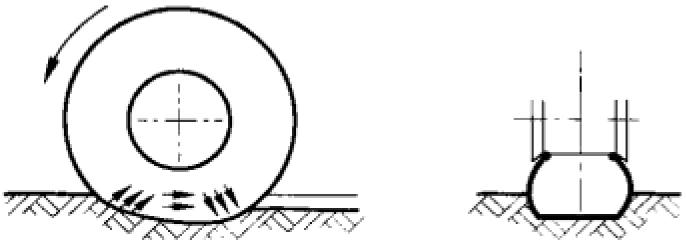


图 4.4　路面形成轮辙以及轮辙摩擦产生的附加滚动阻力

轮胎和路面的弹性变形越大，阻尼越大，路面形成的轮辙越深，则滚动阻力越大。

表 4.1 列出了松软路面上滚动阻力系数范围。对于缓慢越野行驶的车辆来讲，滚动阻力系数可以认为与速度无关。

表 4.1　建筑机械和农业拖拉机在各种地面上的滚动阻力系数 f_R

路　面	特　征	f_R
坚实土路，田间小路，草坪	实际上轮胎没有下陷，几乎不形成轮辙	0.05
潮湿、浸软的土地	下陷严重，轮辙深	0.35
松软的海绵状土壤		1.90

(Kühn, G.: Der gleislose Erdbau. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956)

在比较平整的硬路面上，车速可能比较高。随着车速提高，滚动阻力系数也随之增加，如图 4.5 所示。在车辆高速行驶时滚动阻力的递增是由于在轮胎的圆周上形成的驻波造成的，它会使轮胎的温度大幅度升高，因此也限制了最高速度。对于轿车轮胎，有下列近似关系式：

$$f_R = f_{R0} + f_{R1}\left(\frac{v}{100\ \mathrm{km/h}}\right) + f_{R4}\left(\frac{v}{100\ \mathrm{km/h}}\right)^4 \tag{4.4}$$

式(4.4)中各系数的数值可以从图 4.5 中引用，车速 v 的单位 km/h。低速时，滚动阻力系数 $f_R \approx f_{R0}$，一般低于 0.01，即滚动阻力 F_R 小于轮荷 F_z 的 1%。最高限速不同的轿车轮胎，其区别首先表现在 f_{R4} 的数值不同上(参看图 4.6)。为了限制轮胎发热，车速一定要低于轮胎允许的最高车速。

由图 4.6(a)和(c)可见，f_{R0} 和 f_{R4} 随轮胎气压的提高而减小。这一点根据图 4.3 的模型是容易解释清楚的，因为轮胎气压提高以后，轮胎的接地印迹面积减小了，因而轮胎变形也就减小了。

在式(4.4)中，v^2 项没有被考虑，因为它比起空气阻力来(参看第 14 节)小到可以忽略。

在转鼓外表面上测得滚动阻力系数 f_{RT}[6] 比平面上测得的 f_{RE} 要大些。它们的比值[7]

$$\frac{f_{RT}}{f_{RE}} = \sqrt{1 + \frac{2r}{D}}$$

[6] Schuring D. J.: The Energy Loss of Tires on Twin Rolls, Drum, and Flat Roadway—A Uniform Approach. SAE-Paper 770875.

[7] Stiebel, A.: What's Needed to Improve Steady State Test Methods. Conf. Proc. Tire Rolling Losses and Fuel Economy, Okt. 1977, Cambridge, M. A.

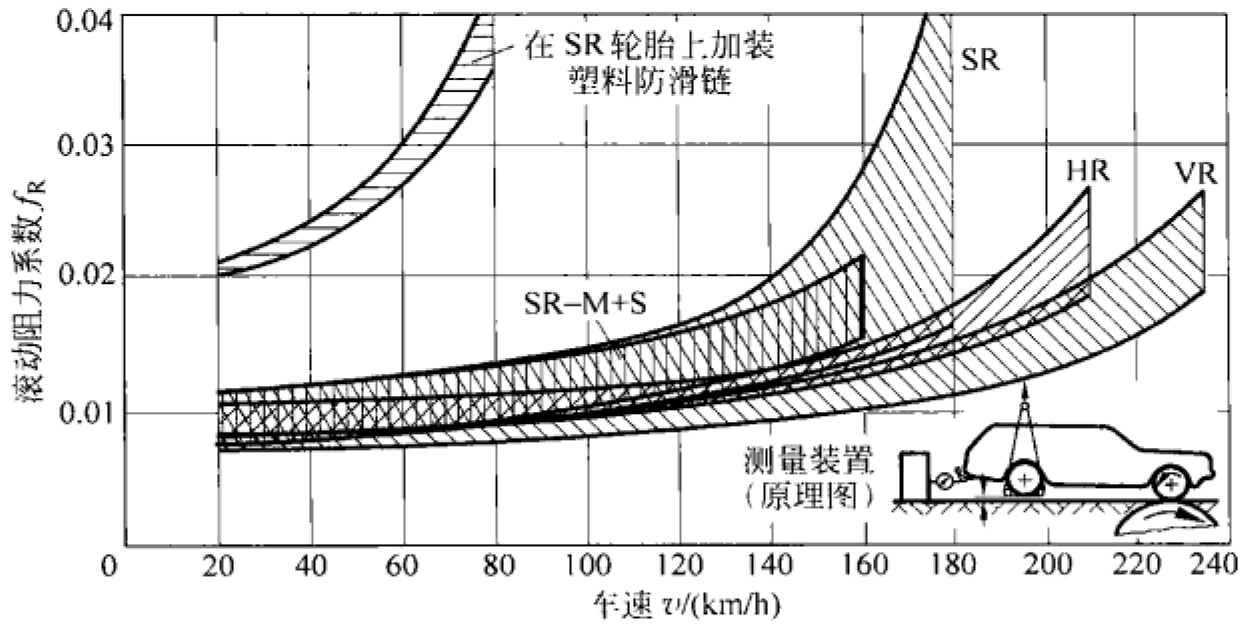


图 4.5 轿车轮胎的滚动阻力系数

在布伦瑞克工业大学车辆技术研究所直径 2 m 的钢转鼓试验台上测得。每次测试轮胎均按 160 km/h 对应的名义气压充气。被测的各厂家无内胎轮胎配用轮辋直径 12 英寸到 16 英寸，花纹完整。图 4.5 和图 4.6 中缩写的第一个字母表示允许车速：S 到 180，H 到 210，V 超过 210 km/h。第二个字母表示轮胎结构形式：R＝子午线轮胎。M＋S＝用于泥浆和积雪覆盖的路面(按 ECE R 30)

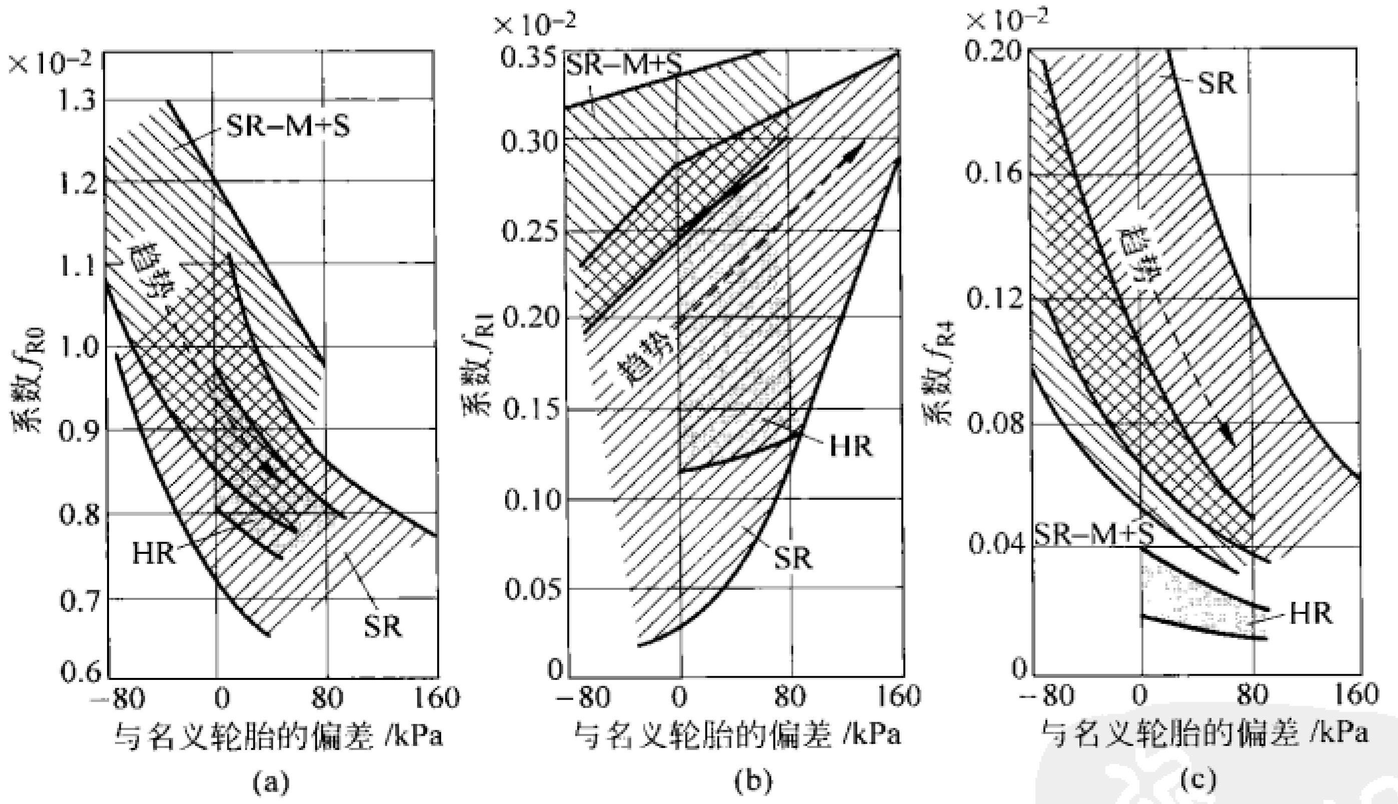


图 4.6 滚动阻力表达式(4.4)中系数 f_{R0}、f_{R1}、f_{R4} 与轮胎气压和名义气压偏差值的关系。轮胎载荷不变。图中所示数据 90％取自图 4.5

式中 $2r\approx$轮胎直径，$D=$转鼓直径。对于图 4.5 所列的数据来讲，$2r\approx0.6$ m，$D=2$ m，即得 $\frac{f_{RT}}{f_{RE}}=1.14$。

图 4.7(a)和(b)画出了载货汽车轮胎的滚动阻力系数曲线。滚动阻力系数随车速提高而线性增加，即系数 f_{R4} 可以忽略。与此相反，随轮荷提高而 f_R 值反而减小

（轮胎气压作相应调整）。从这方面讲，增加轮胎载荷是有利的。再者，从图 4.8 上可以看出，在总的载荷相等的情况下，车轮装双胎的一根车轴比两根车轮装单胎的车轴滚动阻力系数要小（比如，一根车轮装双胎的 10 t 车轴的滚动阻力低于两根装单胎的 5 t 车轴的滚动阻力）。

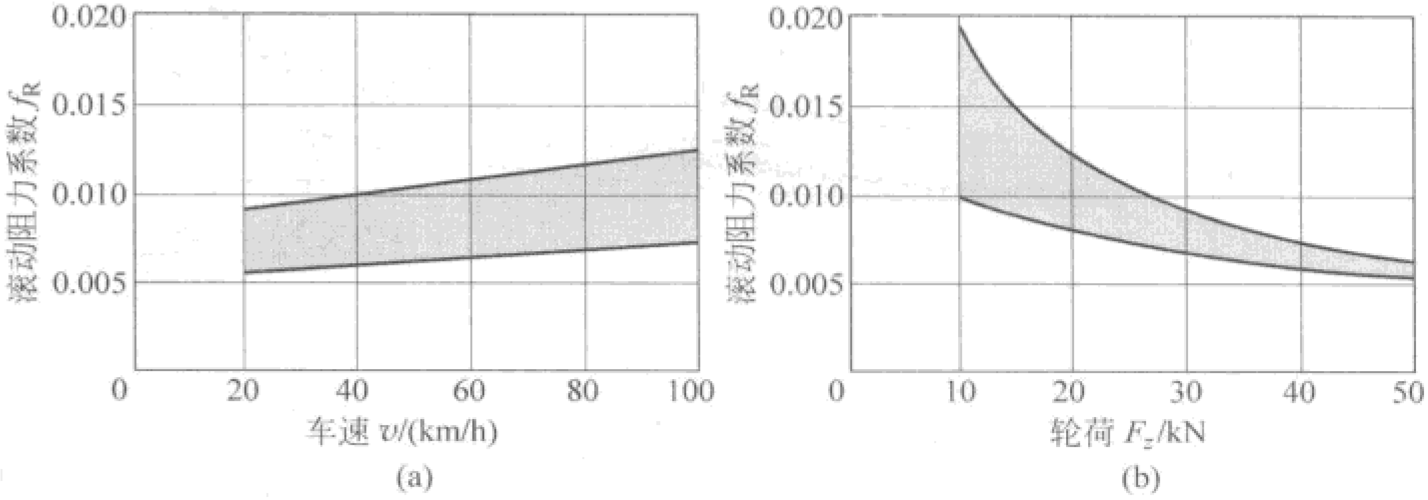


图 4.7 载货汽车轮胎滚动阻力系数。轮辋直径 20 英寸和 22.5 英寸，轮胎宽度 9 英寸到 16.5 英寸

（a）轮荷 20～30 kN 时滚动阻力系数与车速关系；（b）车速为 80 km/h 时，滚动阻力系数与轮荷关系（轮胎气压作相应调整）（全部数据系布伦瑞克工业大学车辆研究所 1981 年在直径 2 m 的钢转鼓试验台上测得。轮胎花纹完整，按名义胎压。既有子午线轮胎也有普通斜交轮胎）

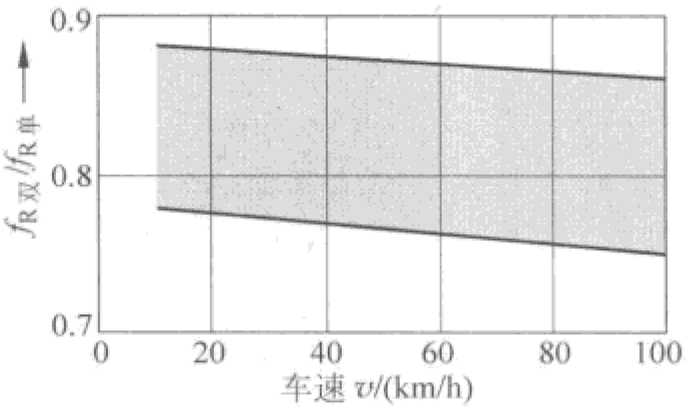


图 4.8 车轮装双胎车轴滚动阻力系数 $f_{R双}$ 与车轮装单胎的车轴滚动阻力系数 $f_{R单}$ 之比

（在布伦瑞克工业大学车辆研究所直径 2 m 的钢转鼓试验台上测得。轮胎载荷 25 kN，名义气压，轮胎宽度 10 英寸到 13 英寸，轮辋直径 20 英寸和 22.5 英寸。子午线和普通斜交线轮胎）

4.2 穿水阻力

在湿路面上，车轮必须排挤水层。因此，相对于干路面来说，这时滚动阻力将要增加，其增量称为穿水阻力 F_{Sch}。它取决于单位时间内所排开的水的体积，也就是取决于行驶速度 v 和由轮胎宽度 b 与水层厚度形成的面积。而与轮胎结构形式、气压与车轮载荷无关。

如图 4.9 所示，

$$F_{Sch} \propto bv^n \tag{4.5}$$

水层厚度超过 0.5 mm 以后，速度的指数 $n \approx 1.6$。当水层厚度较大，速度较高时，阻力与速度就无关了。这时，轮胎不再是穿水，而是浮水（所谓滑水，参看 5.1 节）。

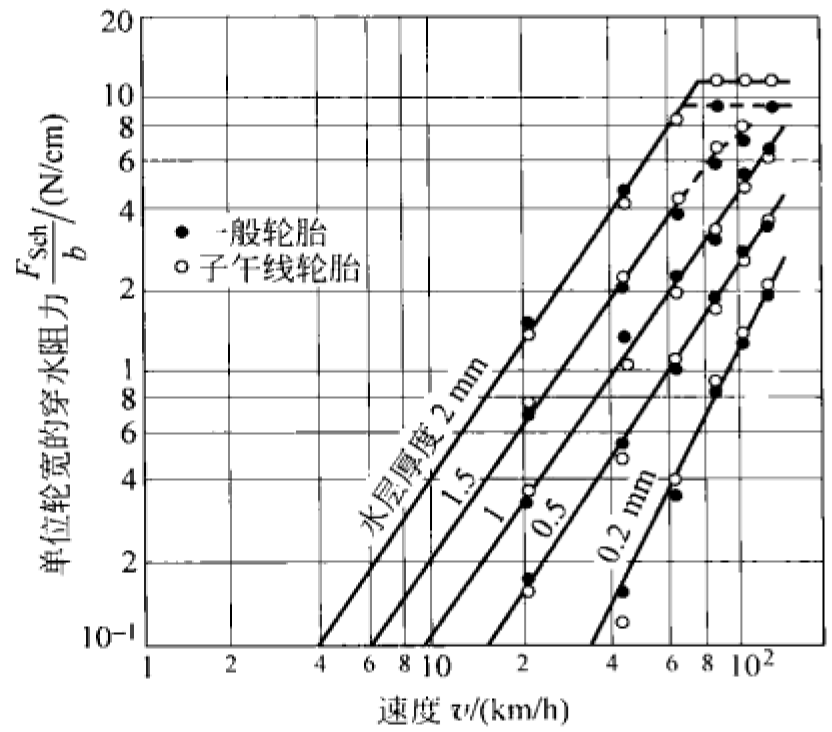


图 4.9 在各种水层厚度时，单位轮胎宽度的穿水阻力 F_{Sch}/b 与行驶速度 v 的关系

(Gengenbach, W. ; Diss. Universität Karlsruhe 1967)

4.3 轴承摩擦，残余制动力矩

在我们阐述滚动阻力(4.1 节)时，忽略了轴承摩擦。现在来考虑它。

轴承摩擦引起了力矩 M_{RL}，它自然与滚动方向相反，参看图 4.10。这一力矩与轴承载荷 $\sqrt{X^2+Z^2}$ 成正比：

$$|M_{RL}| = \mu_L r_L \sqrt{X^2+Z^2}$$

式中：μ_L——摩擦系数；

r_L——轴承半径。

考虑到绕车轮轴线的扭矩平衡，得：

$$-M_{RL} = F_x r + F_z e = r(F_x + f_R F_z)$$

就可以写出干路面上总的阻力：

$$-F_x = f_R F_z + \mu_L \frac{r_L}{r} \sqrt{X^2+Z^2} \qquad (4.6)$$

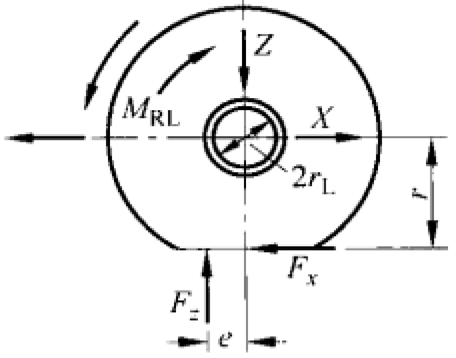


图 4.10 轴承摩擦产生的附加车轮阻力

轴承阻力比起滚动阻力来，几乎总是可以忽略(但是滑动轴承在起动状态是一个例外，因为这时式(4.6)中的第二项可能甚至比第一项还大。而对于装备滚动轴承的车辆不存在这样的问题)。

从物理上看，车辆行驶过程还受到残余制动力矩 $M_{R\,Brems}$ 的影响。特别是老式的盘式制动系统，在驾驶员松开制动踏板，液压系统完全没有压力的情况下，由于制动摩擦片与制动盘之间摩擦的存在，产生上述的 $M_{R\,Brems}$，它引起的行驶阻力为：

$$-F_x = f_R F_z + M_{R\,Brems}/r \qquad (4.7a)$$

在图 4.11 描述两部分的大小，由对比结果可以看出，$M_{R\,Brems}$ 产生的损失是不能忽略

不计的。汽车在不平的道路上行驶或者轮胎不规则时，由于制动钳的横向运动会使得残余制动扭矩以及相应的这部分阻力降低。

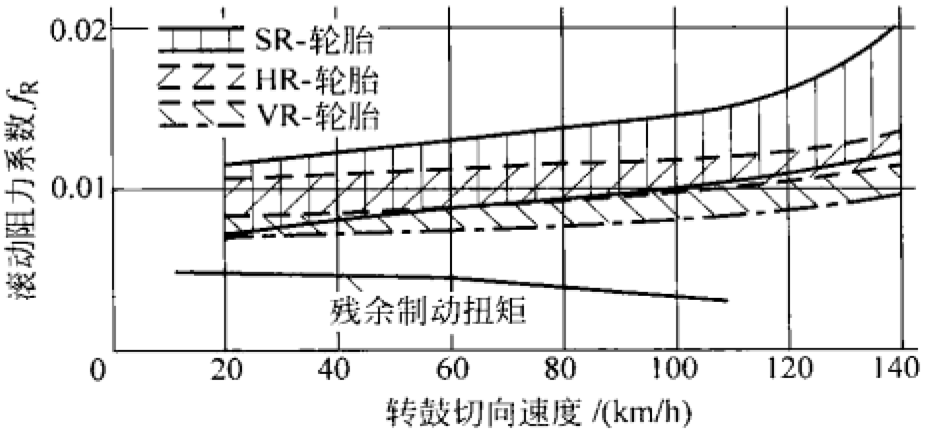


图 4.11 不同轮胎的滚动阻力与残余制动力的比较

（出自：Chen，Y.：Restbremsmomente von Scheibenbremsen，ATZ 86(1984) Heft 7/8，S. 345-349）

4.4 车轮其他阻力

一辆汽车的车轮，有意无意地，可能是不平行的。在直线行驶的汽车上，前轮前束是我们所要求的倾斜状态(图 4.12)。由于一对车轮之间有前束角 δ_{V0}，滚动时产生偏离，结果引起侧向力 F_y。它们的纵向分力与行驶方向相反，纵向分力的和就形成前束阻力

$$F_{VS} = 2F_y \sin\delta_{V0}$$

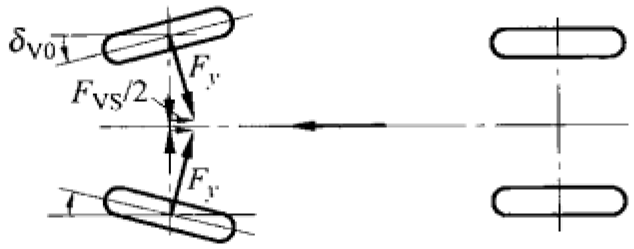


图 4.12 由前束角 δ_{V0} 引起的偏离侧向力 F_y 造成的前束阻力 F_{VS}

前束角 δ_{V0} 约为 20′左右，是很小的。对于较小的偏离角，侧向力 F_y 近似地由下式确定：

$$F_y = c_\alpha \delta_{V0}$$

式中，c_α 是轮胎侧偏刚度。见 8.1 节，又因为 $\sin\delta_{V0} \approx \delta_{V0}$，所以

$$F_{VS} = 2c_\alpha \delta_{V0}^2 \tag{4.7b}$$

除以相应的轴荷 $2F_z$(＝2 倍轮荷)，可求得前束阻力系数

$$f_{VS} = \frac{F_{VS}}{2F_z} = \frac{c_\alpha}{F_z}\delta_{V0}^2 \tag{4.8}$$

举例说明前束阻力的数量级：轿车的 $c_\alpha/F_z \approx 25/\text{rad}$，$\delta_{V0} \approx 0.3° \approx 0.3/57\text{rad}$，因而 $f_{VS} \approx 0.0007$，也就是说，差不多是滚动阻力系数的 1/10。如果前后轴荷平均分配，后轮没有偏离，那么

前束阻力 F_{VS} 仅为整车滚动阻力的 1/20。

在曲线行驶时，由于侧向力 F_y 比较大，在所有车轮出现了所谓曲线行驶阻力或转弯阻力 F_K，这一阻力几乎与离心加速度的平方，因而与车速的 4 次方成正比增加（见第 126 节）。

还有一部分阻力是在不平路面上行驶时产生的。这时车辆的振动使轮胎在静态压缩基础上又受到动态压缩，轮胎阻尼引起的发热加剧，因而滚动阻力增加。同时，由于悬架系统减振器中或钢板弹簧各片之间（由于摩擦）的机械能转化成热能，结果阻力也有所增加。但总体来看，轮胎和减振器中产生的能量损失是可以忽略的。（s. Beispiel in M. Mitschke: Dynamik der Kraftfahrzeuge, 1. Aufl. ,S. 108）

旋转车轮的空气阻力将在整车中考虑。

4.5 总的车轮阻力

根据上面的讨论，车轮阻力 F_{Rges} 是由滚动阻力 F_R、穿水阻力 F_{Sch}、轴承摩擦的损失、制动器残余扭矩、振动产生的阻力、前束阻力 F_{VS} 和曲线行驶阻力 F_K 组成。

按数量上的估计，干燥路面上直线行驶时，即使残余扭矩存在，车轮阻力也实际上等于滚动阻力：

$$F_{Rges} \approx f_R F_z + M_{R\,Brems}/r \approx f_R F_z = F_R \tag{4.9}$$

5 切向附着、滑移

在匀速行驶时，考虑到式(4.3a)和式(4.3b)导出的滚动阻力，根据图 4.1(b)，车轮切向力

$$F_x = \frac{M_R}{r} - F_z\frac{e}{r} = \frac{M_R}{r} - F_R \tag{5.1}$$

如果要求更精确的话，用 $F_z e/r = F_R$ 代入是不合适的，这是由于在 4.1 节中定义滚动阻力 F_R 时假设车轮不受力矩的作用，而在 $M_R \neq 0$ 时，或者说在力矩的作用下，距离 e 会发生变化，[8]但是它的影响不大。[9]

为清楚起见，在图 5.1 上按驱动和制动分别再把车轮上的力和力矩画出，并且还画出了 4.1 节中提及的“中间”情况($M_R = 0$)（在 4.3 节中讨论过的轴承摩擦和残余制动力矩是属于制动的车轮情况）。

根据式(5.1)，驱动力矩必须克服滚动阻力，剩余部分才用于车辆前进运动；而在

---

〔8〕 Slibar, A.; Desoyer, K.: Bewegungsgleichungen und Ersatzmodelle des Kraftfahrzeuges in ihrer Beziehung zu den Meßergebnissen des Rolltrommelversuchs, ATZ 68 (1966) Heft 1, S. 13-20.

〔9〕 Ausführliche Darstellung des Rollwiderstandes und dessen Abhängigkeiten in Schuring (siehe Fußnote 5).

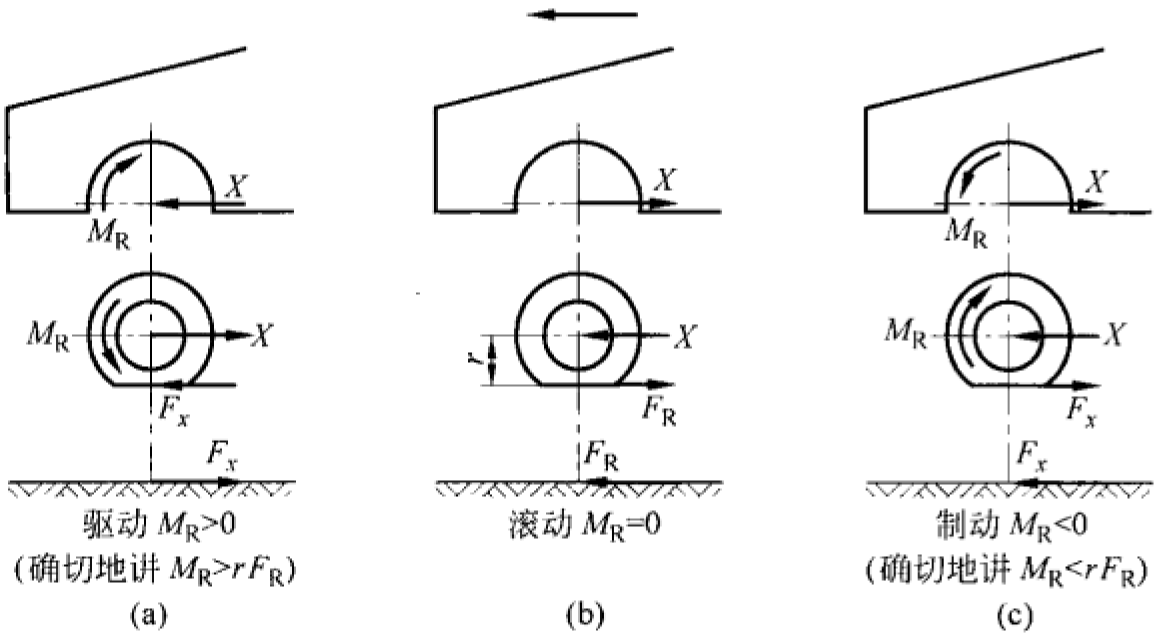


图 5.1 车辆、车轮和路面上的力和力矩。为明显起见，垂直载荷 F_z 和 Z 都省略了

(a) 驱动轮；(b) 无力矩作用的车轮；(c) 制动轮

制动时，滚动阻力与制动力是一致的。

对于像齿轮和齿条之间那种啮合的连接，其所能传递的最大切向力是无限的(直到其中一个折断)。而像轮胎和路面之间这种附着连接，是可能打滑的。因此所能传递的切向力是有限的，其最大值

$$F_{x\max} = \mu_h F_z \tag{5.2}$$

该值正比于轮荷 F_z，式中 μ_h 是最大附着系数，或称为附着系数。

如果超过了这一最大切向力 $F_{x\max}$，确切地说，施加一个过大的力矩，那么在车轮和路面之间将要产生滑动，这时所能传递的力

$$F_{xg} = \mu_g F_z \tag{5.3}$$

其中 μ_g 是滑移系数。一般说来，不等式

$$\mu_h > \mu_g \tag{5.4}$$

是成立的。在相同的行驶速度时，力矩以及相应的切向力大小不同，车轮角速度大小也不同。这一点可借助图 5.2 来说明。比较一辆挂车的前后两个车轮，它们的平移速度 $\dot{x}$ 是相同的。前轮不受力矩作用，即 $M_R=0$，由式(5.1)得，$F_x=-F_R$，其转动角速度为 $\dot{\varphi}_0$[10]；后轮所受力矩为 M_R，角速度为 $\dot{\varphi}$。如果力矩 M_R 变化，即切向力的值改变，则 $\dot{\varphi}$ 也随之改变，如图 5.3 所示。

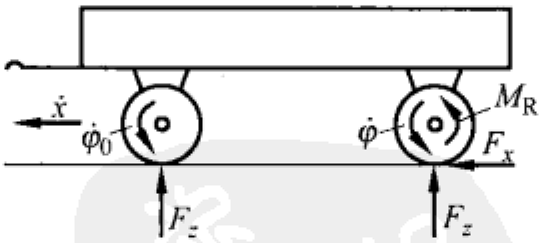


图 5.2 车辆简图，前后轮轮荷 F_z 相等，前轮自由滚动，后轮驱动或制动

当正或负切向力较小时，也就是驱动力或制动力较小时，F_x 和 $\dot{\varphi}$ 之间成线性关系。此后，F_x 增加减慢，直到取得其最大值 $F_{x\max}$，最后，切向力又降低到 F_{xg}。当驱

[10] 到目前为止表示车轮运动 φ_R 中的角标 R，为了避免双角标的出现被省略掉了。

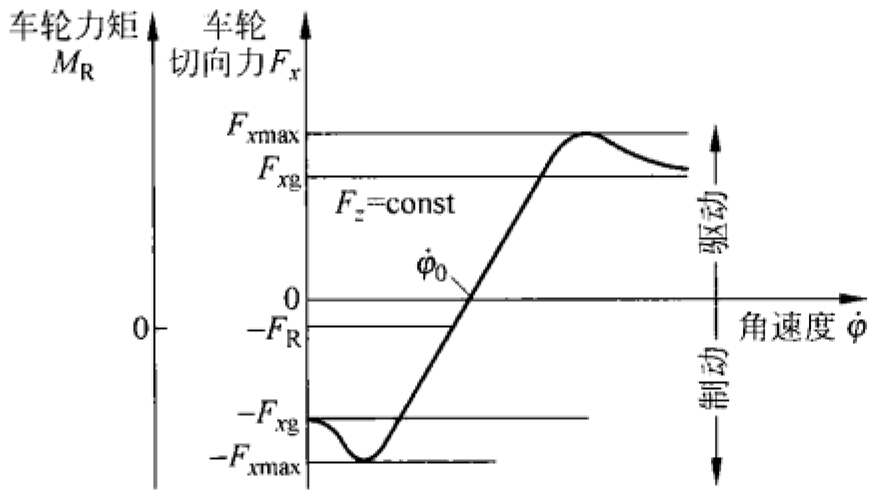


图 5.3 车轮切向力作为车轮角速度 $\dot{\varphi}$ 的函数

动过于强烈时，车轮的 $\dot{\varphi}$ 很大；转动很快，车轮“滑转”。当制动过于猛烈时，车轮的 $\dot{\varphi}=0$，车轮“抱死”。

常用无因次的描述来取代图 5.3 上表示的曲线特性。这里引进了滑移率的概念。它的定义是两个(相对)角速度之差除以其中较大的角速度。

制动滑移率

$$S=\frac{\dot{\varphi}_0-\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_0} \tag{5.5a}$$

驱动滑移率

$$S=\frac{\dot{\varphi}-\dot{\varphi}_0}{\dot{\varphi}} \tag{5.5b}$$

这里对于制动轮和驱动轮从形式上列出两个不同的表达式，是为了两种情况下 S 都是正的，而且在车轮滑转和抱死时，S 值都等于 1。

这里为了得到另一个无因次表达式，我们还把切向力 $|F_x-F_R|$ 除以轮荷 F_z，定义为附着率

$$\mu=\frac{|F_x-F_R|}{F_z} \tag{5.6a}$$

这里指切向的附着率。车辆在道路上运行时(不是在无路状态行驶)，滚动阻力 F_R 总是很小，可以忽略不计，去掉绝对值符号后上式变为：

$$\mu=\frac{F_x}{F_z} \tag{5.6b}$$

由图 5.3 可以得到关于无因次的附着率的描述，如图 5.4 所示。附着率 μ 是滑移率 S 的函数，而且它的变化情况对驱动和制动来说是几乎相同的。只要轮胎和路面之间的接触面积，即轮胎接地印迹上承受切向力，就会出现滑移。最大

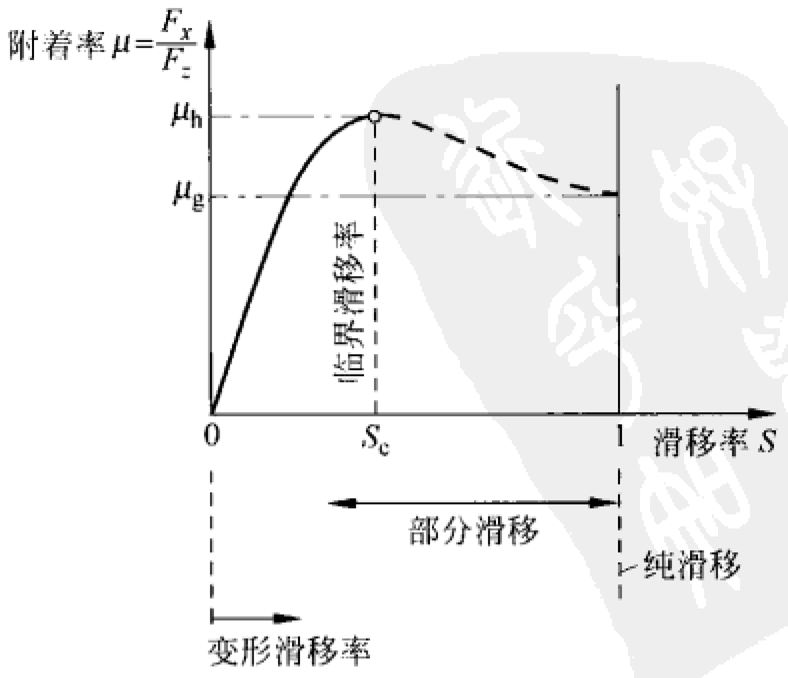


图 5.4 附着率-滑移率曲线

的附着率是已经定义过的附着系数 μ_h，这时相应的滑移率人们通常称为“临界滑移率”记为 S_c，它的值大约为 0.1(10%)。

如果滑移率继续增加，μ 将要下降；当滑移率达到 100%，即 $S=1$ 时，μ 取值为 μ_g。从 μ_h 到 μ_g 的过程，在图 5.4 上只是用虚线来表示，因为这一过程不可能是稳定的（至少对于装用一般特性的内燃机和摩擦式制动器的汽车来说是这样）。例如在制动时，这一过程变化只有几分之一秒，转动的车轮就立即抱死（参看第 48 节）。

除了式(5.5)用角速度 $\dot{\varphi}_0$ 和 $\dot{\varphi}$（单位：rad/s）来定义滑移率之外，还可以导出其他形式的定义式。

为此，必须引进角位移 φ_0、φ 和平移位移 x 之间的关系式

$$x = R_0\varphi_0 = R\varphi \quad 以及 \quad \dot{x} = v = R_0\dot{\varphi}_0 = R\dot{\varphi} \tag{5.7}$$

式中，R_0 称为动态半径，由展开周长 U 决定。U 是没有滑移的车轮每滚动一周（$\varphi_0=2\pi\hat{=}360°$）所走过的距离，即 $U=2\pi R_0$。而 R 则是对应于受有力矩的车轮。R_0 和 R 的差别在滑移率 $S=1$ 时最明显。因为对于滑转的驱动轮（$x\approx0,\varphi\to\infty$），$R=0$；对于抱死的制动轮（$x\neq0,\varphi=0$），$R\to\infty$。

与车轮上的力矩关系密切的车轮中心与路面之间的距离 r（静态半径）实际上则是和滑移率无关的。将式(5.7)代入式(5.5)，可列出

制动滑移率

$$S = \frac{v - R_0\dot{\varphi}}{v} = 1 - \frac{R_0\dot{\varphi}}{v} \tag{5.8a}$$

驱动滑移率

$$S = \frac{R_0\dot{\varphi} - v}{R_0\dot{\varphi}} = 1 - \frac{v}{R_0\dot{\varphi}} \tag{5.8b}$$

确切地说，$R_0\dot{\varphi}$ 不是受有力矩车轮的切向速度，而是一个具有平移速度量纲的计算值，它等于制动轮或驱动轮的角速度 $\dot{\varphi}$ 乘以无力矩车轮的动态半径 R_0。

最后，我们还可以用式(5.7)中的长度 R_0 和 R 来表示滑移率：

制动滑移率

$$S = 1 - \frac{R_0}{R} \tag{5.9a}$$

驱动滑移率

$$S = 1 - \frac{R}{R_0} \tag{5.9b}$$

关于滑移率还有其他形式的一些定义，在此就不一一列举了。

在定义了附着系数、滑移系数、附着率以及滑移率之后，我们再来说明对附着率-滑移率特性曲线的影响因素。

正像图 5.5 所指出的，天气的作用无疑是最重要的。它主要影响附着率的数值。在干燥的路面上，附着率为最大值，即附着系数的取值在 1.0 左右。装备现代轮胎并且在新建的道路上，其值在上述值以上。相对应的滑移率 S_c 大约在 0.1 左右。在具有一定的宏观和微观表面不平度，并且排水性能良好的湿路面上，附着系数 $\mu_h=0.8$，对应的滑移率 S_c 也是在 0.1 左右。μ-S 曲线在从零点开始的上升过程对于干燥路面和湿路面基本一致。在被雪覆盖和结冰路面上 μ_h 非常小。冰面与干燥路面附着率之间的比例为 1∶14，见图 5.5。如果在车辆上装备与天气相对应的轮胎，这

个比例会相对小一些。

速度对附着系数的影响如图 5.6 所示，μ_h 的值在干燥路面上变化很小，但是在湿路面上变化比较大。

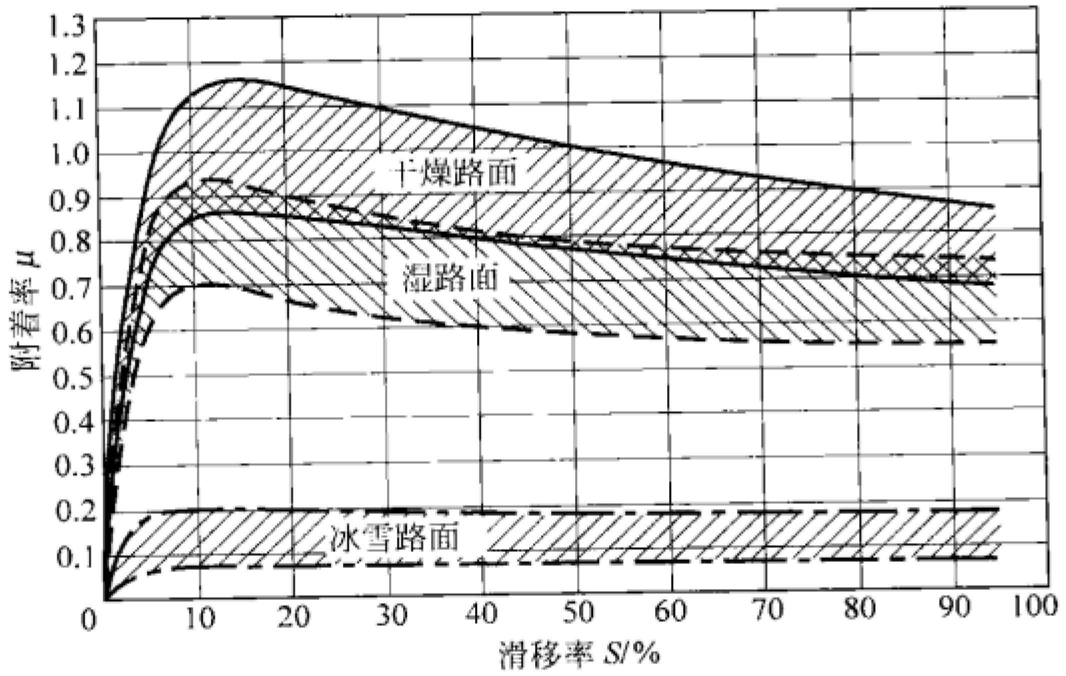


图 5.5 在水平、均匀的、公共道路的路面上，测量得到的附着率-滑移率曲线分布区域

(Roth,J.: Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlußerkennung im rotierenden Rad. Diss. TH Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195, Düsseldorf 1993)

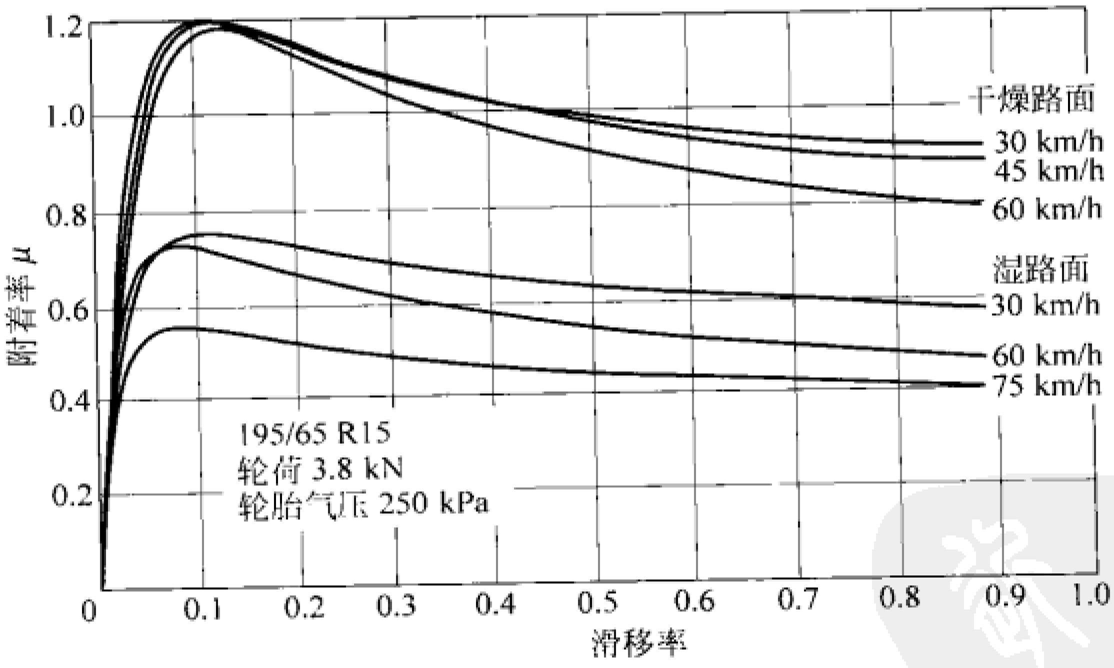
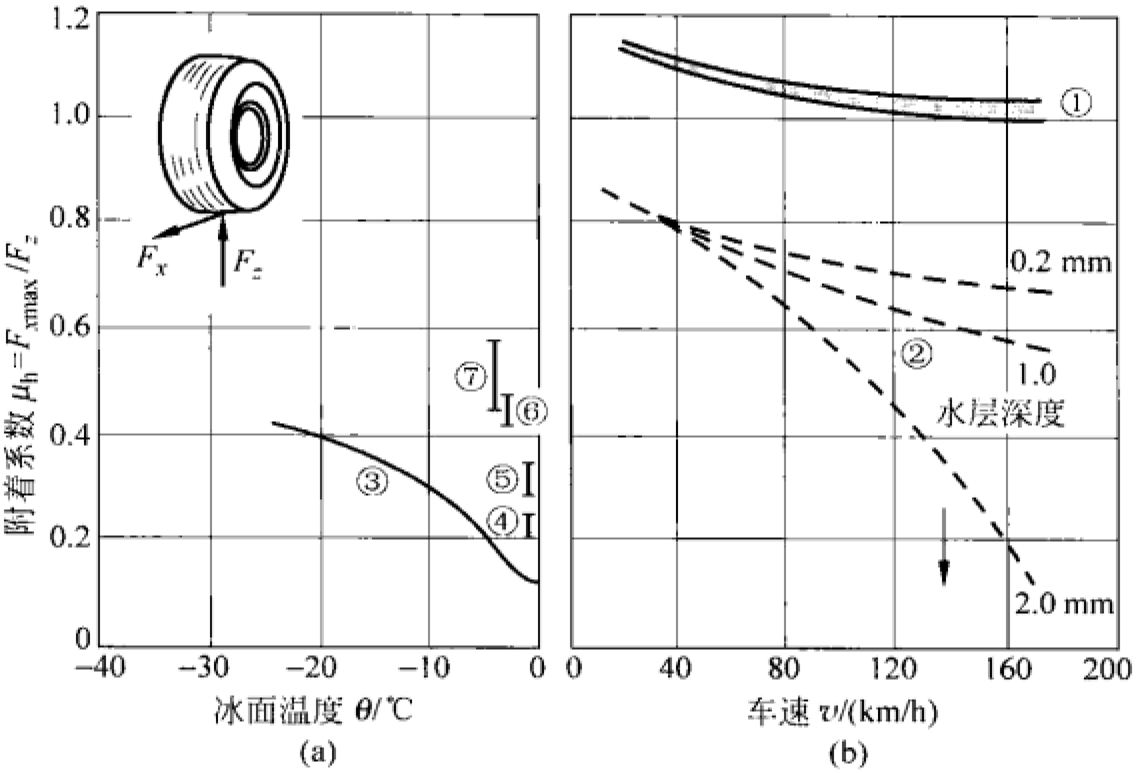


图 5.6 同一轮胎在不同车速和路况下的附着率-滑移率曲线

(Fachgebiet Fahrzeugtechnik, TH Darmstadt, Prof. Breuer, 1993)

5.1 附着系数μ_h的数值

下面进一步讨论的只是附着率的最大值，即仅仅讨论 μ_h 值，当然实际上不可能总处于这一最佳附着情况。（人们可以间接地通过角速度-时间曲线认识它，见第 48 节，或者将来利用车轮传感器认识它[11,12]。）图 5.7 再次画出了轿车轮胎在各种天气条件下的附着系数变化情况。



路面	轮胎尺寸	花纹	使用工况	资料来源
① 干燥	205/60H15R			卡尔斯鲁厄大学
	225/50H16R			Görich 博士论文 1992
② 湿	205/60H15R			
③ 冰面	5.60—15	斜交轮胎	制动	卡尔斯鲁厄大学
		M+S		Weber 博士论文 1970
④ 冰面	5.60—15	夏季用	起步	布伦瑞克工业大学车辆技术
⑤ 冰面		M+S		研究所 1970 年测量
		M+S/E		
⑥ 新雪		夏季用		
10 cm		M+S		
⑦ 压实雪		M+S/E		

图 5.7　各种天气条件下轿车轮胎和路面之间的附着系数 μ_h 的比较

---

〔11〕 Roth, J.: Untersuchungen zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlußerkennung im rotierenden Rad. Diss. TH Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195. Düsseldorf: 1993.

〔12〕 Stöcker, J.: Untersuchung lokaler Vorgänge in Pkw-Reifen mittels integrierter Sensorik. Diss. TH Darmstadt 1997 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 343, Düsseldorf, 1998.

在图 5.7(b)上，我们可以了解水层厚度和行驶速度对附着系数的影响。正像图 5.8 所说明的，在湿路面上的轮胎不再是整个接地印迹传递切向力，而仅仅是接地印迹的后部。水层厚度和行驶速度越大，单位时间内要排开的水量就越大，而被轮胎胎面花纹排出的水量越小。如果“供水量”大于“排水量”，轮胎就不再和道路表面接触，而被浮起，这时 μ_h 将趋向于零(参看图 5.7(b))，我们称为滑水现象。

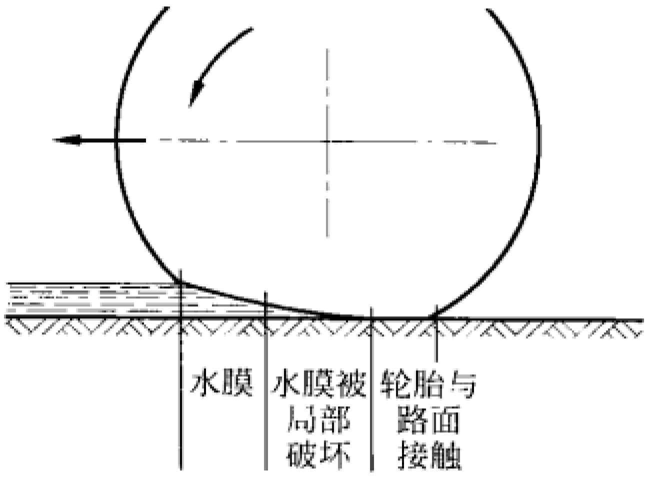


图 5.8 水层沿长度方向挤入轮胎接地印迹

由图 5.7(a)我们发现在潮湿的冰面(0℃)上，μ_h 值最低。随着温度降低(冰将“干燥”些)，μ_h 又有所上升。这时仅仅通过附着连接达到的附着系数很低，可以采取附加啮合的办法来提高。比如采用带防滑钉的防滑轮胎，参看图 5.7(a)中的⑤和图 5.9(b)。类似的“啮合作用”还用于在可塑性变形的地面上行驶的时候，例如在松软土地或泥泞地带、雪地上采用特种轮胎。它的胎面花纹做得很粗，花纹沟槽很宽，部分土壤或雪就可能持留在胎面沟槽内。如果持留物的剪切强度足够，它们就可以像齿条一样传递切向力，参看图 5.9(a)。此外，沟槽的形状应该使持留物不致黏附在轮胎上，以免造成沟槽被填满，使轮胎实际上失去花纹。

图 5.9 轮胎和路面之间的啮合

(a) 横向粗花纹轮胎在松软路面上；(b) 防滑轮胎在冰面上

从表 5.1 还可以查出松软路面上的附着系数，这对于农用车辆和越野车辆是特别重要的。加装链条以后，可以在附着的基础上再附加上啮合的作用，就像上面说过的那样。

表 5.1 轮胎和链条在松软路面上的附着系数 μ_h

路　　面	附着系数 μ_h	
	轮　　胎	轮胎和链条
草坪，土是湿的到完全潮湿	0.55～0.25	0.9～0.65
沙土，干到湿	0.45～0.5	0.55～0.7
一般土壤和黏土，干到湿	0.55～0.4	0.6～0.8
肥沃土壤和黏土，干到湿	0.55～0.3	0.55～0.9
耕作土，干到湿	0.4～0.3	0.7～0.35
卵石路，坚固的到松散的	0.35～0.3	0.3～0.25
沙路，坚实/潮湿到松散/干燥	0.3～0.2	0.3～0.35

(Kühn, G. :Der gleislose Erdbau. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer 1956)

5.2 对μ-S 曲线的认识

首先我们看一下关于滑移率的描述。一个制动的车轮的相对运动速度可以用下式描述(见式(5.8a)的分子):

$$v - R_0\dot{\varphi} = Sv$$

如果滑移率 $S=0.1$,车速为 $v=80$ km/h,这时的滑移速度为 8 km/h。实际上根据 Kummer[13] 的研究结果,总的滑移由变形部分(变形滑移)和滑动部分(滑动滑移)两部分组成。根据图 5.10 可知:在滑移率值比较小时,滑移几乎全部由变形部分组成,相当于图 5.4 中从零点开始的线性上升部分。当 $S=1$ 时,滑移几乎全部由滑动部分组成,在这两者之间时,滑移由这两部分组成,人们用部分滑动来描述。

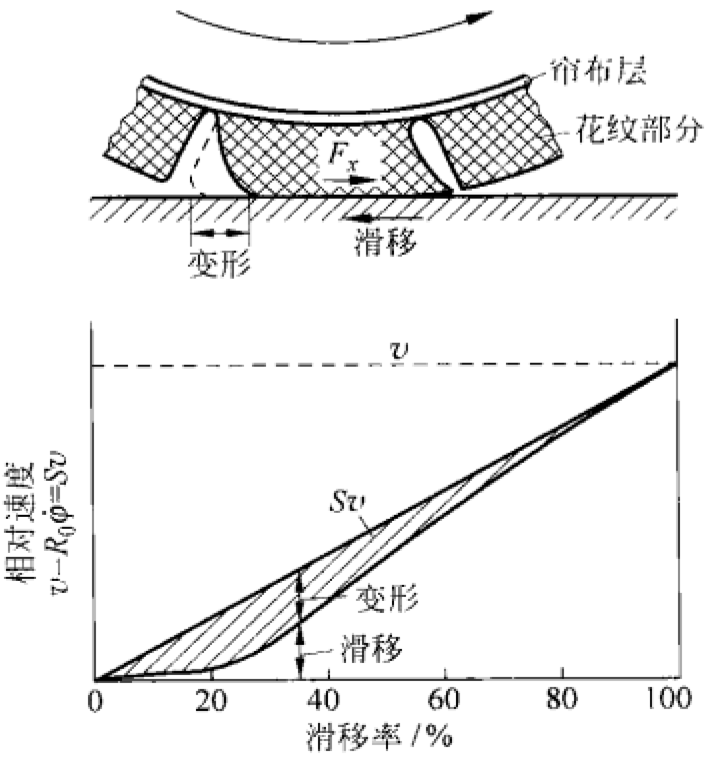


图 5.10 轮胎变形部分和滑移部分的组成

(Kummer, H. W.; Meyer, W. E.: Verbesserter Kraftschluβ zwischen Reifen und Fahrbahn -Ergebnisse einer neuen Reibungstheorie, ATZ 69(1967) Heft 8, S. 245-257 und Heft 11, S. 382-386)

下面部分是关于附着率 μ 的几点说明。

通过对相当于接地印迹面部分的轮胎的一个橡胶块的研究[14]得到,橡胶摩擦由黏着部分和迟滞部分组成。在干燥的路面上摩擦力主要是由基于分子之间引力的附着部分产生的。在表面粗糙的和有水路面上摩擦力主要是由迟滞部分产生的。如果橡胶的损失系数(阻尼)很大时,这两部分形成一个较高的附着系数 μ_h。这样就要求

---

[13] Kummer, H. W.; Meyer, W. E.: Verbesserter Kraftschluß zwischen Reifen und Fahrbahn-Ergebnisse einer neuen Reibungstheorie, ATZ 69 (1967) Heft 8, S. 245-257 und Heft 11, S. 382-386.

[14] 见前一个参考文献。

轮胎在接地印迹面上的橡胶部分具有很高的阻尼。(为了保证足够小的滚动阻力,必须使轮胎上其他部分的橡胶具有很小的阻尼,见第 4 节。)

橡胶摩擦的两个组成部分与接触面压力有着密切的关系(单位面积的压力),这一点不同于传统的"哥伦布摩擦"理论。在干燥的路面上,由于黏着部分起主要作用,摩擦系数随压力的下降而上升。对于车轮意味着轮荷 F_z 必须分担到一个大的接地印迹面上,更准确地说是轮胎表面花纹突起部分与道路的接触面积要比较大,并且在这个面积上压力保持均匀分布[15]。但是在有水路面上完全是另一种情况。如图 5.8 描述的那样,首先必须将路面的水层通过轮胎上花纹排出接触面。这样对于在有水路面上起主导作用的迟滞部分来说,接地印迹面上压强增加使摩擦系数增加,这一点与黏着部分不同。一般的轮胎必须在这两种天气条件之间寻找一个折中。(而这一点不适用于赛车轮胎,因为赛车在天气变化时会马上更换轮胎。)

这两部分的大小与轮胎上每个花纹部分滑移速度有关。但是黏着部分的最大值出现在滑移率很小很小的时候,所以早期在人们无法准确测量时,称它为附着。如果在接地印迹面上滑移速度分布均匀的话,可以提高 μ_h,在加速和制动过程中产生侧向运动时,μ_h 会下降。阻止它的下降不仅是轮胎的工作,同时也是悬架系统的工作。(早期的摆动式悬架在上述行驶状态下会产生轨迹的改变,即车轮和拖迹产生侧向运动,减小了加速度,并使得最大的加速度减小。)

1.2 轮胎的垂直特性

如图 6.1 所示,车轮载荷 F_z 由静载荷和动载荷(比如车辆通过不平路面时产生)两部分组成:

$$F_z = F_{zstat} + F_{zdyn}(t) \tag{6.1}$$

这个表达式与车轮变形量表达式一致。

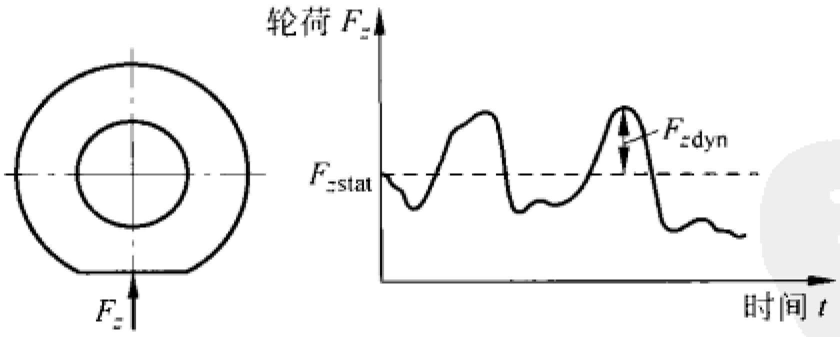


图 6.1 车轮静载荷 F_{zstat} 和动载荷 F_{zdyn} 的描述

下面首先讨论轮胎与道路之间的压力分布和轮胎压缩量。

[15] 见参考文献 11。

6 接地印迹面压力分布

图 6.2 为车轮与地面整个接地印迹面上的压力分布 p_z。由图可知，子午线轮胎的压力在整个印迹面上基本保持一致，这样可以使附着系数 μ_h 达到较高的水平（见 5.2 节）。这个均匀性与轮胎气压（轮胎内部压力）有关，而轮胎气压则由轮荷 F_z 决定，当轮胎气压比较低时接地印迹面上轮肩部分（轮胎侧壁）压力增加，而当轮胎气压比较高时接地印迹面上中心线部位的压力增加。另外，沿接地印迹面长度方向的压力分布还与车轮切向力 F_x 的大小有关[16]。

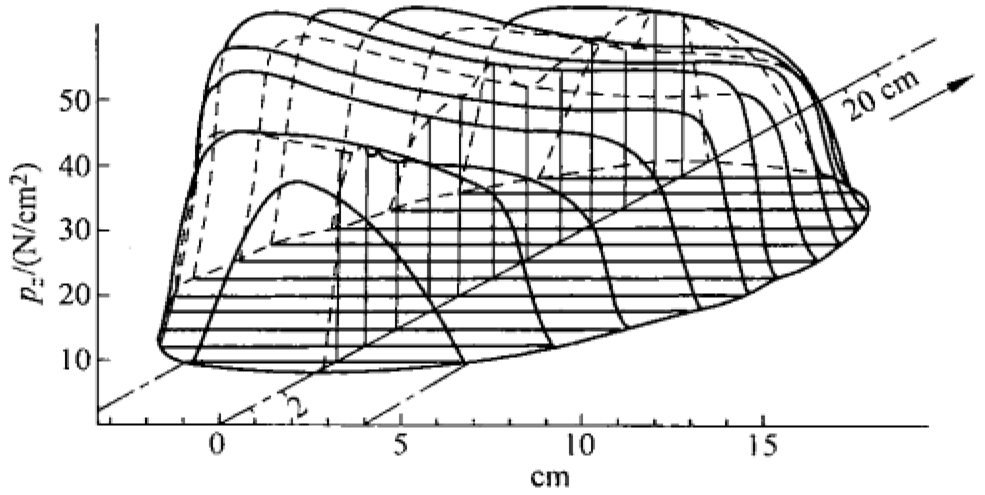


图 6.2 以 v=60 km/h 自由滚动的子午线轮胎接地印迹面上的压力分布 p_z

(Zomotor, A.: Fahrwerkstechnik: Fahrverhalten. Würzburg: Vogel 1987)

车轮载荷可以用下式表示：

$$F_z = \int_A p_z \mathrm{d}A = \bar{p}_z A$$

式中 $\bar{p}_z$ 为接地印迹面上的平均压力，A 为接地印迹面面积。而平均压力可以近似的表示为：

$$\bar{p}_z \approx p_i$$

（现代轿车所用轮胎实际上可以理解成一个膜片，轮胎侧壁本身的承载能力基本上为零），车轮载荷的波动可以写成：

$$\mathrm{d}F_z = p_i \mathrm{d}A + A \mathrm{d}p_i$$

除以轮胎压缩变形 z 的变化量，得：

$$\frac{\mathrm{d}F_z}{\mathrm{d}z} = p_i \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z} + A \frac{\mathrm{d}p_i}{\mathrm{d}z} \approx p_i \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}z}$$

因为轮胎内压力基本上不随轮胎压缩量以及载荷的变化而变化，所以上式中等号右侧的第二项可以忽略不计。也就意味着随车轮载荷的增加，接地印迹面的面积不断

[16] 见参考文献 11。

增加。由于子午线轮胎的接地印迹宽度变化很小，所以载荷的增加主要引起接地印迹长度的增加。

7 轮胎弹性和阻尼

在B篇“车辆振动”的讨论中需要轮胎的垂直振动特性，并且需要的频率范围为0～25 Hz。因为轮胎固有频率远高于25 Hz，所以在此可以忽略轮胎质量，仅将它作为一个弹簧-减振器模型进行讨论。轮胎的径向弹性和阻尼特性可以用杰尔曼模型近似表示，见图7.1(a)。根据表56.1给出车轮动载荷复数形式幅值的表达式为：

$$\underline{\hat{F}_z} \approx c\left(1+\mathrm{j}\frac{k\omega}{c}\right)\underline{\hat{z}} = c(1+\mathrm{j}d)\,\underline{\hat{z}} \tag{7.1}$$

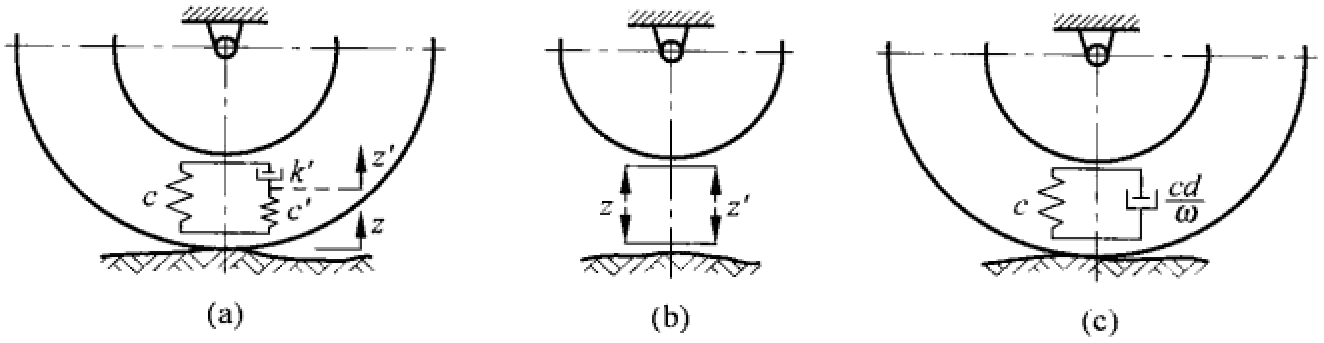


图 7.1 (a) 根据 Gehmann 模型利用弹簧和减振器近似描述轮胎特性，见表56.1；(b) 并联的元件的作用力；(c) 用轮胎弹簧常数 c 和阻尼常数 cd/ω 描述轮胎特性

上述表达式中的实部为弹性部分，特征参数是弹簧常数 c。虚部为无量纲轮胎弹滞系数：

$$d = \frac{k'\omega}{c} \tag{7.2}$$

用它来考虑轮胎阻尼，根据表56.1中曲线(f)可知，在一定频率范围内：

$$k'\omega \approx \text{const} \tag{7.3}$$

近似式(7.1)仅用于频率范畴内的计算，而在时间范畴内必须按表56.1的第一行、第二列的方程式进行。

7.1 轮胎弹性常数，次切距

与上述式(7.2)的假设相反，轮荷 F_z 对轮胎压缩量 z 的关系实际上是非线性的。

在曲线的一定范围内我们可以用 c 值来作线性化的近似。这一感兴趣的范围处于静态轮荷 F_{zstat} 和挠度 z_{stat} 附近(参看图7.2)：

$$c = \left(\frac{\mathrm{d}F_z}{\mathrm{d}z}\right)_{F_z=F_{zstat}} \tag{7.4}$$

如果轮胎挠度增加或减少 Δz，那么力也就近似地有变化：

$$\Delta F_z \approx c\Delta z$$

用次切距(图 7.2)

$$s = \frac{F_{zstat}}{c} \tag{7.5}$$

来取代弹性系数 c 是比较简单的，因为按图 7.3，尽管轮胎的尺寸不同，但同一种类的轮胎其次切距差不多是相等的。

在图 7.2 上的 c 值是对于静止轮胎而言。而随着车速的增加，对子午线轮胎来讲，轮胎

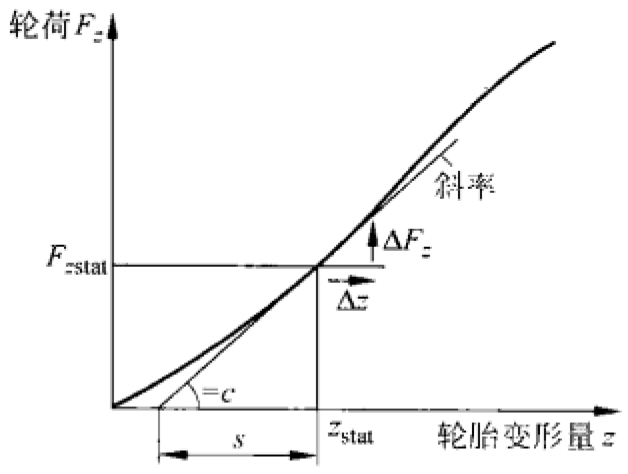


图 7.2 轮胎弹性常数 c 和次切距 s 的解释

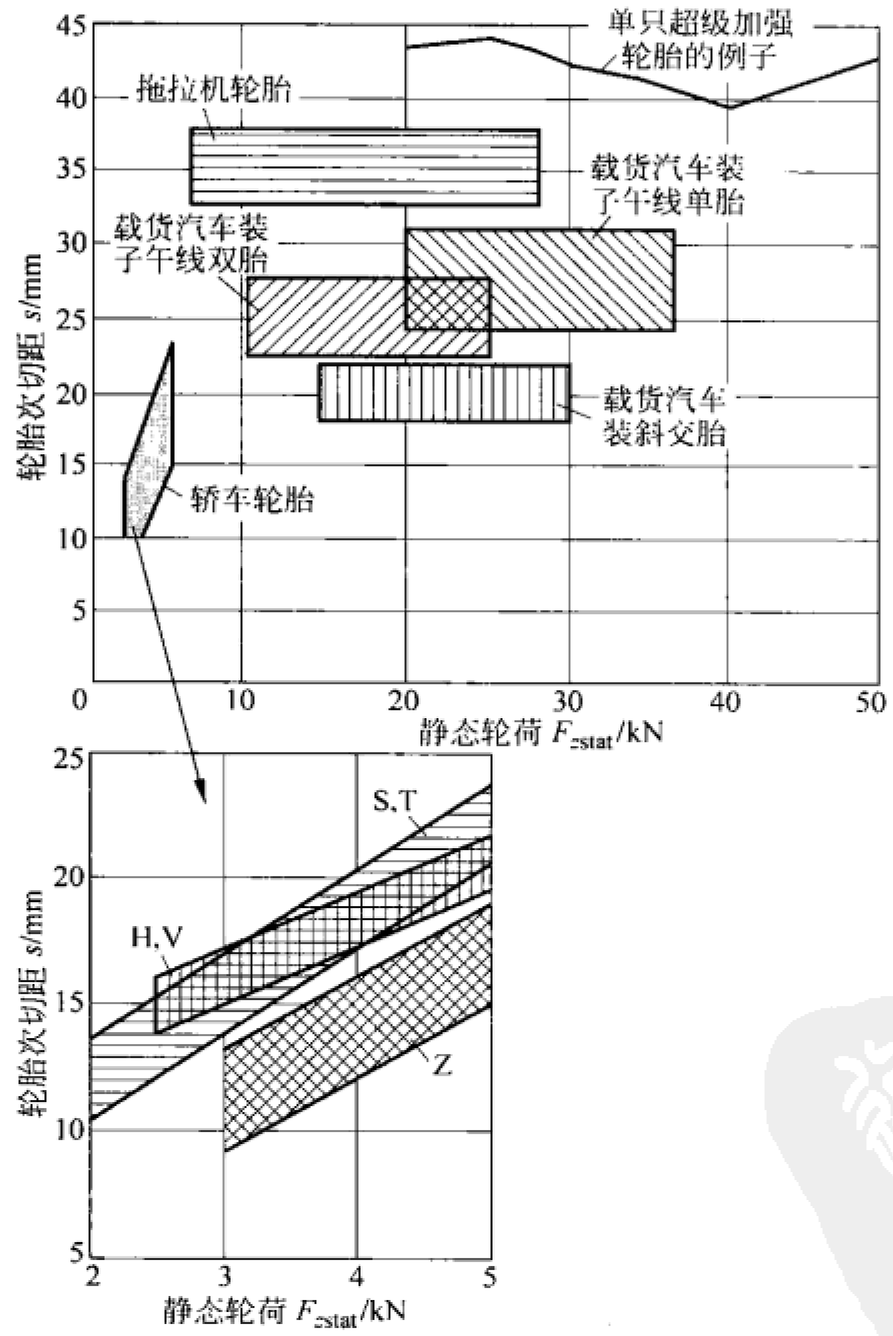


图 7.3 各种尺寸和种类轮胎的次切距 s 与静载 F_{zstat} 的关系。从置于平整的支撑面上的静止轮胎测得(对于双胎，按单个车轮载荷取值)图中字母表示轮胎的等级和最高限速，S＝最高 180 km/h；T＝最高 190 km/h；H＝最高 210 km/h；V＝最高 240 km/h；Z＝高于 240 km/h。

弹性常数 c 的增加是很小的(从 0～100 km/h,增加 6%)。[17]

7.2 轮胎阻尼

轮胎阻尼对于通常装有减振器的汽车来讲,小到可以忽略不计。但在车辆没有减振器(拖拉机和空载的挂车,这时车轮与车身之间的弹簧处于锁止状态,就变成了所谓的"无减振车辆")而只靠轮胎弹性和阻尼减振时,则必须考虑轮胎阻尼。

轮胎弹滞系数 d 的数值由图 7.4 可知,它首先是与车速有关的。

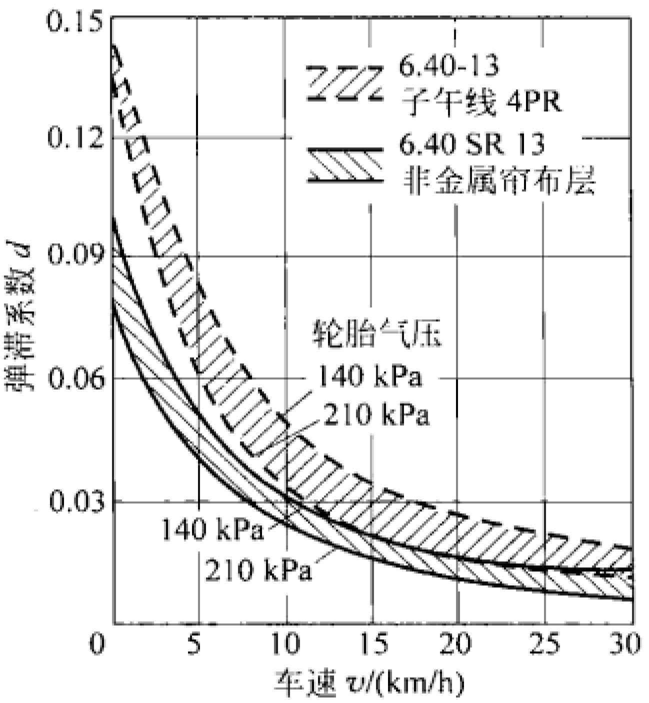


图 7.4 激励圆频率 $\omega=20$ rad/s(≈ 3 Hz)时,轮胎弹滞系数 d 与车速 v 的关系
(参看 Hahn, W.-D.: Die Federungs-und Dämpfungseigenschaften von Luftreifen bei vertikaler Wechsellast. Diss. TH Hannover 1972; $\omega=20$ rad/s 相应于"无减振"车辆的固有圆频率,参看第 14 节)

排除很低的车速,可以近似地认为

$$d \propto \frac{1}{v} \tag{7.6}$$

I.3 轮胎的侧向特性

在前面的 I.1 章和 I.2 章里对轮胎 x 方向、y 方向(切向和垂直方向)的特性进行了讨论,接下来将对轮胎沿另一个坐标方向,即 y 方向的特性进行讨论。

首先将讨论侧向特性与垂直载荷之间的关系,然后讨论切向力的影响,最后再次讨论轮胎的动力学特性。

[17] Nach IfF-Messungen.

8 侧向力，回正力矩，侧偏角

车辆和车轮之间的侧向作用力 Y 以及它引起的反力，即轮胎与道路之间的侧向力 F_y，如图 8.1 所示（该图为图 4.1 的一部分，并且为 $\gamma=0$ 的特殊情况）。从图 8.2 可见，由于它们的存在，车轮不再沿 x_R 方向直线滚动，而偏向一侧。速度 v_R 与 x_R 方向之间的夹角 α 称为侧偏角，$F_y=Y$ 越大，侧偏角也越大。

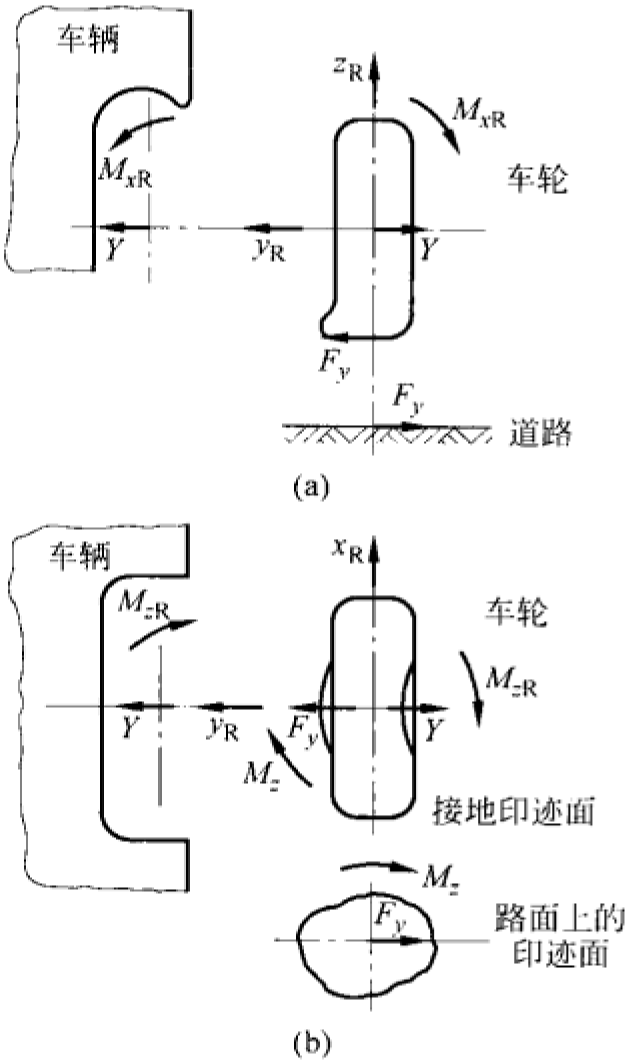


图 8.1 侧向载荷作用下的车辆、车轮和道路

(a) 从行驶方向看；(b) 俯视（垂直载荷 Z 和 F_z 在此没有描述）

如同切向力 F_x 一样，F_y 是水平面内的力，所以我们可以像在第 5 节里一样，再来考察附着力和滑移。切向力 F_x 以及切向附着率 $\mu_x=F_x/F_z$ 是滑移率 S_x 的函数（图 8.3(a)）。与此相类似，侧向附着率也是滑移率 S_y 的函数。通常，按照图 8.2 把它定义为：

$$\mu_y=\frac{F_y}{F_z} \tag{8.1}$$

$$S_y=\frac{\boldsymbol{v}_R\sin\alpha}{\boldsymbol{v}_R\cos\alpha}=\tan\alpha \tag{8.2}$$

也就是定义为力 $Y=F_y$ 引起的 y_R 方向上的速度侧向分量 $|\boldsymbol{v}_R|\sin\alpha=v_R\sin\alpha$ 与不受侧向力时滚动方向，即 x_R 方向上的速度分量 $|\boldsymbol{v}_R|\cos\alpha=v_R\cos\alpha$ 之比。函数 $\mu_y=f(S_y)$ 如图 8.3(b) 所示。

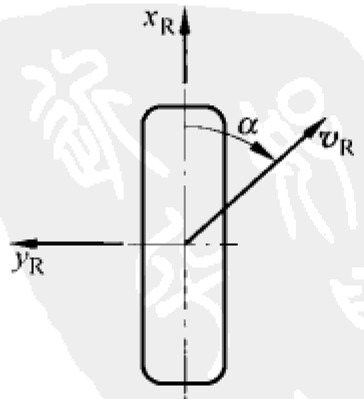


图 8.2 侧偏车轮的运动方向（俯视）

我们继续进行侧向力、切向力与滑移率之间的类比。看来应该

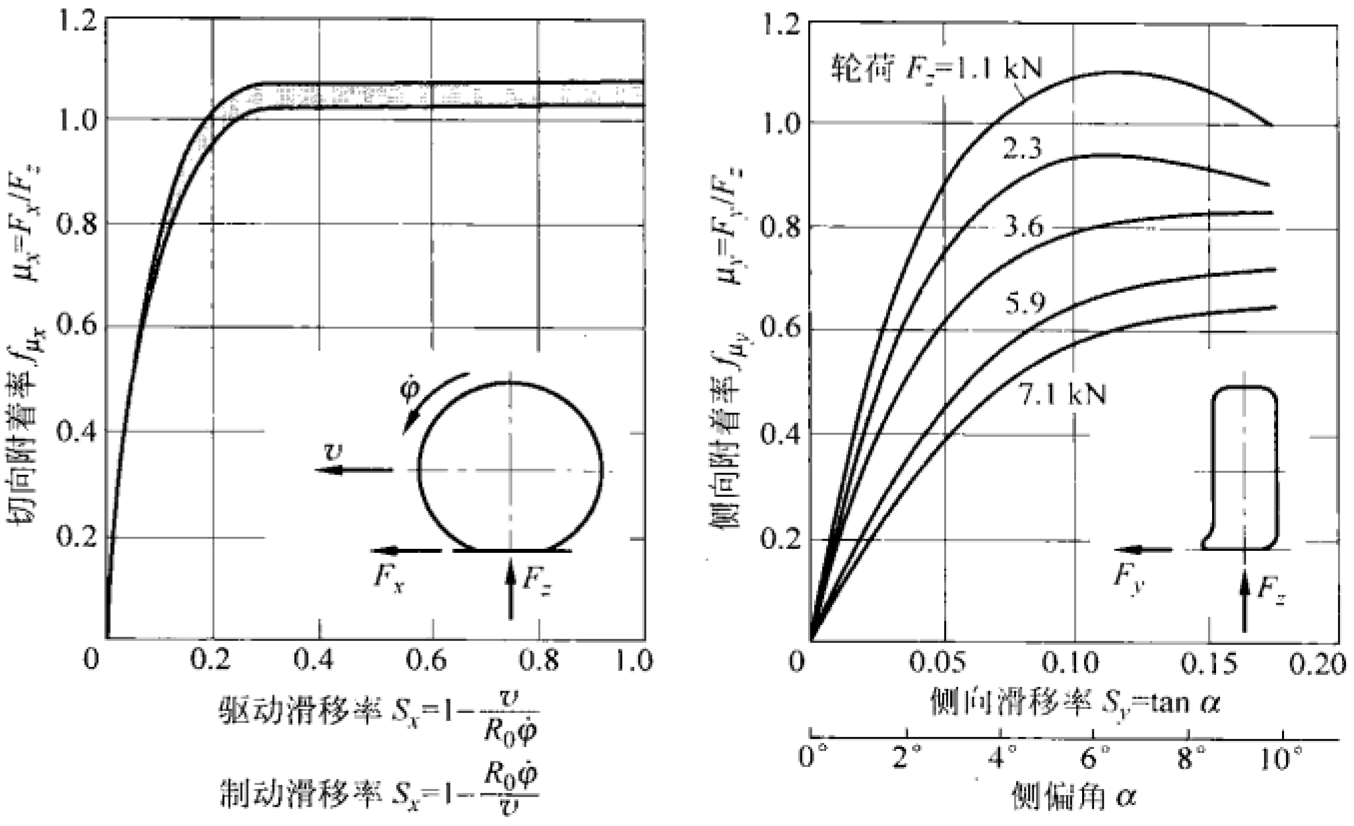


图 8.3　附着率-滑移率曲线

(a) 切向，参看第 5 节的图；(b) 侧向，由图 8.4(a)求得

定义侧向附着系数，即最大侧向附着率(其数值参看图 5.7)：

$$\mu_{yh}=\frac{F_{y\max}}{F_z} \tag{8.3}$$

而当侧向滑移率 $S_y=1$ 时，就应该得到滑移系数 μ_{yg}。但是基于多种原因，这种定义是不可能的，也不必要。首先，$S_y=\tan\alpha=1$ 时，$\alpha=45°$；而实际上，从图 8.2 可见，侧向滑移的车轮，其侧偏角 α 可能达到 90°。另外，在 α 值较大时，附着率 μ_y 的测试数值不能复现。最后，只有在很小的 α 值(10°已经是很大的数值了)时才能控制住。

所以，通常自变量不是滑移率 S_y，即 $\tan\alpha$；而是直接取侧偏角作自变量(一般，曲线取到 $\alpha=10°$ 为止)。同时无量纲的附着率 μ_y 也不用了，因为由图 8.3(b)可见，在不同的轮荷下不是一条曲线，或者比较窄的曲线带，而是分布相当宽的曲线族。

因此，我们直接用侧向力 F_y 随侧偏角 α 变化来表示轮胎侧偏特性，如图 8.4(a)所示，并以轮荷 F_z 作参变量。

侧向作用力 Y 不仅引起了侧向力 F_y，还产生了所谓回正力矩 M_z，如图 8.1(b)所示。M_z 的存在说明侧向力 F_y 不是作用在接地印迹面的中心。我们可以证明，F_y 和 M_z 之间存在着 $M_z=F_yn_R$ 的关系(参看图 8.5)。在 4.1 节中，考察滚动阻力时已经证明轮荷 F_z 是作用在接地印迹面中心的前面，相应地，这里的侧向力作用在接地印迹面中心的后面，其作用点与中心相距 n_R，因而侧向力力图减小侧偏角。n_R 被称为轮胎拖距，其数值可由下式求得：

$$\frac{M_z}{F_y}=\frac{F_yn_R}{F_y}=n_R \tag{8.4}$$

由图 8.4(b)和(c)可知，回正力矩 M_z 和轮胎拖距 n_R 总是与侧偏角 α 有关。

除了以侧偏角 α 作自变量外，也有以轮荷 F_z 为自变量，而以 α 作为参变量的(图 8.4(d)～(f))。不过，由于曲线交叉，所以 $M_z=f(F_z)$ 通常不用。

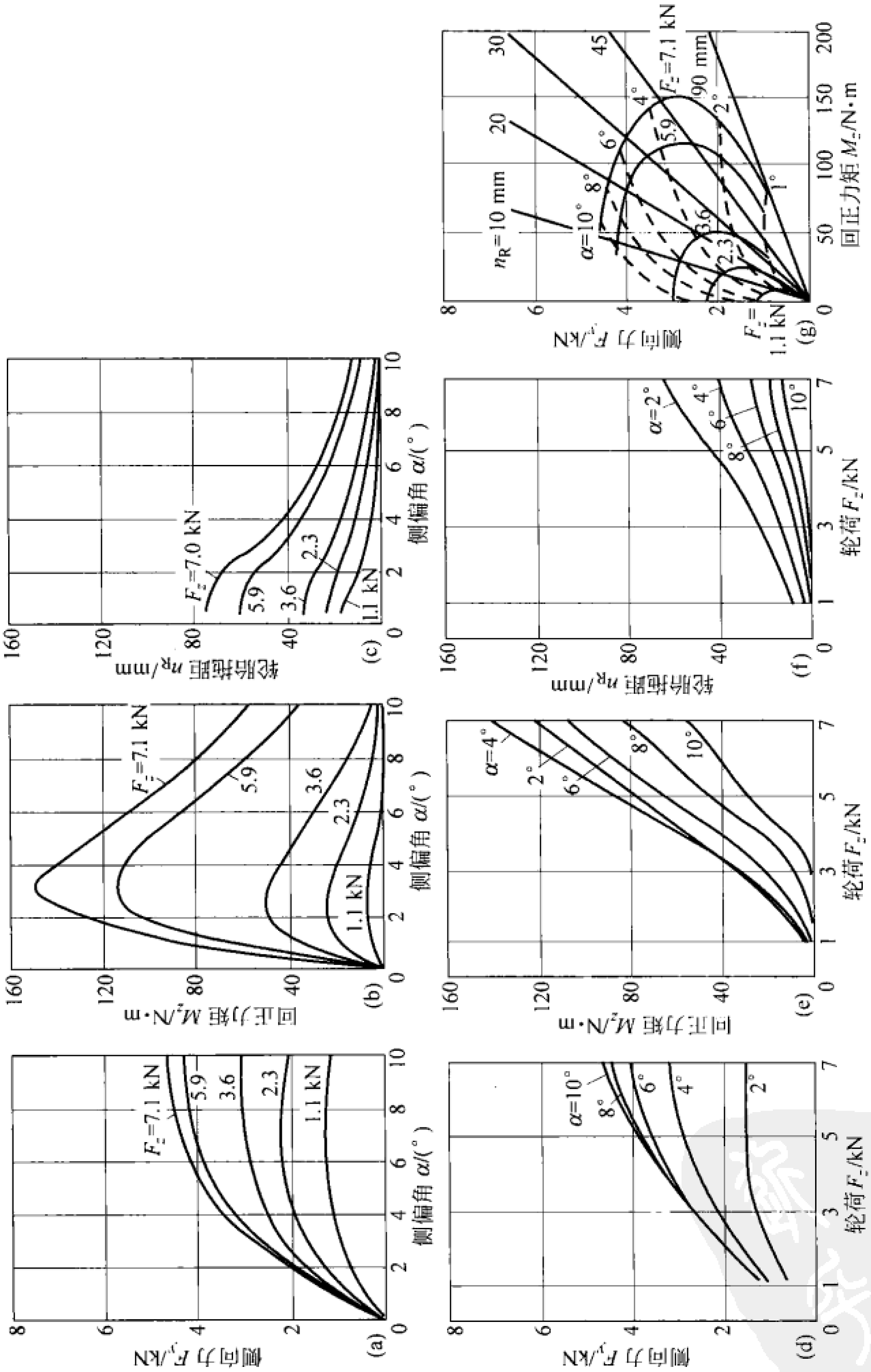


图 8.4 用各种方式表示的侧向力 F_y、回正力矩 M_z、轮胎拖距 n_R、轮荷 F_z 以及侧偏角 α 之间关系

数据：轮胎：175/70R13T，轮辋：$5\frac{1}{2}$J×13，轮胎气压：210 kPa，(名义轮荷 F_z=4.15 kN 时)，外倾角：0°

还有一种 Gough 表示法，即图 8.4(g)，所示的 $F_y = f(M_z)$。这里有两个参变量：侧偏角 α 和轮荷 F_z。当轮胎拖距不变时，由式(8.4)可知，$F_y = f(M_z)$是直线。

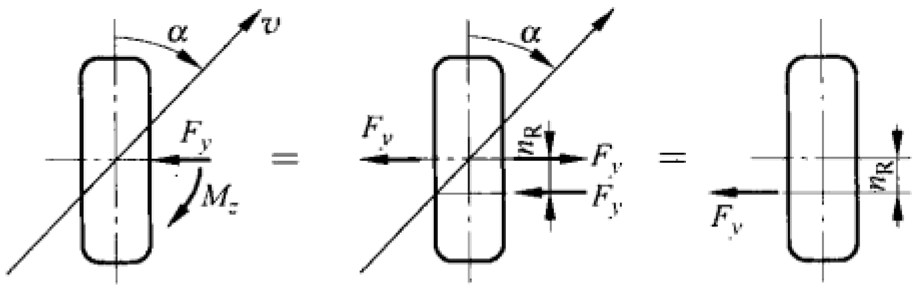


图 8.5 车轮侧偏滚动时的回正力矩 M_z 和轮胎拖距 n_R

8.1 对侧偏特性的理解

为了从力学角度认识侧向力、回正力矩和轮胎拖距，可以借助于单元弹簧来说明。假定轮胎轴不动，而路面是动的，并用一个很大的转鼓来代替，参看图 8.6(b)。把轮胎相对于转鼓的旋转方向扭过一个角度 α。

把轮胎周边上进入接地印迹面的点(轮胎轮廓的一部分)称为点 A，见图 8.6(c)。当转鼓转过一个很小的角度 du 时，这一点 A 将不再在轮辋平面内运动，而是沿路面的运动方向运动，从 A 移到 A'。单元弹簧被拉长，出现了力。继续运动时，接地印迹面上的点就越来越偏离轮辋平面，因而这个力也就越来越大。在接地印迹面的末端这个力最大。一出轮迹，这个力又回到零。所有单元弹簧上力的总和就构成了侧向力 F_y。侧偏角 α 越大，F_y 也该越大。只要接地印迹面上点一直贴紧在转鼓上不滑动，假设单元弹簧的特性是线性的，那么侧向力 F_y 与侧偏角 α 之间就存在着正比关系：

$$F_y = c_\alpha \alpha \tag{8.5}$$

其中 c_α 为比例常数。这一点可以从图 8.4(a)上侧偏角 α 较小时的曲线部分证明，这时处于所谓变形阶段(比较 5.2 节)。

进一步从图 8.6(c)上可以清楚地看到，单元弹簧上合力不是作用在接地印迹面中心，而是在其后面。在侧偏角较小时，只要上述关于“接地印迹面上点不滑动”和“单元弹簧是线性的”这两个假设有效，那么侧向变形图总是一个三角形。所以侧向力的作用点保持不变，即轮胎拖距

$$n_R = \text{const} \tag{8.6}$$

因而，回正力矩 M_z 在侧偏角较小时，总是线性增加的(参看图 8.4(b))，并由式(8.5)和式(8.6)可以导出

$$M_z = c_\alpha n_R \alpha \tag{8.7}$$

轮胎拖距的大小可以从图 8.6(c)估计出来。接地印迹面长度为 $2l_L$ 时，从前面量起，三角形重心在$(4/3)l_L$ 的地方。也就是说，轮胎拖距

$$n_R \approx \frac{4}{3}l_L - l_L = \frac{1}{3}l_L \tag{8.8}$$

($2l_L = 240$ mm 时，$n_R \approx 40$ mm)

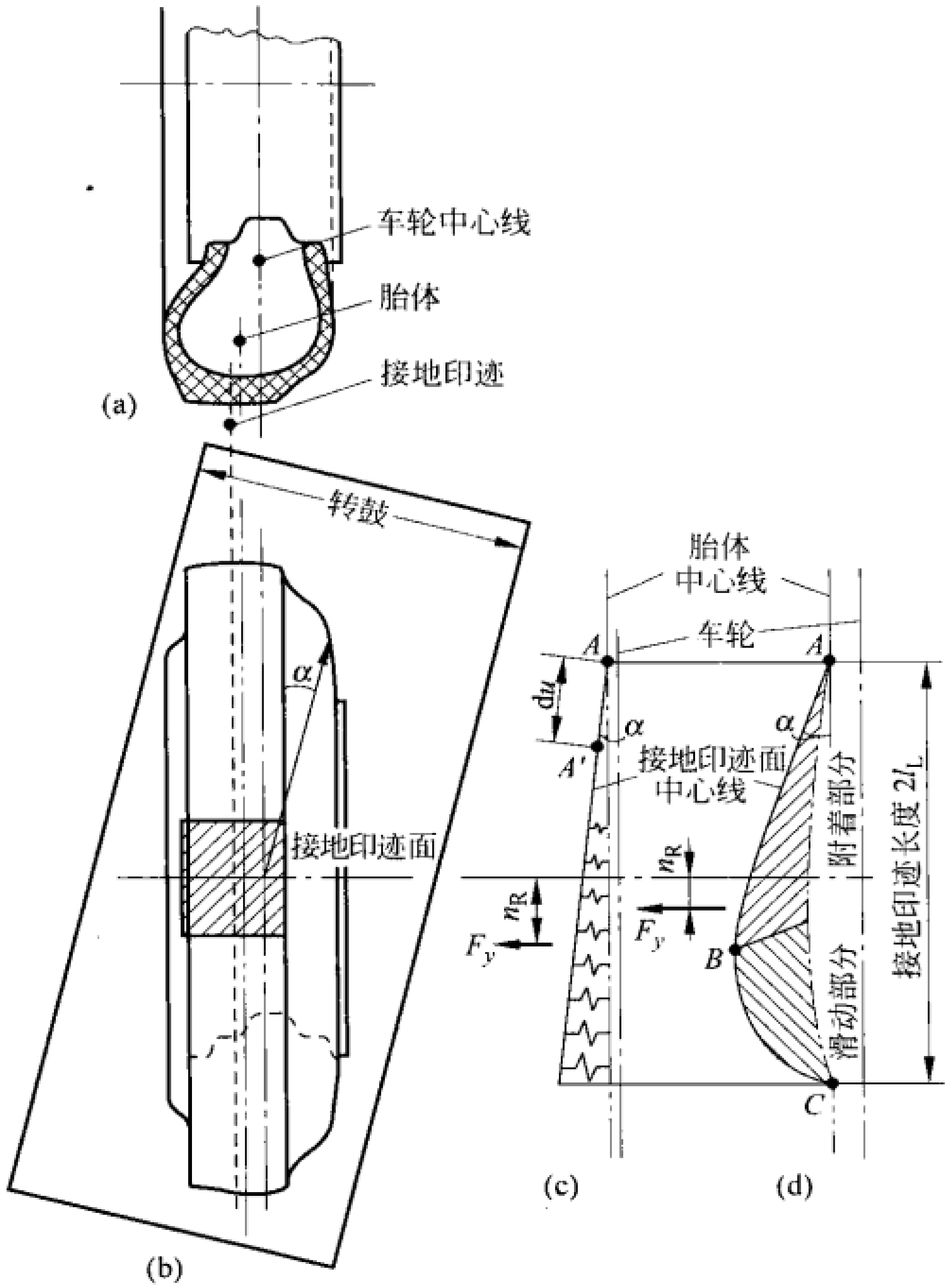


图 8.6 侧向力 F_y 和轮胎拖距 n_R 的形成

(a) 车轮和轮胎的剖面；(b) 俯视图；

(c) 在小侧偏角 α 时轮胎接地印迹处的变形；(d) 在大侧偏角 α 时

在图 8.6(d)中侧偏角大于图(c)。轮胎上的一点(轮廓上一点)在 A 点进入与转鼓的接触点，其相关的单元弹簧被拉伸，由于这时的 α 角比较大，所以拉伸强度也比较大。直到 B 点轮廓上的这一点与转鼓处于附着状态，超过 B 点后，这一点开始滑移。在 C 点侧向力的增量 $dF_y=0$，这是由于在接地印迹面结束处的压力为零。与 5.2 节对切向力和圆周滑移率的观察相一致，当侧向力和侧偏角比较大时，会产生所谓的部分滑移。虽然有部分滑移存在，侧向力还会增加，只是不再随 α 角增加而线性增加，而是递减增加，见图 8.4(a)。

侧向力三角形面积的重心，也就是侧向力 F_y 作用点的位置因此也同时将要前移，拖距 n_R 将要减小(参看图 8.4(c))。结果，由于随着侧偏角的增加，侧向力增加要减缓，拖距要减小，所以回正力矩在比较小的 α 值时(相对来讲)取得最大值，参见图 8.4(b)。

8.2 侧偏刚度

为便于后面用线性模型进行计算，我们按式(8.5)和式(8.6)确定了一些轮胎的侧偏刚度 c_α（英文为 cornering stiffness）和拖距 n_R 的数据，把它们汇总在图 8.7 上。

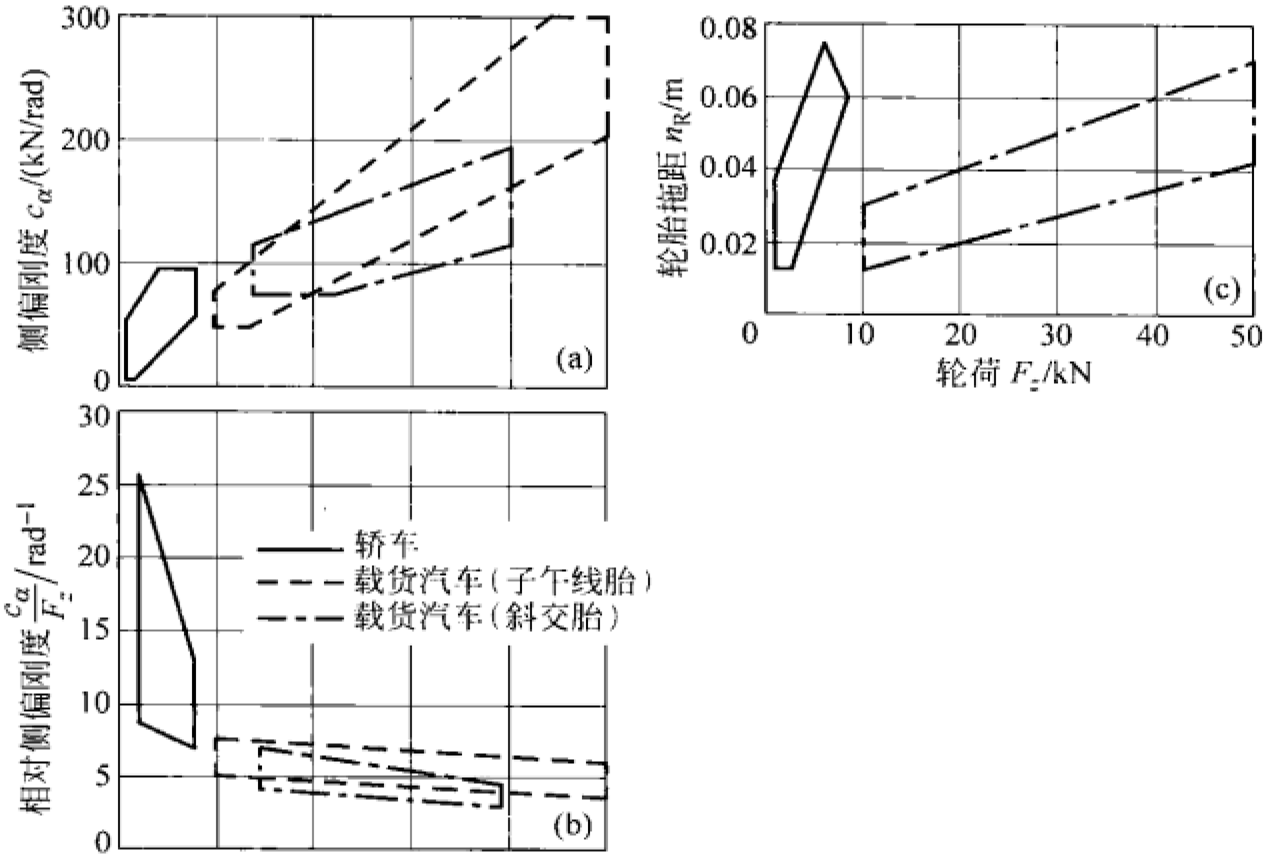


图 8.7 干燥路面上各种轮荷 F_z 作用下轮胎特性线性化后的参数统计数据（按照图 8.8 所示的方式选取）

在确定 c_α 时不是在 F_y-α 曲线开始上升段选取，而是取为 $F_y=0$ 和 $F_y=1/3F_{ymax}$ 之间的割线，这样可以适应的有效区间较大(图 8.8(a))。根据同样的区间，可以在图 8.8(b)上得到轮胎拖距 n_R。在干燥路面上，侧偏角在 3°以内时，线性化程度都很好，对应的侧向加速度约为 $0.4g$。

车辆越重，轮荷就越大，轮胎尺寸也越大，因而 c_α 值也越大。为了使数值分布区域比较集中，我们把 c_α 除以静态轮荷 F_z，见图 8.7(b)。在车辆范畴内，轮胎高-宽比较小，侧偏刚度越大，它的 c_α/F_z 值也较大，换言之，在轮荷 F_z 相同时，对应于给定的侧向力 F_y，侧偏角 α 较小。

对于给定的轮胎、轮胎气压一定(按轮胎表格)时，其额定轮荷 F_{zNenn} 就可确定。这时侧偏刚度 c_α 与轮荷 F_z 间呈抛物关系：

$$c_\alpha\big|_{\alpha=0\sim3^\circ}=\left(c_{\alpha1}-c_{\alpha2}\frac{F_z}{F_{zNenn}}\right)F_z \tag{8.9}$$

而轮胎拖距则按线性变化：

$$n_R\big|_{\alpha=0\sim2^\circ}=n_{R0}\frac{F_z}{F_{zNenn}} \tag{8.10}$$

如图 8.9 所示。

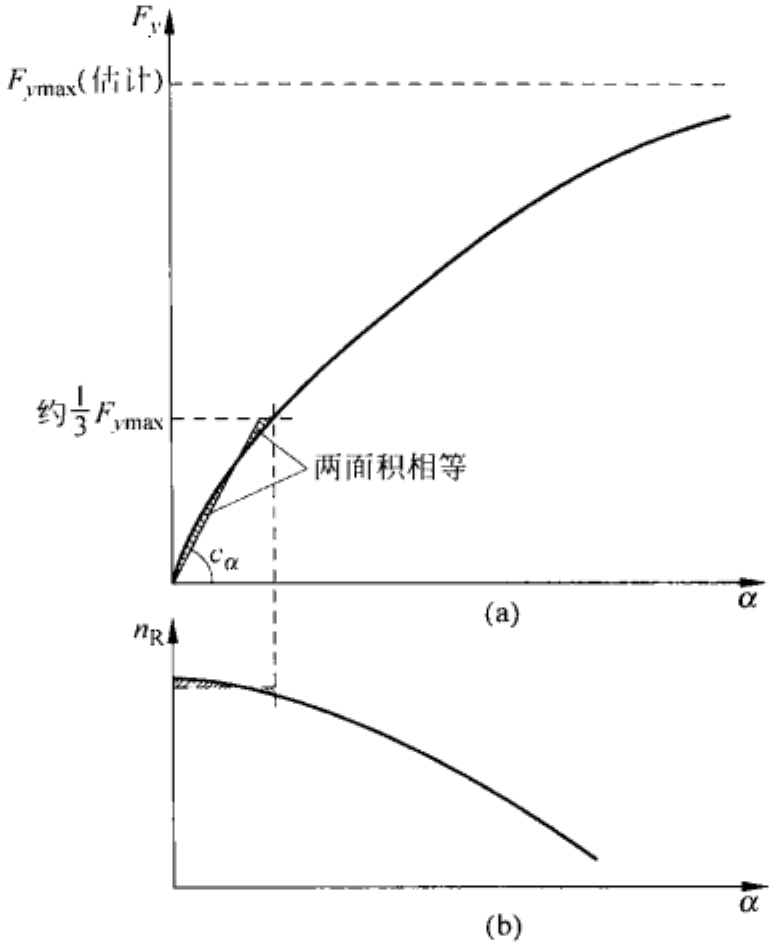


图 8.8 轮胎特征参数的确定

(a) 轮胎侧偏刚度 c_α；(b) 拖距 n_R 的确定

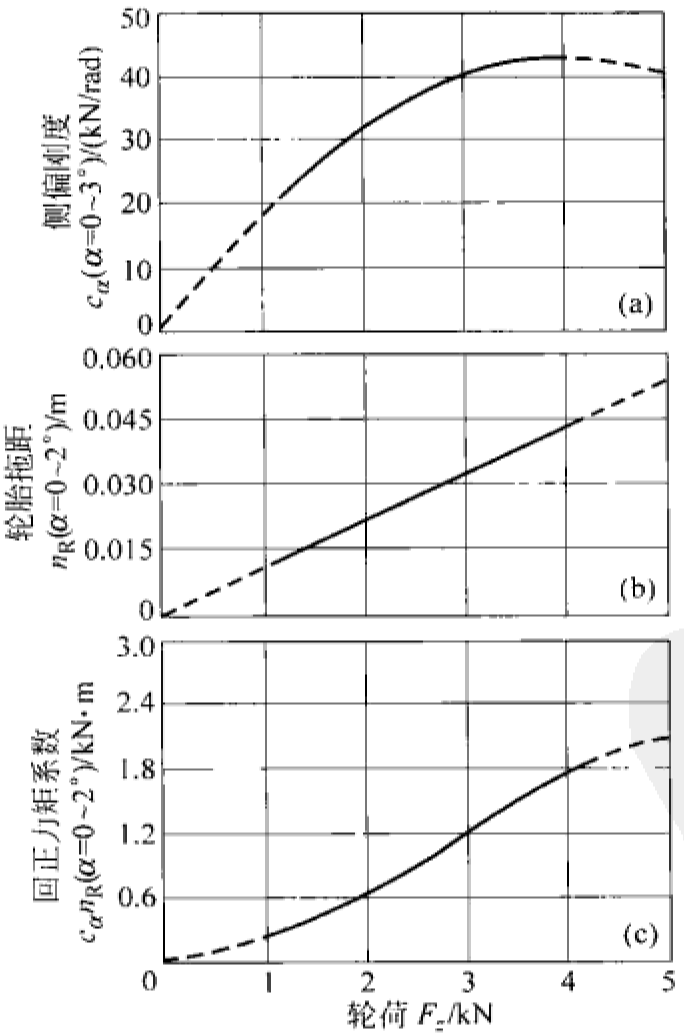


图 8.9 (a) 侧偏刚度近似地与轮荷成抛物线关系；(b) 轮胎拖距随轮荷线性增加；(c) 力矩系数＝侧偏刚度×轮胎拖距

9 车轮外倾的影响

到现在为止，车轮还是垂直地立在路面上。如果车轮像图 9.1 一样与路面有一侧倾角 γ（我们称之为外倾），那么函数 $F_y = f(\alpha)$ 和 $M_z = f(\alpha)$ 都会发生变化（如图 9.2(a)和(b)所示）。

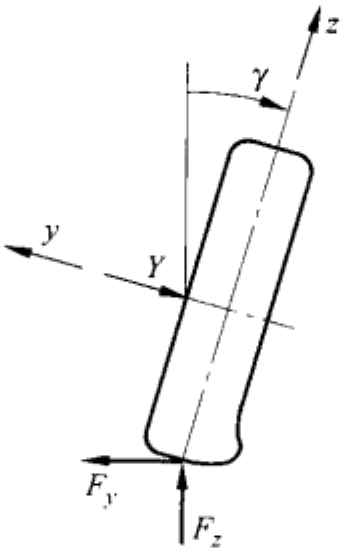


图 9.1 有外倾角的车轮上的力和坐标

在侧向力相等的情况下，具有正外倾的车轮侧偏角比 $\gamma=0$ 时为大，而有负外倾的要小些。侧偏角不变时，轮胎回正力矩将随正外倾角 γ 的增大而增大。

“正”号是由坐标系确定的，正外倾是使车轮绕 x 轴正方向旋转，从物理上看，这种规定的含义是：图 9.1 中所示的是一辆左转弯驶入纸面的车辆的车轮。离心力是指向右方的，Y 是其一部分。作为反力的侧向力向左。如果现在车轮向弯道外侧倾斜（也就是正的），则其车轮侧偏角加大。反之，如果向弯道内侧倾斜（因而是

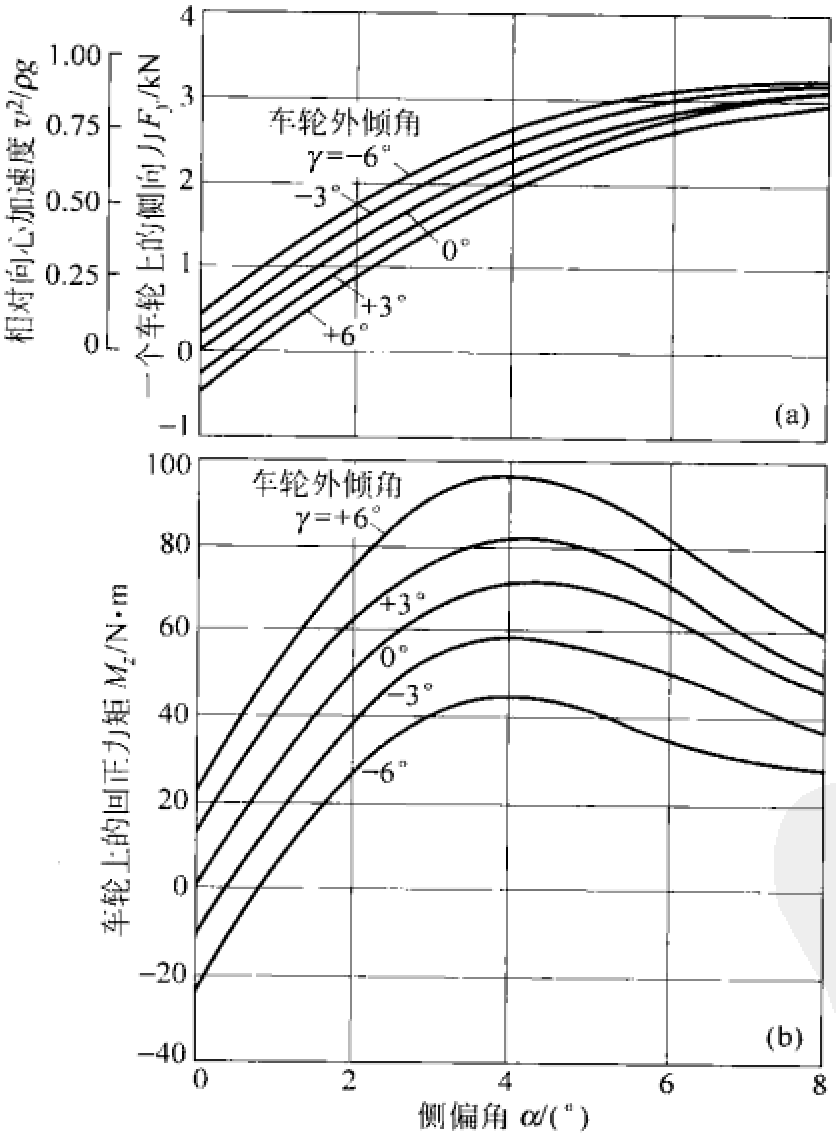


图 9.2 考虑到侧偏角时外倾角 γ 对侧向力和回正力矩的影响（轮胎 185HR14，轮辋 6J×14H2），轮荷 $F_z = 3.5$ kN，胎压 $p_L = 230$ kPa

（根据卡尔斯鲁厄大学 1968 年测试结果）

负的)，则其侧偏角小于 $\gamma=0$ 时，这种情况相当于两轮车辆弯道行驶时的情况。

在汽车技术中，正负外倾的要领也被误用来表示同一车辆上两轮的相互位置关系：在静止或直线行驶时，车轴上方的轮距大于路面上的轮距时，认为车轮具有正外倾或"用O形腿站着"；相反地，则被认为是负外倾，或外于"X形腿状态"。

在车轮侧偏角 α 较小，外倾角 γ 也较小(一般是这样)时，我们可按式(8.5)和式(8.7)扩展，写出线性化表达式

$$F_y = c_\alpha \alpha - c_\gamma \gamma \tag{9.1}$$

$$M_z = c_{M\alpha} \alpha + c_{M\gamma} \gamma \tag{9.2}$$

当侧偏角较大时，负外倾将使最大侧向力比无外倾时为大，而在正外倾时则比无外倾时的小些。这对干路面有效的，对湿路面部分有效[18]，而对结冰路面不适用[19]。

10 静止状态下的转向力矩

如果车轮不滚动，而绕主销转向，就在轮胎上出现了静态转向力矩 M_{Sch}，这时轮迹上的各点在路面上滑移。M_{Sch} 在前面还没有讨论过。

从图10.1中可以看到各种轮胎的静态转向力矩的测量数据，以及轮荷 F_z，胎压 p 和车轮转向半径 r_L 的影响。由于受到其他设计准则的限制，r_L 的变化范围只有几个毫米，从图中可见，这种情况下，r_L 对静态转向力矩的大小几乎没有影响。与此相反，随着轮荷增加，胎压下降，M_{Sch} 明显上升。这种关系可用下列经验公式来描述[20]：

$$M_{Sch} \propto \mu \frac{F_z^{1.5}}{\sqrt{p}} \tag{10.1}$$

式中 μ 为轮胎与路面之间的摩擦系数。

静态转向力矩的大小一般用来确定是否有必要安装转向助力器。

11 切向力对轮胎特性的影响

了解切向力 F_x、侧向力 F_y、车轮载荷 F_z、回正力矩 M_z 以及车轮侧偏角 α 之间关系是掌握汽车的侧向加速度行驶状态的前提。在这种行驶状态下，由于曲线行驶阻力使得切向力 F_x 增大，关于曲线行驶状态将在第126节进一步讨论。根据第8节得

---

〔18〕 Gengenbach, W.: Das Verhalten von Kraftfahrzeugreifen auf trockener und insbesondere nasser Fahrbahn. Diss. Universität Karlsruhe 1967.

〔19〕 Weber, R.: Der Kraftschluß von Fahrzeugreifen und Gummiproben auf vereister Oberfläche. Diss. Universität Karlsruhe 1970.

〔20〕 Buschmann, H.; Koeßler, P.: Handbuch für den Kraftfahrzeugingenieur. Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt 1963.

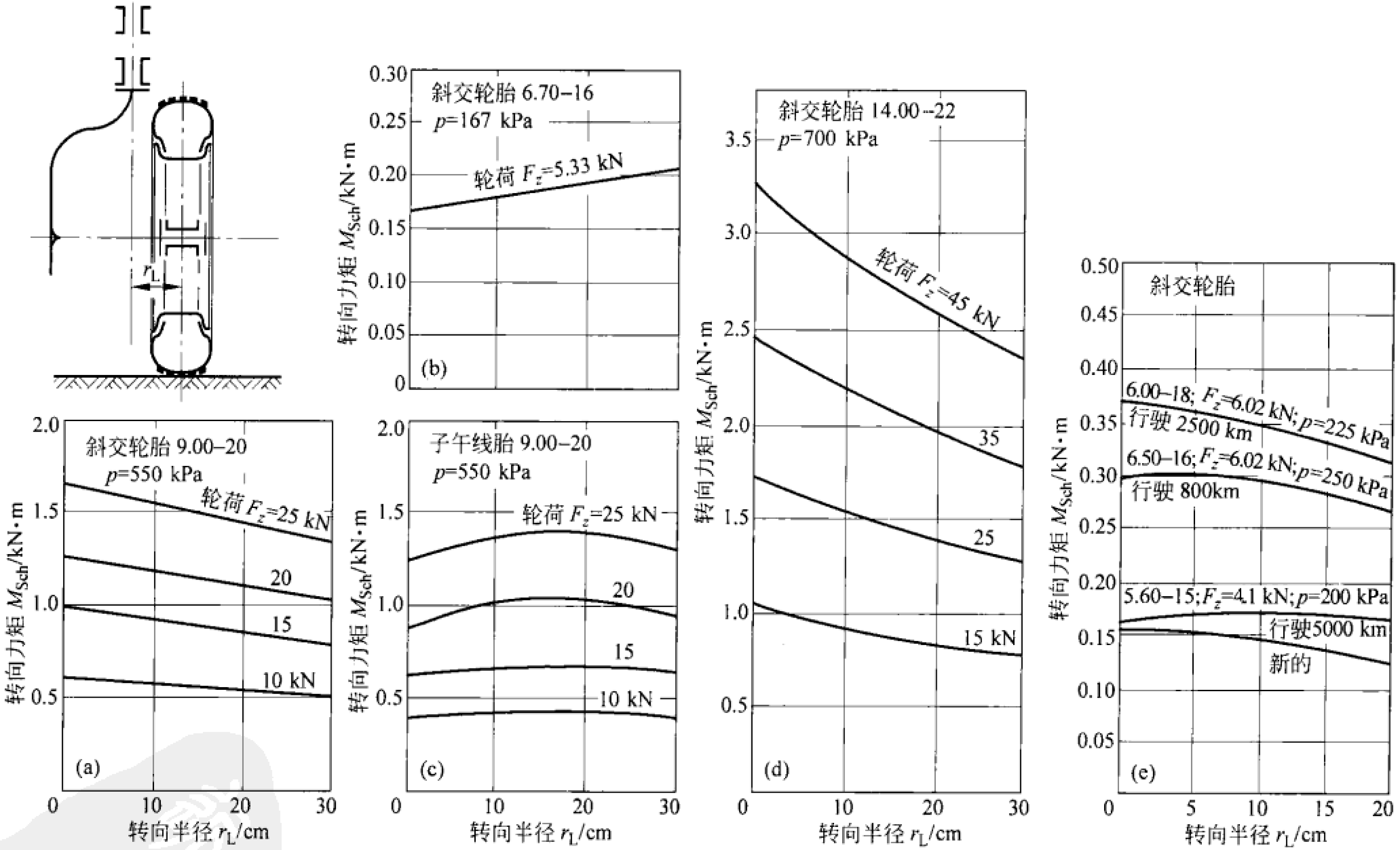


图 10.1 静态转向力矩随车轮转向半径、轮荷和胎压的变化

(a)～(d)取自 Freudenstein, G.: Zum Verhalten von Luftreifen auf Vorderachsen, ATZ 65(1963), Heft 5, S. 121-127;

(e) 取自 Perret, W.: Diss., Stuttgart 1964

到的轮胎特性曲线必须向切向力扩展。

首先，式(5.2)确定了最大可以传递的切向力 $F_{x\max}=\mu_h F_z$，但是这里缺少侧向力。在式(8.3)中描述了无切向力条件下的最大侧向力 $F_{y\max}=\mu_h F_z$。根据卡姆教授(Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. H. W. Kamm，1893—1966)的简单分析，上面的表达式应该改为：如果车轮没有滑动，而处于滚动状态时，车轮上同时受到水平面上的切向力 F_x 和侧向力 F_y 作用时，它们的矢量和不应超过 $\mu_h F_z$。即：

$$\sqrt{F_x^2+F_y^2}\leqslant \mu_h F_z \tag{11.1}$$

这个方程可以用一个圆来描述，人们称它为卡姆圆(Kamm 圆)，如图 11.1 所示。如果 F_x 和 F_y 的几何和大于圆半径 $\mu_h F_z$，车轮就滑移；如果小于半径，车轮还在滚动。

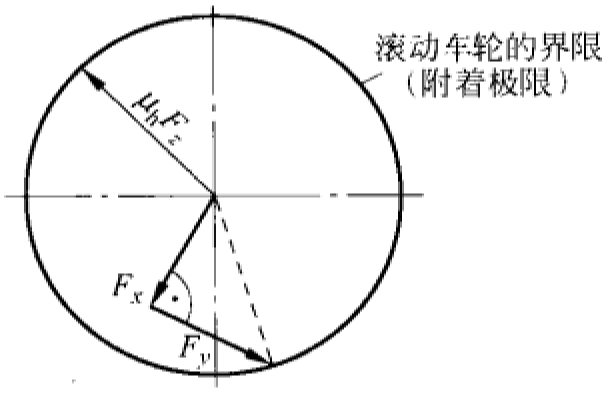


图 11.1 卡姆圆

图中所示的 F_x 和 F_y 表明车轮正好处于滚动与滑动之间的界限上

因此，同时有切向力 F_x 作用时，最大侧向力 F_y 要小于 $F_x=0$ 时。如果我们把 F_y-α 曲线和卡姆圆按图 11.2 那样联系起来，那么当 $F_x\neq 0$ 时，从曲线图(b)上得到较小的最大侧向力，转移到曲线图(a)上就得到了虚线或点画线所示的大致走向。由图 11.2(a)，另外还可以得到一个对下面操稳性讨论十分重要的结论：如果在给定的侧向力 F_y 的基础上再向轮胎施加一个切向力 F_x，那么车轮侧偏角 α 就要加大。

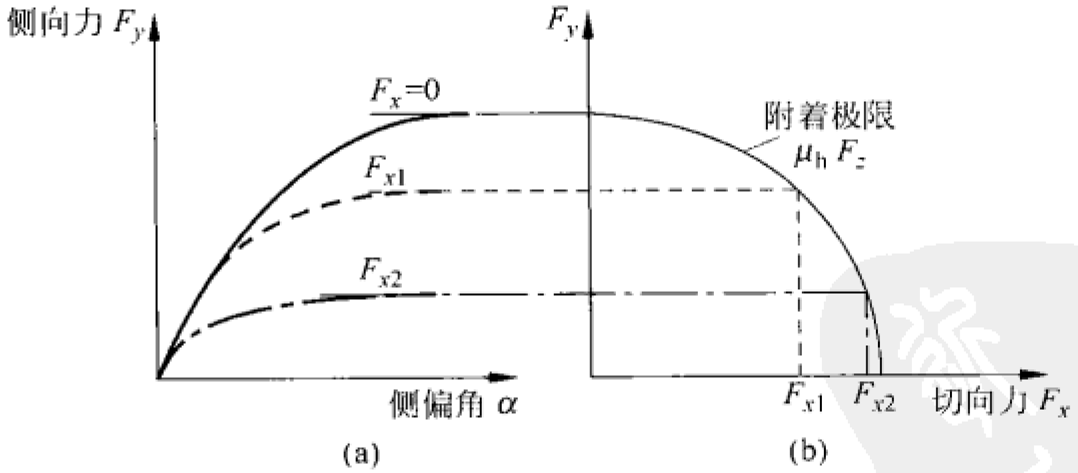


图 11.2 轮荷 F_z=const 时，切向力 F_x 对侧向力-侧偏角特性曲线走向的影响(原理性描述)

图 11.3 上画出了一组测量曲线的例子。从图(b)上也可看出 F_x 对回正力矩 M_z 的影响。

为了解释“驱动防滑系统(ASR)”和“防抱死系统(ABS)”，需要图 11.4 所示的特

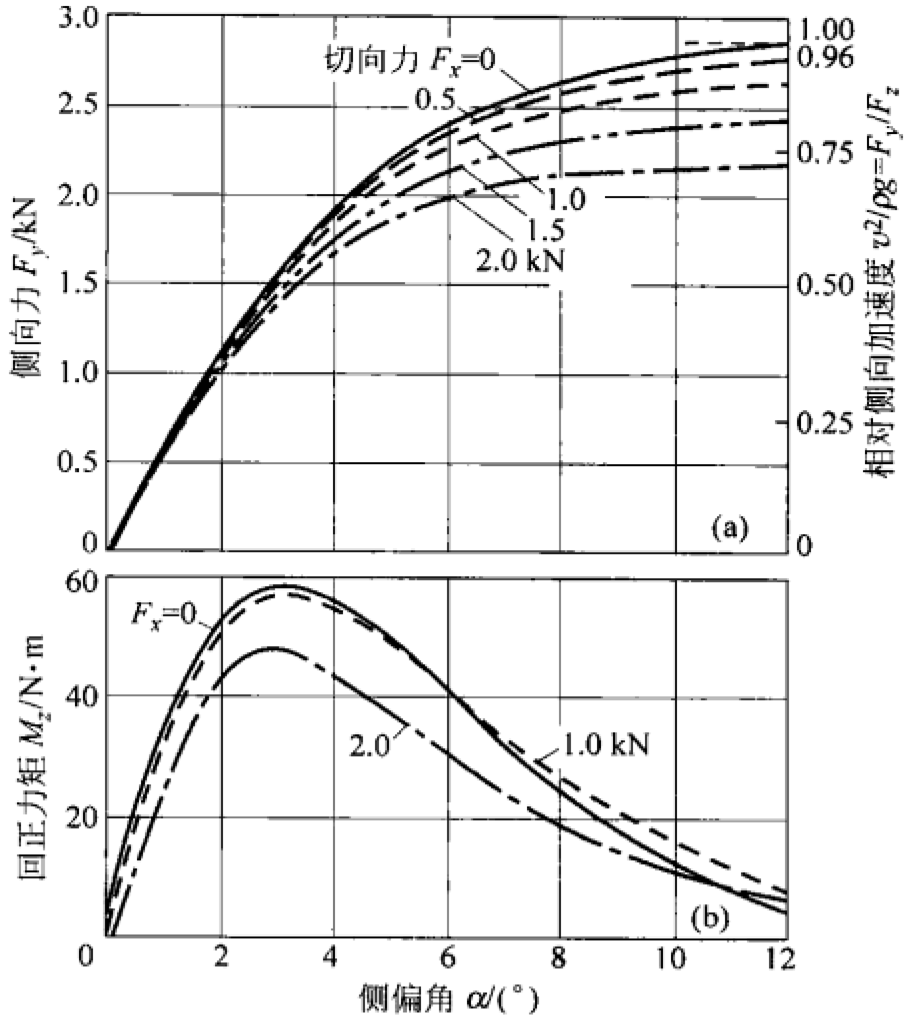


图 11.3 切向力不同时，侧向力(a)和回正力矩(b)随车轮侧偏角的变化。轮胎155SR15，90%，轮荷 $F_z=3$ kN，$v=50$ km/h，胎压 160 kPa，干路面

(Weber, R.: Tangentialkräfte und Rückstellmoment, Zentralblatt für Unfallforschung, Bd. 1 Nr. 4/6, 1972)

性曲线，图中给出了切向力 F_x 和侧向力 F_y 随圆周滑移率 S_x（为了表示清楚，在此增加了下角标 x）以及随侧偏角 α 变化的曲线。图(a)中出现了 F_x-S_x 曲线相交的情况，这是很少出现的。通过 F_y-α 曲线族可以看出，随切向力 F_x 增加，F_y 随 α 开始时上升幅度减小。

根据 8.2 节讨论，并取式(8.5)的线性部分，得：

$$\frac{c_\alpha(S_x)}{c_\alpha(S_x=0)}=1-kS_x \quad 当\ 0\leqslant\alpha\leqslant 3° 和\ 0\leqslant S_x\leqslant 0.3\ 时$$

根据图 11.4 取 $k\approx 2500$ N。并且进一步取：

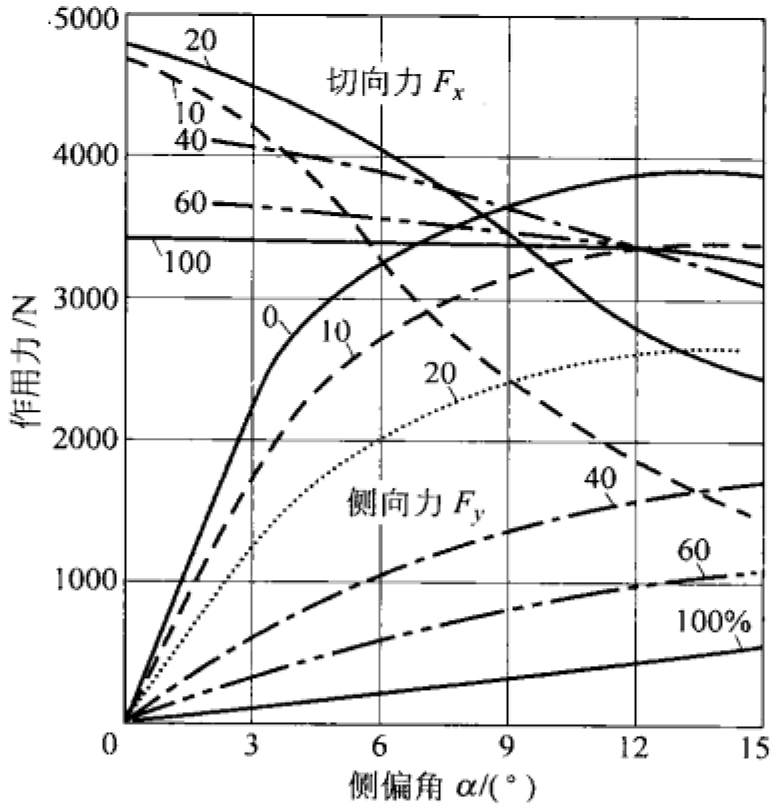
$$F_x=c_xS_x \quad 当\ \alpha=0\ 和\ 0\leqslant S_x\leqslant 0.1\ 时$$

根据图 11.4 取 $c_x\approx 47\,000$ N。由上面两个方程可得：

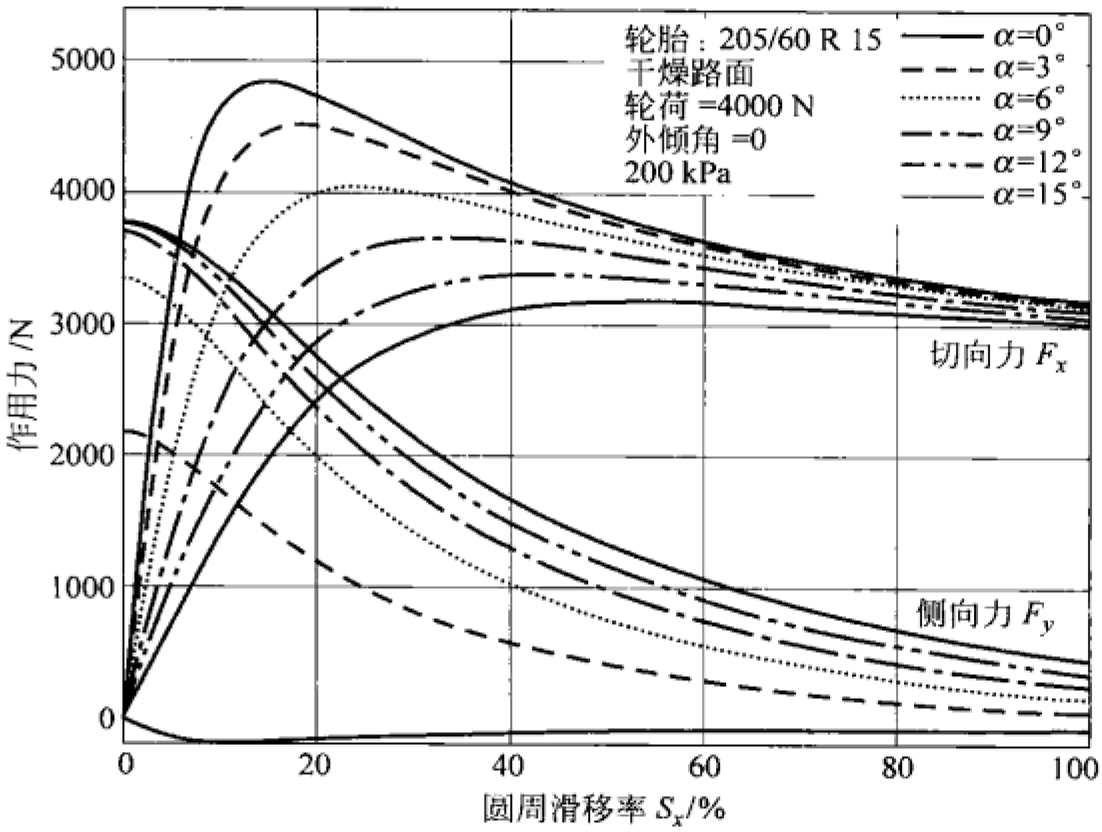
$$c_\alpha(F_x)=c_\alpha(F_x=0)\left[1-\frac{k}{c_x}F_x\right] \quad 当\ 0\leqslant\alpha\leqslant 3° 和\ 0\leqslant S_x\leqslant 0.1\ 时$$

并且根据式(8.5)得：

$$F_y=c_\alpha(F_x=0)\left[1-\frac{k}{c_x}F_x\right]\alpha \quad 当\ 0\leqslant\alpha\leqslant 3° 和\ 0\leqslant S_x\leqslant 0.1\ 时 \qquad (11.2)$$



(a)



(b)

图 11.4 (a) 切向力和侧向力随车轮侧偏角变化关系，切向滑移率为参变量；(b) 切向力和侧向力随切向滑移率变化关系，车轮侧偏角为参变量

12 轮胎模型

为了迅速从理论上分析操稳性。必须在计算机里储存轮胎特性曲线。这可以借助于一个测试结果的数据库来描述，或者通过轮胎模型来近似地用数学方式描写特性曲线。

一般多用轮胎模型：

—因为不可能频繁地测定轮胎特性曲线，特别是外界条件是千变万化的（干、湿、结冰路面）。

—因为通过在车辆技术基础上建立的模型可以对各个参数（力，车轮侧偏角，切向滑移率等）之间关系有所了解。

轮胎模型的缺点是，为了进行特性曲线的计算，还需要先知道一些常数的大小。另外，通过计算出的侧向力-车轮侧偏角曲线可以和测量曲线很好符合，但回正力矩特性曲线却不理想。

作为轮胎模型的实例在此引入了 HSRI 模型[21]。它经过 Wiegner[22] 和 Chen[23] 在轮胎回正力矩方面，Uffelmann[24] 在轮荷变化的影响方面的扩展。计算的基础是接地印迹面范围内的变形，参看图 8.6(a)。它的近似图如图 12.1(a)所示。

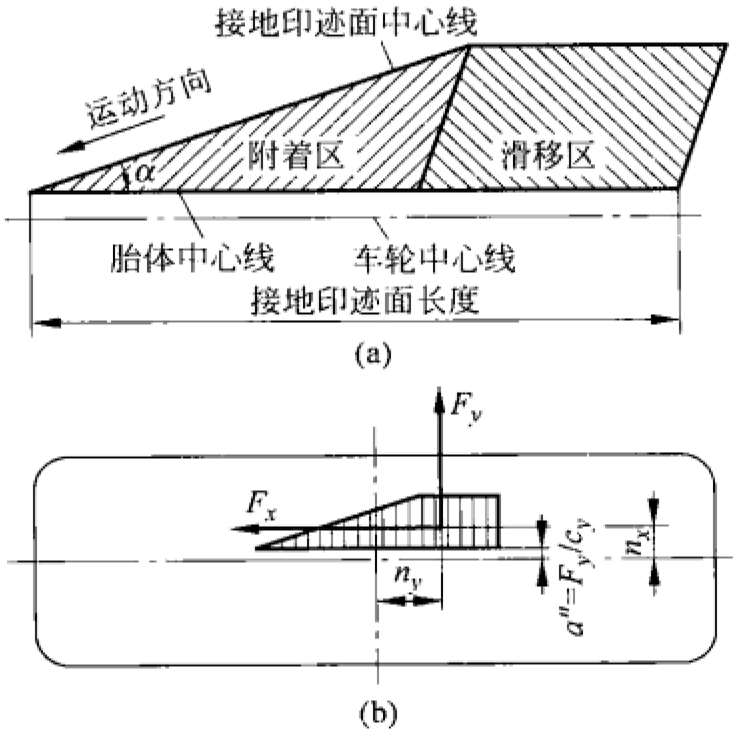


图 12.1 扩展的 HSRI 模型的推导说明

—近似地认为在接地印迹面范围内，内胎（现代子午线轮胎的帘线）平行于车轮移动。

—近似地认为在附着区内，轮胎花纹部分的转动由侧偏角 α 决定；而在滑移区内没有转动，只有平行移动。

---

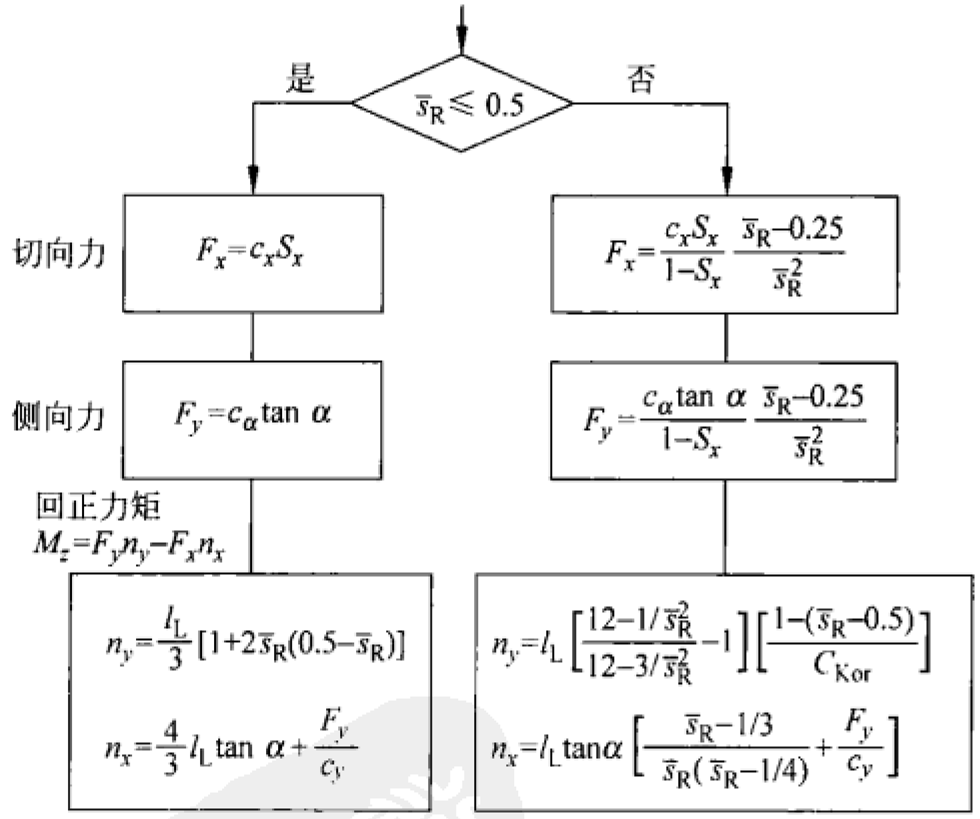
〔21〕 Dugoff, H.; Fancher, P. S.; Segel, L.: Tire Performance Characteristics Affecting Vehicle Response to Steering and Braking Control Inputs. Highway Safety Research Institute. University of Michigan, Ann Arbor 1969, Final Report National Bureau of Standards Contract CST-460.

〔22〕 Wiegner, P.: Über den Einfluß von Blockierverhinderen auf das Fahrverhalten von Personenkraftwagen bei Panikbremsungen. Diss. TU Braunschweig 1974.

〔23〕 Chen, Z.: Regelkreis Fahrer-Fahrzeug für Längs-und Querdynamik. Diplomarbeit, Institut für Fahrzeugtechnik. TU Braunschweig 1987.

〔24〕 Uffelmann, F.: Berechnung des Lenk-und Bremsverhaltens von Kraftfahrzeugzügen auf rutschiger Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1980.

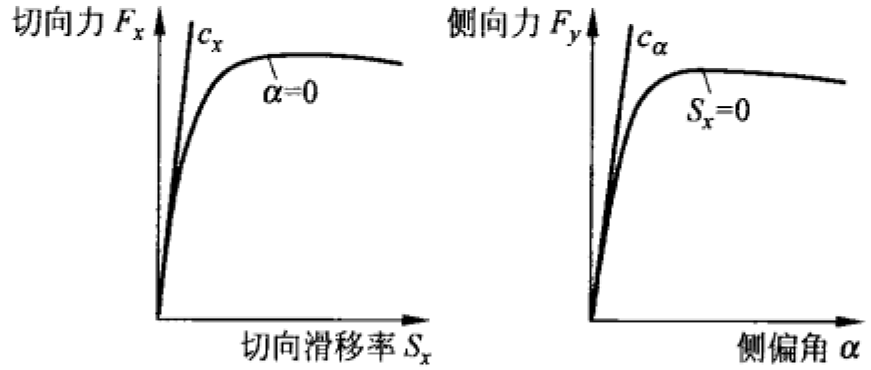
表 12.1　轮胎模型的流程及其缩写符号



附着状态：$\bar{s}_R \leqslant 0.5$　　局部滑移：$\bar{s}_R > 0.5$

$\bar{s}_R = \sqrt{(c_xS_x)^2+(c_\alpha \tan\alpha)^2}/\mu F_z(1-S_x)$

c_x 和 c_α 由原点切线斜率确定



F_z = 轮荷

"附着系数"：$\mu=\mu_0[1-k_R\tanh(av_g)^2]$，

$\mu_0=\mu(v_g=0)=\mu_{01}+\mu_{02}F_z$；

k_R 和 α 取决于路面干燥、潮湿……

"滑移速度"：$v_g=\dot{x}_R\sqrt{S_x^2+\tan^2\alpha}$；$\dot{x}_R$ 参看图 8.2

切向滑移率：驱动($F_x>0$)　$S_x=1-\dot{x}_R/R_0\dot{\varphi}_R$（$\dot{x}_R$ 参看图 8.2）

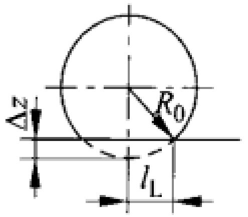
制动($F_x<0$)　$S_x=1-R_0\dot{\varphi}_R/\dot{x}_R$

$\dot{\varphi}_R$ = 车轮角速度；R_0 ≡ 没有滑移时轮胎滚动半径

$c_\alpha=(c_{\alpha1}-c_{\alpha2}F_z/F_{zNenn})F_z$，参看式(8.9)；$F_{zNenn}$ ≡ 轮胎额定载荷

轮胎印迹长度之半

$l_L=\sqrt{2R_0s_1}$



轮胎垂直弹性常数 c_1

外胎刚度 c_y

$c_y \approx c_1/2$

C_{Kor} = 修正系数

轮胎次切距 s_1 参看式(7.5)

另外，假定：

—整个轮迹内的压强是均匀的。

在表 12.1 中汇总了表达式，附着区内实际上是与 8.2 节中的线性方程一致的。

外倾角的影响一般作线性简化，按式(9.1)和式(9.2)加上去。Laermann[25] 导出了含有外倾、导入特性以及不平路面激励下轮荷动态变化诸因素的精确的瞬态轮胎特性模型。除此之外，大家熟悉的还有 Pacejka[26] 和 Gipser[27] 给出的轮胎模型。

13 轮胎的导入特性

迄今为止对侧向力-车轮侧偏角特性的考虑都是适用于稳态的(在第 8、9、11、12 节中)，即 $\alpha(t)=\text{const}, F_y(t)=\text{const}$。如果 α 角随时间变化，那么上述的特性曲线就不适用了。最简单是通过图 8.6(c)来说明这一点。如果假定，轮胎相对于静止的转鼓扭过一个角度安置。那么按照定义，虽然有了一个侧偏角，但由于轮迹部分还没有应力，没有侧向力出现。现在转鼓开始转动，轮胎部分开始变形，侧向力 F_y 就按图 13.1 增加。在差不多滚过一圈后，侧向力才达到了我们在侧向力图中所看到的数值。这一瞬态过程，由 Schlippe-Dietrich[28] 用下列微分方程来描述：

$$\dot{F}_y + \frac{c_y}{c_\alpha} v F_y = c_y (v\alpha - l_L \dot{\alpha} - \dot{y}_R) \tag{13.1}$$

式中 c_y 是轮胎侧向刚度，$c_y = F_y / y_R$，c_α 是轮胎侧偏刚度，l_L 是轮迹之半，y_R 是轮辋侧向速度(参看 Böhm[29] 以及 Laermann[30])。按照图 13.1，我们可以针对 α_0 来计算导入性能：

$$F_y = c_\alpha \alpha_0 (1 - e^{-(c_y/c_\alpha) vt}) = F_{y0} (1 - e^{-x/X_E}) \tag{13.2}$$

可见，导入过程与时间无关，而与行程有关。因为指数中的乘积 vt 等于滚过的行程 x。而图 13.1 中所示的

$$X_E = c_\alpha / c_y$$

称为导入长度。它大约等于车轮周长的 2/3。[31]

---

[25] Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei schnellen Radlaständerungen. Diss. TU Braunschweig (1986). VDI-Fortschrittberichte Reihe 12, Nr. 73, Düsseldorf VDI-Verlag 1986.

[26] Pacejka, H.: The Tire as a Vehicle Component. XXVI FISITA Congress Prague 1996. Pacejka, H.; Bakker, E.: The Magic Formula Tire Model. Proceedings of the 1st International Colloquium on Tire Models for Vehicle Dynamics Analysis. Amsterdam: Swets&Zeitlinger 1993.

[27] Gipser, M.: Reifenmodelle für Komfort-und Schlechtwegsimulation. 7. Aachener Kolloquium für Fahrzeug-und Motorentechnik 1998, mit weiteren Literaturangaben.

[28] Schlippe, B.; v. Dietrich, R.: Zur Mechanik des Luftreifens. Zentrale für wiss. Berichtswesen der Luftfahrtforschung. Berlin 1942.

[29] Böhm, F.: Zur Mechanik des Luftreifens. Habilitationsschrift, TH Stuttgart 1966.

[30] 见参考文献 25。

[31] Wang, Y.: Ein Simulationsmodell zum dynamischen Schräglaufverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei beliebiger Felgenbewegung. Diss. Universität Karlsruhe 1993.

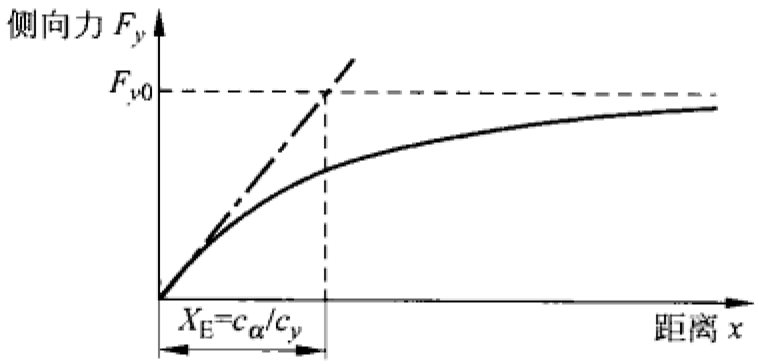


图 13.1 轮胎导入特性的说明

（作为频率域中轮胎导入特性的例子在图 95.2 给出。）

PDG

II 车辆空气动力学

汽车在高速行驶时消耗的功率和行驶状态主要由空气动力学特性决定。在近一段时间，空气阻力以及空气阻力系数 c_W 的值成为人们关注的焦点，它决定了汽车油耗的大小以及 CO_2 的排放量。不仅如此，绕汽车的气流也直接影响到汽车的升力和对侧风影响的敏感程度。

在空气动力学术语中，汽车是一个“扁平体”(并且接近地面)，到目前为止很难在理论上进行描述。[32] 因此下面主要着手讨论试验结果。[33]

14 空气阻力和力矩

从动力学角度观察整个汽车，汽车的重心是重要的一点。每一个扭矩都涉及这一点以及通过这一点的轴。而从空气动力学角度进行讨论，重心就完全不重要了。这是因为空气阻力系数与汽车的形状密切相关，而与汽车质量分配无关，并且与加载和卸载过程中汽车质心位置的变化无关。空气动力学研究者经常选择的是图 14.1 中的 O 点，它是地面上前后轴的中线与左右轮的中线的交点，在本文中也是如此。

与固定在车身上的坐标系 x-y-z 相适应的有三个空气作用力和三个空气作用力矩由下式描述：

空气阻力：

$$F_{Lx} = c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.1}$$

侧向空气作用力：

$$F_{Ly} = c_y A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.2}$$

空气升力：

---

〔32〕 Lührmann, L.; Hupertz, B.; Dietz, S.: Einsatz der Strömungssimulation in der Aerodynamikentwicklung des Audi A 2. VDI-FVT-Jahrbuch 2001, Düsseldorf: VDI-Verlag 2001.

〔33〕 Hucho, H.-W. (Hrsg.): Aerodynamik des Automobils. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994. Hucho, H.-W. (Ed.): Aerodynamics of Road Vehicles. Warrendale: Society of Automotive Engineers (SAE) 4. Aufl. 1998.

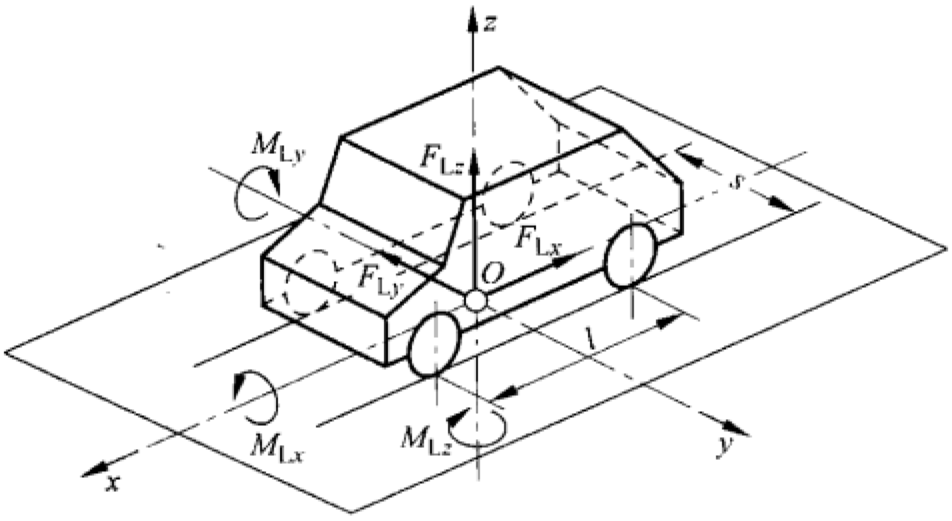


图 14.1 车辆上的空气作用力和力矩(作用点为地面上轴距中线与轮距中线的交点)

$$F_{Lz} = c_z A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.3}$$

空气侧倾力矩：

$$M_{Lx} = c_{Mx} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.4}$$

空气俯仰力矩：

$$M_{Ly} = c_{My} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.5}$$

空气横摆力矩：

$$M_{Lz} = c_{Mz} l A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{14.6}$$

因为在人们感兴趣的速度范围内气流是紊流，所以这些力和力矩与动压力 $\frac{\rho}{2} v_r^2$ 成正比，即与空气密度 ρ 和由此产生的气体流入速度 v_r 成正比。其比例系数由两部分组成，其中一个是迎风面积 A，另一个是无量纲的空气阻力系数和空气力矩系数 c_i，它与车辆形状和气流流入角度有关，而与车辆的尺寸大小无关。l 是轴距。

14.1 流入速度和流入角，空气密度

气流流入合成速度 v_r 是由车辆穿过静止空气的速度的负值 v 和气流速度 v_W 构成。如图 14.2，用矢量表示为

$$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v}_W \tag{14.7}$$

(图示的是一般情况，比如在曲线行驶时，行驶速度不一定和车辆纵轴线重合)。

流入角是指流入速度 v_r 和纵轴线的夹角。在顺风、逆风直线行驶时，$\tau_L=0$。受侧风时，$\tau_L \neq 0$。

以后可以看到，τ_L 决定了侧向空气力、升力和绕垂直线的力矩，以及绕纵轴线的

力矩数值大小，而对空气阻力和 c_x 的大小影响不大。

行驶速度由车辆（驾驶员）确定，它在 $0 \leqslant v \leqslant v_{\max}$ 范围内。当车速比较低时，空气阻力并不重要，因为它相对于惯性力和其他行驶阻力比较小。比如空气阻力相对于滚动阻力和加速阻力都比较小，或者升力相对于车辆重量也比较小。风速的大小平均值[34]为

$$\bar{v}_W \approx 4.7\ \mathrm{m/s} \approx 17\ \mathrm{km/h}$$

（在进行有轨车辆的功率计算时，迎面风速取为 15 km/h。）

德国北部沿海地区风速较高，而南德地区较低。概率分布并不对称于平均风速 $\bar{v}_W$，所以平均风速不是最常见的。确切地说，最常见的风速是比较低的，在 $\frac{2}{3}\bar{v}_W$ 左右。高于 10 m/s 的风速出现的时间，平均只有 20%。[35]

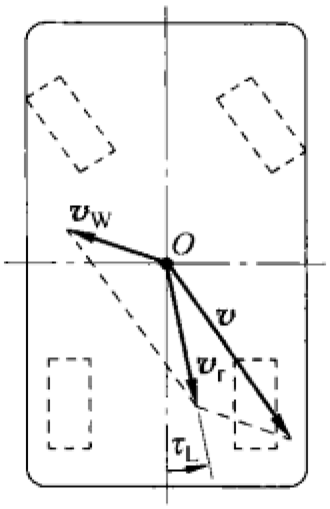


图 14.2 行驶速度 v 和风速 v_W 的几何和是流入速度 v_r。流入方向和车辆纵轴线之间夹角是流入角 τ_L

风速相对于车辆纵轴线的方向取决于风向和车辆所在道路的走向，因而是随机的。

考虑两种特殊情况：

1. 纯顺风和逆风，则式(14.7)可简化为（v 在车辆纵轴线上）：

$$v_r = v \pm v_W \tag{14.8}$$

$$\tau_L = 0 \tag{14.9}$$

在这种情况下，为使车速不变，驱动功率必须增大或减小。换言之，驱动功率一定时，行驶速度将降低或提高。

2. 风垂直吹向车辆纵轴线，在给定 v 和 v_W 时，有

$$v_r = \sqrt{v^2 + v_W^2} = v\sqrt{1 + (v_W/v)^2} \tag{14.10}$$

$$\tan \tau_L = v_W/v。 \tag{14.11a}$$

在图 14.3 上以风速为参数画出了纯侧风时气流合成流入速度和流入角随行驶速度变化情况。因为在 0～15 m/s，即 0～54 km/h 的行驶范围内，侧风对车辆影响不很大，所以不予考虑。这样一来，如图所示，合速度 v_r 实际上就等于行驶速度 v。车速较低（v＝15 m/s），风速相对较高（v_W＝10 m/s）时，流入角可高达 34°，但随着 v 的提高，τ_L 迅速降低。

空气密度 ρ 的作用总是与动压力 $(\rho/2)v_r^2$ 和流入速度相联系，它是随大气压 b（单位为 kPa）和气温 θ（单位为℃）变化的：

$$\frac{\rho}{\mathrm{kg/m^3}} = \frac{3.487\,\dfrac{b}{\mathrm{kPa}}}{273.2 + \dfrac{\theta}{℃}} \tag{14.11b}$$

---

〔34〕 Hütte I, 27. Aufl., S. 490; $\bar{v}_W$ für verschiedene Orte in Deutschlang s. Hütte IIA, 28. Aufl., S. 1032.

〔35〕 Hütte IIA, 28. Aufl., S. 1033.

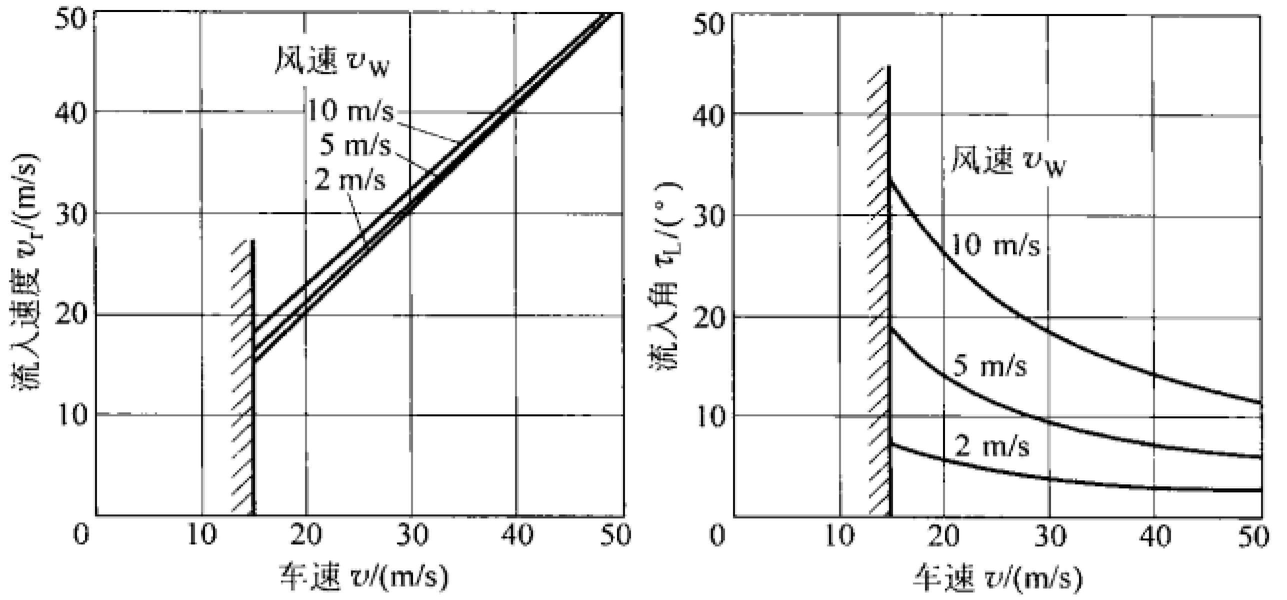


图 14.3 不同风速 v_W 下，流入速度 v_r 和流入角 τ_L 与车速 v 的关系（风速垂直于行驶速度）

当大气压力 $b=101.33$ kPa，气温 $\theta=15$℃时，

$$\rho = 1.226\ \frac{\mathrm{N\cdot s^2}}{\mathrm{m^4}} = 1.226\ \mathrm{kg/m^3} \approx \frac{5}{4}\ \mathrm{kg/m^3} \tag{14.11c}$$

14.2 迎风面积

车辆迎风面积的值可以从表 14.1 得到。轿车的迎风面积 A 与车辆空载质量有关，见图 14.4。

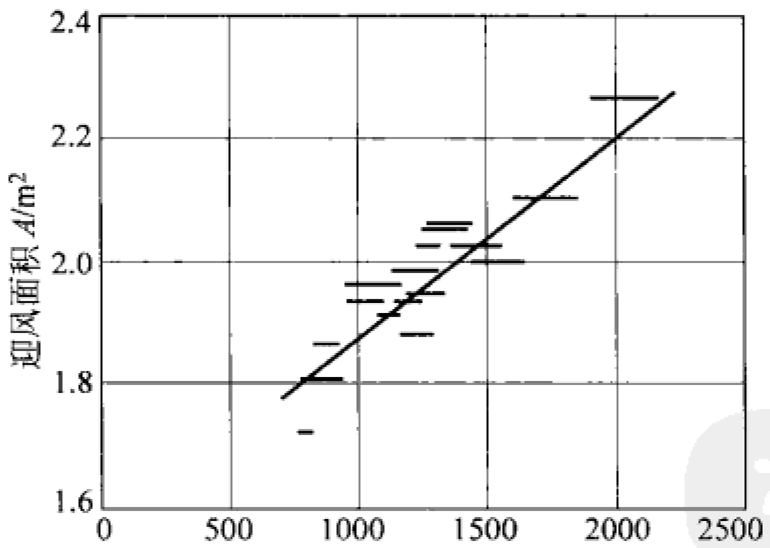


图 14.4 一些德国生产的轿车迎风面积 A 与空车质量 m_{Leer} 之间关系（迎风面积用 $A=0.81bh$ 计算，见表 14.1，其中 b 为车辆宽度，h 为车辆高度，b、h 以及空车质量 m_{Leer} 数据出自 Automobil Revue 88. Jahrgang(1993)）

表 14.1 不同车辆的迎风面积 *A*(表中 *b* 为车宽，*h* 为车高)

	轿 车	载货汽车、载货汽车列车、半挂车		摩托车带驾驶员
A±标准差/m^2	1.87 ± 0.13	帆布篷	8.3～9.3	0.73～0.82
		平板车	6.9	
		厢式车	8.6～9.7	
A/bh	0.81±0.02	帆布篷、平板车	0.93	—
		厢式车	0.97	

15 空气阻力，空气阻力系数 c_x 和 c_W

由流体力学，我们知道流过一个物体周围的气流可以用图来描述。图 15.1(a) 画的是一辆陆用车辆的周围气流情况。陆用车辆的周围气流特点就在于它贴近地面，因而一部分空气必须从车身底部和路面之间挤过。除了外部气流外，为了冷却发动机和调节乘坐空间的空气必须有穿过车辆的内部气流，但内部气流损失只占总气流损失的 10%。[36] 占主要地位的外部气流损失是由压力阻力(即形状阻力，因为车辆迎面压力大于后部压力)和摩擦阻力(即表面阻力，是在汽车与切向气流摩擦表面上产生的)构成，参看图 15.1(b)。

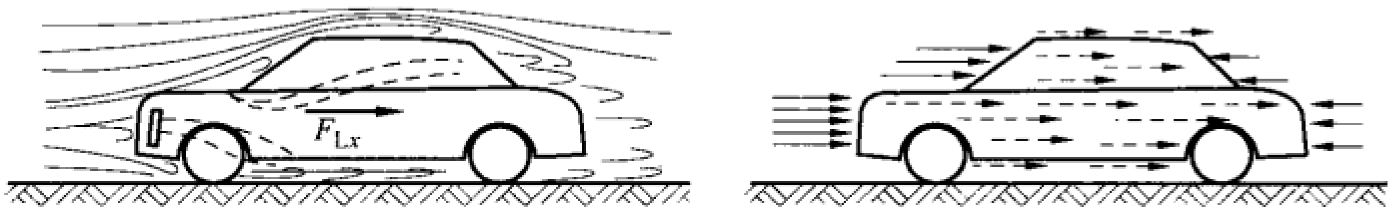


图 15.1 (a) 包括外部气流(实线)和内部穿过气流(虚线)的车辆气流流线图；(b) 由压力(行驶方向上的实箭头)和摩擦力(虚线箭头)构成的空气阻力

空气阻力 F_{Lx} 以及相应的空气阻力系数 c_x 是与流入角 τ_L 有关的，$c_x = c_x(\tau_L)$。空气阻力系数更常用符号 c_W 来表示，在特殊情况下

$$c_W = c_x(\tau_L = 0) \tag{15.1}$$

这一无因次系数的大小与车辆形状关系很大。

我们先用图 15.2 来对空气阻力系数进行原理上的探讨。图 15.2 画出了接近地面的各种物体，它的空气阻力系数 c_W 值与其长度——粗细尺寸比例的关系。

没有圆角的物体 1 的长度 $a=0$，即它是一个平板，它的 $c_W \approx 1.15$。随着物体长度增加，形状阻力下降，达到最小值后，随着 a/d 的增加，由于摩擦阻力影响增加，空气阻力反而几乎线性增加。对轿车、大客车和客货车两用车($a/d = 2.3 \sim 3.1$)，它们的 c_W 值处于最小值附近，而一些比较长的车辆，比如汽车列车和鞍式列车，摩擦阻力

〔36〕 Hucho, W.-H. (Hrsg.): Aerodynamik des Automobils. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994, S. 186.

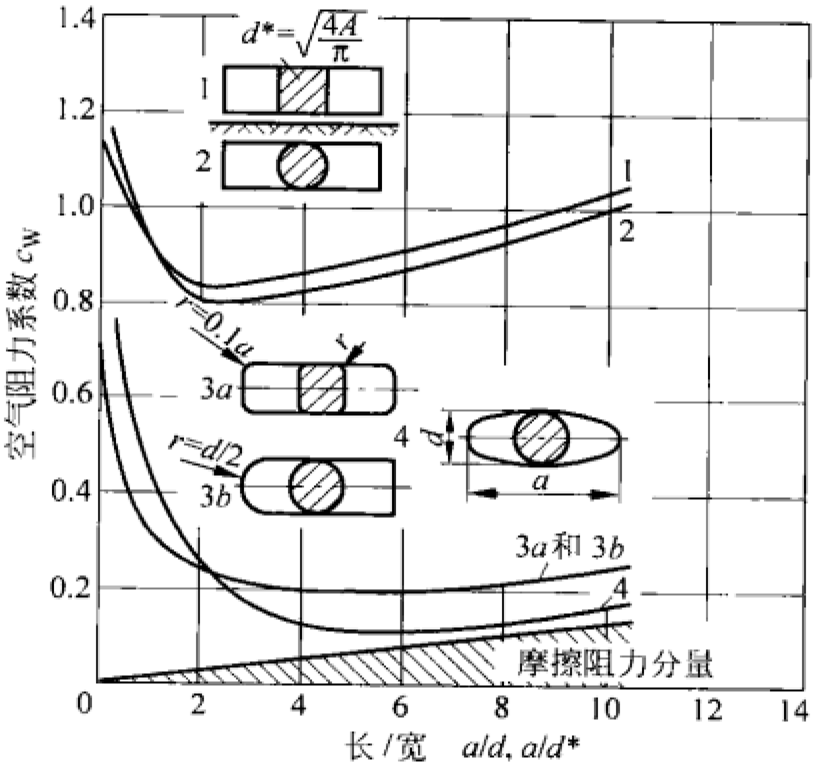


图 15.2 接近地面的各种形状物体的空气阻力系数 c_W 与其纵向尺寸-横截面尺寸比例的关系

（Barth，R.：Luftkräfte am Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik Heft 184，Düsseldorf：VDI 1966）

才是必须考虑的。

另外，从图 15.2 中我们还可以得出重要的结果：与没有圆角的物体（1 和 2）相比，端面有圆角的物体（物体 3 和 4）可使空气阻力系数大大降低。而具有流线型尾部的又可使阻力系数减小（4 与 3 比），但尾部要足够长。因为我们从其他研究中知道，这样气流可以在比较长的范围内紧贴在物体表面上。一方面物体 4 与 3b 的差别不大，另一方面物体 3b 与 2 的差别很大，我们由此可以得出结论：如果端部造型不好，一个好的尾部对 c_W 值的改善是不会显著的，因为气流在前部就已经脱离物体表面，因而流线型尾部就没有效果了。

我们再来讨论物体的圆角。人们会提出，到底圆角半径多大时，才能起到明显的作用。如图 15.3 所示，圆角使 c_W 值下降，那么人们一定会问，圆角半径应该多大才是有效的。按照图 15.3，比较小的圆角半径就已经使空气阻力明显下降；但随着圆角增大，效果越来越小。这就意味着，尖锐棱角必须避免；而另一方面，太大的圆角半径也不可取，其效果既有限，且车内空间也不好利用。图中还画出了大客车这类立方体型的测量结果。

在上述讨论之后，我们在图 15.4 上给出了各种汽车的 c_W 值。

1974 年生产的各种牌号轿车[37]，其 c_W 平均值为 0.453，标准差为 0.042 5，即在风洞中测试所得 c_W 值的全部数据中有 68％是在 0.411～0.495 之间。目前的轿车

[37] Hucho; Janssen; Schwartz: The Wind Tunnel's Ground Plane Boundary Layer -Its Interference with the Flow Underneath Cars. SAE-Paper 750 066.

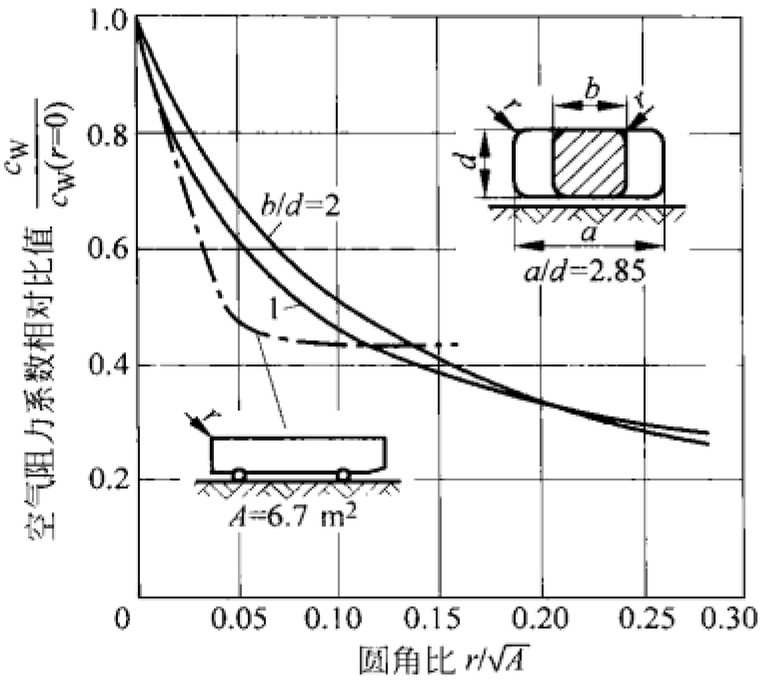


图 15.3 圆角比对空气阻力系数的影响

（Barth, R.: Windkanalmessungen an Fahrzeugmodellen und rechteckigen Körpern mit verschiedenem Seitenverhältnis bei unsymmetrischer Anströmung. Diss. Universität Stuttgart 1958 -- Hucho, H.-W.（Hrsg.）: Aerodynamik des Automobils. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994, S. 390）

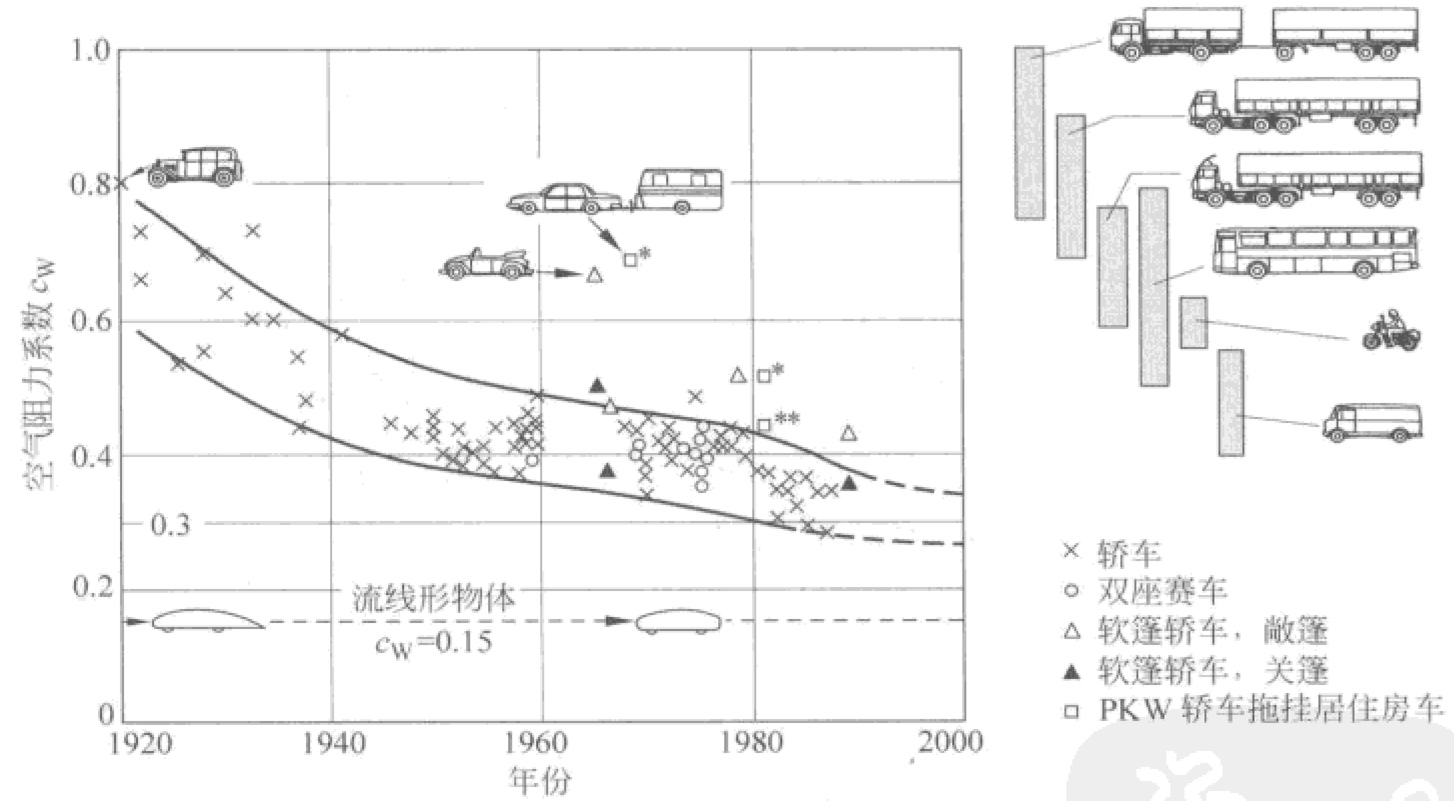


图 15.4 空气阻力系数的发展趋势

（Hucho, H.-W 等：Aerodynamik des Automobils. Würzburg: Vogel-Verlag 1981, S. 45, 190, 221; 366. —Hau, E.; Gilhaus, A.; Künstner, R.; Potthoff, J.: Automobil- Industrie 24(1979). —Hau, E.; Gilhaus, A.; Künstner, R.; Potthoff, J: Fortschr. Ber. VDI-Z. Reihe 12, Nr. 31, Düsseldorf: VDI-Verlag 1978. -Kokoschinski, H.: Motorrad (1978) H. 1.）

* c_W 值与迎风面积有关，** 有扰流罩的轿车

c_W 值可以达到 0.30 以下，这样可以有效降低燃油消耗和 CO_2 的排放量。从一系列

基础性研究工作可以知道，带轿车主体形状尺寸的物体，其 c_W 可以达到 0.15，当然这里没有考虑车辆工程的边界条件。[38]

由图 15.4 可见，与轿车相比，大客车、载货汽车列车和鞍式汽车列车的 c_W 值要大得多。只有旅行车，基于结构上容易实现，在设计时已充分注意到了空气动力学的观点，因而其 c_W 值接近轿车。采用导流板可以改善从驾驶室到集装箱（或货厢）的气流过渡，从而降低空气阻力。

由于挂车的迎风面积尺寸较大，轿车拖带宿营挂车后 c_W 值增加很多。在这种情况下轿车尾部的扰流罩可以有效降低两者总体的 c_W 值。

在第 15 节开始时提到的空气阻力系数 c_W 与流入角 τ_L 的关系从图 15.5 上可以看得很清楚。首先货车受到侧向风时，空气阻力大大增加了，这是因为它的底盘各部件之间空隙暴露在外，以及由驾驶室和鞍式半挂车之间的空间或汽车与全挂车之间的空间造成的。而轿车的车身是基本封闭的，所以受侧向风时，c_W 值增加不多。

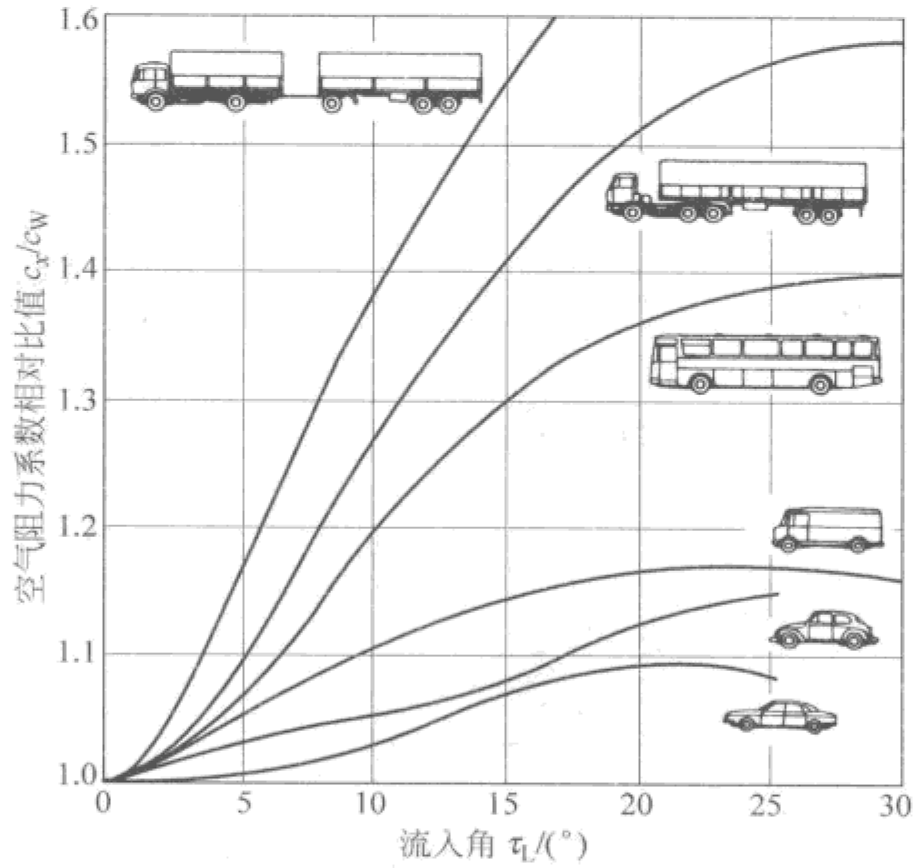


图 15.5 流入角对空气阻力系数的影响

（Hucho, W.-H. 等：Aerodynamik des Automobils. Würzburg Vogel-Verlag 1981, S. 367.-Barth, R.: Luftkräfte am Kraftfahrzeug, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik Heft 184, Düsseldorf: VDI 1966）

如果在车流中没有超车可能性，或者限定了最高车速，那么后面的车辆就在"风影"中行驶，空气阻力将有所降低。图 15.6 就给出了这种情况下赛车和载货汽车的例子。如果货车驾驶员在车速 80 km/h 时保持半个"里程车速表距离"的安全间隔，即 40 m，那么第二辆汽车的 c_W 值可以降低 20%左右，而第三辆汽车以及以后的各辆

---

[38] Hucho, H.-W. (Hrsg.): Aerodynamik des Automobils. Düsseldorf: VDI-Verlag 1994, S. 207.

汽车的 c_W 值可望降低约 30%。这里不一定要保持前后车辆轮迹重合，只要轮迹错开不超过半个车宽。对于前面行驶的货车，保持这个距离不会使空气阻力下降。通过"电控辕杆系统"可以使车辆保持较小的距离，系统可以使两个货车相关联。前车可以由驾驶员按习惯驾驶，即正常加速和制动。跟随车辆与前车保持一个与速度相关的、很小的距离。[39] 图 15.6(b)给出了两辆赛车的空气阻力下降情况。

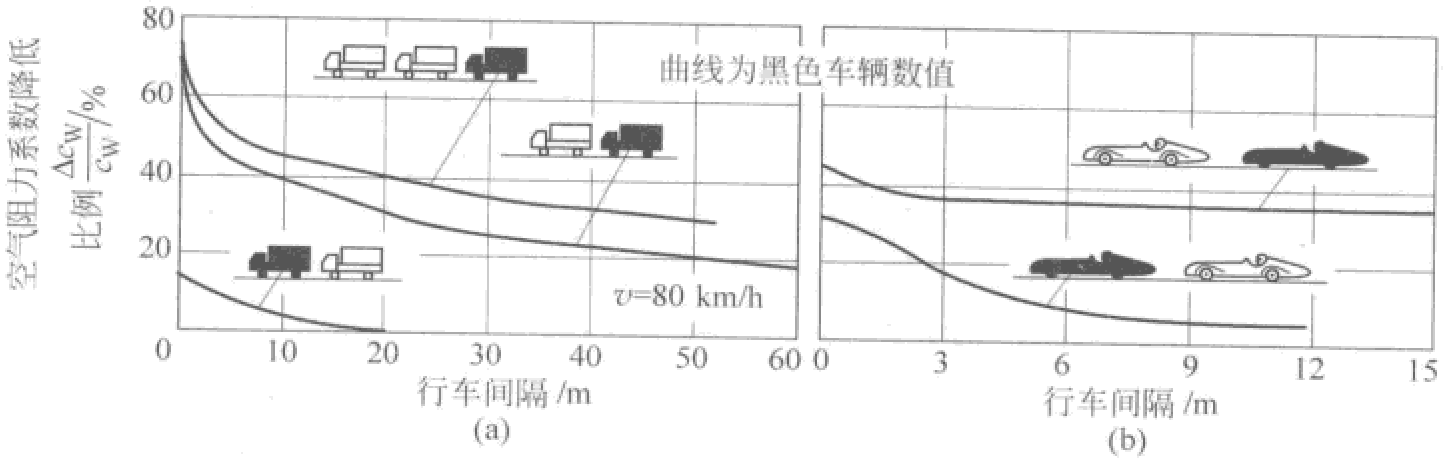


图 15.6 车辆间隔对空气阻力系数的影响

(a) 载货汽车；(b) 赛车(Hucho, W.-H. 等：Aerodynamik des Automobils. Würzburg：Vogel-Verlag 1981, S. 292. -Romberg, G. F.；Chianese, Jr.；Lajoie, R. G：SAE-Paper 710213)

16 空气升力，扰流罩

空气升力 F_{Lz} 和空气俯仰力矩 M_{Ly}(见式(14.3)和式(14.5))对于高速轿车来说，总是使得前轴和后轴的轴荷减小。这样将影响到汽车的行驶特性，这一点将在 36.1 节和第 140 节讨论。

在这里，用前轴和后轴的升力代替空气升力 F_{Lz} 和空气俯仰力矩 M_{Ly}，对于今后讨论是很有意义的。其前轴和后轴的升力从图 16.1 可以得到，即：

$$F_{LzV} = c_{zV} A \frac{\rho}{2} v_r^2 = \frac{1}{2}\left(F_{Lz} + \frac{M_{Ly}}{l}\right) \tag{16.1}$$

$$F_{LzH} = c_{zH} A \frac{\rho}{2} v_r^2 = \frac{1}{2}\left(F_{Lz} - \frac{M_{Ly}}{l}\right) \tag{16.2}$$

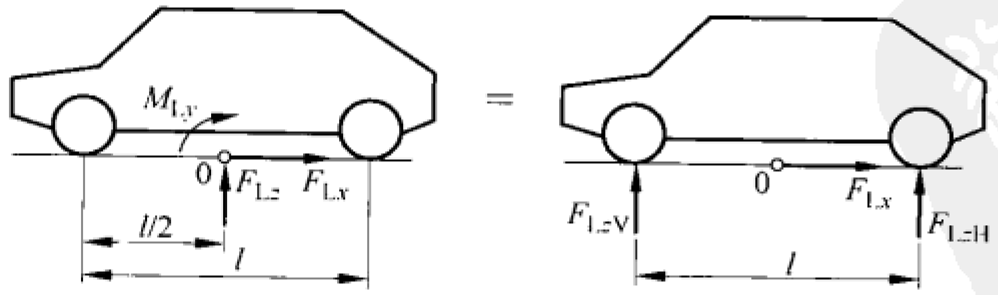


图 16.1 作用在车辆上的力和力矩产生的升力

---

[39] Backhaus, R.：Die elektronische Deichsel：Fahrerassistenzsystem für Lkw, ATZ 101 (1999) Heft 7/8, S. 572-573.

由图 16.2 可以看出，当空气流入角 $\tau_L=0$ 时，在气流静止、气流从前方流入和气流从后方流入三种情况下，前后轴升力系数 c_{zV} 和 c_{zH} 一般为正值。这就意味着对于高速行驶的车辆来说稳态轴荷总是在减小。并且前轴减小的幅度大于后轴。当 $\tau_L\neq0$ 时，即有侧向风时，空气升力增加的幅度更加显著。

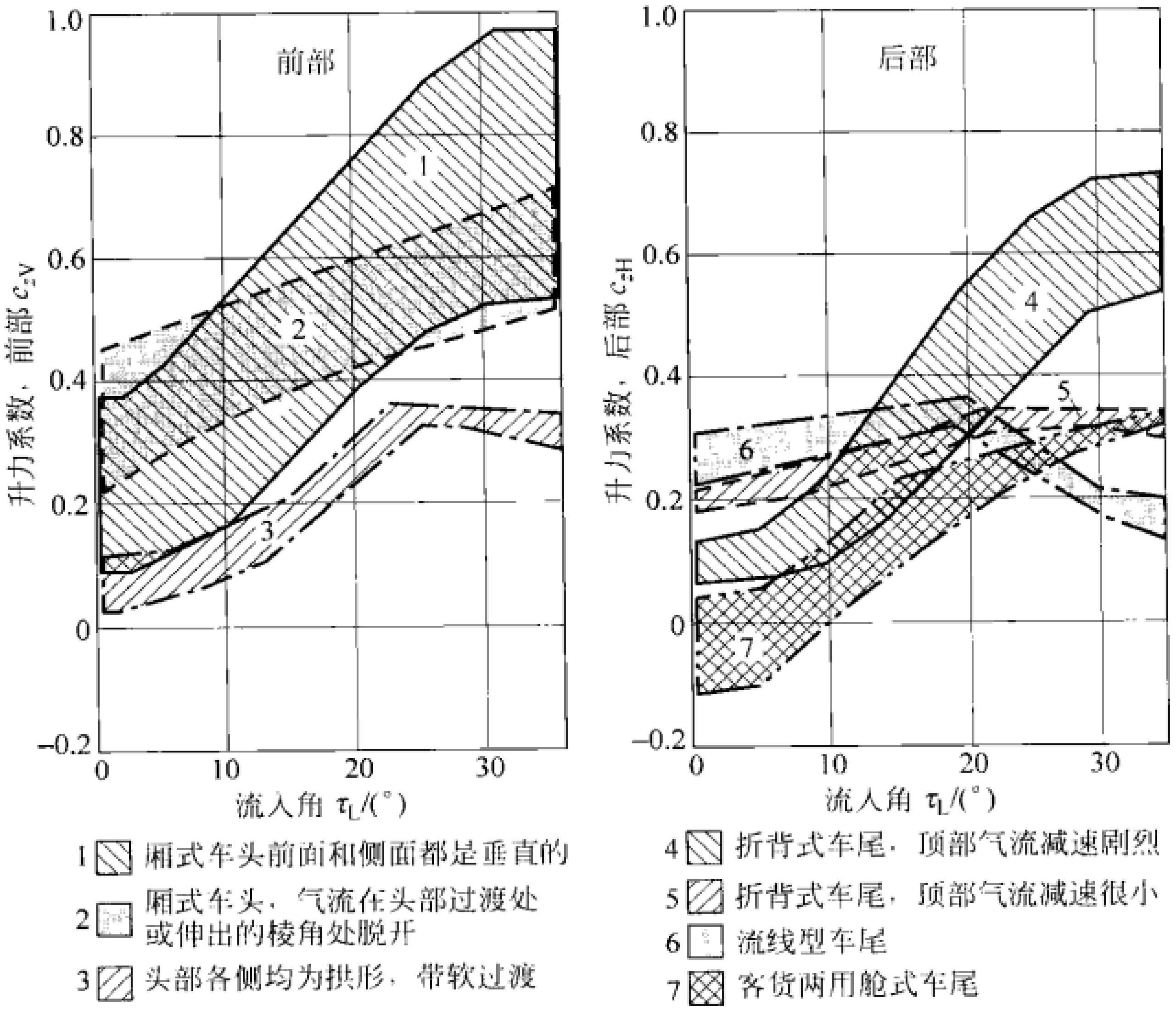


图 16.2 车辆前部和后部的造型对升力系数的影响

(Potthoff, J.: Luftwiderstand und Auftrieb moderner Kraftfahrzeuge, Road Vehicle Aerodynamics. Paper 12, London 1969)

由图 16.3 可以看出，一般情况下，在减小升力系数的同时，空气阻力系数将上升，就像图中的包络边界线描述的那样。

在图 16.4 中描述了前、后扰流罩对升力系数和空气阻力系数的影响程度。前扰流罩减小了车辆底部气流通过的面积，由此使得车速提高和负压增加，这样使得车辆前部升力有效降低，这一点在图 16.4(a)中可以清楚看到。作为安装在行李舱盖上后扰流罩的尾翼产生一个向下的压力，使得后轴的升力减小，甚至产生负升力，这一点在图 16.4(b)中可以清楚地看到。值得注意的是比较小的前扰流罩对后轴的升力系数几乎没有影响，比较小的尾翼对前轴的升力系数也几乎没有影响，但是它们都将使空气阻力系数 c_W 减小。

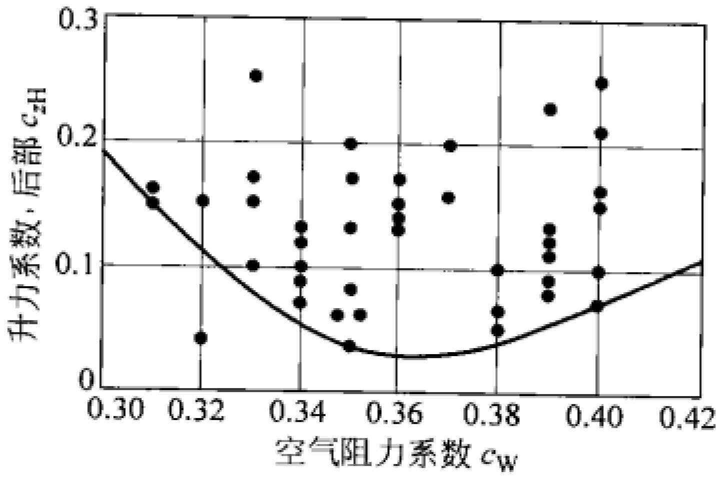


图 16.3 轿车后轴升力系数与空气阻力系数之间关系

(Schuster, H.; Hörn, R.: Der Corrado von Volkswagen- Teil 1, ATZ 91 (1989) Heft 6, S. 297-302)

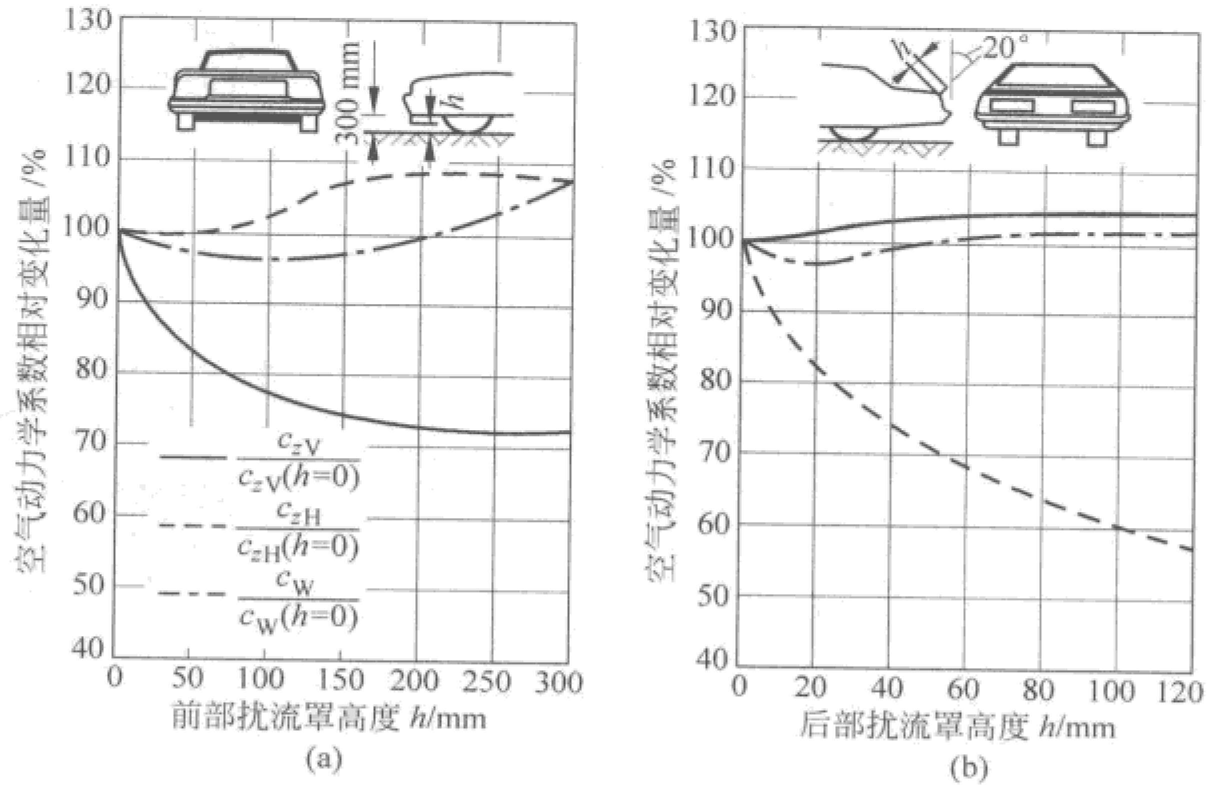


图 16.4 扰流罩高度对各轴升力系数以及空气阻力系数($\tau_L=0$)的影响

(Schenkel, F. K.: The Origins of Drag and Lift Reductions on Automobiles with Front and Rear Spoilers. SAE-Paper 770389,1977)

17 侧向风，压力中心

在图 14.1 中描述的空气侧向力 F_{Ly} 和空气横摆力矩 M_{Lz}(Luft giermoment)决定了在第 117 节讨论的汽车对侧向风的敏感程度。而空气侧倾力矩 M_{Lx} 可能围绕着几何轴心产生次要的影响。

在第 14 节中定义的空气阻力系数和空气力矩系数 c_y、c_{M_z} 和 c_{M_x} 根据图 17.1 与气流流入角 τ_L 相关。在 $\tau_L=0$ 时它们自然等于 0，这是由于在没有侧向气流时(同时要求汽车沿纵轴方向左右对称)不会有侧向力以及上述两个力矩的产生。

因为侧向的负荷可以由作用在一定点上的侧向力产生，所以力矩 F_{Lz} 理解为由侧向力 F_{Ly} 和距离 e_0 形成（见图 17.2(a)，(b)）。这个侧向力的作用点被称为压力中心 DP，这一点距中心点 O 的距离为：

$$e_0 = \frac{M_{Lz}}{F_{Ly}} = \frac{c_{M_z} l}{c_y} \tag{17.1}$$

在图 17.1 中给出的距离都是以前后轴的中点为基准的。对于轿车，人们已经发现在气流流入角比较小时，压力中心与前后轴中点的距离基本保持常数，而这个常数与汽车尾部形状有着直接的关系。对于尾部比较钝的汽车，这个距离比较小，由此也使得汽车对侧向风的敏感度降低。

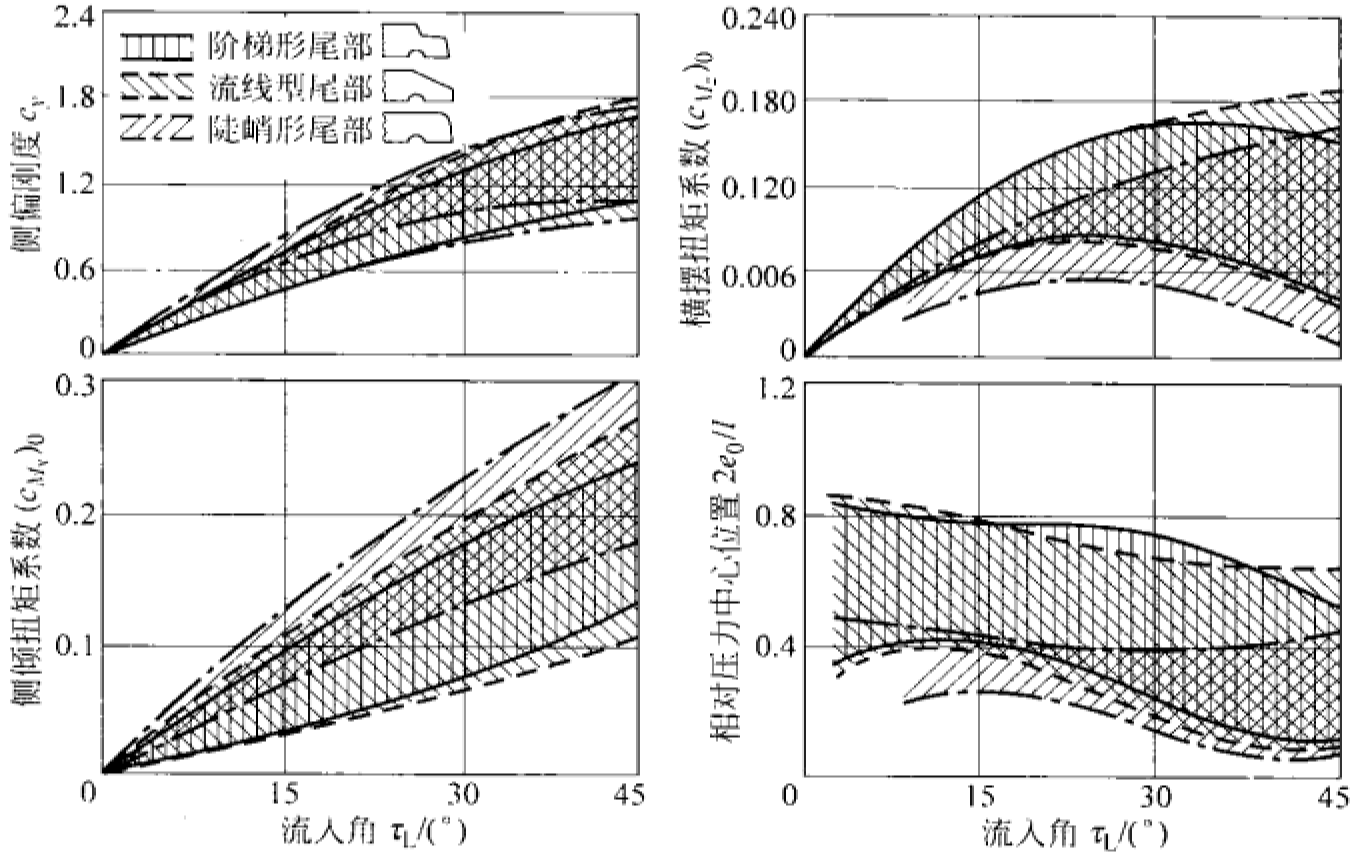


图 17.1 在轿车上气流流入角度对空气作用力系数、力矩系数 c_y、c_{Mz}、c_{Mx} 以及压力中心位置 $2e_0/l$ 的影响（大众公司风洞试验测量结果）

由图 17.2(c)可以看出，对于汽车动力学非常重要的质心 SP 与压力中心 DP 之间的距离可以用下式描述：

$$e_{SP} = e_0 - \left(\frac{l}{2} - l_y\right) \tag{17.2}$$

空气力的各系数随气流流入角上升情况在 $\tau_L \approx 20°$ 之内经常采用一条割线来描述，这样，在上述范围内可以描述为（见式(107.9)和式(107.10)）：

$$F_{Ly} = c_{ylin} A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tau_L = k_y v_r^2 \tau_L \tag{17.3}$$

这里线性化的空气侧向力系数为：

$$k_y = c_{ylin} A \frac{\rho}{2} \tag{17.4}$$

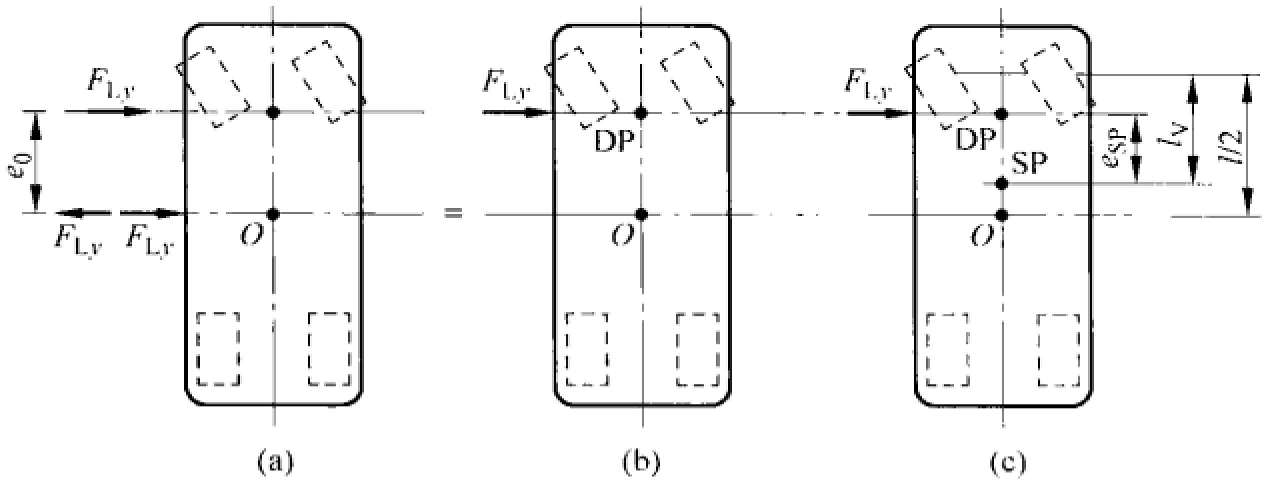


图 17.2 (a) 描述了侧向空气作用力 F_{Ly} 和对于坐标原点 O 产生的横摆力矩 M_{Lz}，横摆力矩为 $F_{Ly}e_0$；(b) 描述了由(a)产生的结果，这里表示侧向空气作用力 F_{Ly} 的作用点为压力中心 DP；(c) 描述了围绕汽车质心 SP 的侧向空气作用力 F_{Ly} 的作用情况

PDG

A篇

驱动和制动

根据第2节的分析，非常有必要将汽车的整体行驶特性划分成单个问题进行讨论。在A篇将讨论汽车直线行驶状态，即沿坐标的 x 轴方向，人们也经常称为纵向动力学。

首先概括地讨论一下“驱动”问题。在这里主要讨论以下几方面的问题：

- 汽车行驶阻力，以及保证汽车正常行驶需要的作用在车轮上的驱动力矩和功率(第III章)。
- 作为汽车驱动装置的理想动力特性应该是怎样的，实际的燃料发动机的动力特性是怎样的，如何通过特性转换器(例如：离合器和变速器)使得发动机的特性适应理想特性(第IV章)。
- 由上面提到的两点，并根据汽车的行驶阻力、所选驱动发动机的特性曲线确定汽车行驶时的功率和燃料消耗(第V章)。
- 汽车行驶的功率不仅需要通过驱动系统来确定，还受到汽车驱动轮的附着极限限制(第VI章)。

最后，在第VII章讨论“制动”问题。目标是使汽车达到尽量高的减速度和尽量短的制动距离。当然制动过程离不开驾驶员的操作。

PDG

III 行驶阻力，功率需要

了解和确定车辆行驶阻力是重要前提之一。由此才能决定驱动轮上所需力矩和功率，以及能量消耗水平。

研究行驶阻力的目的在于尽可能降低它。

18 驱动的基本方程，牵引力

图 18.1 上画出了许多种道路车辆：汽车，如轿车，货车，大客车（有自行能力，机械传动的；参看 DIN 70010）；摩托车，通常是两轴的；由汽车和挂车组成的列车，如轿车带宿营挂车，货车带三轴和多轴挂车；由鞍式牵引车和半挂车构成的鞍式列车。

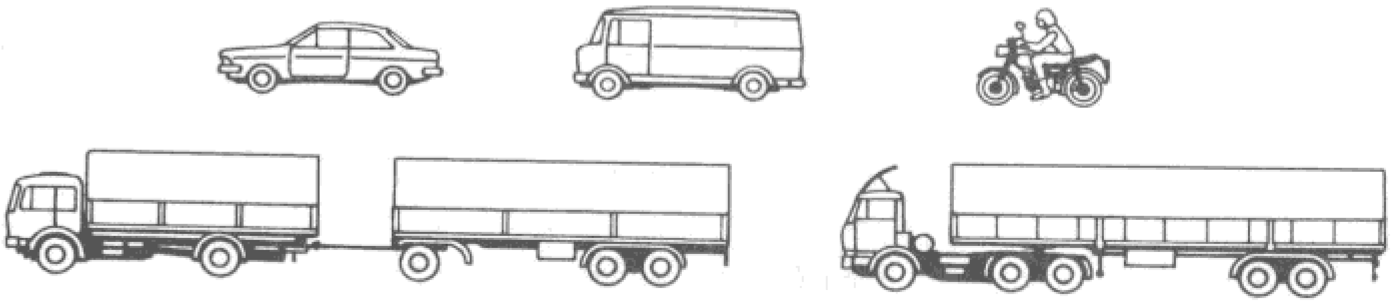


图 18.1 各种道路车辆

根据图 18.2 就可以建立驱动的基本方程，各车节之间的连接暂时无需考虑。而车辆必须分解为总的车身和单个车轮。节点处只画出了 x 方向的力；z 方向的力对于讨论阻力无关紧要，可以忽略。

如果忽略两个车节间的相对运动，根据工程力学的重心定理，汽车（注脚 1）和挂车（注脚 2）的车身运动方程为：

$$(m_1 + m_2)\ddot{x} = -F_{Lx} - (G_1 + G_2)\sin\alpha + \sum_{j=1}^{n} X_j \tag{18.1}$$

其中 G_1 和 G_2 是车节的车身重量，m_1 和 m_2 是它们的质量，α 是路面的纵向坡度角，$\sum X_j$ 是 n 车轴上的纵向力之和，F_L 是空气阻力。

由图 18.2(c)，按式(4.1)和式(4.3)，对第 j 个车轴可列出方程

$$m_{Rj}\ddot{x}_{Rj} = -X_j + F_{xj} - G_{Rj}\sin\alpha \tag{18.2}$$

$$J_{Rj}\ddot{\varphi}_{Rj} = M_{Rj} - F_{xj}r_j - F_{zj}e_j \tag{18.3}$$

G_{Rj} 是该车轴上所有车轮的重量，m_{Rj} 是它们的质量，J_{Rj} 是绕车轴的车轮转动惯量之和，F_{xj} 是在轮

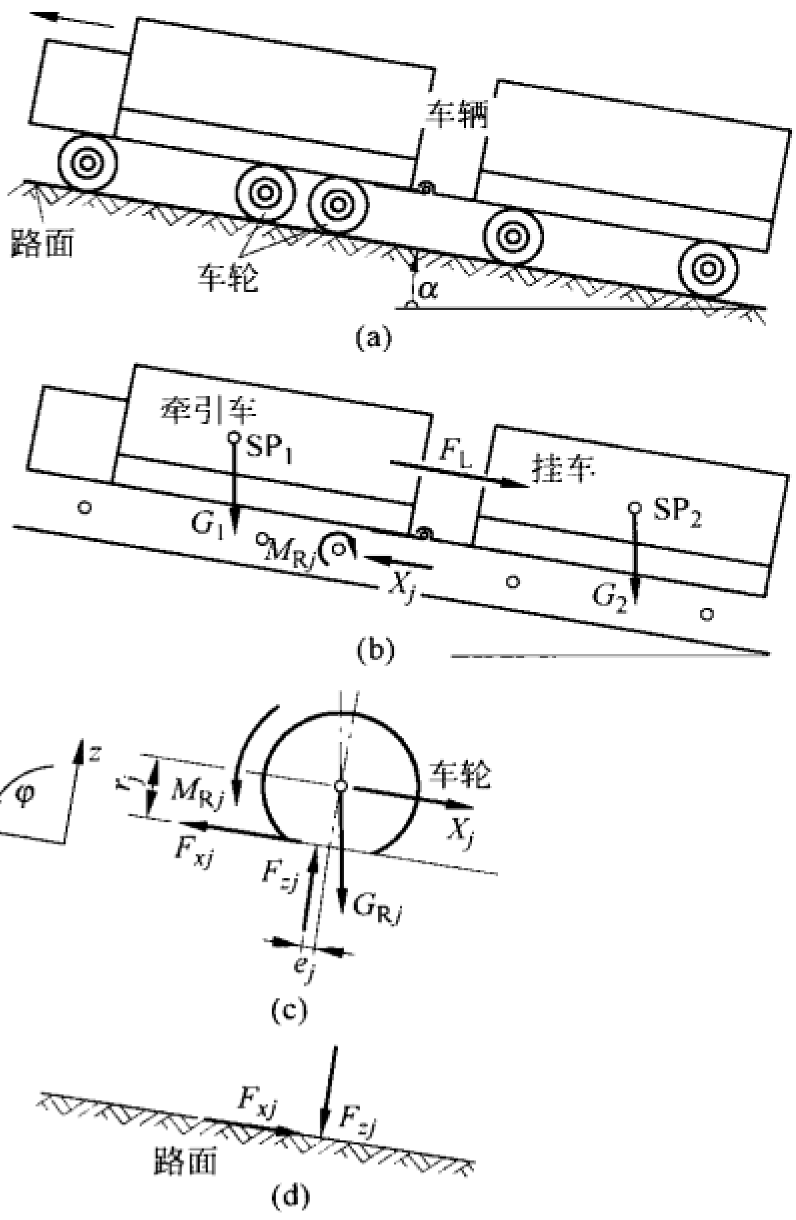


图 18.2

(a) 车辆，车轮和路面；(b) 车身上的力和力矩；

(c) 车轮上的力和力矩；(d) 路面上的力

胎印迹上作用的切向力之和，F_{zj} 是轴荷，M_{Rj} 是第 j 个车轴上的驱动力矩。

如果假设车轴的平移加速度 $\ddot{x}_{Rj}$ 和车身的加速度 $\ddot{x}$ 相等，由式(18.1)到式(18.3)在消去力 X_j 和 F_{xj} 以后就得到方程

$$\left(m_1 + m_2 + \sum_{j=1}^{n} m_{Rj}\right)\ddot{x} + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j}\ddot{\varphi}_{Rj}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} \frac{M_{Rj}}{r_j} - \left(G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^{n} G_{Rj}\right)\sin\alpha - F_{Lx} - \sum_{j=1}^{n} F_{zj}\frac{e_j}{r_j}$$

引进总质量和总重量(力)

$$m_1 + m_2 + \sum_{j=1}^{n} m_{Rj} = m$$

$$G_1 + G_2 + \sum_{j=1}^{n} G_{Rj} = G = mg$$

并按式(5.7)把车轮角加速度转化为平移加速度 $\ddot{x}$，即得到

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{M_{Rj}}{r_j} = \left(m + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j R_j}\right)\ddot{x} + G\sin\alpha + F_{Lx} + \sum_{j=1}^{n} F_{zj}\frac{e_j}{r_j} \tag{18.4}$$

右边是由 4 项阻力组成，我们称之为

滚动阻力 $$F_R = \sum_{j=1}^{n} F_{zj} \frac{e_j}{r_j} \tag{18.5}$$

空气阻力 $$F_{Lx} \tag{18.6}$$

上坡阻力 $$F_{St} = G\sin\alpha \tag{18.7}$$

加速阻力 $$F_B = \left(m + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j R_j}\right)\ddot{x} \tag{18.8}$$

式(18.4)的左边是驱动力矩之和被相应的静态轮胎半径除（按其量纲来说，是一个力），我们称为牵引力，记为

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \frac{M_{Rj}}{r_j} \tag{18.9}$$

这里可能混淆，因为人们也许会把牵引力误解为牵引钩上的力（汽车拖带挂车的力）。而这里不是指牵引钩上的拖带力，这个力在第 VI 章称为牵引杆力（或辕杆力）。

由式(18.4)到式(18.9)，我们得到驱动的基本方程

$$Z = F_R + F_{Lx} + F_{St} + F_B \tag{18.10}$$

牵引力必须克服这些阻力。

车轮力矩之和 $\sum_{j=1}^{n} M_{Rj}$ 的含义可以用一个单轴驱动的双轴($n=2$)轿车的例子来说明。在驱动时，对于驱动轴 $M_{R1}>0$，对从动轴 $M_{R2}=0$（由于存在轴承摩擦，确切地说 $M_{R2}<0$，但按 4.3 节的叙述，这一摩擦允许忽略）。如果轿车通过发动机和传动系统制动，则有 $M_{R1}<0$，$M_{R2}=0$。如果轿车通过所有车轮上作用的制动器制动，那么 $M_{R1}<0$，$M_{R2}<0$。

下面将逐一讨论各个阻力。但是，空气阻力 F_{Lx} 已在第 15 节进行了讨论。

19 车辆的车轮阻力

由 4.5 节可知，一个单个车轮在干燥路面上直线行驶的车轮阻力实际上等于滚动阻力。如果按式(18.5)将式(4.3a)的 $\frac{e_j}{r_j}$ 代之以 f_{Rj} 考虑到式(5.1)的简化，则整车的滚动阻力

$$F_R = \sum_{j=1}^{n} f_{Rj} F_{zj} \tag{19.1}$$

还常常进一步假定，所有车轮（尽管比如各个车轮胎压不同）的滚动阻力系数相等，又因为所有车轮轮荷 F_{zj} 之和等于车重 G，如果车辆行驶在角度为 α 的坡道上，则轮荷之和等于 $G\cos\alpha$（参看图 18.2），这样，式(19.1)可改写为

$$F_R = f_R \sum_{j=1}^{n} F_{zj} = f_R G\cos\alpha$$

因为道路上的坡度角 α 不是很大，整车滚动阻力因而近似于整车车轮阻力

$$F_R = f_R G \tag{19.2}$$

在车速很高时，必须考虑空气升力 F_{Lz}（见第 16 节）的影响，这时式(19.2)变为：

$$F_R = f_R(G - F_{Lz}) \tag{19.3}$$

20 上坡阻力

在式(18.4)中的 $G\sin\alpha$ 项用以表示上坡阻力

$$F_{St} = G\sin\alpha \tag{20.1}$$

参看式(18.7)。如果我们用 $\tan\alpha$ 以及等价的值 P 来取代 $\sin\alpha$，那么上述表达式就更为直观了。这里 p 是坡度，即

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha = p \tag{20.2}$$

用 $\tan\alpha$ 取代 $\sin\alpha$，在 α 小于 17°，所带来的误差不会超过 5%。这对应的坡度 $p=0.30=30\%$。就硬路面，即道路上的上坡阻力计算来讲，这样做是完全允许的。而在越野行驶时，可能遇到比较大的坡度，那时必须采用式(20.1)所表示的精确表达式。

下面的表 20.1 给出了一些坡度值。道路坡度以百分数给出。

表 20.1 道路的坡度

设计车速/(km/h)	建成的公路 p_{max}/100%	
	在施工区之外	在与施工区连接区和施工区之内
50	9.0	12.0
60	8.0	10.0
70	7.0	8.0
80	6.0	7.0
90	5.0	6.0
100	4.5	5.0
120	4.0	—

1. 出自“Richtlinien für die Anlage von Straßen, Teil: Linienführung, RAS-L”der Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen 1995(gilt für Neu-, Um- und Ausbau von Straßen)
2. 在欧洲的阿尔卑斯山地区的道路上最大坡度大约为 30%。

比如，一个 8%的坡度，$p=0.08$，即在 100 m 的水平方向长度上上升 8 m，而上坡阻力 F_{St} 是车重 G 的 8%。

由上述两式，可列出

$$F_{St} = Gp \tag{20.3}$$

21 加速阻力

为使车辆加速，按式(18.8)，必须克服“加速阻力”

$$F_B = \left(m + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j R_j}\right)\ddot{x} \tag{21.1}$$

它包括质量 $m=G/g$ 的平移加速度和转动部分 $\sum_{j=1}^{n} J_{Rj}/r_j R_j$ 的旋转加速度。m 是比较容易确定的，而估计转动质量的数值是比较困难的。这一点我们用图 21.1 上画的一辆由内燃机和传动系驱动后轴的双轴汽车的例子来加以说明。

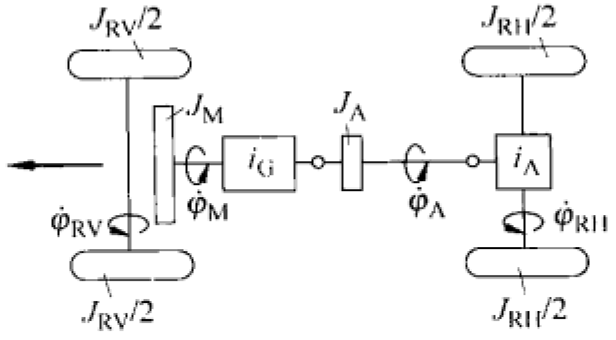


图 21.1 加速阻力必须考虑的转动质量

总的转动质量的加速力矩是 $J_{R1}\ddot{\varphi}_{R1}+J_{R2}\ddot{\varphi}_{R2}$，其中注脚 1 指前轴，注脚 2 指后轴。对于非驱动的前轴，其转动惯量 $J_{R1}=J_{RV}$ 是由两个轮胎、车轮轮毂和制动器的转动惯量组成，这些部件都以相同的角速度旋转 $\dot{\varphi}_{R1}=\dot{\varphi}_{RV}$。后轴转动惯量 J_{R2} 与此不同，不仅包括以角速度 $\dot{\varphi}_{RH}$ 旋转的轮胎、轮毂、制动器和半轴的转动惯量 J_{RH}，而且也包括分别以角速度 $\dot{\varphi}_A$ 和 $\dot{\varphi}_M$ 旋转的传动部分 J_A 和发动机 J_M。我们现在把各部分折算到一个角速度。适当地折算到后轮角速度 $\dot{\varphi}_{RH}$ 上。

为进行换算，关键是考虑储存能量的变化。能量表达式为

$$E=\frac{1}{2}J_{R2}\dot{\varphi}_{R2}^2=\frac{1}{2}J_{R2}\dot{\varphi}_{RH}^2=\frac{1}{2}(J_{RH}\dot{\varphi}_{RH}^2+J_A\dot{\varphi}_A^2+J_M\dot{\varphi}_M^2) \tag{21.2}$$

引进主减速器输入和输出端之间的传动比 i_A 即可得：

$$\dot{\varphi}_A=i_A\dot{\varphi}_{RH} \tag{21.3}$$

而通过变矩装置输入和输出端之间的传动比 i_G 可得(比如机械式变速器或自动变速器)：

$$\dot{\varphi}_M=i_G\dot{\varphi}_A=i_G i_A\dot{\varphi}_{RH} \tag{21.4}$$

按式(21.2)其能量为

$$E=\frac{1}{2}J_{R2}\dot{\varphi}_{RH}^2=\frac{1}{2}\dot{\varphi}_{RH}^2(J_{RH}+J_A i_A^2+J_M i_A^2 i_G^2)$$

如果采用无级变速器，当 i_G 连续变化时，能量的变化为

$$\frac{dE}{dt}=J_{R2}\dot{\varphi}_{RH}\ddot{\varphi}_{RH}=\dot{\varphi}_{RH}\ddot{\varphi}_{RH}(J_{RH}+J_A i_A^2+J_M i_A^2 i_G^2)+J_M i_A^2 i_G\frac{di_G}{dt}\dot{\varphi}_{RH}^2$$

所求的折算转动惯量为

$$J_{R2}=J_{RH}+J_A i_A^2+J_M i_A^2\left(i_G^2+i_G\frac{di_G}{dt}\frac{\dot{\varphi}_{RH}}{\ddot{\varphi}_{RH}}\right) \tag{21.5}$$

为了说明这一表达式的应用，我们考虑两个特殊情况：

1. 有级变速器(参看 26.6 节)。以某一挡行驶时，$i_G=\text{const}$，$\frac{di_G}{dt}=0$，由式(21.5)得到

$$J_{R2} = J_{RH} + J_A i_A^2 + J_M i_A^2 i_G^2 \tag{21.6}$$

如果取轿车主减速比 $i_A=4$，选用 1 挡，比如 $i_G=4$，那么 J_A 看来似乎增大到 16 倍，而 J_M 增大到 256 倍。

2. 液力变矩器（参看 26.8 节）。加速过程开始，发动机转速 $\dot{\varphi}_M=\text{const}$，即发动机的旋转部分是不随之加速的，也就是说折算转动惯量 J_{R2} 应该比有级式变速器情况下为小。这一点也可以由下面计算得出：

$$\dot{\varphi}_M = i_G \dot{\varphi}_A \rightarrow \frac{d\dot{\varphi}_M}{dt} = 0 = i_G \ddot{\varphi}_A + \frac{di_G}{dt}\dot{\varphi}_A$$

$$\frac{\dot{\varphi}_A}{\ddot{\varphi}_A} = -\frac{i_G}{di_G/dt} = \dot{\varphi}_{RH}/\ddot{\varphi}_{RH}$$

代入式(21.5)，即得

$$J_{R2} = J_{RH} + J_A i_A^2 \tag{21.7}$$

因为图 21.1 所示的后轴驱动车辆 $J_{R1}=J_{RV}$，所以 J_{R2} 确定后即可列出

$$\sum_{j=1}^{2} \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} = \frac{J_{RV}}{r_V R_V} + \frac{J_{RH} + i_A^2 J_A + i_A^2 J_M \left(i_G^2 + i_G \dfrac{di_G}{dt} \dfrac{\dot{\varphi}_{RH}}{\ddot{\varphi}_{RH}} \right)}{r_H R_H} \tag{21.8}$$

如果是前轴驱动，必须把注脚 V 和 H 互换；对于全轮驱动，要把驱动装置的转动惯量相应地分配折算到前后轮上。

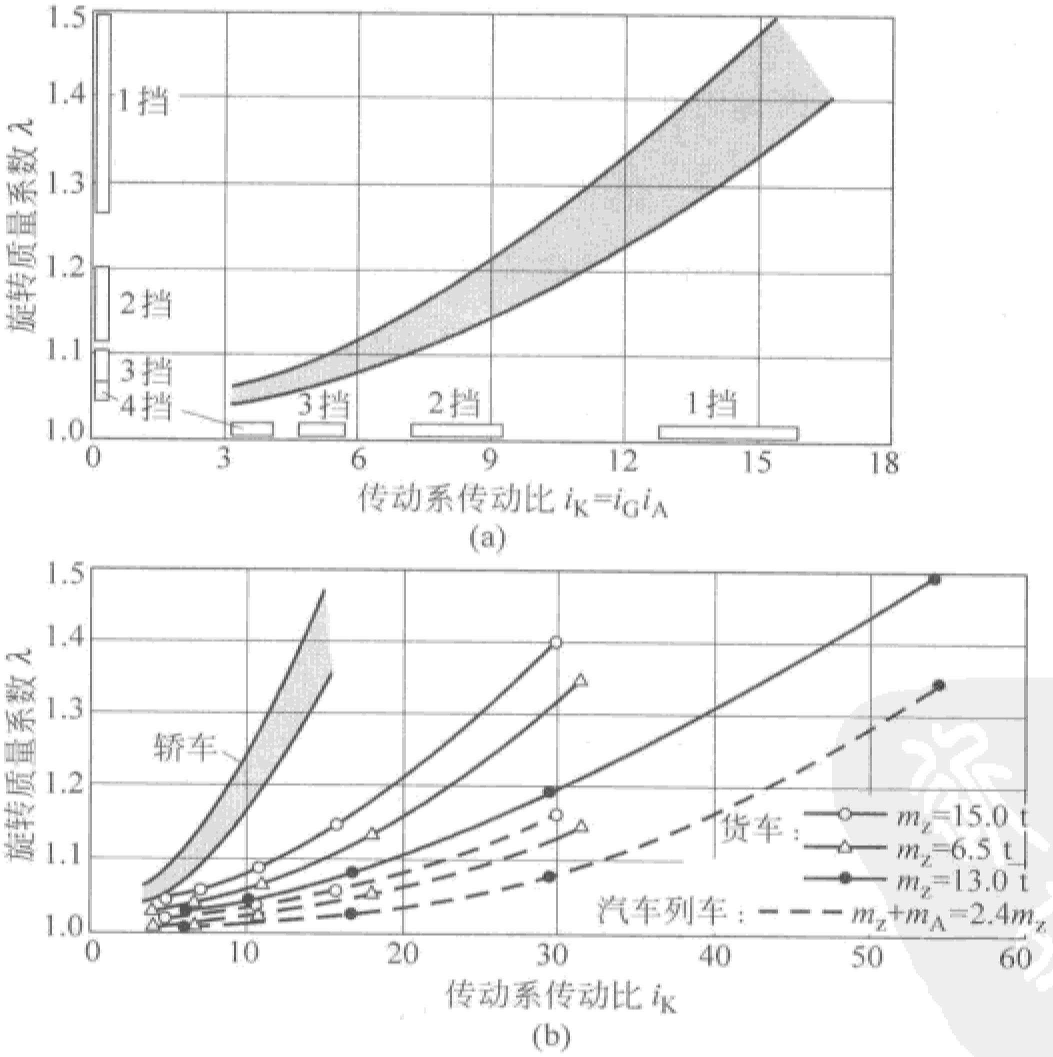


图 21.2 (a) 轿车传动系统传动比与旋转质量系数的分布范围；(b) 轿车与货车旋转质量系数的比较

按式(21.1)加速阻力的总和通常简化为

$$F_B = \lambda m\ddot{x} = \lambda G \frac{\ddot{x}}{g} \tag{21.9}$$

式中 λ 为**旋转质量系数**。它由式(21.1)和式(21.9)给出

$$\lambda = 1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j R_j} \Big/ m \tag{21.10}$$

经常取 $r_j \approx R_j$，这是由于忽略了车轮的滑移率。则上述等式可简化为：

$$\lambda \approx 1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{r_j^2} \Big/ m \approx 1 + \sum_{j=1}^{n} \frac{J_{Rj}}{R_j^2} \Big/ m$$

为便于估计 λ 值，在图 21.2 中汇总了有关车辆的 λ 值。

22 驱动轮上的总的阻力和力矩

根据式(18.10)，

$$Z = F_R + F_{L,x} + F_{St} + F_B \tag{22.1}$$

如果把式(19.2)、式(14.1)、式(20.3)和式(21.9)所表示的各项阻力代入，即可把上式写成

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \frac{M_{Rj}}{r_j} = f_R G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 + G\left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) \tag{22.2}$$

这是车辆技术中最重要的算式之一。由上式可以求出为克服阻力在车轮上所需施加的力矩。

在平路上($p=0$)匀速行驶时($\ddot{x}=0$)，滚动阻力和空气阻力 $F_R + F_{L,x}$ 总是存在的(参看图 22.1，常假设无风状态，即 $v_r = v$ 和 $c_x = c_W$)，因而牵引力必须是正的。在上坡和加速行驶时，即 $p + \lambda\ddot{x}/g > 0$，又加上了上坡和加速阻力 $F_{St} + F_B$，这时所需牵引力增加了，即需要较高的驱动力矩。如果车辆下坡行驶或者制动过程，即 $p + \lambda\ddot{x}/g < 0$ 时，牵引力一般为负值，也就是说需要制动力矩。

单轴驱动时，只有在驱动轴上作用有一个力矩 $M_{R1} = M_R$，而在非驱动轴上，如果忽略轴承摩擦，则 $M_{R2} = M_{R3} = \cdots = 0$。式(22.2)可简化为

$$Z = \frac{M_R}{r} = f_R G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 + G\left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) \tag{22.2a}$$

我们把与重量有关的阻力项合并，而把与重量无关的空气阻力分开，这样式(22.2)可写为

$$Z = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) G + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{22.3}$$

忽略速度对滚动阻力系数的影响，那么重量有关项同时也是与车速无关项。

式(22.3)用无因次方式列出为

$$\frac{Z}{G} = f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g} + \frac{c_x A}{G} \frac{\rho}{2} v_r^2 \tag{22.4}$$

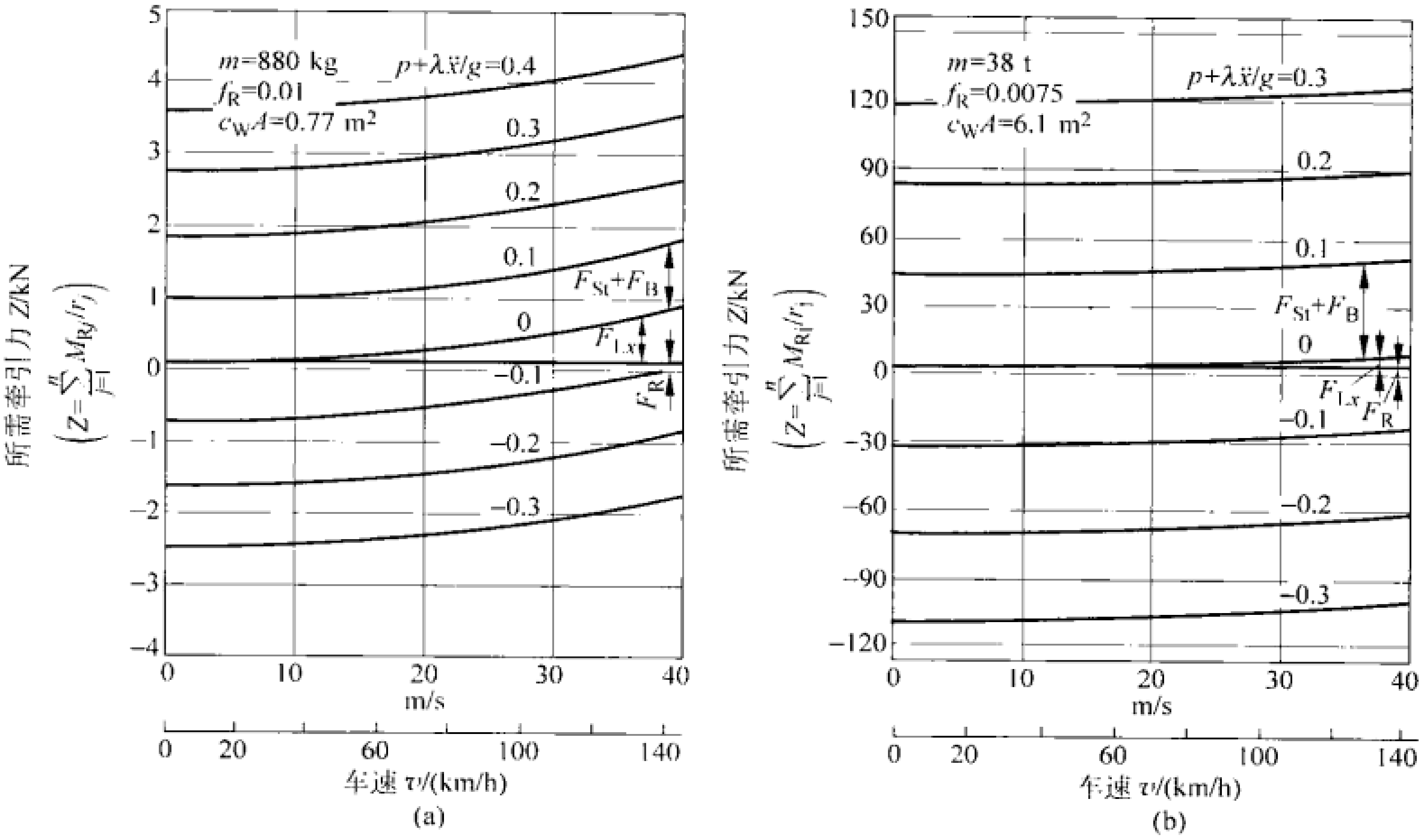


图 22.1 为克服行驶阻力所需的牵引力与行驶车速的关系($v_W=0$)

(a) 轿车；(b) 汽车列车

由图 22.1 得到，对于轿车 $c_W A/G=8.75\times10^{-2}\ \mathrm{m^2/kN}$，对于载货汽车列车为 1.61×10^{-2}。也就是说，轿车空气阻力相对较大，载货汽车列车相对较小。或者换一种描述，轿车单位重量的阻力相对较大，载货汽车列车相对较小。

对于不同重量的轿车，图 14.4 中给出了 $A/G=A/mg$ 的比例关系。

23 驱动轮上的功率

全部车轮上的功率 P_R 是力矩 M_{Rj} 与相应的车轮角速度 $\dot{\varphi}_{Rj}$ 乘积之和，即，

$$P_R=\sum_{j=1}^{n} M_{Rj}\dot{\varphi}_{Rj} \tag{23.1}$$

如果按式(5.7)用平移速度 v 取代角速度，并且用 r_j 来扩展式(23.1)，则

$$P_R=\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{M_{Rj}}{r_j}\frac{r_j}{R_j}\right)v \tag{23.2}$$

单轴驱动时，上述算式可按式(22.2a)来化简：

$$P_R=\frac{M_R}{r}\frac{r}{R}v=Z\frac{r}{R}v \tag{23.2a}$$

这里已足够精确地认为驱动轴上所有轮胎(轿车是两个，大型货车是 4 个)的 r/R 是相等的。

功率与重量之比，被称为“比功率”，见第 29 节。

23.1 忽略滑移率情况下的车轮功率

如果假定 $r/R\approx1$，即实质上是忽略了驱动滑移率（参看第 5 节），则式(23.2)和式(23.2a)可简化为

$$P_R \approx Zv \tag{23.3}$$

或考虑到式(18.10)，有

$$P_R \approx F_R v + F_{Lx} v + F_{St} v + F_B v \tag{23.4}$$

式中，$F_R v$ 为滚动阻力功率，$F_{Lx} v$ 为空气阻力功率，$F_{St} v$ 为上坡阻力功率，$F_B v$ 为加速阻力功率。

在引进各项阻力后，式(23.4)可改写为：

$$P_R \approx f_R G v + c_x A \frac{\rho}{2} v_r^2 v + G\left(p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) v \tag{23.5}$$

无风情况下，并重新排列后得：

$$P_R = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) G v + c_W A \frac{\rho}{2} v^3 \tag{23.6}$$

随着车速上升，滚动阻力功率、上坡阻力功率和加速阻力功率成线性增加[1]，而空气阻力功率则成三次方关系增加。

图 23.1 表示车轮功率 P_R 与速度 v 的关系，这个图是由图 22.1 改画的。

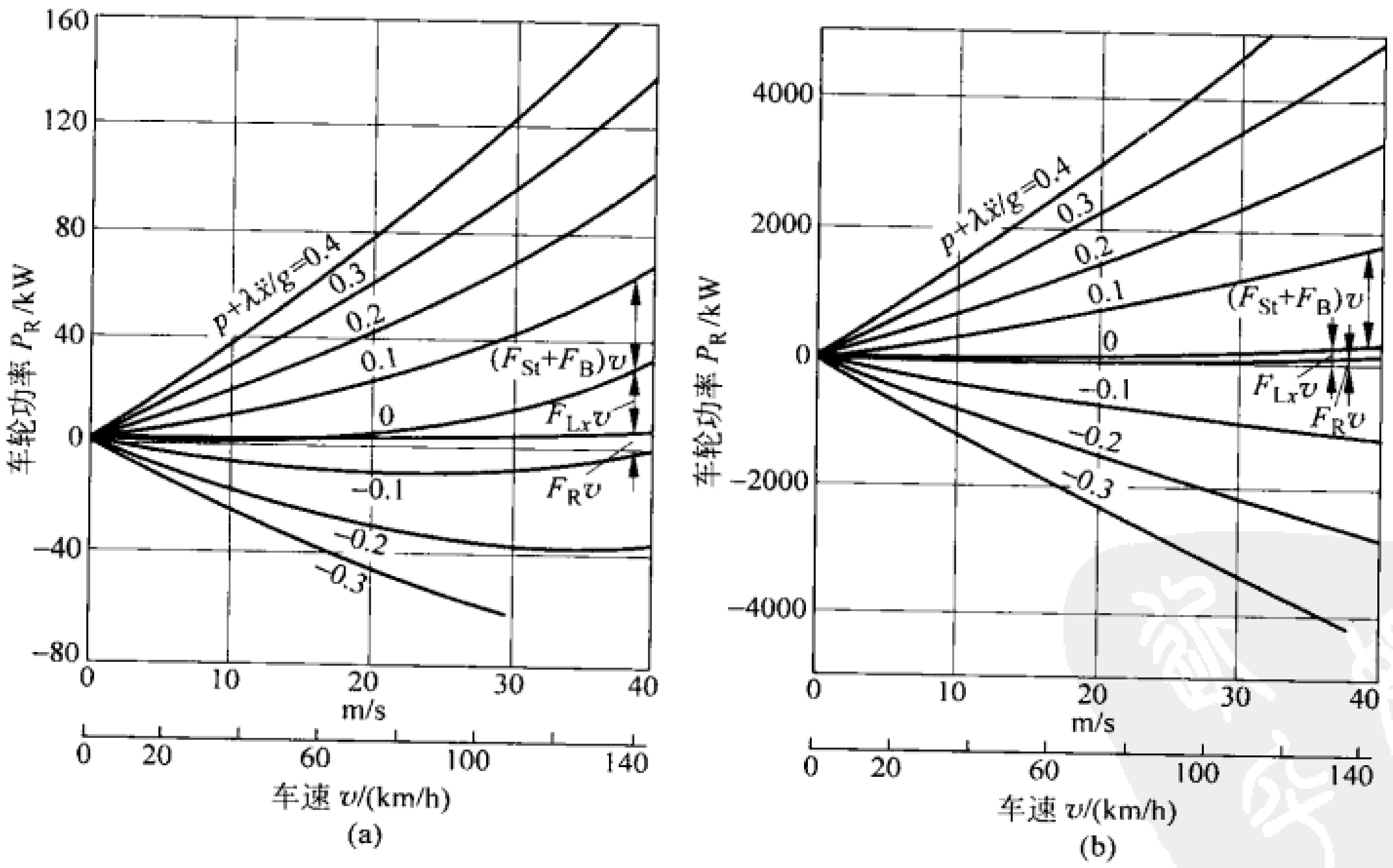


图 23.1 车轮功率和行驶速度的关系

(a) 轿车（忽略的影响因素见 23.1 节开始）；(b) 货车（车辆参数见图 22.1）

[1] 当车速对滚动阻力系数 f_R 的影响忽略不计时，滚动阻力功率随车速线性变化。

23.2 考虑滑移率时的车轮功率

由式(5.9b)$R=R_0(1-S)$，其中 S 为滑移率，R_0 为动力半径。把它代入单轴驱动车辆的例子(式(23.2a))中，得：

$$P_R=\frac{r}{R_0}\frac{1}{1-S}Zv=\frac{r}{R_0}\frac{1}{1-S}(F_R+F_{Lx}+F_{St}+F_B)v \tag{23.7}$$

一般，式(23.4)和式(23.7)之间的差别不很大，因而常常可以忽略。但在特殊情况下，情况就不一样了，例如车辆行驶在结冰的山坡道路上，车轮空转($S=1$)，而车速 $v=0$。按近似式(23.4)有 $P_R=0$，但实际还是需要一个功率 P_R 的。因为在式(23.7)中 $v/(1-S)=0/0\neq0$。

还需要指出的是，对于滚动阻力存在不同的测量方式和定义形式。滚动阻力有两种方式可以测量和定义。本书中采用了在车轮上无力矩作用时的式(4.3)作为定义形式，并采用了图 5.3 上表示的是直接测量力的方法。在力矩作用下的改变参见式(5.1)。另一种形式是通过滚动阻力功率来定义的。[2]

23.3 常用换算

表 23.1 给出在 kg、m 和 s 为基本单位的国际单位制与过去用 kp 和 PS 的单位之间的换算以及一些常用的单位折算式。

表 23.1 单位换算

速度	$\frac{v}{\mathrm{km/h}}=3.6\frac{v}{\mathrm{m/s}}$
力	$1\ \mathrm{N}=1\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s^2}$ $1\ \mathrm{kp}=1\ \mathrm{kg}\cdot 9.81\ \mathrm{m/s^2}=9.81\ \mathrm{N}\approx10\ \mathrm{N}$
功率-牵引力-速度	$1\ \mathrm{W}=1\ \mathrm{N}\cdot\mathrm{m/s}=1\ \mathrm{J/s}$ $\frac{P}{\mathrm{kW}}=\frac{Z}{\mathrm{kN}}\frac{v}{\mathrm{m/s}}=\frac{1}{3.6}\frac{Z}{\mathrm{kN}}\frac{v}{\mathrm{km/h}}$ $\frac{P}{\mathrm{kW}}=0.736\frac{P}{\mathrm{PS}}$ $\frac{P}{\mathrm{PS}}=\frac{1}{270}\frac{Z}{\mathrm{kp}}\frac{v}{\mathrm{km/h}}$

[2] Schuring, D. J.: The Rolling Loss of Pneumatic Tires, Rubber Chemistry and Technology 53(1980) No. 3; Schuring D. J.: The Energy Loss of Tires on Twin Rolls, Drum, and Flat Roadway—A Uniform Approach. SAE-Paper 770875; Slibar, A.; Desoyer, K.: Bewegungsgleichungen und Ersatzmodelle des Kraftfahrzeuges in ihrer Beziehung zu den Meßergebnissen des Rolltrommelversuchs, ATZ 68(1966) Heft 1, S. 13-20.

续表

角速度-转速	$\frac{\dot{\varphi}}{\text{rad/s}}=2\pi\frac{n}{\text{r/s}}=\frac{2\pi}{60}\frac{n}{\text{r/min}}$ $=\frac{1}{9.55}\frac{n}{\text{r/min}}\approx\frac{1}{10}\frac{n}{\text{r/min}}$
功率-扭矩-转速	$\frac{P}{\text{kW}}=2\pi\frac{M}{\text{kN}\cdot\text{m}}\frac{n}{\text{r/s}}=\frac{1}{9.55}\frac{M}{\text{kN}\cdot\text{m}}\frac{n}{\text{r/min}}$ $\approx\frac{1}{10}\frac{M}{\text{kN}\cdot\text{m}}\frac{n}{\text{r/min}}$ $\frac{P}{\text{PS}}=\frac{1}{716.2}\frac{M}{\text{mkp}}\frac{n}{\text{r/min}}$

PDG

IV 功率的提供，汽车驱动特性场

在第 III 章里，讨论了阻力以及因而在车轮上所需要的力矩和功率的问题，我们简称为力矩和功率需求。现在来考虑驱动系统所能提供的力矩和功率问题，简称为力矩和功率供应。

驱动系统（例如由内燃机、离合器、变速器和主减速器构成），正如它的名称所指出的，其主要功能是驱动车辆。

但发动机也可以通过它的摩擦和泵气作用来强化车辆的制动（即所谓排气制动），以使在下长坡时保持车速不变，否则驾驶员必须使用车轮摩擦制动器（这时的车速可控性较小）。正如第 40 节将要指出的，这可以大为减轻制动器的热负荷，因而提供足够的持续制动力矩和制动功率，这也是车辆驱动系统的一项重要功能。

对于车辆正常运行非常重要的是：

- 在驱动和制动范围内的车辆的驱动特性场。

另外需要关注的是：

- 作为能量充分利用或者能量消耗重要标准的效率的大小。它对于运用含碳元素燃料的车辆 CO_2 排放量有着直接的影响，而 CO_2 对环境会造成不良影响；
- “传统”的排气污染物 NO_x、HC 和 CO 等；
- 驱动系统自身的体积、重量和能量的储存，以及可能必要的特性转换装置。
- 燃料的储备要保证在比较小的重量和空间下达到希望的行驶距离（也就是说正常的距离）。

24 特性场基础，理想供应特性场

如图 24.1 所示，车辆所需要的特性是一个特性场（参看图 22.1 和图 23.1）。横坐标是车速，可由驾驶员在最高车速 v_{max}限制的范围内自由确定；纵坐标是牵引力 Z（力矩）以及车轮上的功率 P_R，取决于行驶条件（平路，上坡或下坡）和加速度（或减速度）的大小。

为了使驾驶员能够用他的车辆“涂满”这一需求的特性场，车辆驱动系统的首要条件是应能提供一个特性场，即所谓供应特性场。

供应特性场应合理地加以限制（参看图 24.2）：

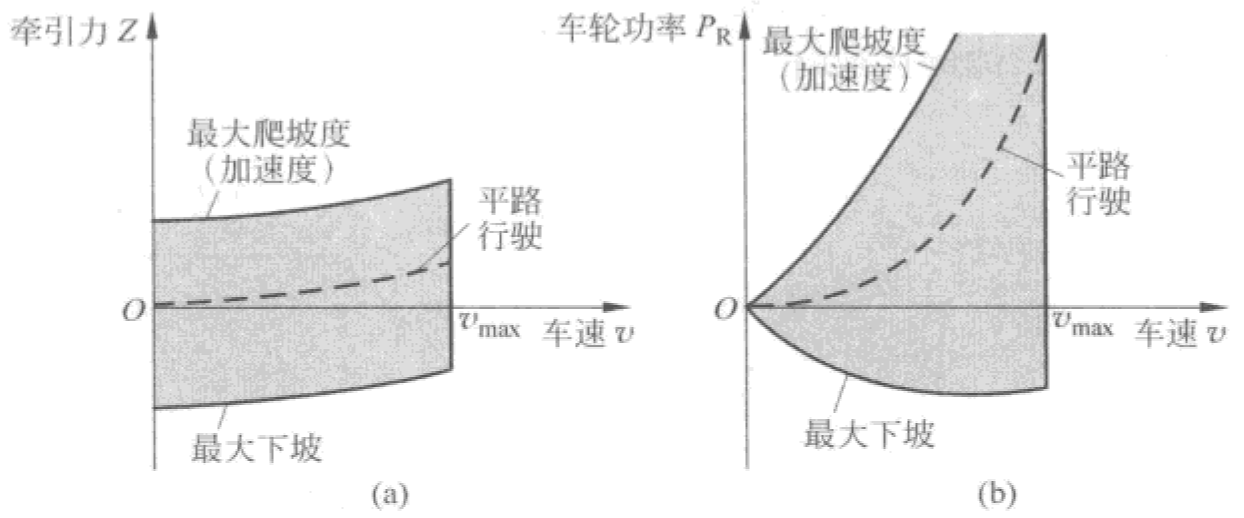


图 24.1 车辆所需要的特性

1. 车辆最高车速或驱动系统最高转速的极限；
2. 第二个极限是由驱动系统的任务决定的，即任一车速下所能提供应的最大功率 P_{Rmax}，理想情况下

$$P_{Rmax} = \text{const} \tag{24.1}$$

那么按式(23.2a)，牵引力与车速 v 成反比：

$$Z \approx \frac{P_{Rmax}}{v} \tag{24.2}$$

这一双曲线常被称为"理想的牵引力双曲线"。

3. 第三个极限是由附着确定的。上面谈到的要求最大车轮功率 P_{Rmax} 保持常数，在低速时是不适应的，因为否则 $v=0$ 时 $Z\to\infty$，这是车轮-道路之间的附着条件所不允许的。对于具有 m 个驱动轴的车辆，在传递力矩的车轮上所能传递的最大可能的切向力 F_{xmax} 由式(5.2)知：

$$F_{xmax} = \mu_h \sum_{j=1}^{m} F_{zj}$$

为了使车辆达到最大切向力，应采用全轮驱动的方式，因为这时上式中的轮荷之和 $\sum F_{zj}$ 等于车辆总重 G[3]，上式可以改写为：

$$F_{xmax} = \mu_h G$$

根据图 5.1，车轮切向力等于车轮上的力矩与静态轮胎半径的乘积，将其运用到整车上[3]，可得：

$$F_{xmax} = \sum_{j=1}^{m} \frac{M_{Rjmax}}{r_j}$$

由上面的各个方程可以得到理想供应特性场的第三个界限：

$$Z_{max} = \mu_h G \tag{24.3}$$

或者：

$$P_{Rmax} \approx Zv = \mu_h G v \tag{24.4}$$

---

〔3〕 Mit einigen Vernachlässigungen, genauere Ableitungen s. Abschn. 35.

通过上面的三个极限，就可以把供应特性场圈画出来，如图 24.2。供应特性场内的每一点都是应该能够达到的。

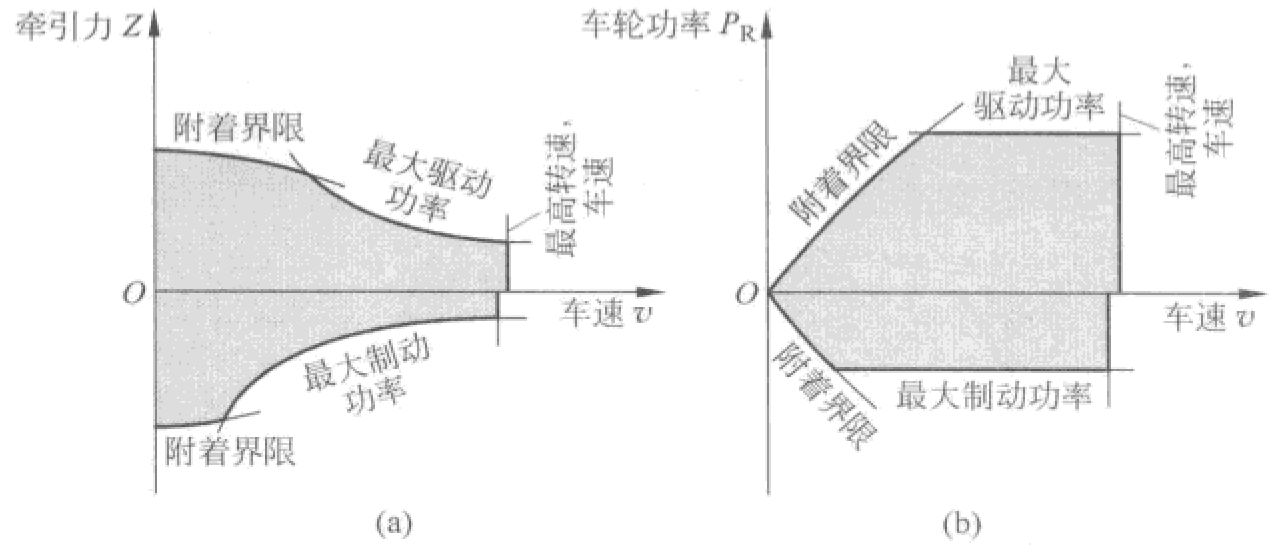


图 24.2 驱动系统的理想供应特性场

驱动和制动时的极限可能不同。内燃机的驱动功率一般大于其制动功率。附着极限也有些不同，因为驱动和制动时轴荷的大小是变化的（参看第 VI 和 VII 章），另外牵引状态和被拖动状态的最大速度/最大转速也是有差别的。

在讨论了车辆驱动系统在车轮上应该提供的牵引力（即力矩）以及功率以后，我们现在必须来研究实际的驱动系统事实上的“供应”情况。

由于驱动装置的特性与上述的车辆理想驱动特性场差别比较大，必须增加一个“特性转换装置”。在装用内燃机的车辆上，特性转换装置通常是由离合器、变速器、（万向传动轴）、主减速器以及半轴所组成（图 24.3）。也有用动液和静液转换器来代替离合器和变速器的。在全轮驱动车辆上还包括分动器以及另外的主减速器和半轴。装用电动机或蒸汽机的车辆最多只需要主减速器，这是由于它们的特性与理想特性比较接近。

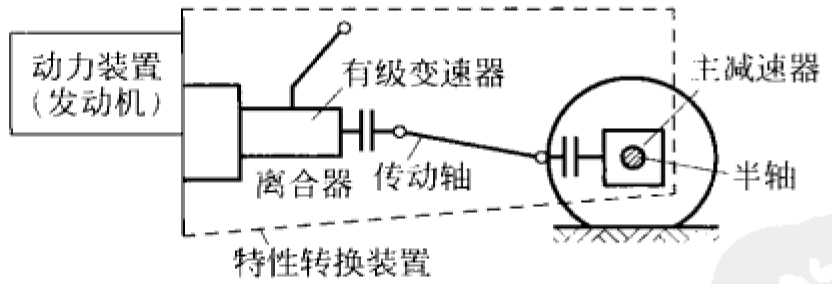


图 24.3 驱动系统

这里把动力装置和驱动轮之间所有总成都概括在特性转换装置这一大概念下面，这样做在考虑效率和传动比时可能比较简单。更常见的是把特性转换装置仅限于特指图 24.3 中的离合器和变速器两个总成。传动轴不能改变特性；同时常用的单挡式主减速器只能增大和传递力矩，降低转速。

把驱动系统细分为动力装置和特性转换装置后，我们把图 24.3 简化为框图（图 24.4(a)）。图中还画出了功率流，从动力装置输入能量/时间，经过动力装置的功率

到驱动车轮上的功率。功率损失由动力装置的效率 η_M 和特性转换装置的效率 η_K 决定。在图 24.4(b)上画出了动力装置、特性转换装置和驱动车轮上相应的功率-转速-特性场。其中驱动车轮上所要求的供应特性场已经在图 24.2 上给出了，而动力装置的特性场将在第 25 节中讨论，特性转换装置特性场将在第 26 节中讨论。

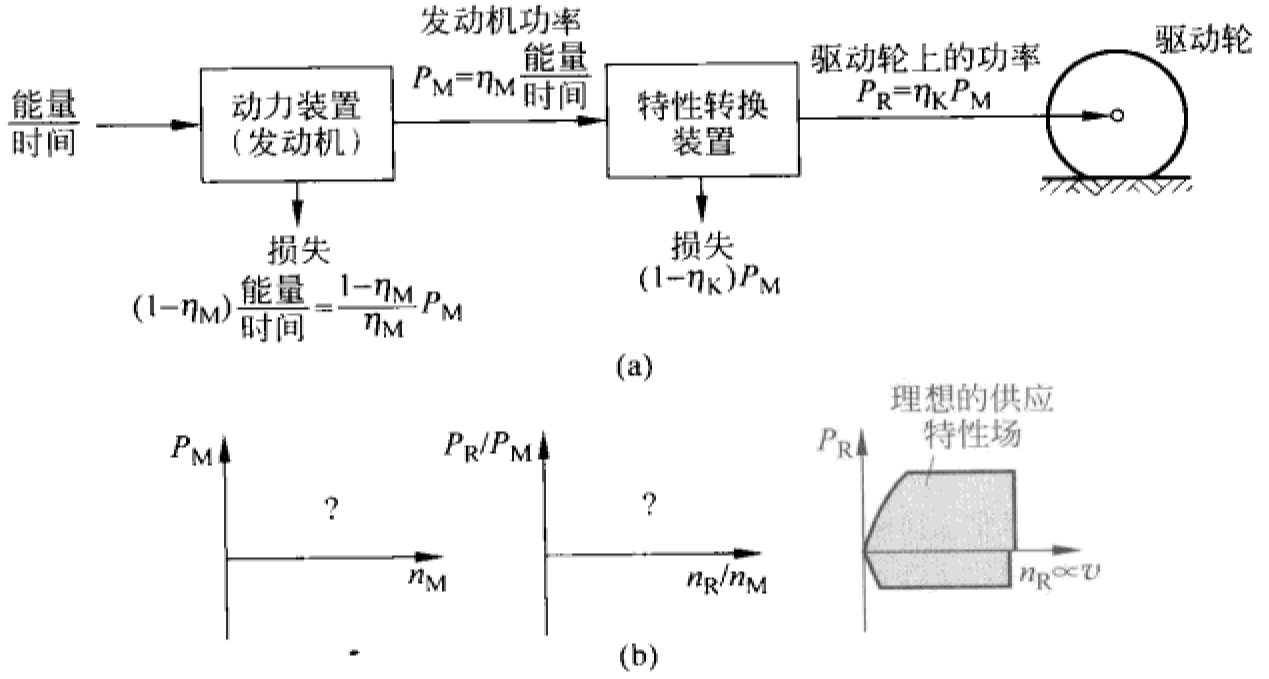


图 24.4 (a) 驱动系统框图；(b) 为得到理想的供应特性场，要寻求动力装置和特性转换装置的特性场

25 动力装置（车辆发动机）的特性

这里我们要讨论几种最重要的车辆动力装置的特性场（驱动和制动工况下的）以及它们的效率。

在下面的图中引入了下列无因次量：全负荷功率 P_{100}（$=P(100\%)$）和最大功率 P_{max} 之比。全负荷扭矩 M_{100} 和最大功率时的扭矩 $M(P_{max})$ 之比；转速 n 和最大功率时的转速 $n(P_{max})$ 之比。由于这里不会与车轮上的功率和扭矩相混淆，所以注脚 M(动力装置)都简略了。

25.1 蒸汽机

在车辆上最早采用的动力装置是活塞式蒸汽机。它曾经是几乎唯一的火车牵引机车的动力装置。图 25.1 给出了蒸汽机车的特性场，它和第 24 节中所要求的供应特性场是很相近的（比较图 24.2(a)和图 25.1(b)）。所以人们常说，蒸汽机有“理想的”特性，可以直接和主减速器联接，而无需特性转换器（这里的特性转换器不包括主减速器）。

但是不理想的是其效率，最大值才 7.4%，而且在部分负荷时还要降低，也就是说，当力矩和功率较低时，效率还要大大下降。

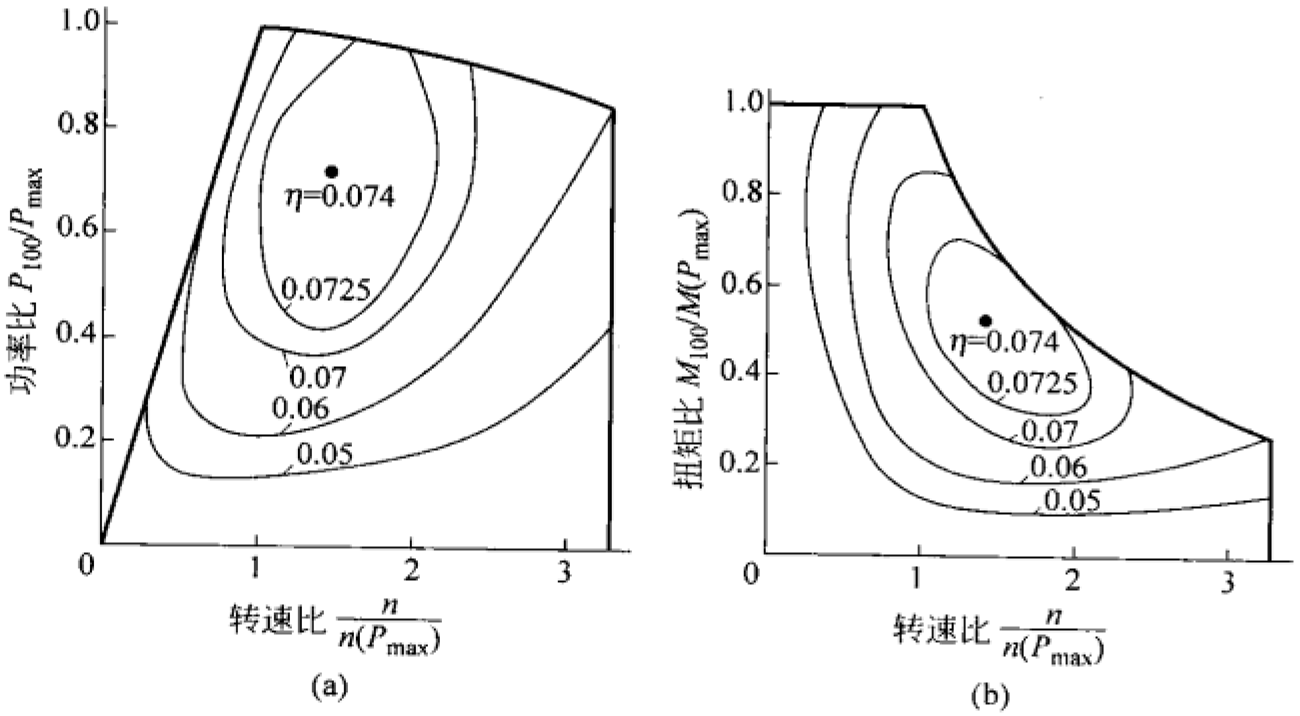


图 25.1 BR01 型蒸汽机车特性场(011)
(取自 BZA 矿区报告)

25.2 电力驱动

作为电力驱动的例子，在图 25.2 上画出了一辆电力机车的特性场(无轨电车与此类似)。

图 25.3 又给出了蓄电池汽车用的他激直流电机的特性场，其下半部是针对制动工况。

在几个图中都画出了起动功率、小时功率和持续功率三条全负荷曲线。起动功率和小时功率高于持续功率，但由于电机发热，所以以这两种功率运行的时间是有限的。即使如此，电机可以在短时间内发出较高功率这一点就可以使车辆具有较高的加速和上坡性能，因而电力驱动在有轨车辆上迅速普及。当然，在长途运输中采用电力驱动的前提(至今仍然)是必须从外界输入能量(通过高架线路)。

对于特殊的车辆，没有这种可能性时，必须同时给蓄电池补充能量，或者在车辆上装备内燃机、利用燃料电池进行补充。如 27.2 节所述，由于蓄电池会使得车辆的重量大幅度增加，续驶里程也会比较小。

电机的全负荷特性曲线和第 24 节中理想特性场的轮廓相近，因而在主减速器之前，不需要特性转换装置。但是，有时需要通过主减速器降低转速、提高扭矩，使得发动机特性与驱动轮的需求相适应。

单电机本身的效率是很高的，图 25.2 上可达 78%，考虑到热电站的效率(38%)以后，总的效率也还至少达到 30%。这也比蒸汽机的效率高。另外，值得注意的是在部分负荷时效率不会显著降低。

利用蓄电池储能时，由于充电和放电过程存在能量损失，使得效率进一步降低，

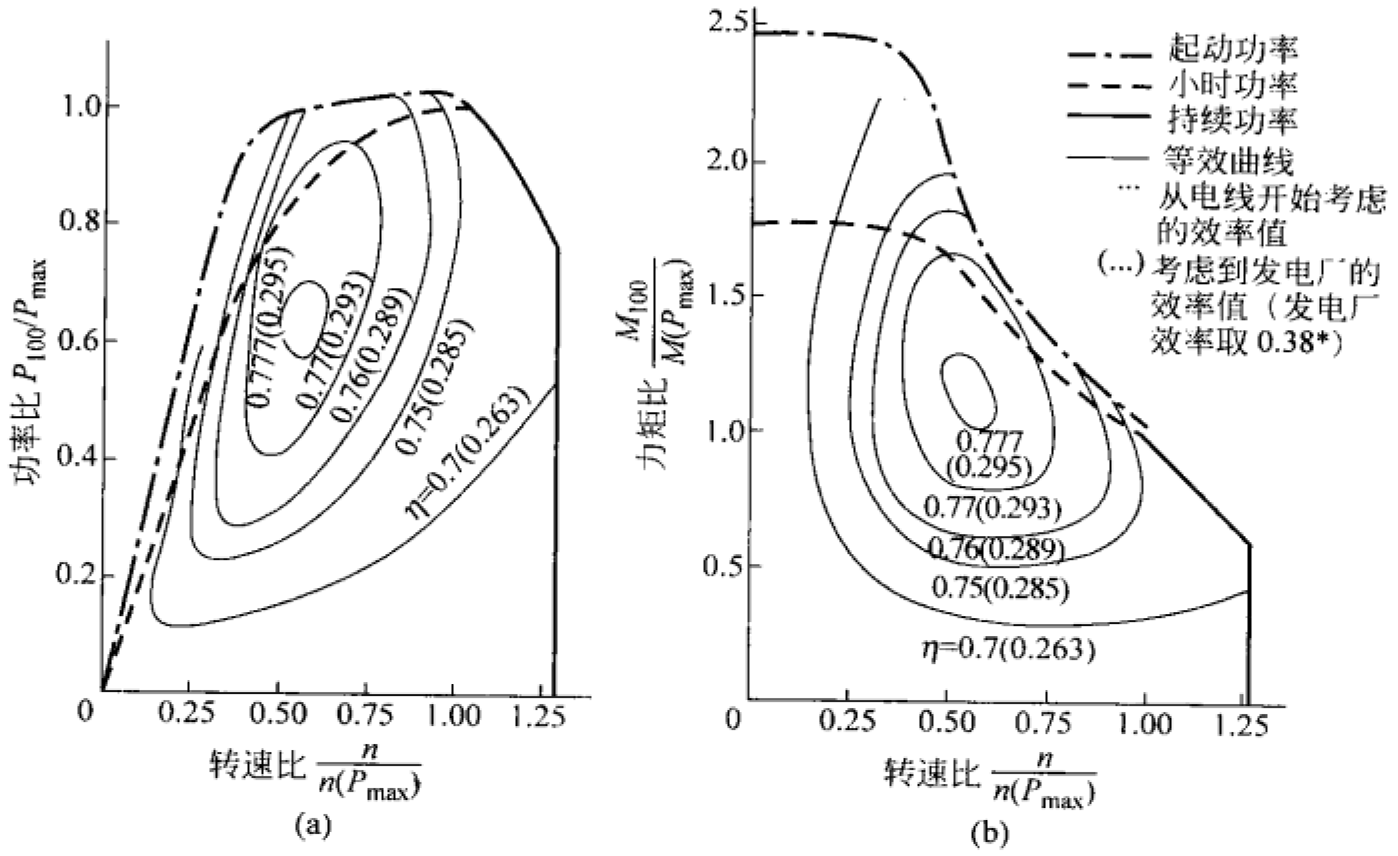


图 25.2 联邦铁路使用的 $C_0'C_0'$ 系列机车(194 型)特性场,机车附着重量 120 t

(Das Kennlinienfeld der elektrischen Lokomotive. ETR 3(1954) H. 11); * Müller, S.: Elektrische und dieselelektrische Triebfahrzeuge. Stuttgart: Birkhäuser 1979

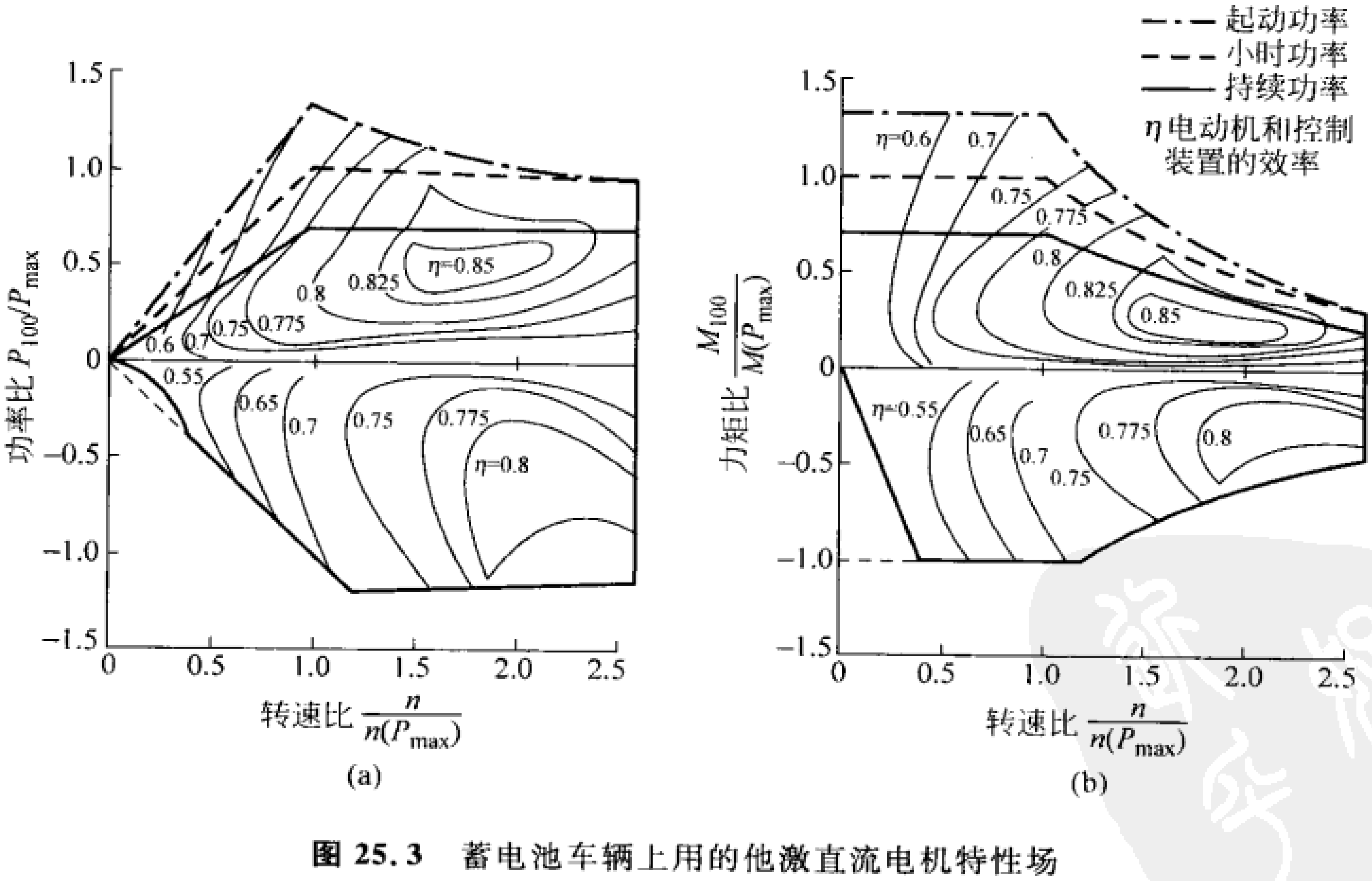


图 25.3 蓄电池车辆上用的他激直流电机特性场

(Naydonski, C.-O.; Pohl, D.; Skudelny, H.-C.: Untersuchungen an elektrischen Straßenfahrzeugantrieben. ETZ-A 98(1977) Heft 1. Baumann, G.: Antriebe und Steuerungen für Elektrofahrzeuge, Bosch Technische Berichte 3(1971) Heft 6)

但是可以在制动过程中将能量回收。

25.3 内燃机

在汽车上几乎只用内燃机作为动力装置。作为例子，在图 25.4 中给出了柴油机（汽油机的也与此十分相近）的特性场。与在较宽转速范围内全负荷功率应保持常值的要求相反，内燃机的扭矩接近常值，因而功率在低转速时急剧下降。此外，值得注意的是由于内燃机的燃烧过程使其高于某一转速时才能发出扭矩，我们称之为“转速，扭矩或功率间隙”。

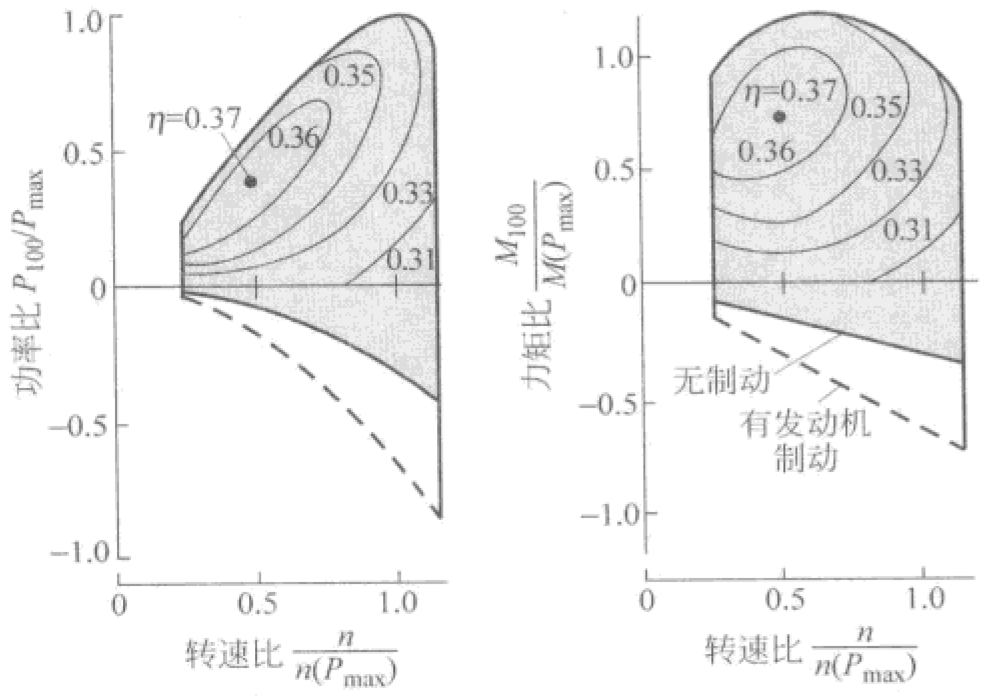


图 25.4 柴油机的特性场

（Roggendorf，M.；Streicher，K.：Die Luftgekühlten Deutz-Fahrzeug-Diesel-Motoren F4/6L 913 u. BF 6L 913，ATZ 76(1974)H. 1，S. 1-5）

柴油机特性场与第 24 节中要求的特性之间的差别说明，内燃机的后面必须装用特性转换装置。

驾驶员脚从加速踏板上抬起后，发动机最大的制动扭矩特性曲线与转速差不多成线性关系，制动功率与转速基本上成平方关系，见图 25.8(b)。在驱动场（图 25.4 中阴影部分）内，通过控制节气门开度/加速踏板位置，每一点的工况都是可以达到的。

如果我们比较一下效率，那么内燃机要比蒸汽机好得多。在电力驱动中我们考虑了热电站；在柴油机做动力装置时，还必须考虑炼油厂的效率和燃料从炼油厂到各加油站的分发过程。这样一来，柴油机和电机用作动力装置时，它们的效率大致是相等的。汽油机的效率低于柴油机，特别是在部分负荷时。

鉴于内燃机对汽车驱动系统来讲十分重要，下面详细地讨论它的全负荷特性曲线，并在图表上给出其特征参数。

这些特征参数之一是升功率，即其排量 V_H 除最大功率 P_{max}。图 25.5 上画出了

升功率和最大功率时转速 $n(P_{max})$ 的关系。除了对应于不同的功/排量（w，以往称为平均压力）的直线族外，还给出了现代车用发动机的数值范围。

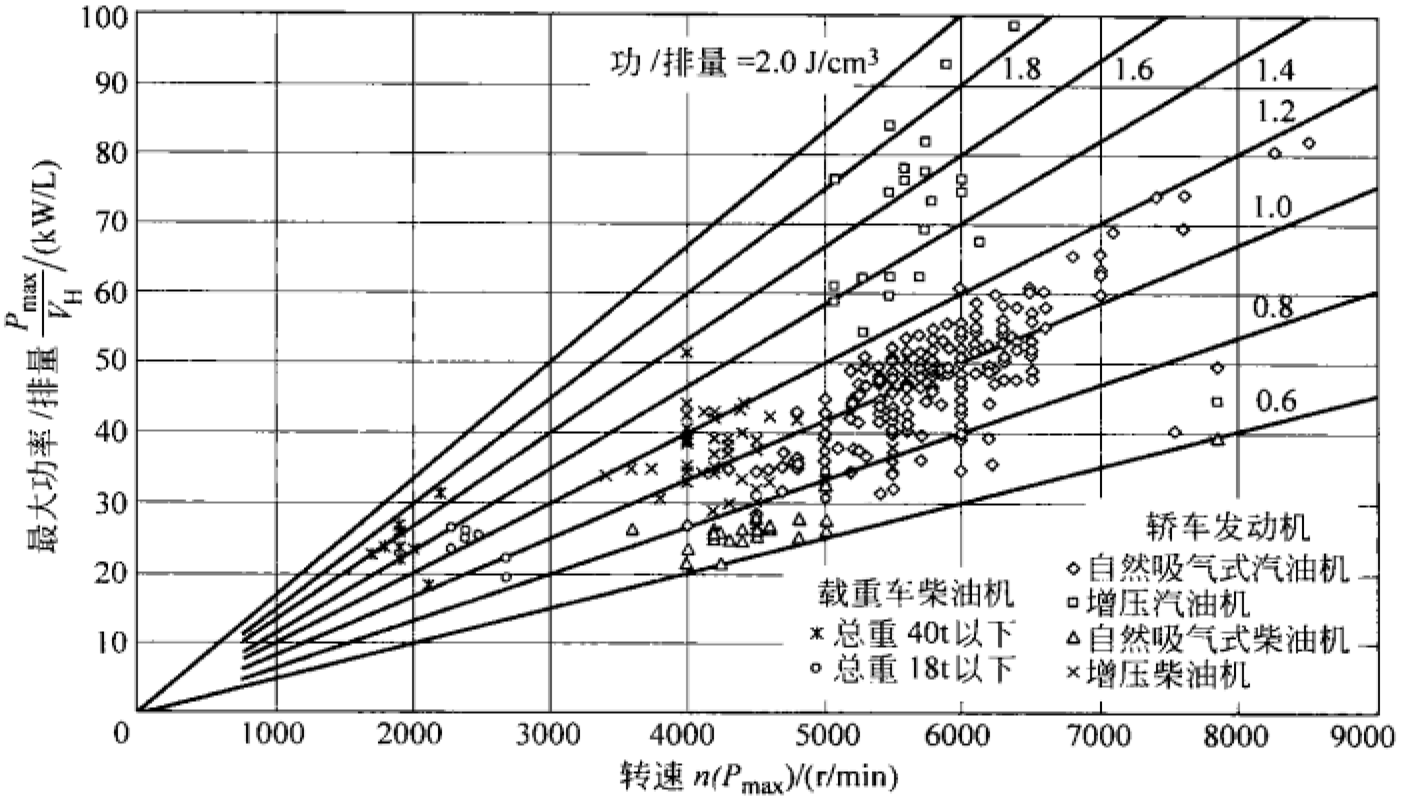


图 25.5 内燃机的 P_{max}/V_H 与 $n(P_{max})$ 的关系

图中数据取自 1998 年生产的轿车发动机和 1994 到 1998 年间生产的载货汽车发动机

对车辆技术十分重要的扭矩曲线，我们可以用几个特征点来描述它（参看图 25.6）。第一个点是最大功率时的力矩 $M(P_{max})$ 和转速 $n(P_{max})$；第二个点是最大

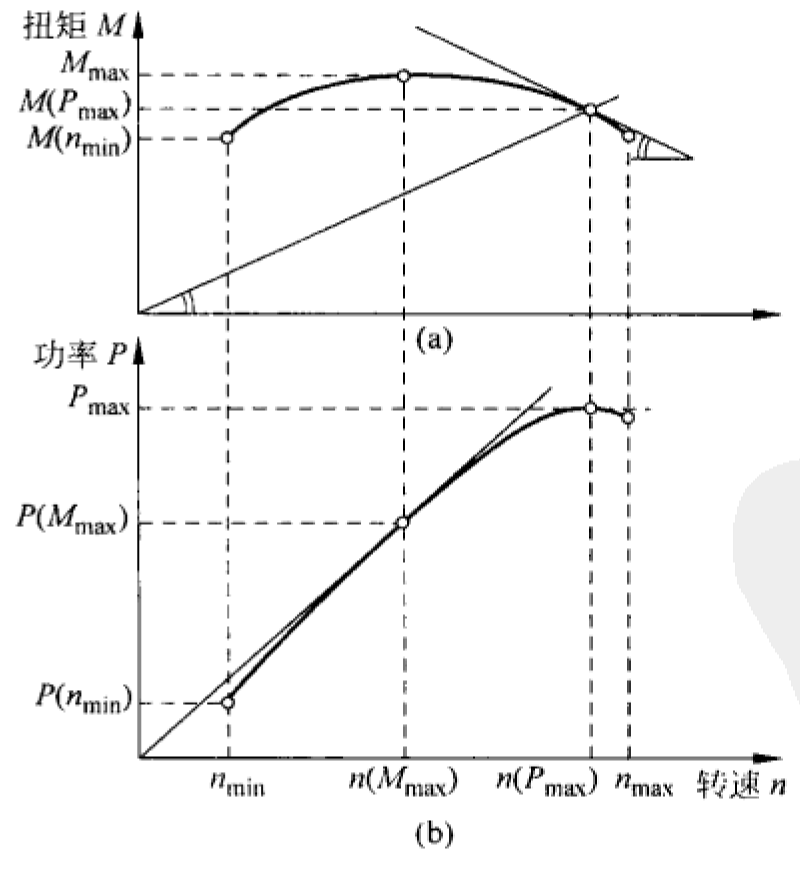


图 25.6 内燃机全负荷特性曲线的切线和特征点

(a) 扭矩曲线；(b) 功率曲线

扭矩 M_{max}和对应的转速 $n(M_{max})$，第三个点是最低转速 n_{min}和对应的扭矩 $M(n_{min})$，这个点是在全负荷曲线上（即对应于，比如汽车上的节气门全开或加速踏板踏到底），不要和怠速转速相混淆，后者更低一些；第四个点是最高转速 n_{max}，这一转速比 $n(P_{max})$高不了多少。

对于上述各点中第一点、第二点的平均值如表 25.1 所列。

表 25.1 扭矩比和转速比的平均值(括弧内为被统计车型数)

发动机型式		车辆种类	$\frac{M_{max}}{M(P_{max})}$	$\frac{n(P_{max})}{n(M_{max})}$
自然吸气	汽油机	轿车	1.15(1054)	1.38(1054)
		赛车	1.12(13)	1.37(13)
	柴油机	轿车	1.19(60)	1.96(60)
增压[a]	汽油机	轿车	1.13(23)	2.30(23)
		赛车	1.14(5)	1.60(5)
	柴油机	轿车	1.27(257)	2.15 (257)
		货车	1.27(19)	1.78(19)

ⓐ 通过增压不仅提高了升功率，因而增大了全负荷扭矩，而且还在整个负荷范围内提高了效率。

轿车发动机的部分负荷特性在图 25.7 中给出。当节气门开度相对于满负荷(=100%)比较小时，最大扭矩点将向比较低的转速处移动。另外，在图中用常用的等比油耗 b_M(单位：g/(kW·h))线代替了到目前为止使用的等效率线。

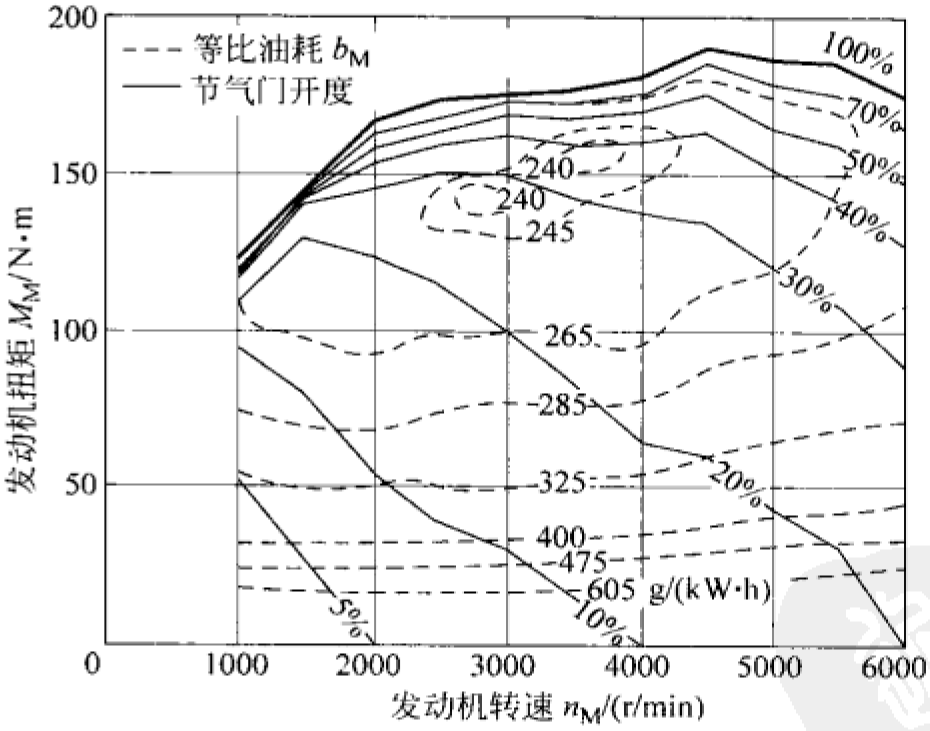


图 25.7 轿车用电喷汽油机特性场，$V_h = 2000\ cm^3$
(1992 年制造)

与轿车车身相比，轿车上装用的发动机功率是比较大的，因而其制动功率是足够的，在一般坡度上，下坡时无需使用摩擦式制动器，即可保持通常的行驶车速。而在重型货车或大客车上则不然，必须借助所谓排气制动器来强化发动机的制动作用(图 25.4 的虚线)。它的作用情况如图 25.8(a)所示，燃料向内燃机的输入将被切断，并

用一个排气制动阀来增大排气阻力，使发动机作为压气机工作。在图25.8(b)上给出了制动功率与排量之比随发动机转速变化的关系。产生的热量散发在周围和冷却介质中。由于最大的发动机制动功率仅为其最大驱动功率的3/4左右，所以制动过程中冷却是足够的，也就是说发动机制动器是一种下坡持续制动器。

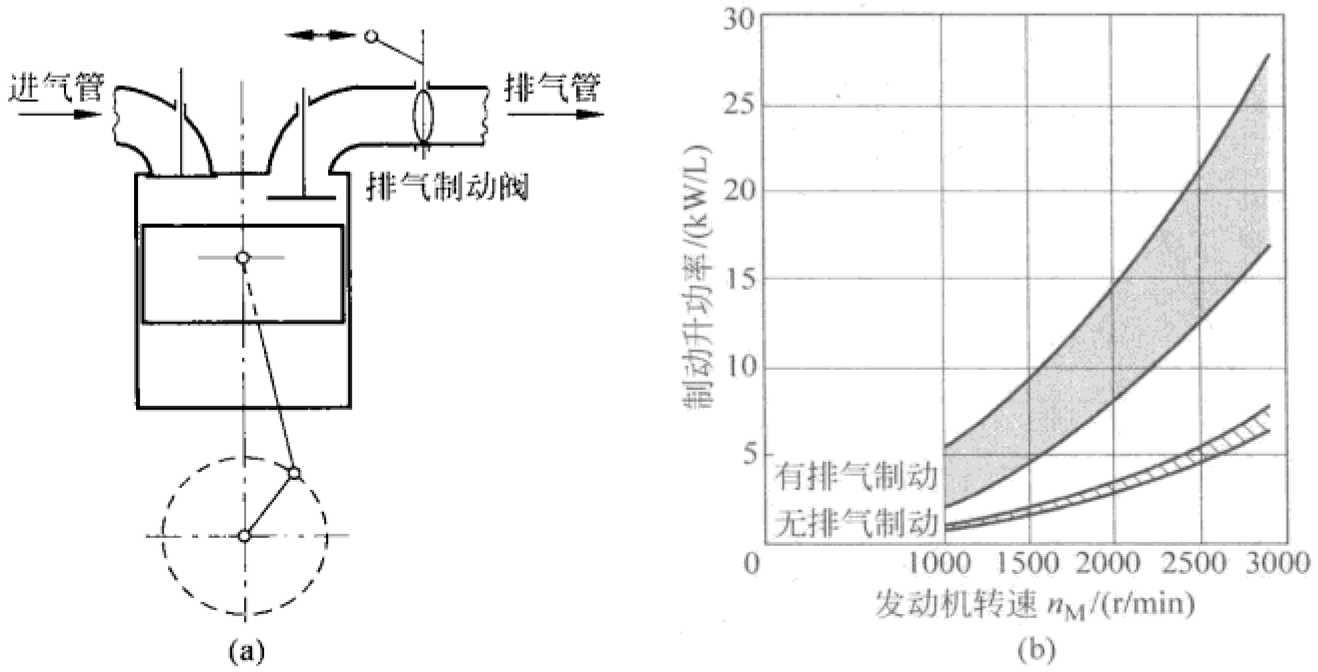


图 25.8　排气制动

(a) 简图；(b) 发动机单位排量对应的制动功率

(Körner, W.-D.: Bergmann, H.; Weiβ E.: Die Motorbremse von Nutzfahrzeugen-Grenzen und Möglichkeiten zur Weiterentwicklung, ATZ 90(1988) Heft 12, S. 671-675)

因为排气制动阀只能处于“开”或“关”两种位置，所以不可能给出“制动特性场”，而只能是一条制动特性曲线。

25.4　燃气轮机

图25.9给出了双轴燃气轮机的特性场(单轴燃气轮机的全负荷特性曲线不宜于车辆使用，这里不予讨论)。可以看到，这一特性场中已经消除了内燃机特性场的“转速间隙”。在转速为零时，就有力矩输出。而随着转速增加，力矩大致成线性下降，这种线性下降与第24节中所要求的全负荷特性曲线不符，所以还是有必要进行特性转换。

最大转速也只比 $n(P_{max})$ 大一点儿。

燃气轮机在车辆上用得很少，在批量生产的汽车上至今还未装用。这主要是因为其部分负荷时效率相对较低。此外，燃气轮机的制动性能也有缺陷，这一缺点只有通过导向器叶片的调节才能克服。[4]

---

[4] Hagen, H.: Erste Ergebnisse mit der MAN-Versuchsgasturbine für Nutzfahrzeuge, ATZ 73 (1971) Heft 5, S. 153-161.

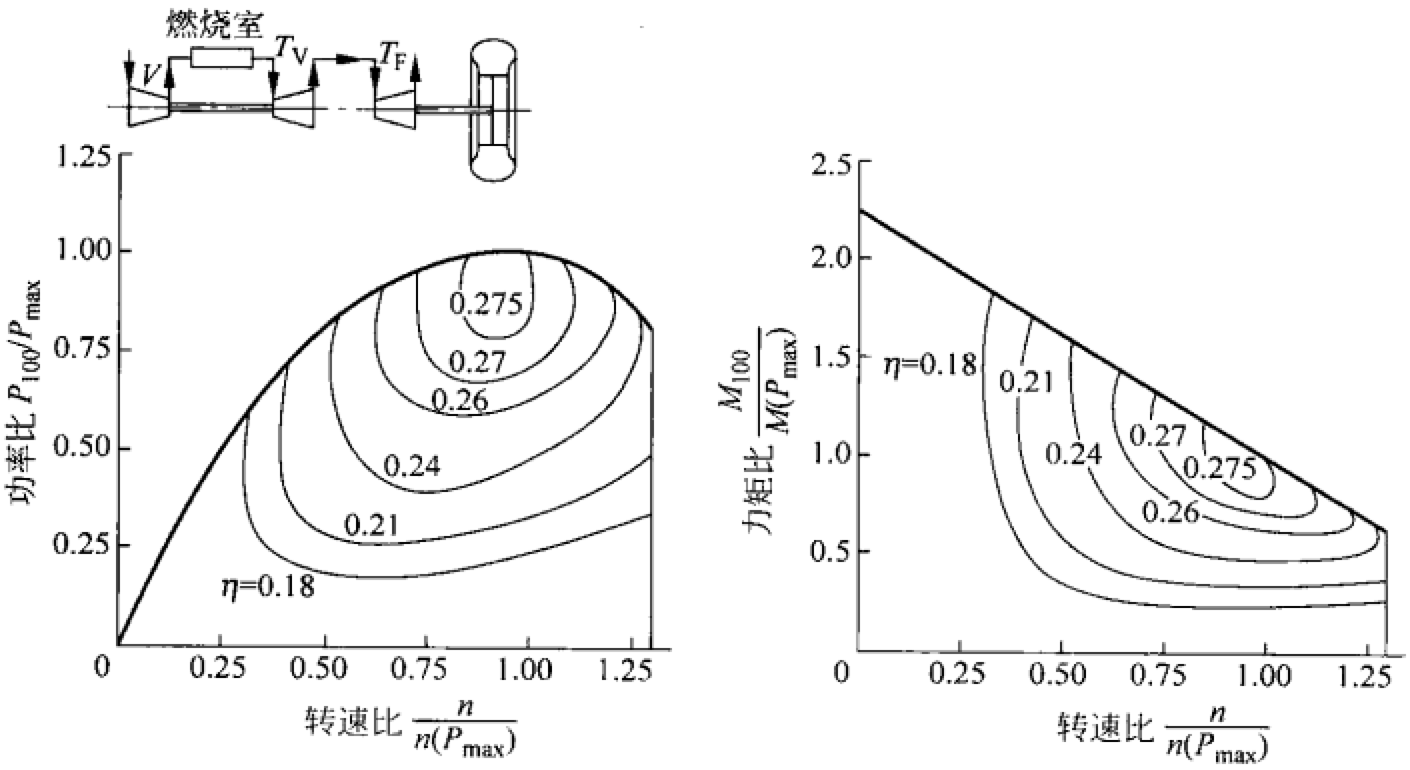


图 25.9　带热交换器的双轴燃气轮机特性场

V—压缩器；T_V—压缩器驱动涡轮；T_F—车辆驱动涡轮

(Eckert, B.: Der heutige Entwicklungsstand der Fahrzeuggasturbine, Automobil-Industrie 9(1964) Heft 2)

26　特性转换装置及其与内燃机的共同工作[5]

把 25.3 节中内燃机全负荷特性曲线和第 24 节中“理想的”全负荷特性曲线比较后可以知道，单单用内燃机来驱动汽车是不行的。

但是内燃机有比重量(单位功率的重量)轻、能量储存，或者说燃料储存简单等一系列优点(在 27.2 节中详细讨论)，于是我们要设法“转换”它的特性，使其向理想特性靠拢，以便用作汽车的动力装置。内燃机的特性转换必须满足两个条件：

1. 要消除转速为零到最低转速之间的间隙，以使车辆能从静止状态起动；
2. 功率和扭矩的变化必须向“理想”特性靠拢。

近年来强烈要求降低能源消耗和减小对环境的影响，因此又增加了下列条件：

3. 特性转换装置应具有高的效率；
4. 特性转换装置应有助于使发动机在油耗、废气污染和噪声影响方面处于最佳状态。

在讨论内燃机和目前常用的特性转换装置配合工作之前，我们先就一般性问题作一些说明。

---

[5] Der treffende Ausdruck “Kennungswandler” stammt unseres Wissens von Prof. Dr.-Ing P. Koeßler, 1896 bis 1987, IfF, TH Braunschweig, Mitverfasser von Bushmann, H.; Koeßler, P.: Handbuch für den Kraftfahrzeugingenieur. 8 (und letzte) Auflage Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt 1973.

26.1 对传动比的要求

在图 26.1(a)上的发动机-功率转速坐标系中给出了内燃机的驱动特性场；在图 26.1(b)上的功率-车速坐标系中给出了车轮上要求的特性场，其中车速 v 是和车轮转速 n_R 成正比的；在图 26.1(c)上给出了考虑的结果——特性转换装置的发动机转速到车轮转速的传动比 i_K 随车速 v 变化的情况。

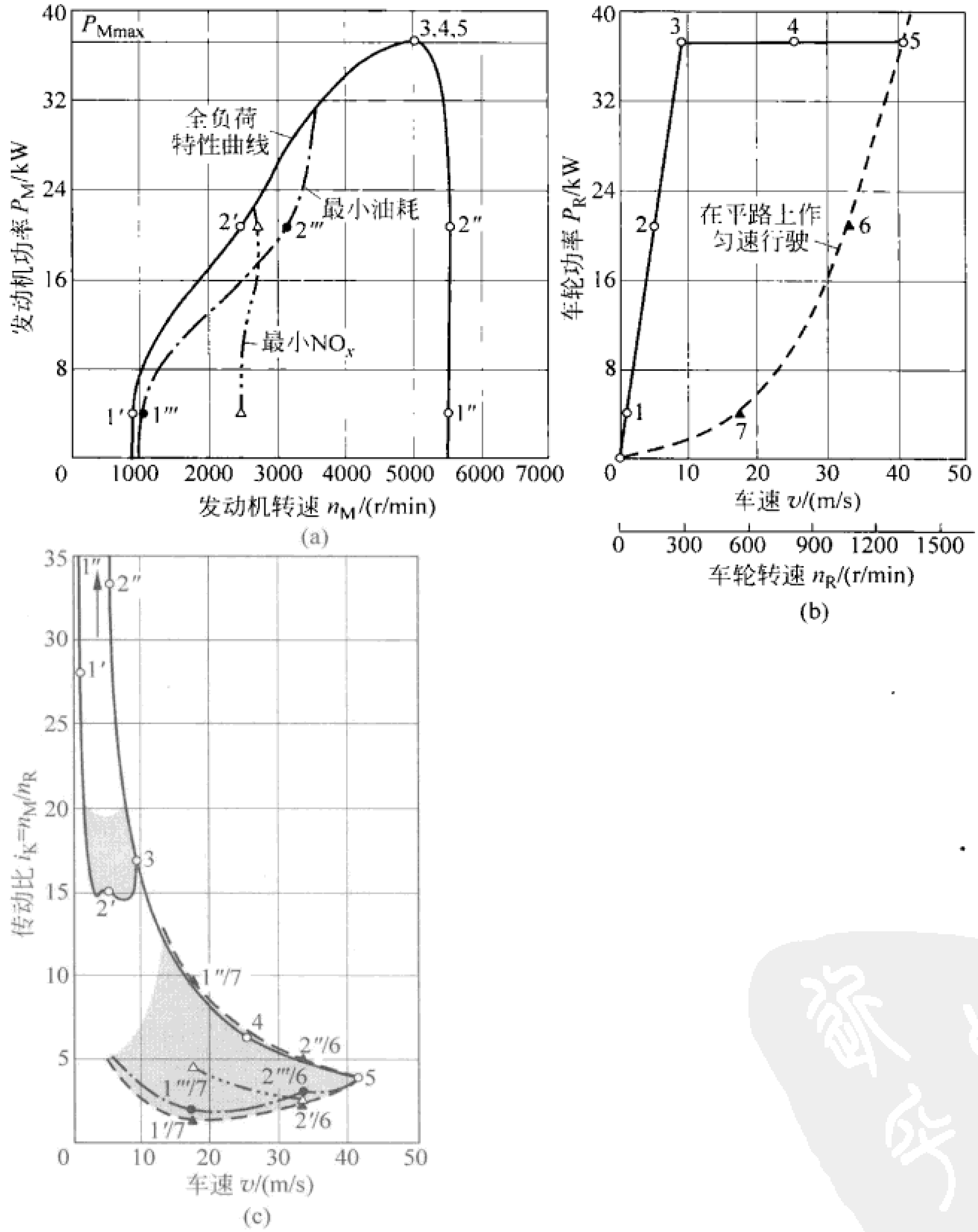


图 26.1 配用于内燃机的特性转换装置传动比的确定

(a) 发动机特性场；(b) 理想的供应特性场；(c) 转换装置特性

在下面进行的原则性考虑中，假定特性转换装置中没有功率损失，即 $\eta_K=1$。在这种理想情况下，发动机功率与车轮功率是相等的，即 $P_M=P_R$，因而有 $M_M n_M = M_R n_R$，这样得到传动比

$$i_K=\frac{n_M}{n_R}=\frac{M_R}{M_M}\quad (\text{对于 } \eta_K=1) \tag{26.1}$$

先针对供应特性场极限工况行驶的车辆(图 26.1(b)中实线上的点 1 到 5)，来确定它的传动比 i_K。在点 3、4 和 5 必须提供最大的车轮功率，而由上述假设，应等同最大的发动机功率 P_{Mmax}。这时发动机应以一个转速 $n_M(P_{Mmax})$工作，但车轮的转速都是各不相同的。所以从点 5 到点 3，传动比应该是增加的(见图 26.1(c))。对应于应提供特性场的点 2(图 26.1(b))，内燃机在转速范围 2′～2″(图 26.1(a))内都可以发出所需功率。点 1 对应的发动机转速范围更大为 1′～1″。较高的传动比 i_K 值相应的发动机转速高，噪声大，因而不被采用。

车速接近于零时，由于发动机的转速间隙而使传动比 $i_K\to\infty$。这种特殊情况我们将在 26.2 节～26.4 节讲解转速转换装置时加以讨论。

第二个例子是针对在平路上作匀速行驶的车辆，这时车轮所需功率曲线在供应特性场内是一条特定的曲线，如图 26.1(b)上的虚线所示。这时最大功率和最高车速在点 5 处获得，该点的传动比 i_K 已经知道了，见图 26.1(c)。图 26.1(b)上点 6 对应的车速和车轮功率比点 5 降低，这时发动机在转速范围 2′～2″内是可以满足要求的，因而在图 26.1(c)上给出了传动比的范围 2′/6～2″/6。对于点 7，给出了范围 1′/7～1″/7。

由此我们知道，对于供应特性场极限工况和平路匀速行驶工况来讲，传动比的范围是不一样的。这样我们可以提出一般的要求：

对于一个理想的、无功率损失的特性转换装置，其传动比的数值大小取决于功率和车速。

平路匀速行驶时的 i_K 范围可以用附加条件来进一步加以限制。图 26.1(a)上的点画线表示发动机效率最佳或油耗最低。这就意味着，对应点 2 或 6 的功率，发动机如工作在 2‴点，这样油耗最低，而 2′和 2″点的油耗都比它高。这样最低油耗对应的传动比应为图 26.1(c)上的 2‴/6；与此类似，点 7 对应的最低油耗传动比为 1‴/7，总的如图 26.1(c)上点画线所示。

如果我们采用另外的附加条件，比如要求发动机废气中氮氧化物含量最低，那么就得到另外的传动比变化曲线(图 26.1(a)和(c)上三点画线所示)。

由此可以进一步得到，特性转换装置的传动比范围可以用附加条件(最低油耗，最小排气污染等)加以限制。

讨论了一般性问题之后，下面我们将要对最常用的几种转换装置的特性进行探讨，并且不是讨论整个转换装置，而是分别研究其专门的部件，像离合器、变速器等。

图 26.2 上画的是特性转换装置中单独一个部件的框图：输入功率 P_E，扭矩 M_E

和转速 n_E；在出口处我们得到相应的输出参数（注脚为 A）[6]。这里的部件工作中不是没有功率损失的，而是以效率 η 传动，其功率损失为$(1-\eta)P_E$。

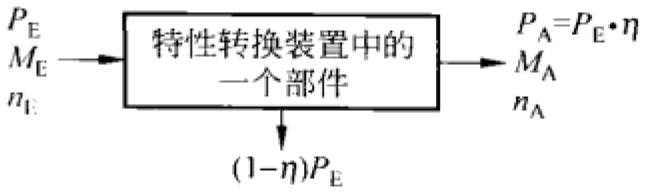


图 26.2 特性转换装置中一个部件简图

E 输入；A—输出

26.2 转速转换器，一般性讨论

转速转换器（习惯上称为离合器）的性能特点是：

$$M_E = M_A \quad 和 \quad n_E \neq n_A \tag{26.2}$$

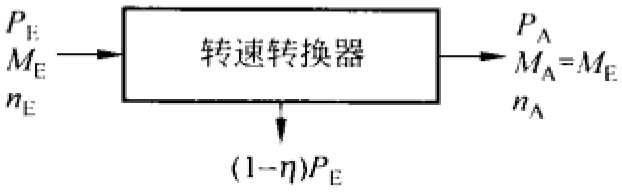


图 26.3 转速转换器简图

E—输入；A 输出

它的任务是解决第 26 节中提出的第一个条件，即消除转速间隙，使车辆可以起步（对有级式变速器，它还提供换挡的可能性）。图 26.3 给出了框图，是和图 26.2 上的框图相同的，只是扭矩不变。

我们进一步来对效率 η 作些说明，对于所有转速转换器来说，

输入功率

$$P_E \propto M_E n_E \tag{26.3}$$

输出功率

$$P_A \propto M_A n_A \tag{26.4}$$

因为扭矩相等，所以效率

$$\eta = \frac{P_A}{P_E} = \frac{n_A}{n_E} \tag{26.5}$$

扭矩比和效率随转速比变化情况如图 26.4 所示。M_A/M_E 是常数，η 随 n_A/n_E 线性增加，当 $n_A/n_E=1$ 时，η 等于 1。

就效率而言，转速转换器并不理想，它工作时不是没有功率损失的。另一方面，它也不可能没有功率损失，因为要消除发动机的转速间隙，转速比 n_A/n_E 必须小于 1。从起步过程的开始阶段就可以很简单地说明这一点。因为 $v=0$，因而 $n_A \propto n_R \propto v=0$，而 $n_M=n_E\neq 0$。因而 $n_A/n_E=0$，由式(26.5)，$\eta=0$。

26.3 机械式（摩擦式）离合器

通过图 26.5 上的简图，可以说明最常用的摩擦式离合器是怎样消除转速间隙的。

---

[6] Wenn der Kennungswandler die gesamte Anlage zwischen Motor und Antriebsrädern darstellt, dann ist $P_E=P_M$, $M_E=M_M$, $n_E=n_M$ und $P_A=P_R$, $M_A=M_R$, $n_A=n_R$.

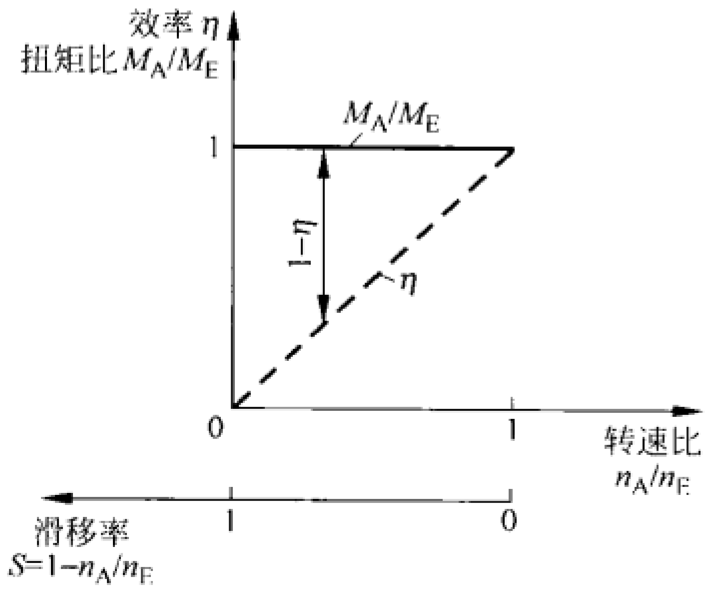


图 26.4 转速转换器的扭矩比 M_A/M_E 和效率 η 随其转速比 n_A/n_E 和滑移率 S 变化的关系

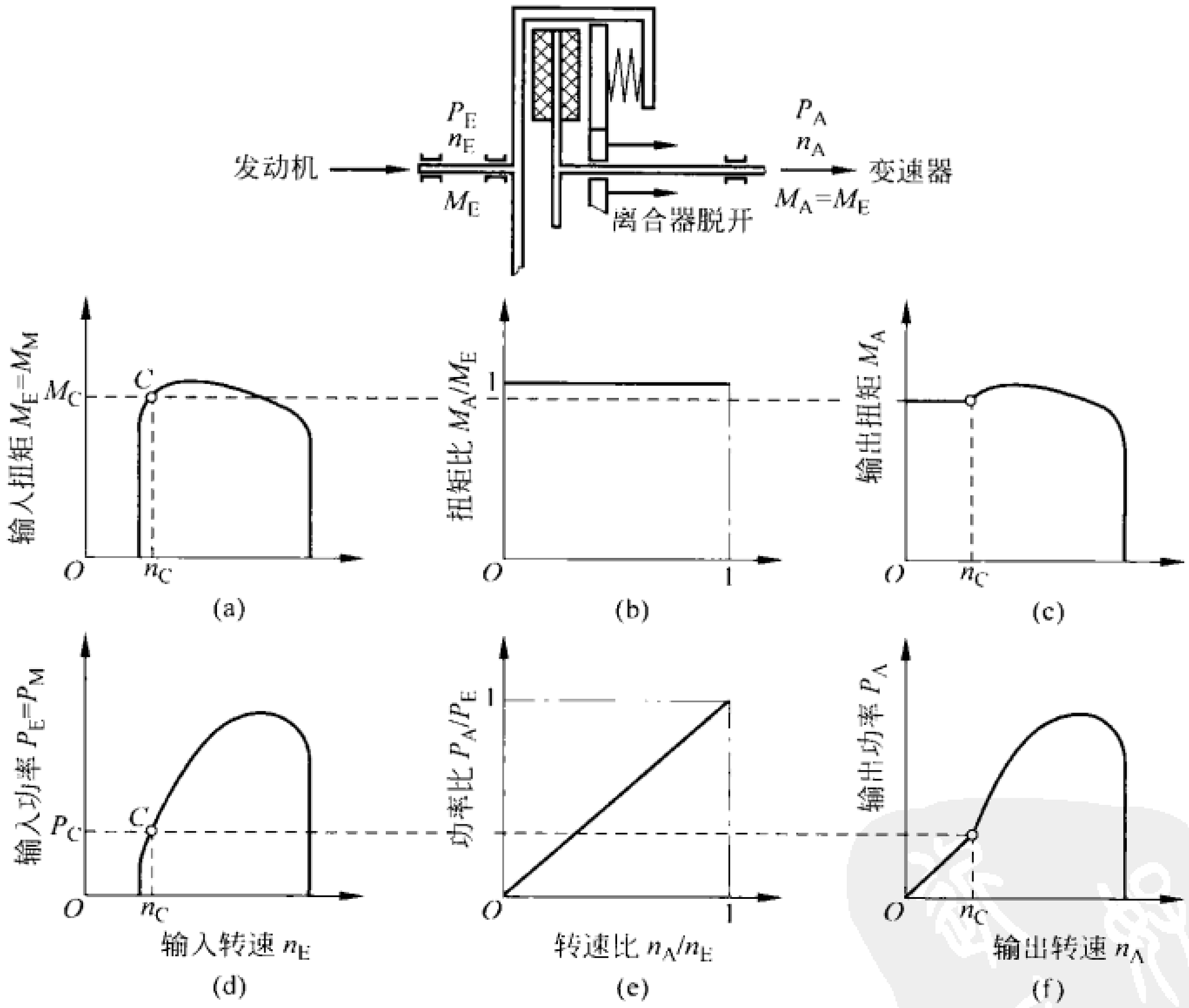


图 26.5 在功率和扭矩曲线图上说明摩擦式离合器克服内燃机转速间隙的过程

(a)、(d) 发动机特性；(b)、(e) 摩擦式离合器特性；(c)、(f) 带摩擦式离合器的发动机特性

假设，在离合器接合过程中发动机可以保持在负荷特性曲线的上 C 点（转速为 n_C）工作，在节气门开度保持不变时，其扭矩为 $M_C=M_E$（参见图 26.5(a)），即在离合

器打滑的情况下 $n_A \neq n_E$，输出端可以得到同样大小的扭矩。如果这个扭矩 M_A 足以克服行驶阻力，车辆将加速，直到 $n_A = n_E = n_C$ 为止，如图 26.5(c)所示。这时效率 $\eta=1$，如图 26.5(e)所示。此后离合器不再打滑，按照图 26.5(e)和(f)，车辆离合器输出端的扭矩和转速将与发动机一致，沿给出的负荷特性曲线变化。

26.4 液力耦合器

图 26.6(a)所示为一液力耦合器，发动机的扭矩通过泵轮和涡轮之间的液体来传递。对于这样的转速转换器，式(26.2)也是成立的，即泵轮扭矩应与涡轮扭矩平衡。为驱动泵轮所需的扭矩 M_P 在直接驱动时应等于发动机扭矩 M_M。而同时又有

$$M_P = kn_P^2 D_P^5 \tag{26.6}$$

式中系数 k 随转速比，因而也就随滑移率而变化，参看图 26.6(b)，这是因为涡轮输出端和泵轮输入端之间流动情况变化的缘故；n_T 和 n_P 是涡轮和泵轮转速，D_P 是泵轮直径。

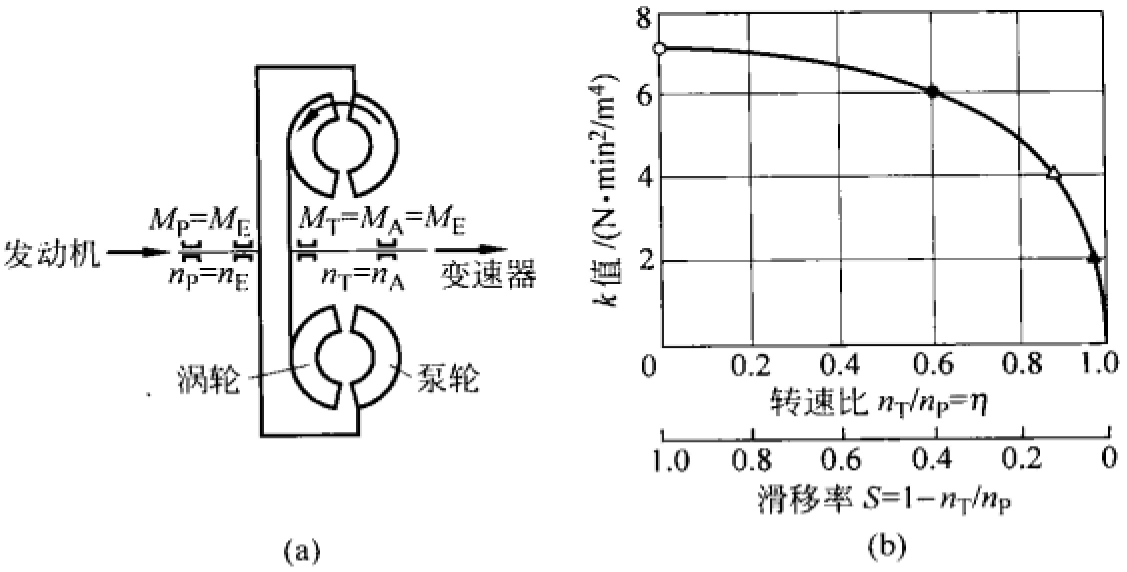


图 26.6 (a) 液力耦合器简图；(b) k 值随滑移率变化的情况

内燃机和液力耦合器之间共同工作的情况在图 26.7 上说明。在这个例子里，在接合过程中，发动机将在全负荷工况下工作。车辆静止时($n_T/n_P=0$)，液力耦合器传递的扭矩是由泵轮抛物线和发动机特性曲线的支点"0"确定的。如果这一扭矩大于行驶阻力形成的力矩，车辆将起动并被加速，因而 n_T/n_P 将要增加。这样，由图 26.6(b)知 k 值将要变化，也就是泵轮曲线的切线斜率将随之改变(按式(26.6))。我们就得到了和发动机特性曲线的新的交点，确定出新的传递扭矩。这个"接合过程"直到 $n_T/n_P=\text{const}$ 时才告结束。

与摩擦式离合器的例子不同的是，在起动过程中发动机工作点是变化的。而且液力耦合器的 n_T/n_P 不能等于 1，也就是滑转率不能为零，否则由于 $k=0$，按式(26.6)将不能传递扭矩。这就意味着，不仅在起动过程中液力耦合器的效率 $\eta<1$，而且在车辆运行中也一直如此。为了在效率较高时 k 值也比较大，图 26.6(b)所示曲

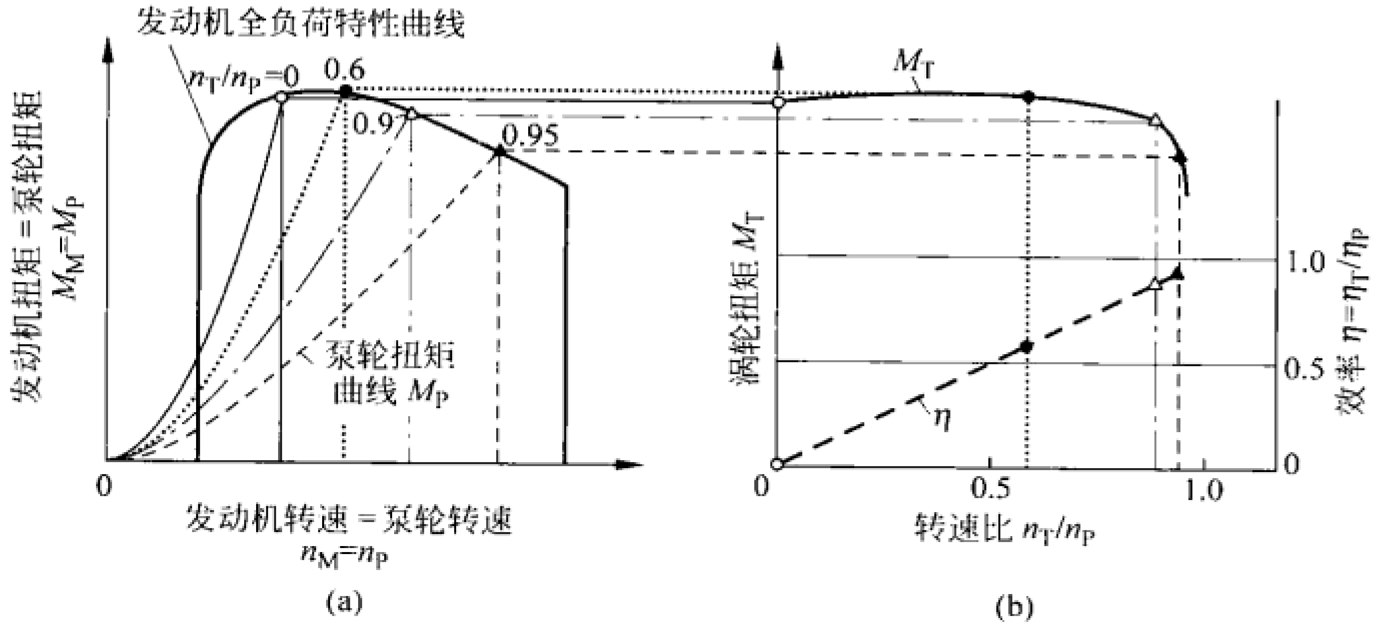


图 26.7 内燃机和液力耦合器之间的共同工作

为说明图(b)中的各个点，请参看图 26.6(b)

线在 $\eta=1$ 附近应该很陡。

一般最大效率为 0.98，即输入功率的 2%损失掉了。为了完全避免损失，在一般的车辆上，在正常行驶时把泵轮和涡轮机械地连接起来。

26.5 扭矩-转速转换器，一般性讨论

这种转换器常称为减速器，一般由变速器和主减速器组成，它的框图如图 26.2 所示。由式(26.3)和式(26.4)，得到

$$\text{效率}\ \eta=\frac{P_A}{P_E}=\frac{M_A}{M_E}\frac{n_A}{n_E} \tag{26.7}$$

由此扭矩比为

$$\frac{M_A}{M_E}=\eta\frac{n_E}{n_A} \tag{26.8}$$

当 $\eta=1$ 时，输出扭矩与输入扭矩之比等于传动比 i_K。而 $\eta<1$ 时，两者不等，所以我们必须区别扭矩比和传动比。

扭矩转换器可分为两类：

a) 一个带几个传动比(可由驾驶员选定)的有级变速器以及一个通常只有一个传动比的主减速器，参看 26.6 节。

b) 传动比连续变化的扭矩转换器，即无级变速。在它后面总要一个主减速器，还常常有一个多挡齿轮变速器，参看 26.7 节和 26.8 节。它的传动比常常不是由驾驶员选定而是由一个自动变挡装置确定的。

26.6 内燃机和有级变速器的共同工作[7]

可以用图 26.8 上一个 4 挡变速器的例子，通过功率曲线和扭矩曲线来说明内燃机和变速器共同工作的情况。图 26.8(b)是扭矩比随传动比变化的关系。对应于 4 个挡有 4 个固定的传动比，而中间传动比是不存在的。在图 26.8(e)上可以看到功率比，按式(26.8)它是与效率相等的。[8]

由图的排列可以看得很清楚，由车辆动力装置常用的内燃机特性(图 26.8(a)和(d))通过有级式变速器就变成了图 26.8(c)和(f)所示的可用特性场。同时还总是和第 24 节给出的“理想的供应特性场”的轮廓进行比较。由比较可以看出，通过 4 挡变速器无法完全覆盖理想的供应特性场，因为存在着功率、扭矩和转速的空隙。通过增加挡位数可以减小空隙，但是要求驾驶员更多的换挡和操作离合器。

但现在还不能肯定上述各个固定传动比的值是否选得正确。我们还要把它们和

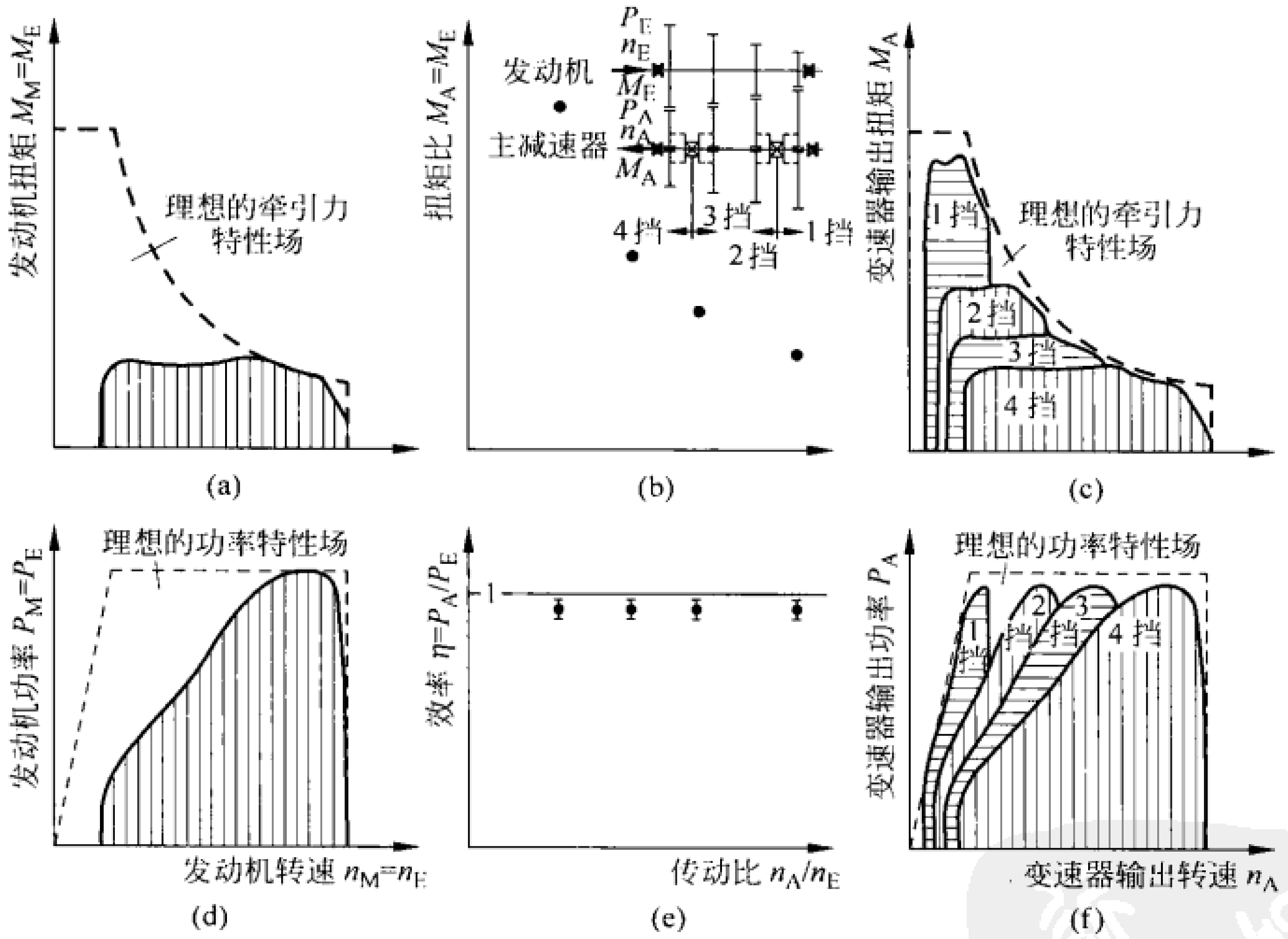


图 26.8 通过一个 4 挡变速器来转换发动机特性场

(a)、(d) 发动机特性；(b)、(e) 4 挡变速器特性；(c)、(f) 发动机和 4 挡变速器共同工作的特性

[7] Förster, H. J.: Die Kraftübertragung im Fahrzeug vom Motor bis zu den Rädern, Handgeschaltete Getriebe. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Herausgeber: Mitschke, M.; Fredrich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1987.

[8] Genau genommen gibt es für η bei den einzelnen Übersetzungen nicht Punkte, sondern Bereiche, da der Getriebewirkungsgrad von der Belastung abhängt. Bei Vollast ist η größer als bei Teillast.

26.1 节中提出的一般性的考虑来比较，并且将在第 29 节、30.2 节和 32.3 节中解释。图 26.9 上表示了 4 挡变速器的各个传动比和车速的关系。每一挡的速度范围可由图 26.1(a) 上发动机的最高和最低转速除以传动比得到；在图 26.9 上还把图 26.1(c) 的结果也纳入了。比较后我们确认，4 个挡的传动比都是在应提供的特性场的全负荷特性以及平路行驶工况所要求的传动比范围内，传动比选择是正确的。我们再把它们和最低油耗曲线进行比较，那么第 4 挡的传动比(也就是所有其他各挡的传动比)过高了(这一点常常导致采用一个附加的第 5 挡，即所谓节能挡，参看 33.4 节)。

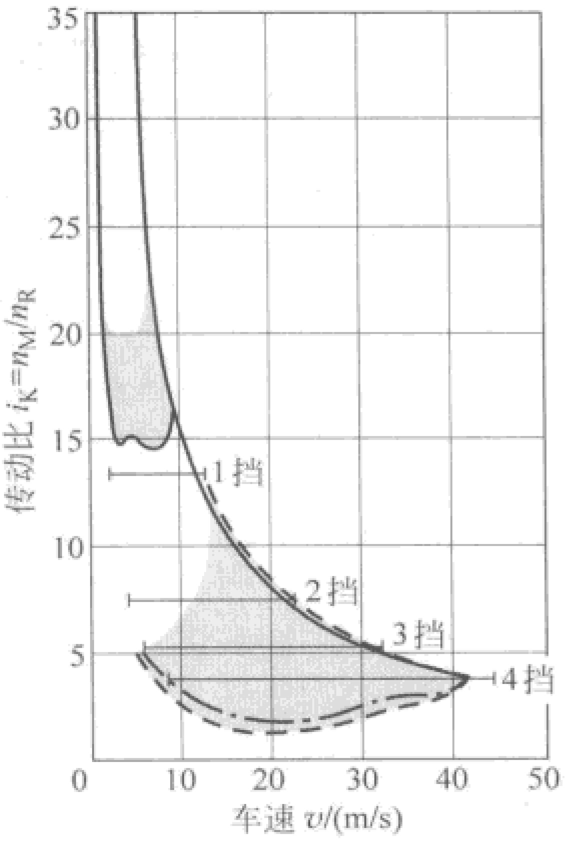


图 26.9 有级式变速器的传动比和图 26.1(c)中结果的比较

发动机-变速器特性的左边界限与纵坐标之间的间隙(图 26.8(c)和(f))，正如 26.2 节到 26.4 节所讲的，将用转速转换器来消除。

特性转换装置的总效率 η_K 由变速器效率 η_{Getr} 和主减速器效率 η_A 两部分组成，即：

$$\eta_K = \eta_{Getr}\eta_A \tag{26.9}$$

相对于可传递的最大功率，扭矩损失分别是：对于变速器有一对斜齿轮[9] 1.5%，搅油损失 3%；对于主减速器有两对斜齿轮，并且损失为 2%(锥齿轮损失为 5%)。这样对于发动机前横置前驱动的汽车，变速器和主减速器中各通过一对斜齿轮传递扭矩时，其总效率为 $\eta_K=0.955\times0.960=0.92$。

齿轮传动的优点是效率高，缺点是驾驶员必须不断操作变速器和离合器，而该操作越来越多的在"自动换挡变速器"中被主动系统所替代。[10]

26.7 无级变速器

就像在 26.6 节讨论的那样，随着汽车采用变速器的挡位数越多，在理想驱动特性场中未被覆盖的范围就越少。这样，最理想的方案是采用无穷多级的变速器，即采

[9] 见前一个参考文献。

[10] Fischer, R.; Kneißler, M.; Küpper, K.; Bührle, P.: Mechatronik-Anwendungen beim automatisierten Schaltgetribe, ATZ und MTZ-Sonderausgabe Automotive Electronics März 2001, S. 72-75.

用无级变速器[11]。一种 CVT(Continiously Variable Transmission)变速器基本原理如图 26.10 所示,它是由可变半径的皮带轮和传递动力的皮带组成。

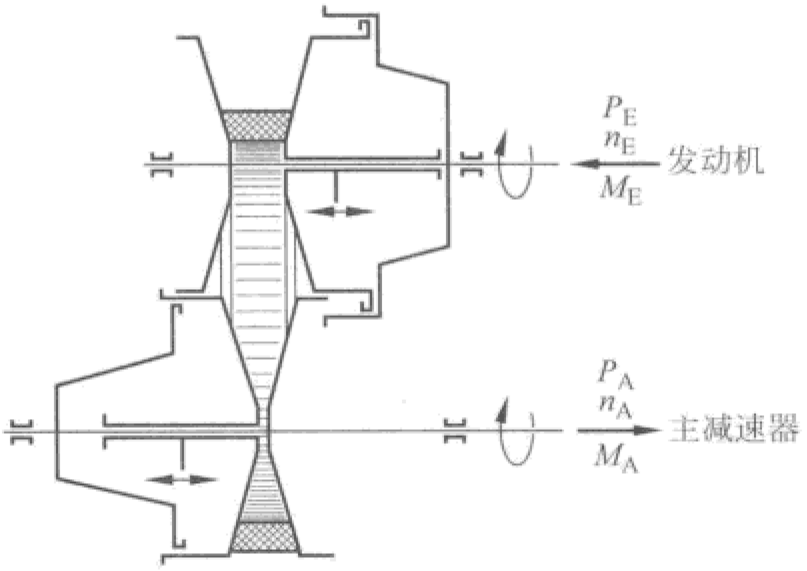


图 26.10 皮带传动的无级变速器原理图,楔形皮带轮的调整与转速和功率(或者扭矩)有关

(见 Fersen, O.: Van Doorne's stufenloses Getriebe"Transmatic", ATZ 81 (1979) Heft 6, S. 275-276, 和 Nowatschin, K. u. a.: Multitronic-Das neue Automatik-Getriebe von Audi, ATZ 102(2000), S. 548-553)

传动比的变化不需要人工来完成,可以根据图 26.1(c)所要求的传动比采用电子控制方案来实现,比如:根据理想动力特性场,为了达到大的加速度,使传动比按照满负荷(图中实线)曲线变化,或者为汽车行驶过程中燃料消耗最小,使传动比沿着图中的点画线变化(见 33.3 节)。这种变速器具有很大的优势,但也存在着不足之处,那就是传动效率过低,其传动效率为 $\eta=0.80\sim0.86$[12,13]。

26.8 内燃机和液力变矩器的共同工作

作为自动变速器[14]在汽车上常常采用的是液力变矩器。它由三个液力元件组成,参见图 26.11(a)。液体从泵轮流向涡轮,再流向导轮,开始时导轮是静止的。由于这第三个液轮,使泵轮和涡轮之间产生了扭矩差 $M_{导}=M_P-M_T$。扭矩 $M_T/M_P=M_A/M_E$ 随 $n_T/n_P=n_A/n_E$ 的增加而近似线性下降,如图 26.11(b)所示。这样,根据式(26.7)可以知道效率 η 呈抛物线变化。为了避免右边效率从最大值降低到零,把导轮支撑在一个自由轮上。它的作用是,当扭矩平衡时(即 $M_T/M_P=1$),有 $M_{导}=0$,这时导轮和涡轮作为"新的"涡轮在一起旋转,因而由扭矩转换器变成一个转速转换

---

[11] Förster, H. J.: Stufenlose Fahrzeuggetriebe. Herausgeber: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1996.

[12] Lechner, G.; Naunheimer, H.: Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer-Verlag 1994.

[13] Bock, C.; Sauer, G.: Stufenlose Getriebe-das ideale Konzept der Zukunft?, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug-und Motorentechnik 1998, S. 1251-1267.

[14] Förster, H. J.: Automatische Fahrzeuggetriebe. Berlin: Springer-Verlag 1990.

器，使得在这一转速范围内的效率大大提高了。在扭矩转换器工况范围内，我们假定对泵轮承受的扭矩起关键作用的 k 值（参看式(26.6)）是一常数。也就是说由于泵轮和涡轮之间有一个静止的导轮而使泵轮进口处的流动情况与涡轮出口处的流动情况无关。而在转速转换器工况范围内，按图 26.6(b)，k 值随转速比而下降。

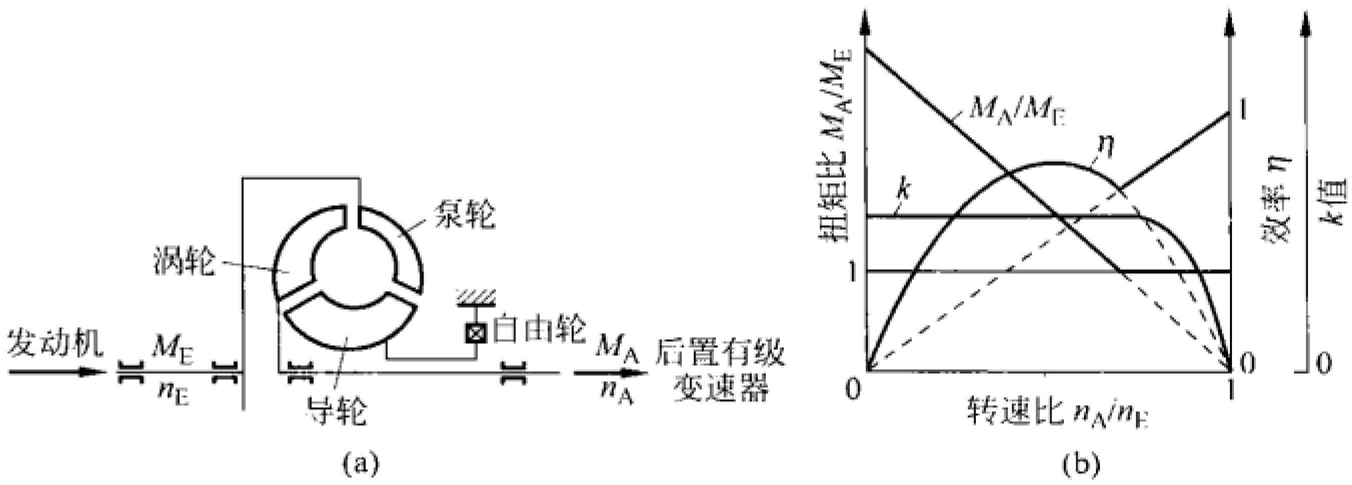


图 26.11 液力变矩器

(a) 简图；(b) 特性曲线

现在我们用图 26.12 来说明内燃机和液力变矩器共同工作的情况。首先假定发动机在全负荷工况下工作，因而泵轮特性曲线和发动机特性曲线相交于图 26.12(a)上的 I 点。这样在作为扭矩转换器工作时 $M_M = M_P = M_I$，$n_M = n_P = n_I$；由图 26.12(c)可以看到输出扭矩从 $M_A = 2.3M_I$ 下降到 $M_A = M_I$，而相应的转速从 $n_A = 0$ 上升到 $n_A = 0.85n_I$。此后液力变矩器转入转速转换器工况工作，$M_A(n_A)$特性曲线将相应于发动机全负荷特性曲线而变化，参看 26.4 节。扭矩比将不再变化。效率变化的曲线在图 26.12(d)中给出。

在图 26.12 上还给出了针对部分负荷 II 工况时的共同工作情况。由此我们可以得到无级转换装置的一个重要特点。对于发动机每一个工作点，比如 I 点和 II 点，在转换器的输出轴上是一条扭矩曲线，则对于发动机所有工作点，即在泵轮上是一条曲线，在输出轴上是一个扭矩区域。

此外，图 26.12(c)还画出了“理想的牵引力双曲线”。由此可以看出，单单通过一个液力变矩器来进行扭矩转换是不够的，因此在汽车上它只是和一个后置多挡变速器（多挡变速器一般采用行星齿轮结构）共同工作的部件。对于后置的多挡变速器的自动操纵，利用电控液压系统来实现，操纵程序不仅考虑车辆的所有动态参数，还考虑到驾驶员的习惯。[15]

从效率来看，这个转换器也不能令人满意。作为扭矩转换器工作时，最高效率约为 0.85。为了改善发动机和转换器的总效率，式(26.6)中的 k 值应取得使泵轮特性抛物线通过发动机效率较高的区域。在离合器工况范围内，虽然转换器效率改善了，但发动机效率却恶化了。为了改善转速转换区内的效率，通过一个离合器将泵轮和

〔15〕 Bosch, Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, 23. Aufl., Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg 1999, S. 598 f.

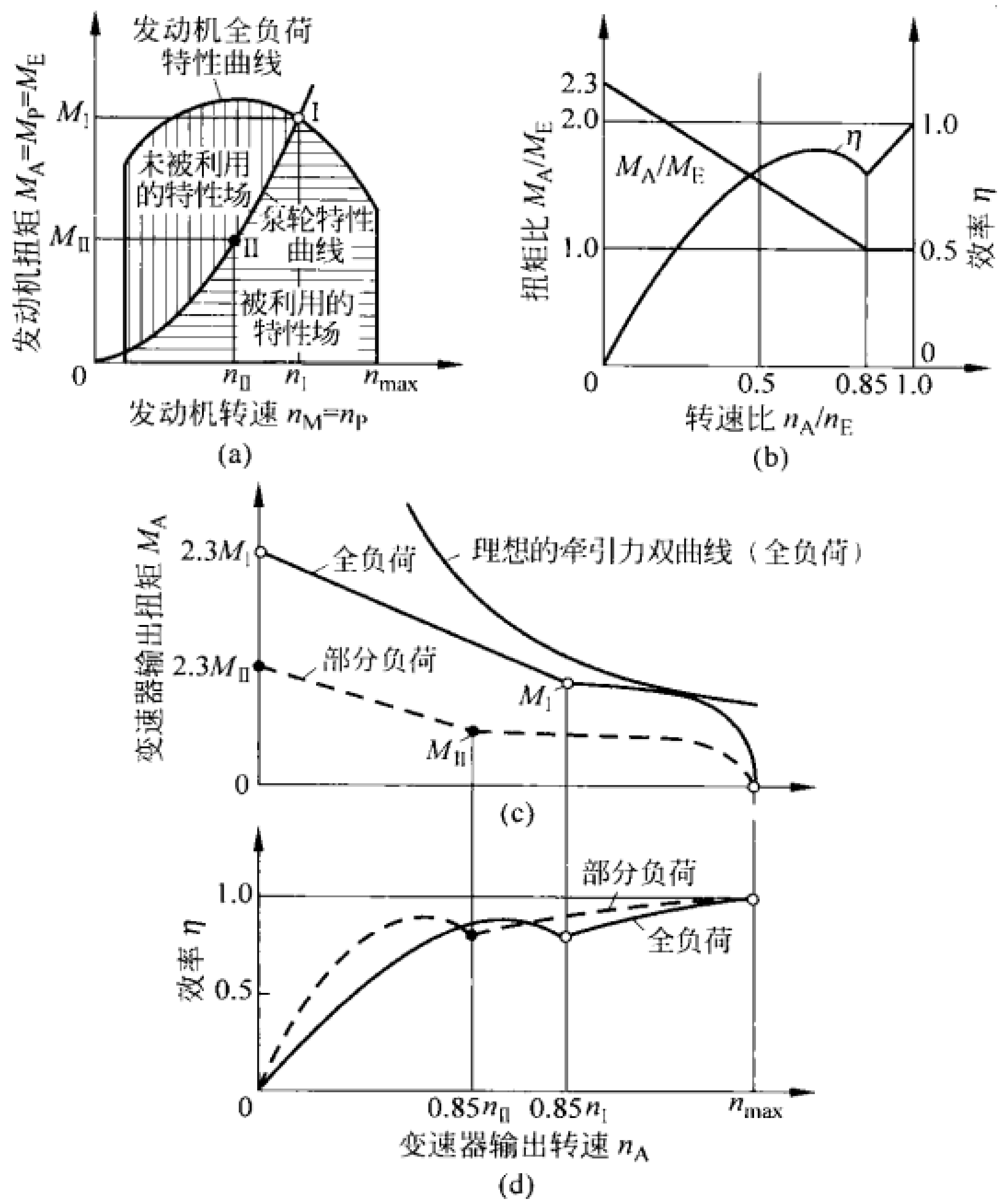


图 26.12 内燃机和液力变矩器共同工作

涡轮机械地连接起来，见 26.4 节。总的效率 η_K 除了考虑液力变矩器的效率之外，还需要考虑后置的多挡变速器和主减速器。

27 各种动力装置对汽车行驶的适用性

在前面讨论了车辆发动机和特性转换装置，下面首先要检查不同的驱动装置的特性场与车辆发动机要求的特性场的一致性。在 27.2 节对各种装置的质量进行比较，在 27.3 节讨论各自的排放污染问题。

27.1 全负荷特性曲线的比较

为了进行讨论，在图 27.1 上先给出了轿车的车轮功率-车速特性图，轿车采用目前应用最广泛的内燃机，配合一个 4 挡变速器。图中作为比较还画出了电驱动装置的特性曲线。再画上理想供应场的界限，并且还画出了与理想供应场非常接近的蒸

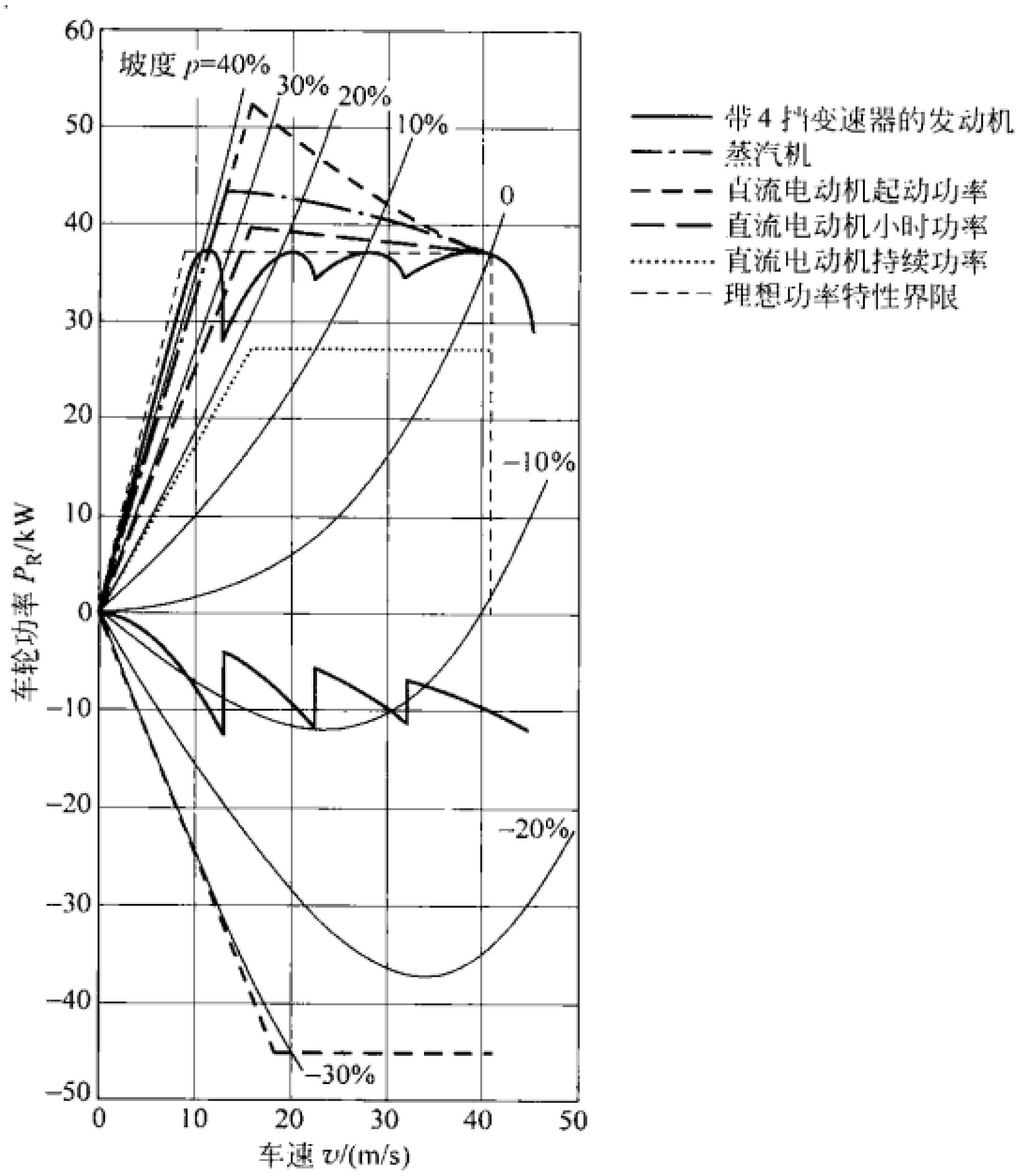


图 27.1 轿车需求特性场以及保持最高车速相等时各种动力装置的全负荷特性曲线
（数据：$\mu_h=1$，$f_R=0.01$，$l_V/l=0.42$，$h/l=0.225$，$m=880$ kg，$c_W A=0.77$ m^2，前驱动）

汽机的全负荷特性曲线。

其中作了下列假设：

a）从蒸汽机、电动机和内燃机到车轮的传动效率 $\eta_K=1$。

b）装用各种动力装置的车辆，其平路上达到的最高车速（≈40 m/s=144 km/h）是相等的，也就是说，在这一车速下对各种动力装置来说车轮功率（≈37 kW）是相等的。

c）这时蒸汽机和电动机以其最高转速工作（n_{max}）。因为，由第 25 节的特性图可知，这两种动力装置的最高转速与最大功率对应的转速 $n(P_{max})$ 相差较远，因而这时的功率和它们的最大功率 P_{max} 是有些差别的。

d）对于电力驱动[16]，由交通条件已经知道，以其最高车速不可能作很长距离行驶。所以是以小时功率曲线为基础画出。

---

〔16〕 Es soll hier nicht stören, daß das Kennfeld zu einem aus der Batterie betriebenen Kraftfahrzeug gehört, das solche Fahrgeschwindigkeit nicht erreicht. Hier geht es in erster Linie um einen Kennfeldvergleich.

e）各种动力装置，包括其必要的储能器在内，它们的重量应该相等，这样才能使车辆总重保持不变。[17]

驱动工况是由图 27.1 的上半部分决定的，一眼可以看出，各种动力装置都能很好地覆盖需求特性场，程度几乎相等。电力驱动有两个特点引人注意：一个是由于起动功率高，可以在中等车速范围内有较高的上坡和加速能力；另一个是在很大的坡度时其功率反而不如带后置特性转换装置的内燃机，因而这时上坡车速也较低。如果车辆要在较大的坡道上行驶，为了克服这一点，电动机后面看来还要装一个也许是两个挡的有级变速器。

27.2 质量比较，不同的能量储备系统，续驶里程

如果我们忽略附件质量，那么驱动系统的质量 m_{Antr} 应由发动机质量 m_M、特性转换装置质量 m_K 以及储能器质量 m_{En} 组成。

$$m_{Antr} = m_M + m_K + m_{En} \tag{27.1}$$

图 27.2 给出了轿车和货车内燃机，有线车辆和蓄电池车的电动机以及燃气轮机等各

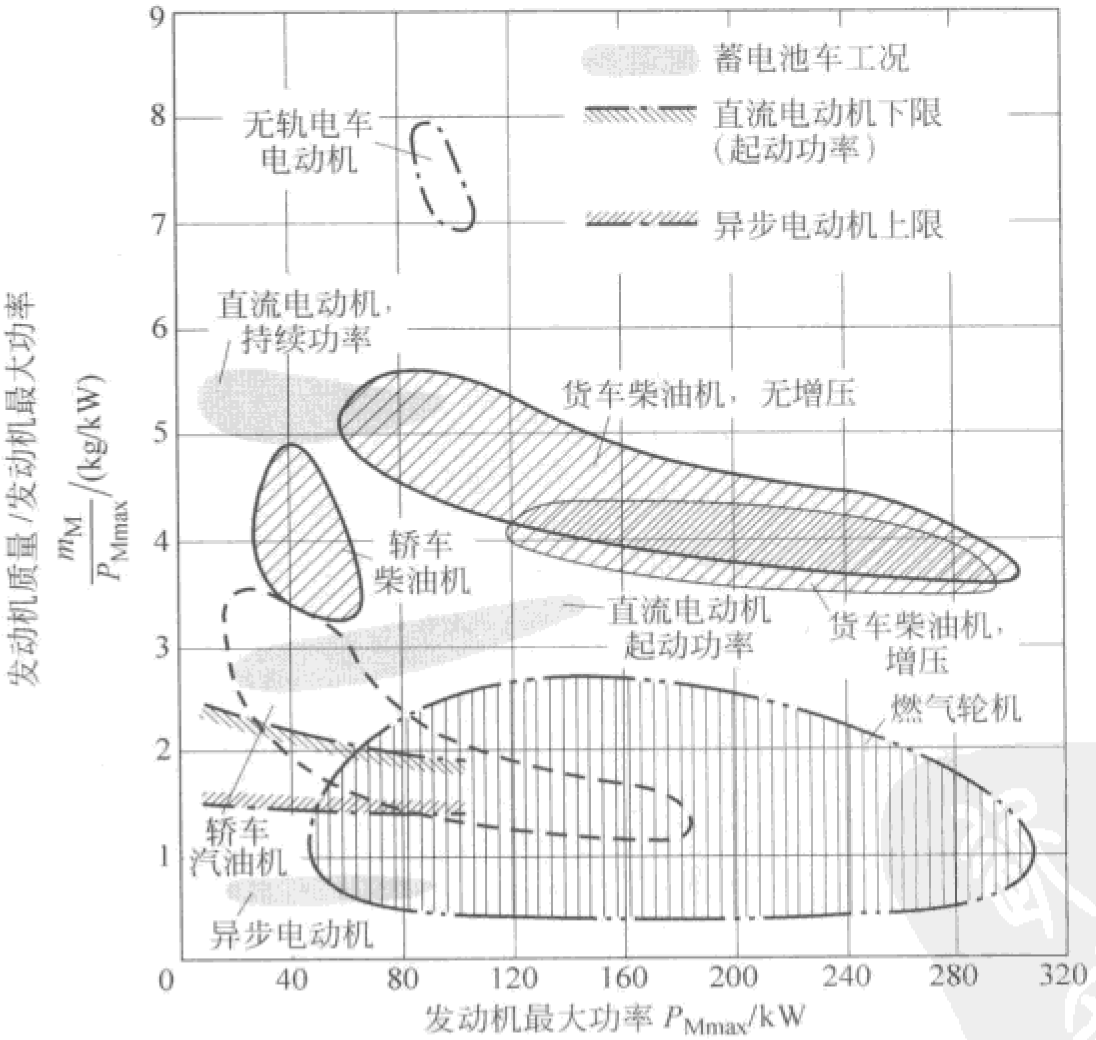


图 27.2 常用驱动系统的单位最大功率的发动机质量与最大功率的关系

[17] Auch das trifft für ein über Batterrien betriebenes Kraftfahrzeug mit E-Motor nicht zu, s. Abschn. 27.2.

种驱动系统单位功率质量情况。最常用的内燃机的数据分布比较集中。而一些研究试验用燃气轮机以及装车的电动机数据十分离散，以致只能作粗略的估计。但是从图中可以明显看出，异步电机的比轿车用汽油机和轿车用柴油机都要轻。

带摩擦式离合器和有级变速器的特性转换装置的质量大致与发动机质量成正比，而与其功率无关，可近似地取 $m_K/m_M \approx 0.3$[18]。电动机控制器的质量大致与变速器相当。

为了估计储能器质量 m_{En}（对于内燃机包括燃料和油箱，液化气体和压力容器，对于电驱动是蓄电池），我们先确定储存的能量 W_{En}；再考虑发动机平均效率 $\bar{\eta}_M = P_M T/W_{En}$。还要考虑特性转换装置的平均效率 $\bar{\eta}_K$，式中 P_M 为发动机功率，T 为行驶时间。

$$m_{En} = \frac{m_{En}}{W_{En}} W_{En} = \frac{m_{En}}{W_{En}} \frac{1}{\bar{\eta}_M} TP_M = \frac{m_{En}}{W_{En}} \frac{1}{\bar{\eta}_M \bar{\eta}_K} TP_R \qquad (27.2)$$

图 27.3 上给出了单位质量以及单位体积的驱动轮上的工作能力，在计算中将能量储备装置包括在内。[19]

另外需要指出的是，考虑到与质量有关的滚动阻力、上坡阻力和加速阻力在内的“残余”质量，柴油燃料为最小。汽油燃料稍微大一些。也就是说对于柴油机汽车，在相同重量的能量或者相同体积的能量条件下，行驶的距离比较长，或者说到下一次补充能量之前的续驶里程比较长。

第二组是具有中间工作能力的能量种类，它包括液化气体、甲醇和乙醇及液态氢。目前三种燃料（包括天然气在内）很少使用，但是由于在排放中 CO_2 部分的减小，预计将来会得到大范围的应用。[20] 氢气作为内燃机燃料由于存在很多困难（氢气制取、存储、相关基础设施、混合过程等）还没有得到系列的应用。在相同重量或者相同体积的能量储备条件下，车辆的续驶里程总比柴油和汽油要小（氢气作为燃料电池的能量提供电能的内容见 27.3 节）。

由图 27.3 可知，单位质量工作能力最小的是铅蓄电池。与柴油的比例为 140：1。镍、锂电池与柴油的差别相对小一些，为 30：1。[21] 并且由于“残余”质量很大，所以电动汽车不可能作为长途车辆使用，而只能适用于短时间的、低功率（因而是低速的）的行驶工况。它的续驶里程大约 100 km。当然，电动汽车可以通过电池和惯性飞轮回收制动过程的能量。为了提高车辆的续驶里程，人们采用了混合动力的驱动形式，即发动机和电动机联合作用。在要求无排放的地区（比如市区），采用电动机驱动；其他地区则采用发动机驱动，并且同时给电池充电。

---

[18] Nach statistischer Auswertung vom IfF, TU Braunschweig 1980.

[19] 见参考文献 7。

[20] Krüger, R.: Fahl, U.; Voß, A.: Alternative Kraftstoffe und Antriebe-ein Weg zur Minderung der Kohlenwasserstoffemissionen, ATZ 100 (1998) Heft 1, S. 26-32. Pischinger, S.: Die Zukunft des Verbrennungsmotors, Berichte aus der RWTH Aachen, 2/1999.

[21] Bosch: Kraftfahrtechnisches Taschenbuch. 26. Aufl., Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 1999.

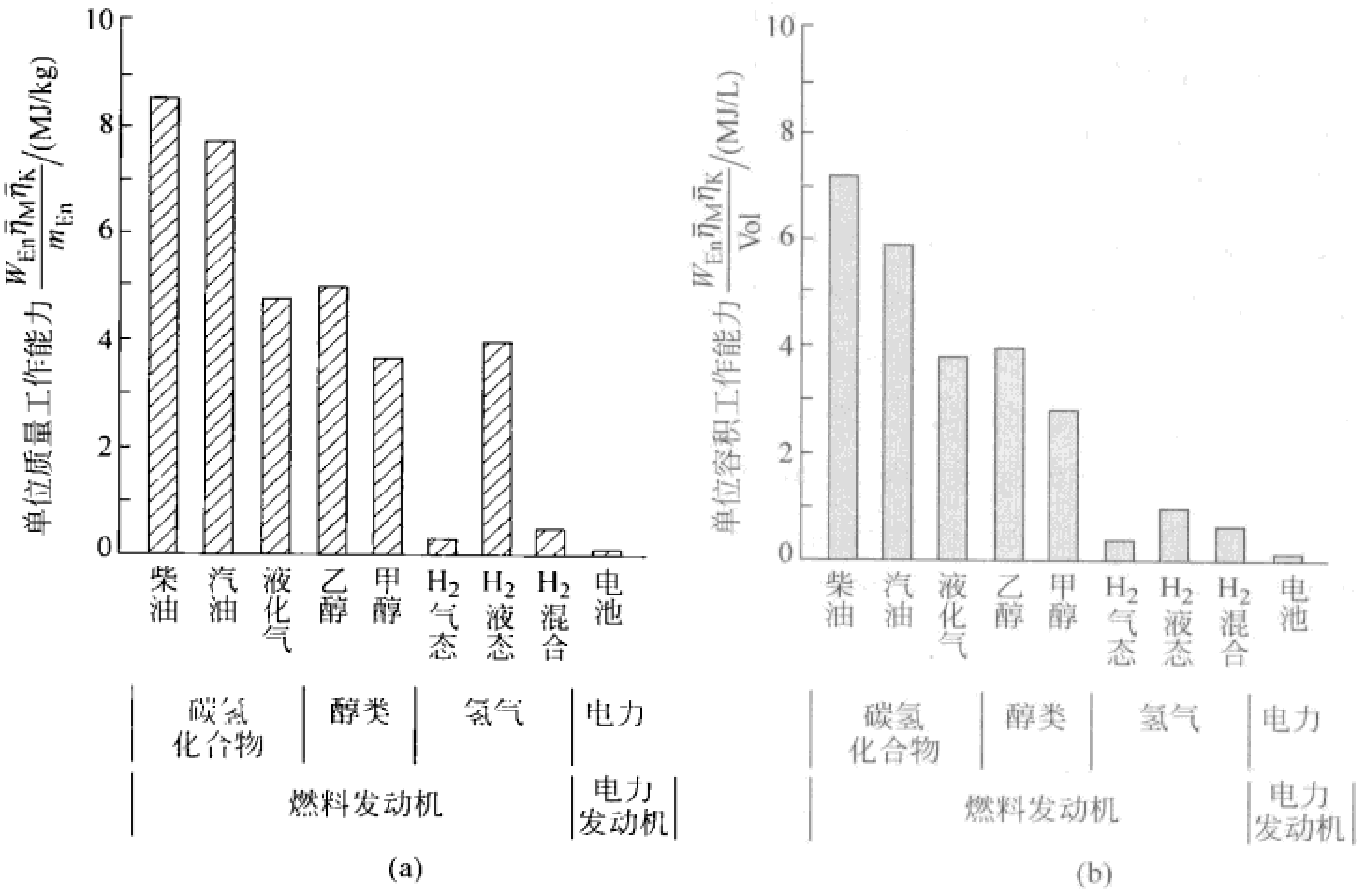


图 27.3　驱动车辆的不同能源在车辆上储存系统的工作能力

(a) 以质量计；(b) 以体积计(考虑到效率不同)

(Förster, H. E.: Die Kraftübertragung im Fahrzeug vom Motor bis zu den Rädern, Handgeschaltete Getrieb. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Herausgeber: Mitschke, M.; Frederich, F., Köln: Verlag TÜV Rheinland 1987)

如果把式(27.2)代入式(27.1)，就得到车轮单位最大功率的质量：

$$\frac{m_{Antr}}{P_{Rmax}} = \left(1+\frac{m_K}{m_M}\right)\frac{m_M}{P_{Rmax}} + \frac{m_{En}}{W_{En}}\frac{T}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K} \approx 1.3\frac{m_M}{P_{Rmax}} + \frac{m_{En}}{W_{En}}\frac{T}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K} \qquad (27.3)$$

27.3　有害物质的排放，燃料电池

几乎 100%的车辆都是由内燃机来驱动。这样，它们都需要从石油中提取燃料，并且在排出的废气中包含有害成分。所以人们对以下三个问题进行讨论或者以法规的形式加以限制：

- 石油的蕴藏量；
- 通过降低排放量对环境的保护；
- 对石油生产国的依赖性。

由于石油的蕴藏量是有限的，所以可利用的时间有一个最终期限。对于可用期限的预测非常困难，到目前为止已经超过了开始时预测的期限，而人们总是预测今后的 30 年是最后期限，这个预测的时间从 65 年前就开始了。

内燃机的排放物包括一氧化碳(CO)未燃烧的碳氢化合物(C_nH_m)、氮氧化物

(NO_x)和柴油机特有的颗粒物，对相对比较小的空间是非常重要的。这种区域性排放对人们的健康和环境(树木的死亡)造成极大的影响，并且还是光化学烟雾产生的根源(比如：洛杉矶)。在最近的10年里这个问题变得越来越尖锐，并且在法规上要求部分有害物质排放要降低90％！

近年来，人们对排气中的二氧化碳(CO_2)越来越重视，因为它对全球性的气候变化会产生很大影响。[22] 它会引起所谓的"温室效应"，所以人们要求降低它的排放量。由于传统内燃机采用的燃料包含大量碳元素，燃烧过程中产生的CO_2量与消耗的燃料量成正比，为此必须减少燃料的消耗，见第33节。

另外，还存在其他降低CO_2排放量的可能性，比如利用在27.2节提到的天然气作为燃料，与汽油相比较，在同样能量的条件下，天然气含碳量比较小，产生的CO_2量也相对比较少。或者运用从植物油(油菜子)中生产出的生物柴油。它在燃烧过程中产生的CO_2，被油菜植物生长过程所吸收，这样从整个过程来看，CO_2处于中性状态。

另外一个完全不同的解决方案是采用不含碳元素的能源。还有采用电池储存能量的电动汽车的解决方案，当然不需考虑27.2节提到的缺点。电动汽车只是局部地区没有排放(ZEV＝Zero-Emission-Vehicles)，而发电厂产生的排放会污染整个环境，当然这里排除电能来自可再生能源(水能、风能、太阳能……)和核能的情况。

对于内燃机使用不含碳元素的氢作为燃料的情况在27.2节已进行了讨论。

作为内燃机一种重要的替代装置是燃料电池[23]，这里氢气(H_2)与空气中的氧气(O_2)反应后形成电能，并用它来驱动电动汽车行驶。而氢气在车辆上的储藏也是可以实现的(氢气可以通过利用环保的可再生能源获得)。由于存在重量、体积和安全性以及对于商用汽车由于续驶里程不够需要建设加气站等问题，它的应用和推广还需要进一步引导。对于小型汽车，比如轿车，可以在车上通过甲醇直接产生[24]，但是这个过程会附带产生CO_2。甲醇可以通过与现在加油站网络相似的方式补充。燃料电池驱动与内燃机驱动相比较，效率和续驶里程基本相同[25]，但是燃料电池驱动系统的重量要大一些。

---

[22] Sie stammt nur z. T. von Kraftfahrzeugen, die anderen Emitenten sind Haushaltsheizungen, Industrie, Kraftwerke.

[23] Innovative Fahrzeugantriebe, VDI-Berichte 1565, Düsseldorf 2000, S. 301-428, mehrere Aufsätze.

[24] Büchling, J.: DaimlerChrysler setzt bei der Brennstoffzelle auf Methanol, ATZ 103 (2001), S. 126-129.

[25] Gossen, F.; Grahl, M.: Vergleich von Brennstoffzellen-und weiteren zukünftigen Antrieben hinsichtlich Wirkungsgrad und Wirtschaftlichkeit, 8. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 1999, S. 1251-1276.

V 行驶功率和燃料消耗

在第 III 章和第 IV 章讨论了行驶阻力的大小和动力装置的特性场，现在把这两者综合起来，讨论行驶功率。我们要计算车辆的最高车速，它的上坡和加速性能以及下坡行驶的问题。还将讨论燃料消耗量。选用常用的内燃机作为动力装置，后置机械式特性转换装置(离合器、有级变速器和主减速器)来加以说明。

28 行驶工况图

把需求特性场和供应特性场画在一个图上，我们称为"行驶工况图"。在此形成两个行驶工况图，一个是关于扭矩的，另一个是关于功率的，见图 28.1。在这个例子中采用一辆装备功率为 $P_{Mmax}=37$ kW 的内燃机、四挡变速器和具有固定传动比的主减速器的车辆，见图 24.3。

在此由理想的特性场开始，并且只考虑驱动过程。图 24.2 中最大的牵引力对于全轮驱动车辆根据式(24.3)由车辆总重和附着系数 μ_h 决定，功率的界限为前面提到的 37 kW。两者综合起来形成图 28.1(a)和(b)。

要形成车轮上的实际特性场，首先需要发动机的特性场，见图 28.1(c)和(d)。车轮上的扭矩 M_R 由发动机的扭矩 M_M，整个特性转换装置传动比 i_K(从发动机到车轮)，扭矩损失为 M_{Verl}决定，即

$$M_R = i_K M_M - M_{Verl} \tag{28.1}$$

驱动时，即 M_M 为正值，损失扭矩 M_{Verl}将使车轮扭矩 M_R 减小；制动时，M_M 负值，M_{Verl}使车轮扭矩(绝对值)增大。我们常常用效率 η_K 来取代损失扭矩，由式(28.1)即有

驱动过程：

$$M_R = \eta_K i_K M_M$$

制动过程：

$$M_R = \frac{1}{\eta_K} i_K M_M \tag{28.2}$$

后置 4 挡变速器的传动比为 $i_{Gs}(s=1\sim4)$，主减速器固定传动比为 i_A。由式(28.2)可得：

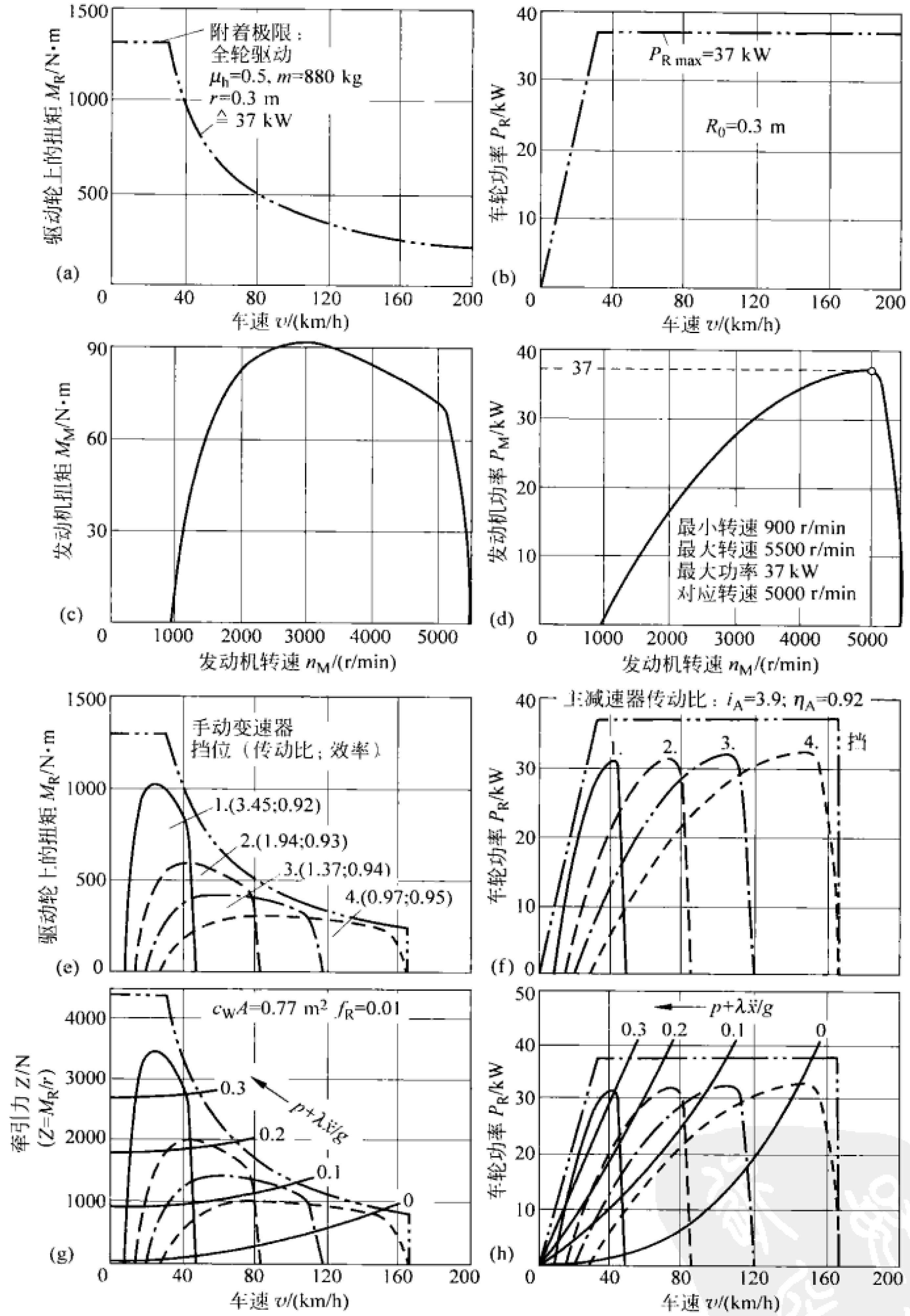


图 28.1　行驶状态图，左侧为扭矩，右侧为功率

(a)和(b)为理想特性场；(c)和(d)为发动机特性场；(e)和(f)为驱动轮上的实际特性场；(g)为牵引力随速度变化关系曲线；(h)为功率随速度变化关系曲线

驱动过程：

$$M_R = \eta_{Gs}\eta_A i_{Gs} i_A M_M$$

制动过程：

$$M_R = \frac{1}{\eta_{Gs}\eta_A} i_{Gs} i_A M_M \tag{28.2a}$$

为了得到功率特性，必须要有发动机和车轮功率（P_M 和 P_R）之间的关系式：

驱动过程：

$$P_R = \eta_K P_M$$

制动过程：

$$P_R = \frac{1}{\eta_K} P_M \tag{28.3}$$

现在必须通过发动机转速 n_M 引出车辆行驶速度 v。随着传动比的变化，车轮和发动机转动角速度之比（$\dot{\varphi}_R/\dot{\varphi}_M$），即它们的转速之比（$n_R/n_M$）也随之变化：

$$\dot{\varphi}_R = \frac{1}{i_K}\dot{\varphi}_M \quad \text{和} \quad n_R = \frac{1}{i_K} n_M \tag{28.4}$$

（表达式只适应于特性转换装置为齿轮传动，无滑移的情况），根据式（5.7）由 $\dot{\varphi}_R$ 可以得到：

$$v = R\dot{\varphi}_R \tag{28.5}$$

为了简化起见，忽略车轮的滑移，即 $S=0$，这样 $R=R_0$，可以得到两个横坐标 v 和 $\dot{\varphi}_R$ 之间确定的关系：

$$v = R_0\dot{\varphi}_R = \frac{R_0}{i_K}\dot{\varphi}_M \tag{28.5a}$$

在车速 v 和驱动轮角速度 $\dot{\varphi}_R$ 的关系式（5.7）以及旋转质量系数的表达式（21.10）中都出现了 R。R 由式（5.9b）可知是与 S 有关的，而 S 按第 5 节所述又是附着率，即车轮切向力的一个函数。切向力的大小和车轮力矩 M_R 关系密切。所以 S 不仅与特性图中的纵坐标有关，而且也通过车速，关系到横坐标。

当行驶工况明显地远离附着极限时，滑移率的数值不必考虑。下面将从这一点出发来讨论。而附着率接近附着极限的情况我们将在第 VI 章“行驶极限”中讨论。

通过式（28.2a）、式（28.3）和式（28.5a）可以将图 28.1（c）描述的发动机特性场转换为驱动轮的特性场，如图 28.1（e）和（f）所示。

实际特性场中最大功率与图 28.1（f）所示的理想特性场最大功率之间的差别是由于特性转换装置的损失造成的，各挡之间的间隙是因为变速器挡位有限，这里为 4 挡。在 $v=0$ 处产生的间隙必须通过转速转换装置来弥补。

如果在此根据式（22.1）～式（22.3）和式（23.3）确定需求特性场，就得到图 28.1（g）和（h）。图 28.1（g）称为“牵引力-速度图”，图 28.1（h）称为“功率-速度图”，由此得到在水平路面上匀速行驶时（$(p+\lambda\ddot{x}/g)=0$）的最高速度 $v_{max}\approx 140$ km/h，在 $p=10\%$ 的坡道上 3 挡时达到的稳定车速为 100 km/h，2 挡时达到的稳定车速为 80 km/h，

4 挡时根本不能爬上这么大坡度的坡道。对于 $p=30\%$ 的坡道车辆只有用 1 挡才可能上坡，车速在 15～40 km/h 之间。如果由于交通方面的原因使得行驶车速低于 15 km/h，那么必须利用带滑移的转速转换装置（利用摩擦离合器在磨损状态下运行）才能行驶。

29 平路上最高车速，最小传动比

在图 28.1(g)和(h)中，$p=0$ 和 $\ddot{x}=0$ 时的阻力曲线与供应特性场的上限（全负荷）相交，其交点即决定了平路无风状态下的最高车速 v_{max}。如车辆和发动机所有有关数据已知，那么最高车速亦可由牵引力方程式(22.2)和式(28.2)来计算：

$$Z(v_{max})=\frac{i_K\eta_K}{r}M_M(v_{max})=F_R+F_{L,r}$$

$$=f_RG+c_WA\frac{\rho}{2}v_{max}^2 \tag{29.1}$$

或者通过功率方程式(23.2a)和式(28.3)来计算，这里忽略滑移，有：

$$P_R(v_{max})=\eta_K P_M(v_{max})=\frac{r}{R_0}(F_R+F_{L,r})v_{max}$$

$$=\frac{r}{R_0}\left(f_RGv_{max}+c_WA\frac{\rho}{2}v_{max}^3\right) \tag{29.2}$$

我们用单位的参数来取代式中的 P_R、f_R、$G=mg$ 等参数，比如可把式(29.2)两边同除以 G。比值 P/G 常称为比功率，过去用的单位是马力/吨重。在采用新的单位后，我们用单位质量 m 的功率 P，单位为：

$$\frac{P_R(v_{max})}{m}=\eta_K\frac{P_M(v_{max})}{m}=\frac{r}{R_0}\left(gf_Rv_{max}+\frac{\rho}{2}\frac{c_WA}{m}v_{max}^3\right) \tag{29.3}$$

图 29.1 给出了确定的一个 $f_Rr/R_0\eta_K$ 值以及几个不同的$\frac{c_WAr}{mR_0\eta_K}$值所对应的发动机单位功率 $P_M(v_{max})/m$ 的数值。图中还作为对照，画出了轿车生产厂家提供的最大功率 P_{Mmax}与质量的比值数据（作为最高车速的函数）。[26] 此外，对于商用汽车按照联邦德国法规制定机构规定的要求，$P_{Mmax}/m\geqslant4.4$ kW/t，这里的总质量为符合法规要求的牵引车和挂车质量的总和。

在设计驱动系统（=发动机+特性转换装置）时重要的不仅是发动机要有达到最高车速所必需的功率，而且能够在最高车速时发挥出这一功率，也就是说发动机和车轮转速间的传动比一定要选配合适。

当阻力曲线和动力装置的功率特性曲线正好相交于最大功率点 P_{Mmax}时，在这种特殊情况下，最高车速、发动机功率和传动比的配合是十分简单的，参看图 29.2(b)。

---

〔26〕 对于质量 m，不同生产厂家和不同标准有不同的描述。在本书中用 $m=m_{leer}+m_{zusatz}$统一描述。这里，空载质量 m_{leer}是指运转状态良好的车辆无驾驶员和燃料时的质量。附加质量 m_{zusatz}根据不同情况给出，对于轿车，它一般取 75 kg 或者 100 kg。

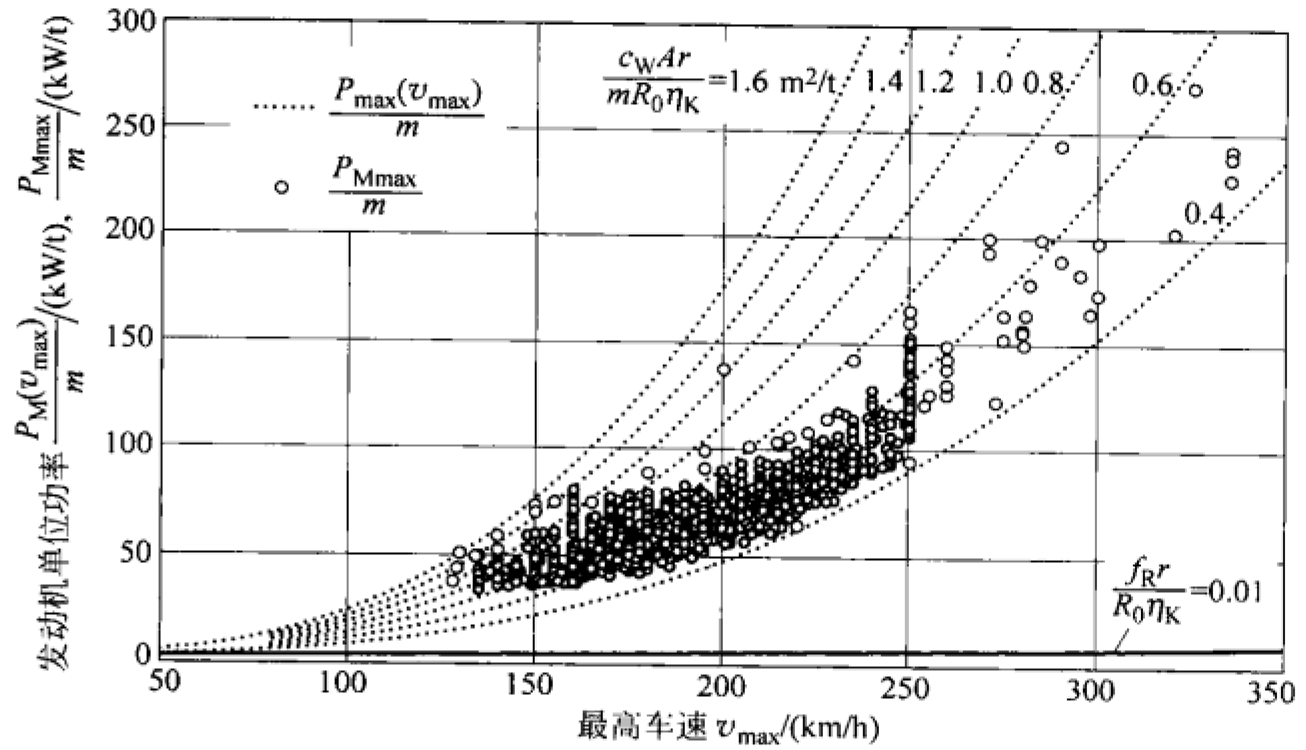


图 29.1 道路车辆的发动机单位功率与最高车速的关系，理论曲线：虚线，滚动阻力功率只考虑式(4.4)中第一项。图中点由轿车发动机最大功率和 $m = m_{\mathrm{leer}} + 75$ kg 确定(1998 年制造)

则有

$$P_R(v_{\max}) = \eta_K P_{\mathrm{Mmax}} \tag{29.4}$$

并且最高车速对应的发动机转速为

$$n_M(v_{\max}) = n_M(P_{\mathrm{Mmax}}) \quad 和 \quad \dot{\varphi}_M(v_{\max}) = \dot{\varphi}_M(P_{\mathrm{Mmax}}) \tag{29.5}$$

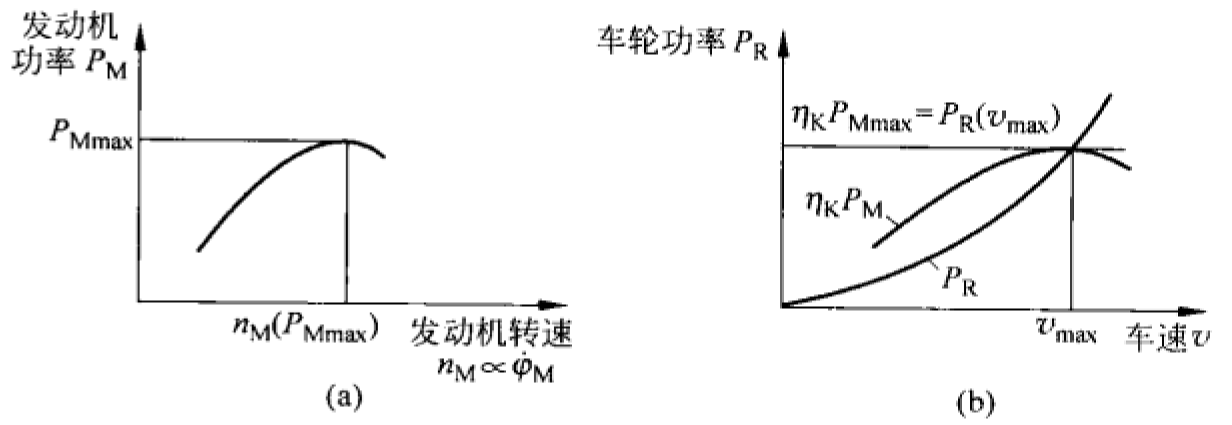


图 29.2 特殊情况，在发动机最大功率处取得最高车速

由式(5.7)和式(28.4)可求出为获得最高车速 $v_{\max}$ 所需的传动比 i_K(还是忽略滑移)：

$$i_K(v_{\max}) = R_0 \frac{\dot{\varphi}_M(P_{\mathrm{Mmax}})}{v_{\max}} = \frac{1}{2.65} \frac{R_0}{\mathrm{m}} \frac{n_M(P_{\mathrm{Mmax}})}{\mathrm{r/min}} \frac{\mathrm{km/h}}{v_{\max}} \tag{29.6}$$

$i_K(v_{\max})$在一般情况下为理想最小传动比或者接近理想最小传动比。对于它的大小的说明见图 32.7 和表 32.1。

除了在图 29.3 上用 1 表示上述特殊情况外，我们还要区分两种更一般的情况。

情况 2：最高车速对应的发动机转速高于发动机最大功率时的转速 $n_M(P_{\mathrm{Mmax}})$(当然低于发动机最高转速 n_{Mmax})。因此其最高车速 $v_{\max}$ 将比情况 1 低些，而在 $v<$

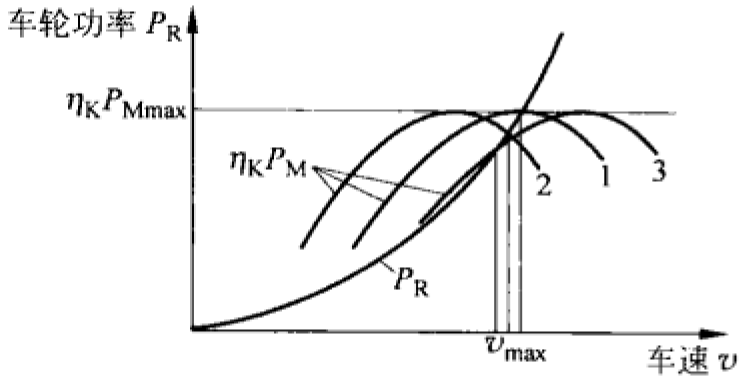


图 29.3　驱动系统不同传动方案时的最高车速

1—v_{max}位于 $n_M(P_{Mmax})$处；2 —v_{max}高于 $n_M(P_{Mmax})$对应点；3— v_{max}低于 $n_M(P_{Mmax})$对应点

v_{max}时，其最高挡的后备功率较高，上坡和加速能力会得到改善，参看第 30 节和第 32 节。

情况 3：最高车速对应的发动机转速低于最大功率时的转速。这种传动称为保护挡，因为这时在 v_{max}时对应的发动机转速较低，因而磨损降低，又被称为节能挡，因为由此可使燃料消耗下降(参看第 33 节)。其一大缺点是后备功率不足。所以传动方案 3 仅用于情况 1 和情况 3 的组合设计中：在正常行驶时采用节能挡；而在加速和要发挥最高车速时，又退回到情况 1 对应的挡位。

比如，在装用有级式变速器的轿车上，用 V 挡作节能挡(情况 3)，而用 IV 挡(情况 1)来达到最高车速。在这种情况下驾驶员必须频繁地换挡，这样会使得驾驶员产生厌烦情绪。

在汽车使用过程中，由于阻力曲线的移动而出现上述各种传动情况。而且由于加载和卸载使车重改变，在开式车辆上(比如货车)还使 $c_W A$ 值也有变化，这样一来，装载情况的改变肯定会造成传动情况的改变，参看图 29.4。

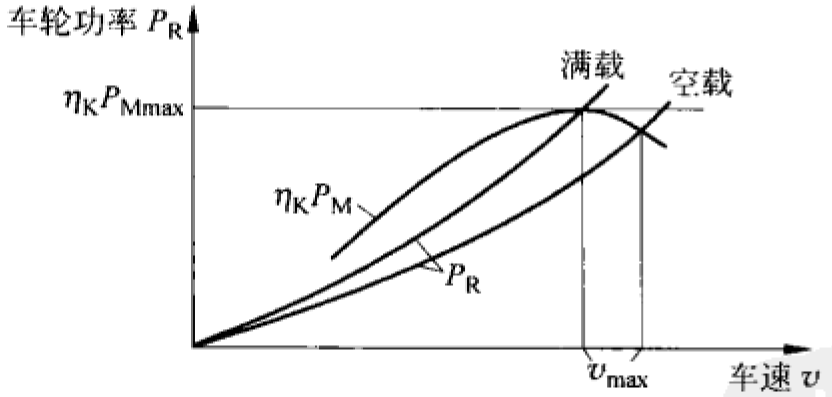


图 29.4　装载情况对最高车速的影响

最后我们举一个数字实例来由式(29.6)求传动比 $i_K(v_{max})$。比如一辆装用汽油机的轿车：

$$n_M(v_{max}) \approx 5000 \sim 6000\ \text{r/min}\text{，见图 25.5}$$

$$v_{max} \approx 150 \sim 250\ \text{km/h}$$

$$R_0 \approx 0.3\ \text{m}$$

$$i_K(v_{max}) = \frac{0.3}{2.65}\left(\frac{5000}{150} \sim \frac{6000}{250}\right) \approx 3.8 \sim 2.7;$$

又如一辆装用柴油机的重型货车

$$n_M(v_{max}) \approx 2200\ \text{r/min}$$

$$v_{max} \approx 100 \text{ km/h}$$
$$R_0 \approx 0.52 \text{ m}$$
$$i_K(v_{max}) = \frac{0.52 \times 2200}{2.65 \times 100} \approx 4.3$$

30 一定速度下的上坡能力

如果车速低于最高车速 v_{max}，图 28.1(g)剩余牵引力(即牵引力 Z 与阻力($F_R + F_{Lx}$)之差)可用于上坡行驶或加速。由式(22.1)匀速行驶时有：

$$F_{St} = pG = Z - (F_R + F_{Lx}) \tag{30.1}$$

这样，通过上式可确定所能克服的坡度 p：

$$p = \frac{1}{G}(Z - F_{Lx}) - f_R \tag{30.2}$$

由此，先画出($Z - F_{Lx}$)随车速的变化曲线(图 30.1)，再除以 G，这样纵坐标比例尺就是按 p 给出的了，其零点移动一个距离 f_R。

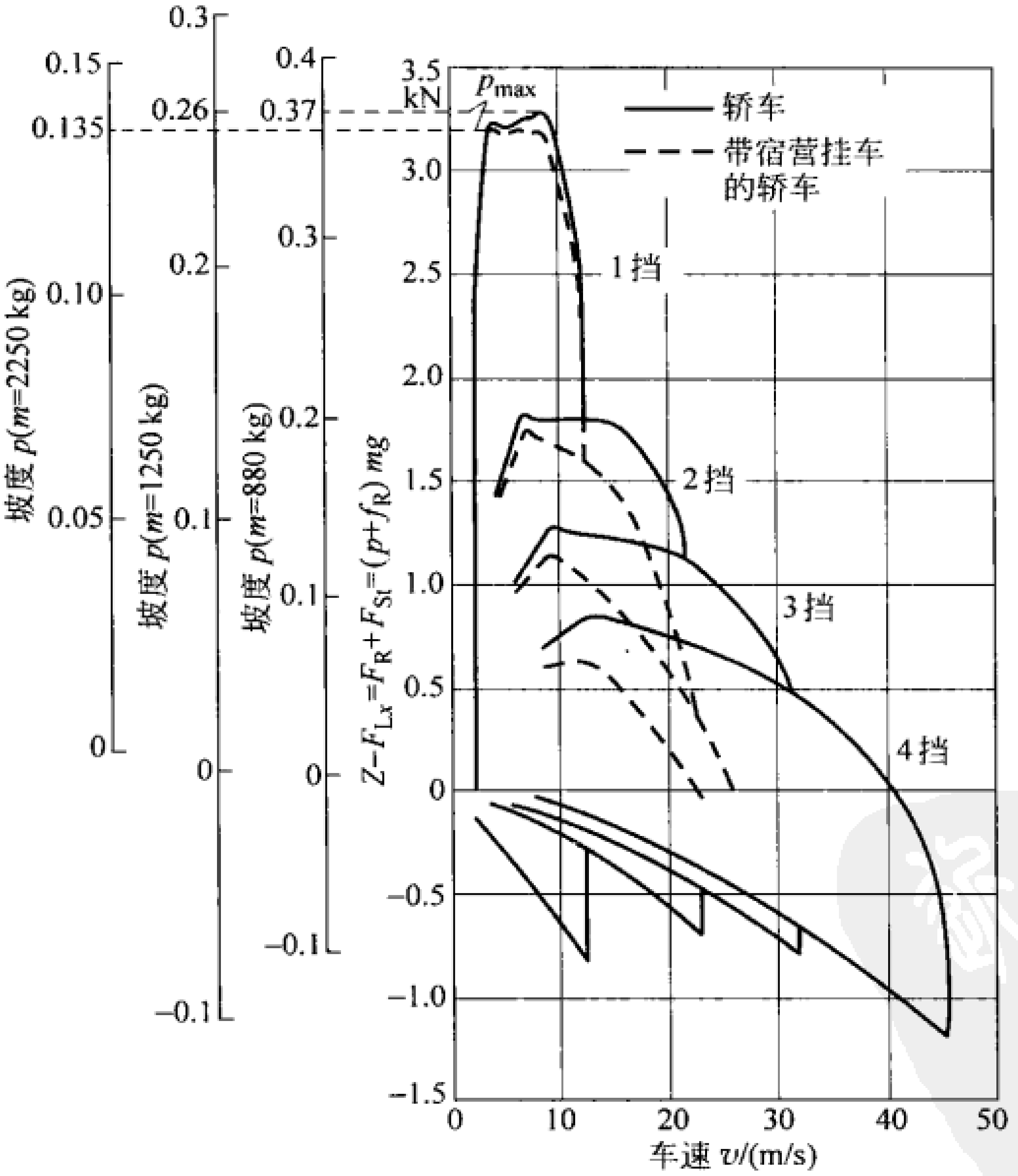


图 30.1 轿车所能克服上坡坡度和下坡坡度与车速的关系

车辆参数同图 28.1(g)，分别针对两种负荷以及拖带挂车的情况(m=1250 kg+1000 kg=2250 kg，$c_W A$=3 m²)

对于轿车各挡所能克服的最大坡度的近似值如图 30.2 所列。

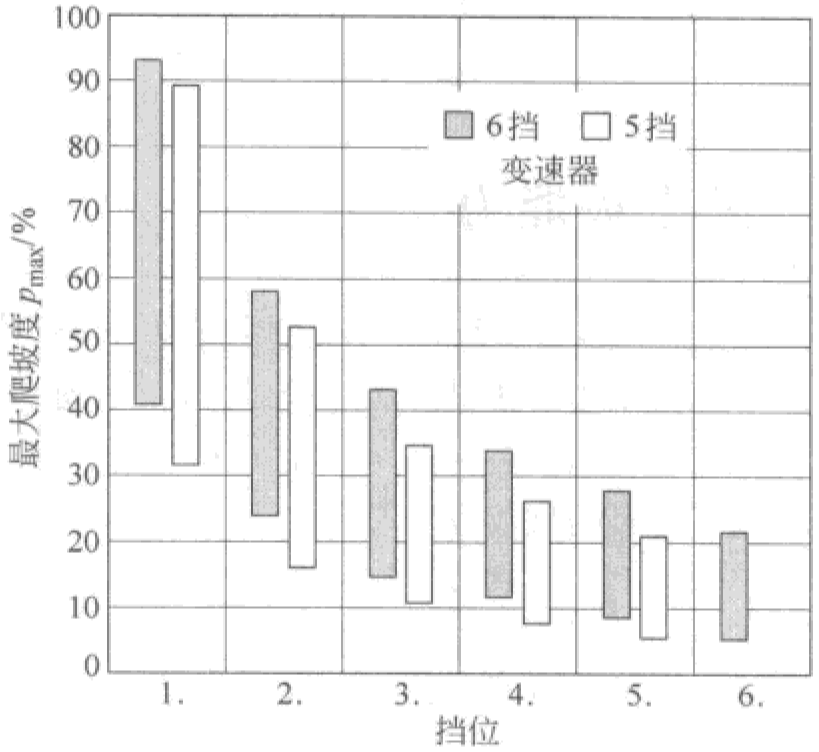


图 30.2 轿车在各个挡位上所能克服的最大坡度范围(轿车为 1998 年生产),车辆质量采用半装载状态的总质量

30.1 最高挡上坡能力,发动机和车辆的弹性

由图 30.3 可知,决定一个挡内所能克服的最大坡度的并不是最大牵引力,或车轮上最大扭矩 M_{Rmax}或发动机最大扭矩;而是最大剩余扭矩(后备扭矩)。而由于空气阻力随车速增加,所以最大剩余扭矩是在较低的车速 v 时达到的。图中实线表示的特性发动机可以比虚线表示的特性者克服较大的坡度,这样在遇到某些坡度时,省得换入低挡,所以是比较理想的。这就说明了特性曲线上最大扭矩点左侧部分的重要性。在最高挡时(确切地讲,是指可达到最高车速的挡位),由于空气阻力起的作用很大,因而这一点最为明显。

最高挡(可达到最高车速的挡位)所能克服的坡度值可以近似地进行计算。[27] 按式(29.1)达到最高车速时有(为简化起见,假定取图 29.3 中的情况 1):

$$i_K(v_{max})\eta_K M_M(P_{Mmax}) = [f_R G + (\rho/2)c_W A v_{max}^2]r$$

相应的在最大发动机扭矩 M_{Mmax}时所能克服的坡度为 p,则有:

$$i_K(v_{max})\eta_K M_{Mmax} = [(f_R + p)G + (\rho/2)c_W A v^2]r$$

克服的坡度为 p 可以由上面两式之差即可求出:

$$p = f_R\left[\frac{M_{Mmax}}{M_M(P_{Mmax})} - 1\right] + \frac{\rho}{2}\frac{c_W A}{G}v_{max}^2\left\{\left[\frac{M_{Mmax}}{M_M(P_{Mmax})} - 1\right] + \left[1 - \frac{n_M^2(M_{Mmax})}{n_M^2(P_{Mmax})}\right]\right\} \tag{30.3}$$

[27] Vgl. Flössel, W.: Bergsteigfähigkeit und Literleistung. Stuttgart: Franck'sche Verlagshandlung W. Keller & Co 1950.

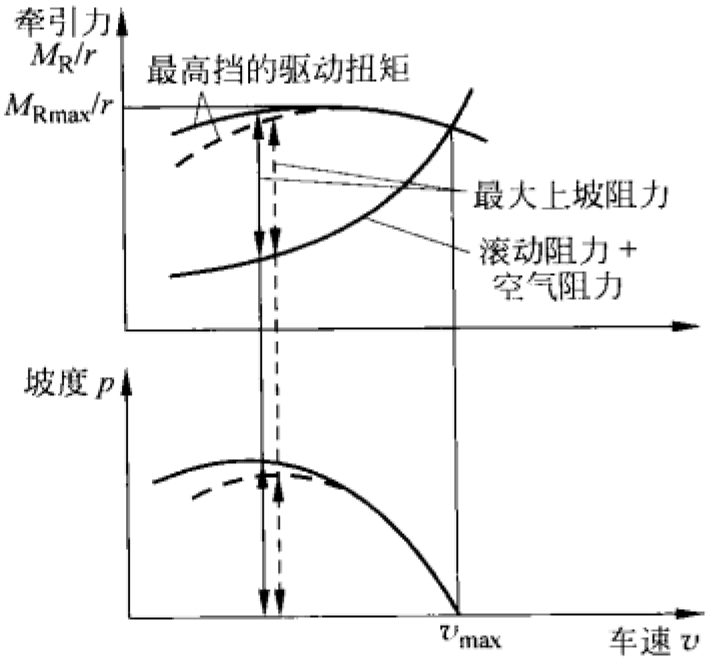


图 30.3 最大扭矩 M_{Rmax} 点左边的扭矩特性曲线对上坡能力的影响

式中，忽略了滑移以及 R_0 与 r 的差别，并认为车速 v 是与发动机转速 n_M 成正比的。

下面举例说明方程式(30.3)的意义和应用。

1. 图 29.1 上画出了一部轿车为克服阻力所需的牵引力曲线，该车的数据为

$$v_{max}=50\ \mathrm{m/s}=180\ \mathrm{km/h},\quad f_R=0.01,\quad \frac{c_W A}{m}=\frac{0.54}{1000}\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{kg}},\quad \eta_K=0.9$$

装用汽油机，按表 25.1 有：

$$M_{Mmax}/M_M(P_{Mmax})=1.15,\quad n_M(P_{Mmax})/n_M(M_{Mmax})=1.38$$

即可求出

$$p=0.01[0.15]+0.075\{[0.15]+[0.47]\}=0.0015+0.0113+0.0353\approx 0.05$$

这样，该车在最高挡可以在 5% 坡度上行驶(由图 30.3 可知，甚至可以比这个坡度还大些)，这时车速降低到 $v=v_{max}/1.38\approx 130\ \mathrm{km/h}$。

这个数字实例说明，第三项是主要的，起决定性作用，也就是说，除了 $(c_W A/G)v_{max}^2$ 之外，转速比 $n_M(P_{Mmax})/n_M(M_{Mmax})$ 影响是主要的，而扭矩比 $M_{Mmax}/M_M(P_{Mmax})$ 则是次要的。

2. 图 22.1(b)上引用的货运汽车列车数据为

$$v_{max}=22\ \mathrm{m/s}=80\ \mathrm{km/h},\quad f_R=0.0075,\quad c_W A/G=1.6\times 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{N}}$$

装用柴油机，根据表 25.1 有：

$$M_{Mmax}/M_M(P_{Mmax})=1.27,\quad n_M(P_{Mmax})/n_M(M_{Mmax})=1.78$$

求得

$$p=0.0075[0.27]+4.8\times 10^{-3}\{[0.27]+[0.68]\}0.0020+0.0013+0.0033$$
$$\approx 0.0065$$

对于货运汽车列车来说，最高挡所能克服的坡度是微不足道的，所以遇到一般的坡度时，总是必须换入低挡的。所以对列车来说发动机特性的作用不大。

就高速汽车(轿车)的发动机而言，希望最大功率时的转速和最大扭矩时的转速要间隔大些才好。此外，正如图 30.3 的上图所表示的，最大扭矩左侧的扭矩曲线要下降慢些。具有这种特性的发动机被称为有弹性的。只有当式(30.3)中大括弧前的 $(c_W A/G)v_{max}^2$ 这一数值比较大时，发动机的弹性才能在实际行驶中起作用。这时我

们称为车辆弹性。对于轿车,这个数值越小,即 $c_W A$ 越小、G 和 v_{max} 越大,车辆的弹性越差,驾驶员必须在较小坡度时就降低变速器挡位。

30.2 最大上坡能力,最大传动比,展开度

最大坡度 p_{max} 是在头挡,即最大传动比 i_{Kmax} 时,全负荷工况下达到的。反过来说,i_{Kmax} 应选取的可以在给定的坡度 p_{max} 上行驶和起步。由于车速很低,忽略空气阻力 F_{Lr},由式(30.2)即可得到

$$p_{max} = \frac{Z_{max}}{G} - f_R \tag{30.4}$$

而 Z_{max} 和 M_{Rmax} 又可由最大发动机扭矩 M_{Mmax}、最大传动比 i_{Kmax} 和传动系统的效率 η_K 求出,按式(28.2):

$$M_{Rmax} = i_{Kmax} \eta_K M_{Mmax}$$

给定车辆和发动机数据后,即可由上述两式求得最大坡度

$$p_{max} = i_{Kmax} \eta_K \frac{M_{Mmax}}{rG} - f_R \tag{30.5}$$

或者在给定的坡度 p_{max} 下求出最大传动比

$$i_{Kmax} = \frac{(f_R + p_{max})Gr}{\eta_K M_{Mmax}} \tag{30.6}$$

轿车不带挂车时,其最大坡度是由山区道路的最大坡度(阿尔卑斯山口——30%,参看表 20.1)确定的,并考虑到起步需要留有一定后备。满载重型货运列车不可能也不允许在陡峭的山路上行驶,轿车带宿营挂车时也是如此,因为根据图 30.1 所示的例子可知,其最大上坡坡度为 13.5%。i_{Kmax} 的近似值见图 32.7。

最大坡度时的车速由式(5.7)、式(28.4)和式(30.6)可以求出:

$$v(p_{max}) = \frac{R\,\dot{\varphi}_M(M_{Mmax})}{i_{Kmax}} = \frac{R}{r} \frac{\dot{\varphi}_M(M_{Mmax})\eta_K M_{Mmax}}{(f_R + p_{max})G} \tag{30.7a}$$

采用表 23.1 所列单位时有

$$\frac{v(p_{max})}{\text{km/h}} = \frac{1}{2.65 i_{Kmax}} \frac{R}{\text{m}} \frac{n_M(M_{Mmax})}{\text{r/min}}$$

$$= \frac{\eta_K}{2.65(f_R + p_{max})} \frac{R}{r} \frac{M_{Mmax}}{\text{N}\cdot\text{m}} \frac{n_M(M_{Mmax})}{\text{r/min}} \frac{N}{G} \tag{30.7b}$$

由图 30.1 可知,在最大坡度时,驱动车轮上的切向力是很大的,所以必须考虑车轮滑移,取

$R = R_0(1-S)$,其中 S 应由轮胎特性精确地给出。

下面举例说明应用情况:

1. 一辆满载轿车的数据为

$p_{max} = 0.30(30\%)$, $r = 0.3$ m, $G = 12\,260$ N, $f_R = 0.01$,
$M_{Mmax} = 87$ N·m, $n_M(M_{Mmax}) = 3500$ r/min, $\eta_K = 0.85$,

$$i_{\mathrm{Kmax}} = \frac{(0.01+0.30)\times 12\,260\times 0.3}{0.85\times 87} = 15.42$$

取 $R_0=0.3$ m，估计 $S=0.15$ 时，其最大坡度对应车速

$$v = 0.85\,\frac{0.3\times 3500}{2.65\times 15.42} = 21.8\ \mathrm{km/h}$$

2. 对于一部满载带挂车的货车，其总重 $G=380\,000$ N，$\eta_K=0.82$，$r=0.52$ m，$M_{\mathrm{Mmax}}=832$ N·m，$n_M(M_{\mathrm{Mmax}})=1500$ r/min，取 f_R 和 η_K 与上面相同，而 $p_{max}=0.15(15\%)$时有

$$i_{\mathrm{Kmax}} = \frac{(0.01+0.15)\times 380\,000\times 0.52}{0.82\times 832} = 46.3$$

取 $S=0.15$，$R_0\approx r$ 时，最大坡度对应车速

$$v = \frac{0.85\times 0.52\times 1500}{2.65\times 46.3} = 5.4\ \mathrm{km/h}$$

最大传动比与最小传动比的比值被称为传动比展开度或传动比变化范围，即

$$传动比展开度 = \frac{i_{\mathrm{Kmax}}}{i_{\mathrm{Kmin}}}$$

它可以通过下面过程计算出来。如果变速器没有节能挡，那么在最高挡时，即最小传动比时，应达到最高车速，即 $i_K(v_{max})=i_{\mathrm{Kmin}}$，见图 30.3 中第一种情况。

扭矩方程为

$$M_R(v_{max}) = i_{\mathrm{Kmin}}\eta_K M_M(P_{\mathrm{Mmax}}) = (F_R + F_{\mathrm{Lxmax}})r = \left(f_R G + \frac{\rho}{2}c_W A v_{max}^2\right)r$$

$$M_{\mathrm{Rmax}} = i_{\mathrm{Kmax}}\eta_K M_{\mathrm{Mmax}} = (F_R + F_{\mathrm{Stmax}})r \approx p_{max} G r$$

如果 η_K 在两式中相等，则有

$$\frac{i_{\mathrm{Kmax}}}{i_{\mathrm{Kmin}}} = \frac{F_R + F_{\mathrm{Stmax}}}{F_R + F_{\mathrm{Lxmax}}}\,\frac{M_M(P_{\mathrm{Mmax}})}{M_{\mathrm{Mmax}}} = 传动比变化范围$$

如果取发动机扭矩比 $M_M(P_{\mathrm{Mmax}})/M_{\mathrm{Mmax}}$ 为 1，即不考虑表 25.1 中列出的扭矩变化，则有

$$\frac{i_{\mathrm{Kmax}}}{i_{\mathrm{Kmin}}} \approx \frac{p_{max}}{f_R + \frac{\rho}{2}\frac{c_W A}{G}v_{max}^2}$$

货车的传动比变化范围比轿车大得多。这最终是由于其最大车速 v_{max} 相对低些，或从另一方面讲，与和车重相关的阻力 F_R 和 F_{St} 相比，货车的空气阻力 F_{Lx} 相对小了一些。

在轿车上，上面已求出 $i_{\mathrm{Kmax}}=15.42$，又在第 29 节中算出平均的 $i_K(v_{max})=i_{\mathrm{Kmin}}\approx 4$，所以传动比变化范围 $i_{\mathrm{Kmax}}/i_{\mathrm{Kmin}}\approx 3.9$。货车带挂车时，这一数值为 7.6。

31 下坡行驶

在下坡时，如果我们用动力装置（而不是用制动器！）来使车辆保持匀速行驶，那么这种下坡行驶和上坡行驶的分析是相同的，只不过现在取负的 p 值，因而牵引力 Z 以及功率 P_R 也是负的。

轿车的下坡坡度-速度特性可以从图 30.1 中看出。在图 31.1 上分别列出了货车在空载、满载和带挂车时的下坡行驶特性。而且图中还可以区别带和不带排气制动情况（参看 25.3 节）。从中可以看出，带排气制动不仅使车辆可以下陡坡，而且在常见的坡度上可以用次高挡下坡行驶，因而车速比较高。这就意味着，排气制动器不

仅可以保护摩擦制动器，而且可能提高车辆平均车速。

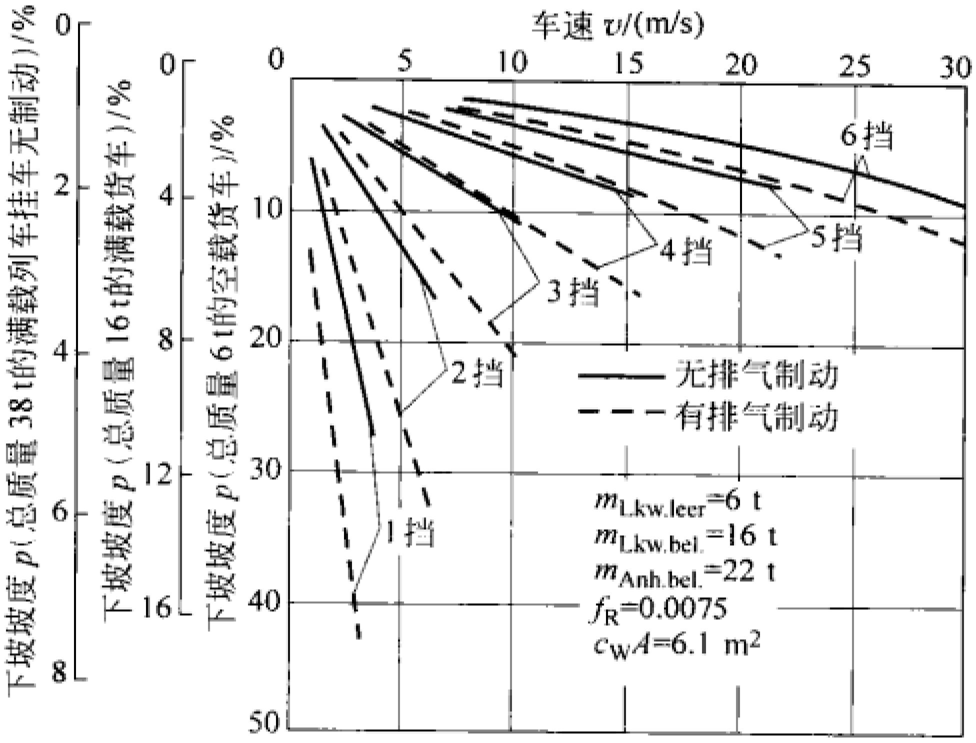


图 31.1　货车带和不带排气制动时，它的可通行下坡坡度与车速的关系

32　加速性能

由式(22.1)和式(22.2)可得出平路($F_{St}=0$)上行驶时加速度 $\ddot{x}$ 与重力加速度 g 之比为

$$\frac{\ddot{x}}{g}=\frac{Z-(F_R+F_{Lx})}{\lambda G} \tag{32.1}$$

因为剩余牵引力 $Z-(F_R+F_{Lx})$一般是车速的函数，这一点从图 28.1(g)的全负荷工况看得特别清楚，所以 $\ddot{x}$ 也是 v 的函数。

式中分母上的 λ 是考虑旋转质量的加速，见式(21.10)。在特殊情况下 $\lambda=1$，即旋转质量为零或小到可以忽略，比较式(32.1)和式(30.1)有

$$\frac{\ddot{x}}{g}(\lambda=1)=p \tag{32.2}$$

也就是说，比加速度值等于所能克服的坡度。比如，驶过坡度 $p=0.1=10\%$，就相当于平路时的加速度 $\ddot{x}=0.1g$(等于重力加速度的 10%)。因此，可以把图 30.1 的纵坐标由坡度 p(或下坡坡度)很简单地改为比加速度(或减速率)$\frac{\ddot{x}}{g}$即可。如图 32.1 中实线所示。

但由第 21 节可知 $\lambda>1$，所以式(32.2)不再适用，而有

$$\frac{\ddot{x}}{g}=\frac{p}{\lambda}<p \tag{32.3}$$

此外，装用内燃机时，必须后置扭矩转换装置，这时 λ 不是常数，而是随转换装置的传动比而变化的。图 32.1 上，四挡变速器的每个挡的 λ 值都各不相等。可以看出，在最高挡时，即在 4 挡时，λ 的影响是微不足道的，就是说式(32.2)几乎是可用的。而在 1 挡时，加速度的值与从剩余牵引力(或上坡能力)推算的或 $\lambda=1$ 时曲线相比，明显地减小了。

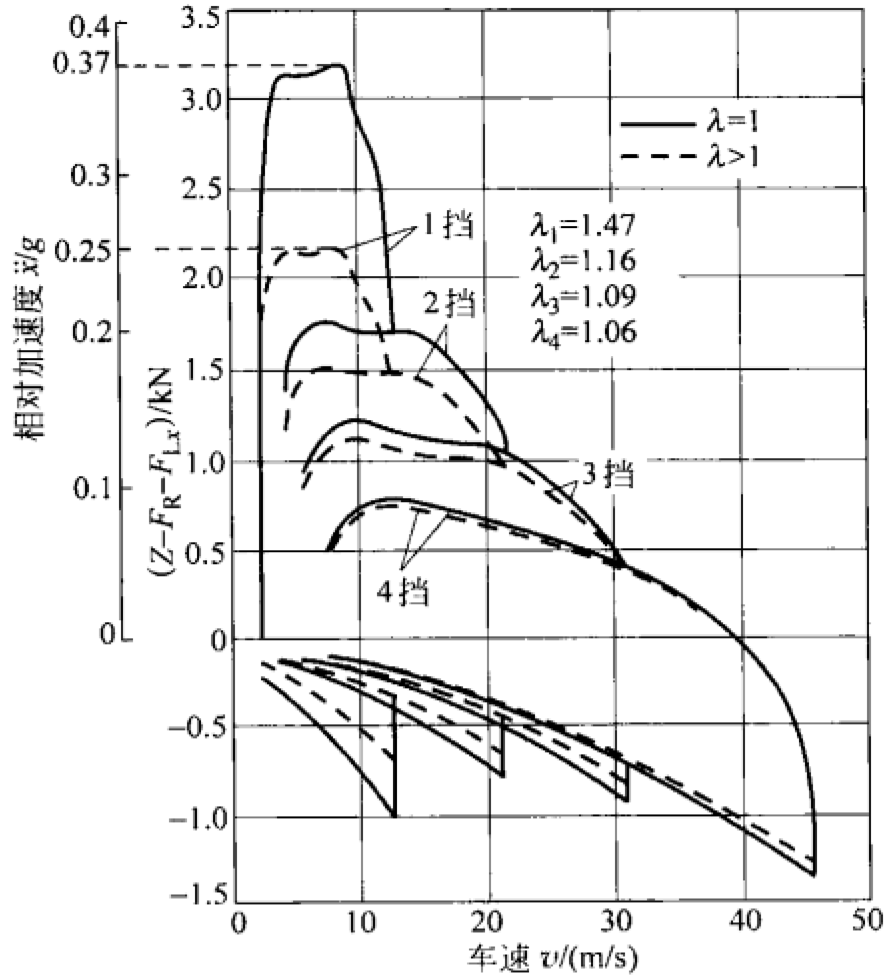


图 32.1 考虑($\lambda>1$)与不考虑($\lambda=1$)旋转质量时，轿车加速能力与车速的关系

(数据参看图 22.1(a))

所以 1 挡一般不是按加速性能设计的，而是按上坡能力设计的(参看第 30 节)。

32.1 速度，路程，时间

正如图 32.1 中所看到的，在全负荷工况时，可能达到的最大加速度 $\ddot{x}$ 不是常数，而是车速 v 函数：

$$\ddot{x}=\frac{\mathrm{d}\dot{x}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\ddot{x}(v) \tag{32.4}$$

也就是说，给出一个加速度值是没有多大意义的，因而习惯上也不这样给；更多的是给出总的数值，像全负荷工况下车辆从 0 加速到 100 km/h，不超过 8.7 s；或从起步开始，驶过 1 km 长的路段的时间不超过 30 s。下面我们就来说明如何求出这些数值。

由式(32.4)可以得到时间和速度的关系式

$$t = \int \frac{dv}{\ddot{x}(v)} + c_1 \tag{32.5a}$$

而车辆由 v_1 加速到 v_2 的加速时间为

$$\Delta t = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{\ddot{x}(v)} \tag{32.5b}$$

$t(v)$曲线如图 32.2(c)所示，它是由图 32.2(a)上的 $\ddot{x} = \ddot{x}(v)$曲线求得。在第一个区域，用 1 挡起步，离合器接合(转速间隙消除)，这时的加速度设为常数。以后，各个区域是指用 4 挡变速器各个挡行驶的情况。其中确定换挡点时保证在相应挡位总是以最佳加速性能行驶。另外，为简化起见，没有考虑换挡时间。图 32.2(b)上给出了倒数 $1/\ddot{x}(v)$的曲线，最后在此基础上按式(32.5a)积分即可得到图 32.2(c)上的时间-速度曲线。由此我们就可以回答上面提出的问题：对于一部(装备的发动机比较小的)车辆，由 0 加速到 100 km/h 所用时间为 18 s。车辆加速时间可以由图 32.4 得到。

时间-路程曲线由 $v = dx/dt$ 积分得出：

$$x = \int v dt + c_2 \tag{32.6a}$$

而时刻 t_1 和 t_2 之间的路段 Δx 为

$$\Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v dt \tag{32.6b}$$

时间-路程曲线如图 32.2(d)所示，可由图 32.2(c)得出。路程-时间曲线斜率最后趋近于 v_{max}。由此可以回答上面提出的第二个问题：一辆轿车由起步加速行驶 1000 m 距离的时间为 40 s。

我们也可以求出路程-速度曲线(这样就可以回答像起步加速到某一车速驶过的路程有多长之类的问题)。由式(32.4)

$$\ddot{x}(v) = \ddot{x} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

可得出路程

$$x = \int \frac{v}{\ddot{x}(v)} dv + c_3 \tag{32.7a}$$

或某一速度区间内驶过的路段

$$\Delta x = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v}{\ddot{x}(v)} dv \tag{32.7b}$$

图 32.2(e)和(f)给出了上述曲线。由图中曲线可知，从 0 加速到 100 km/h 行驶距离大约 280 m。

根据图 32.2(f)，可以再回到路程-时间曲线上来：

$$\frac{dx}{dt} = v(x)$$

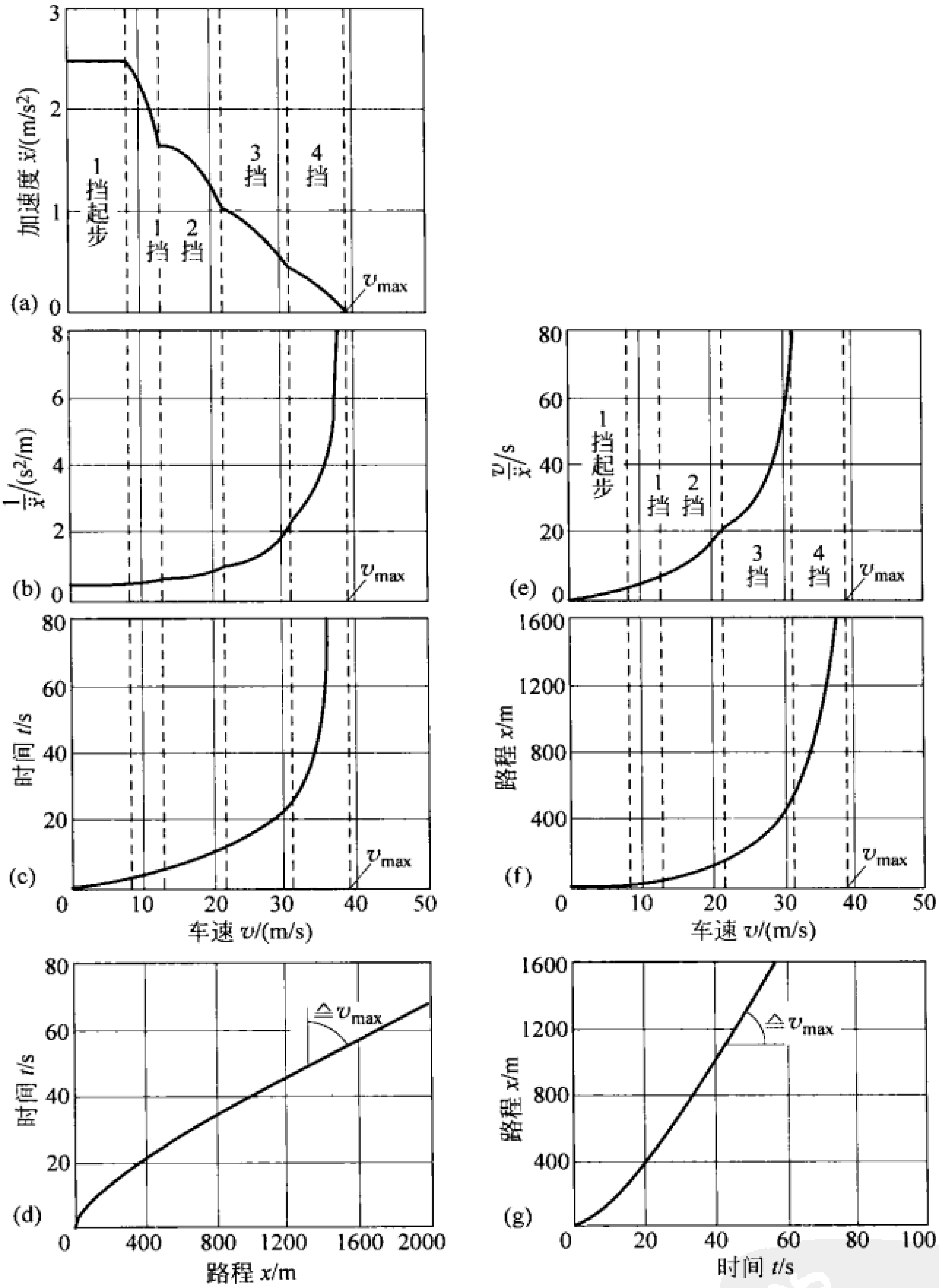


图 32.2 加速过程中的速度、路程和时间曲线实例

(a) 加速度 $\ddot{x}$ -车速 v(参看图 32.1,$\lambda>1$ 的情况);(b) 取加速度倒数,以便积分;(c) 时间 t-车速 v;(d) 时间 t-路程 x;(e) $v/\ddot{x}$ 曲线,以便积分;(f) 路程 x-车速 v;(g) 路程 x-时间 t

$$t=\int\frac{\mathrm{d}x}{v(x)}+c_4 \tag{32.8a}$$

因而持续时间为

$$\Delta t=\int_{x_1}^{x_2}\frac{\mathrm{d}x}{v(x)} \tag{32.8b}$$

结果如图 32.2(g)所示。

32.2 对车辆加速性能的影响

现在我们把前面学到的知识用来分析带有各种驱动系统的车辆加速性能。由第 24 节可知，这些驱动系统的供应特性场受到不同的附着系数和不同大小的等值功率的限制。

图 32.3(a)给出了一部车辆的阻力曲线，该车的车重、滚动阻力和空气阻力都是给定的，并装用两种不同的驱动系统，其最大车速分别为 $v_{max}=50\ m/s=180\ km/h$ (A)和 $v_{max}=40\ m/s=144\ km/h$ (C)，两者附着极限是一样的。

另外一个方案 B 其附着极限较低(或者因为附着系数 μ_h 较低，或者其驱动轴荷较轻)，而其功率和方案 A 相等(由最高车速表现出来的)。

如 32.1 节中所写，通过图 32.3(b)和(c)，我们可以得到时间-速度曲线(图 32.3(d))，从中得出下列基本结论：

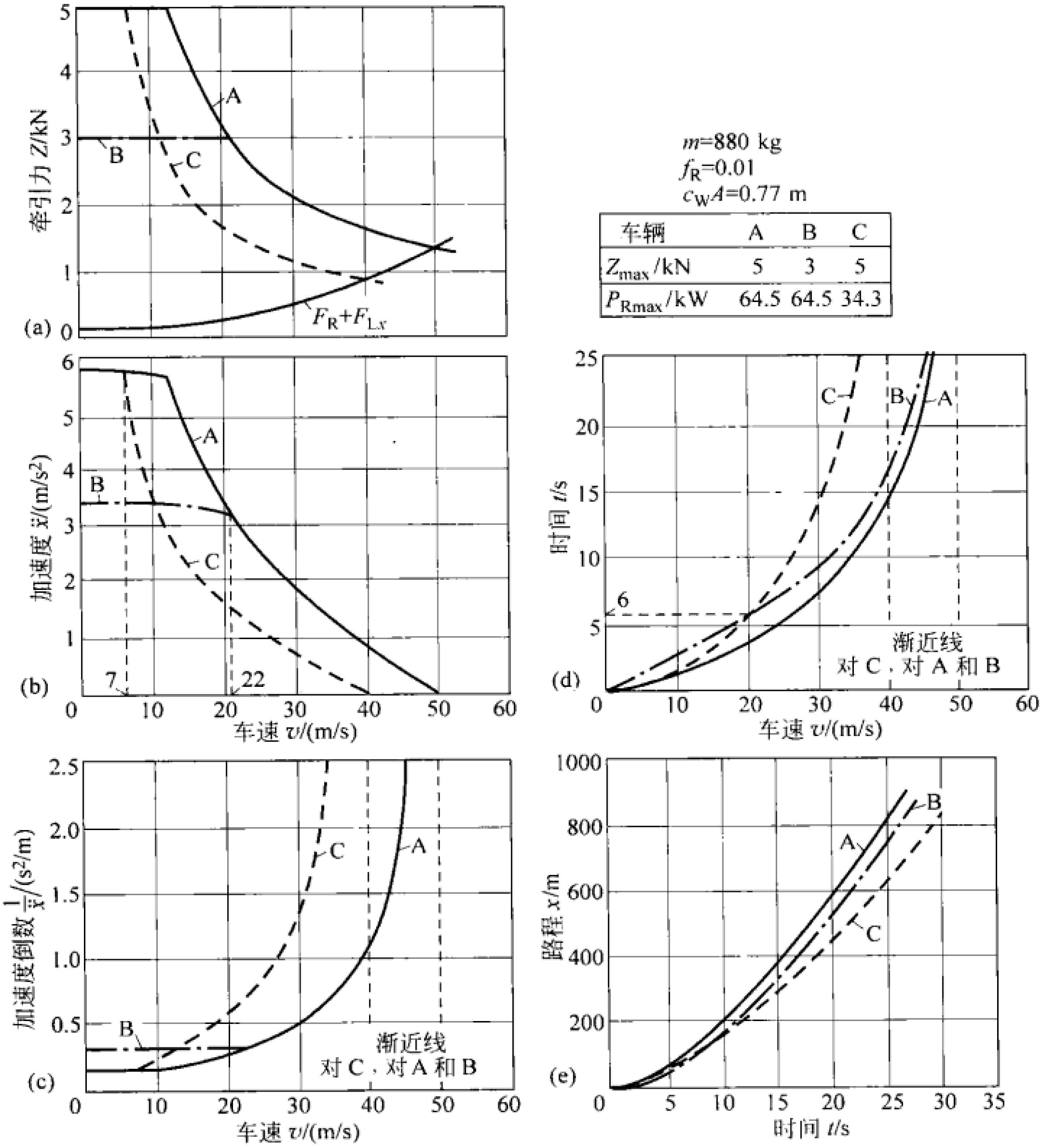
时间-速度曲线趋近于渐近值 v_{max}。因为方案 A 对应的数值高于方案 C，所以方案 A 的加速优于方案 C。由此，我们得到第一个基本结果是：功率按较高的最终车速设计的车辆，其加速性能也较好；反之也是正确的。这一结率是从对带理想的驱动系统的车辆得到的，但它对装用内燃机和有级式变速器的轿车也是适用的。图 32.4 分别给出了三组不同速度范围的加速时间间隔，可见，单位车辆质量的功率和最高车速越高，其加速时间越短。

对于最大功率还与发挥这一功率的时间有关的动力装置来说，上述结论不一定适用。比如，25.2 节中讨论的电力驱动，它的持续功率和短时间里所能提供的功率是不同的。它的持续功率和小时功率决定了最大车速(在其电机转速达到要求的一定数值时)；而比它们数值高的起动功率则在低转速时可以发挥很高的加速度。此外，还有一些制动能量采用液力方式或飞轮来回储的试验车辆，它们在短时间内也能提供较高的功率用于加速。增压内燃机的情况与此相反，车辆匀速行驶、发动机匀速转动时它可以给出较高的功率；而在加速时反而减小了，因为增压装置向气缸提供的压缩空气量的增加“滞后于”转速提高。

再回到车辆 A 和 C，根据图 32.3(b)可知，在低速时(0～7 m/s)两者的加速度没有差别，因为这一车速范围内起决定性作用的不是功率，而是附着极限。

比较车辆 A 和 B，在速度范围 22～50 m/s 内两者加速度完全一样，而在 0～22 m/s 范围内，由于附着极限不同，因而两者不同。车辆 B 在低速时加速性能不如车辆 A。

再来比较车辆 B 和 C，它们的附着极限和最大功率都不相同。由于附着极限比较高，车辆 C 在低速范围内加速度比车辆 B 高；而在高速范围内，功率较大的车辆 B 则加速性能较好。由图 32.3(d)和(e)可以看出，两种方案在不到 6 s 后即可达到同一车速，但是 10 s 后才驶过相同的距离。或者换句话说，两部车辆从 0 加速到 20 m/s 所用时间是相等的，接近 6 s，而这时车辆 C 驶过的距离要长 25 m，这一点一开始令



m=880 kg
f_R=0.01
$c_W A$=0.77 m

车辆	A	B	C
Z_{max}/kN	5	3	5
P_{Rmax}/kW	64.5	64.5	34.3

图 32.3 具有理想牵引力特性曲线的三个实例的速度、路程和时间

(a) 牵引力 Z；(b) 加速度 $\ddot{x}$；(c) 加速度倒数 $1/\ddot{x}$；(d) 时间-车速(t-v)；(e) 路程-时间(x-t)

人出乎意料。但是然后车辆 B 赶了上来，再过 4 s，它就超过了车辆 C。

在讨论了上述特例以后，我们借助图 32.5 来近似地推导加速时间与驱动特性之间的关系式[28]。

1. 在 $0 \leqslant v \leqslant v_0$ 范围内，附着极限是决定性的。如果忽略速度的影响，那么有加速度 $\ddot{x} = \ddot{x}_0$＝常数。并且由式(32.1)和式(24.5)得到

[28] Eine ausführliche Darstellung "Über die Bewertung von Beschleunigungsvorgängen" s. Jante, A.: Zur Theorie des Kraftwagens. Berlin: Akademie-Verlag 1974.

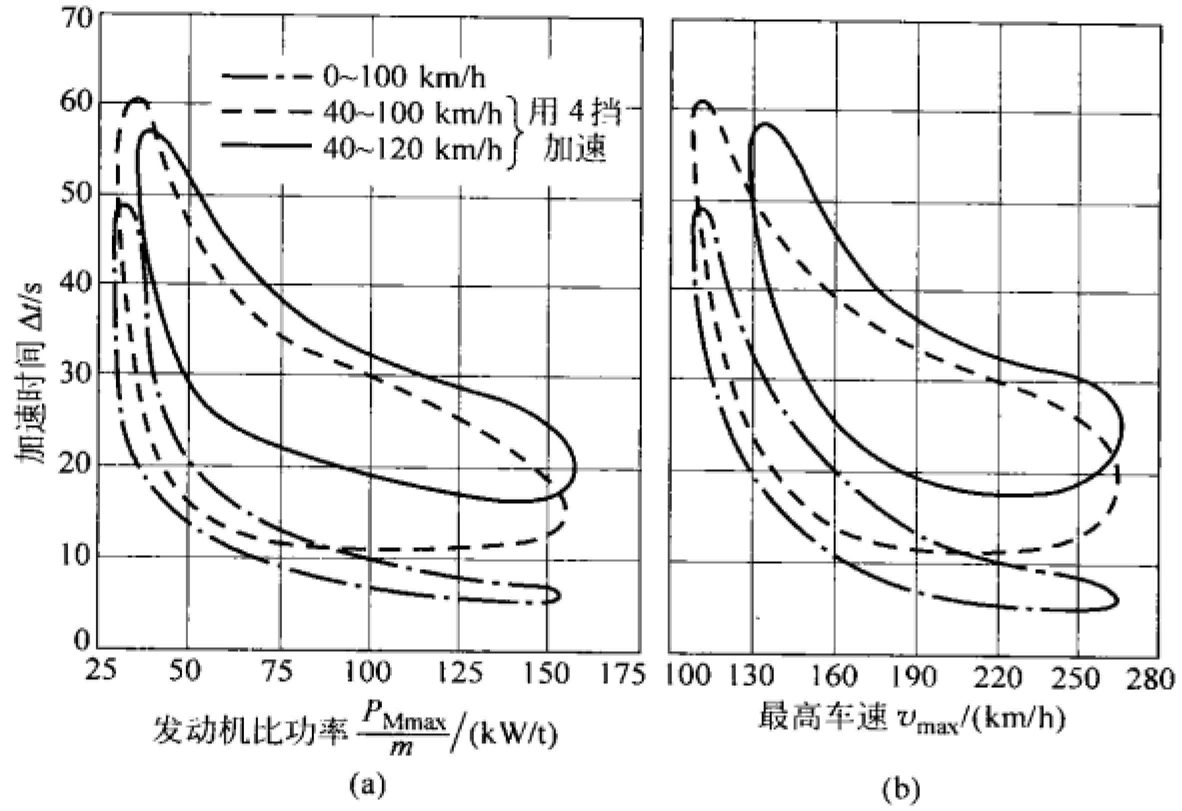


图 32.4 轿车(1975—1979 年生产的)的加速时间分布范围与发动机比功率和最高车速的关系

(a) 发动机比功率;(b) 最高车速

$$\frac{\ddot{x}_0}{g}=\frac{\mu_h\sum_{j=1}^{m}F_{zj}-(F_R+F_{Lr})}{\lambda G}$$

如果不考虑滚动阻力和空气阻力(在这么低的速度范围内是允许的),并且取 $\lambda=1$,则有

$$\frac{\ddot{x}_0}{g}\approx\frac{\mu_h\sum_{j=1}^{m}F_{zj}}{G}$$

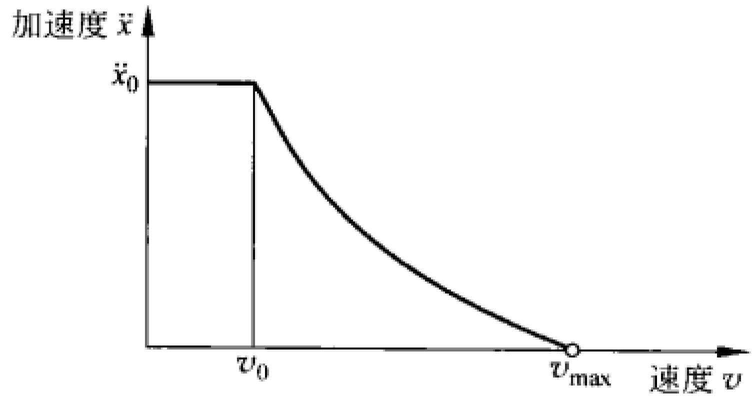


图 32.5 加速时间的计算

在理想的全轮驱动情况下,$\sum_{j=1}^{m}F_{zj}=G$,参看第 24 节第 3. 段,这样就得到

$$\frac{\ddot{x}_0}{g}=\mu_h \tag{32.9}$$

在前轴驱动时,根据表 35.1,$\sum_{j=1}^{m}F_{zj}=F_{zV}\approx G\left(\frac{l_H}{l}-\frac{h}{l}\frac{\ddot{x}_0}{g}\right)$,得到

$$\frac{\ddot{x}_0}{g}=\mu_h\frac{l_H/l}{1+h/l} \tag{32.10}$$

在后轴驱动时,$\sum_{j=1}^{m}F_{zj}=F_{zH}\approx G\left(\frac{l_V}{l}+\frac{h}{l}\frac{\ddot{x}_0}{g}\right)$ 得到

$$\frac{\ddot{x}_0}{g}\approx\mu_h\frac{l_V/l}{1-h/l} \tag{32.11}$$

这一速度范围内的加速时间按式(32.5(b))可以求得

$$\Delta t=\frac{v_0}{\ddot{x}_0}$$

2. 在 $v_0 \leqslant v \leqslant v_{max}$ 速度范围内，功率限制是决定性的。根据式(24.1)、式(24.2)和式(23.3)，对于一个理想特性场，并且忽略驱动轮滑移率的影响，可得

$$P_R = Zv = \text{const}$$

相对加速度为

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{P_R/v - (F_R + F_{Lr})}{\lambda G}$$

引入发动机功率 P_M 以及特性转换装置的传动效率 η_K 后得

$$\frac{\ddot{x}}{g} = \frac{1}{\lambda}\left(\eta_K \frac{P_M}{G}\frac{1}{v} - f_R - \frac{\rho}{2}\frac{c_W A}{G}v^2\right) \tag{32.12}$$

由此可见，必须：

- 在附着极限限制的范围内，通过轮胎与地面之间的高附着系数，对于单轴驱动的车辆提高驱动轴的轴荷；
- 在功率限制的范围内，通过提高比功率 P_R/G 以及 P_M/G（见图 32.4(a)），减小滚动阻力和空气阻力；

来达到车辆高的加速度。

32.3 中间挡传动比

有级变速器的各挡中，如第 29 节和第 30 节中所说的，最高挡是由预先给定的最高车速（如是节能挡，则由油耗）决定，而头挡一般是由山区上坡性能决定。至于中间挡常常是按加速性能进行设计。

中间挡传动比取值的一个出发点我们可以由图 26.1(c)上的曲线 1′-2′-3-4-5 找到。这条曲线我们是在假定采用一个理想特性转换器可以发挥出理想供应特性场的全负荷工况曲线 1-2-3-4-5 的情况下得到的，见图 26.1(b)。因为，在全负荷工况下，在整个速度范围（$0 \sim v_{max}$）内都可以取得最大加速度，因此曲线 1′-2′-3-4-5 针对的是适应最佳加速性能的传动比（见图 26.1(c)）。图 26.1 上的几条曲线在图 32.6(a)～(c)上又再次给出，只是后者突出了最大功率点 P_{Mmax} 和最大发动机扭矩点 M_{Mmax}，另外，车轮功率曲线（图 32.6(b)）的左侧边是针对最大上坡坡度行驶工况画出。图 32.6(d)是车轮转速 n_R 和发动机转速 n_M 的关系（可由图 32.6(c)求出），而图 32.6(e)和图 32.6(b)一样，也是理想的供应特性场。

现在再回到有级式变速器，比如讨论一个 4 挡变速器。在这个例子中，先应该通过平路最高转速来确定 4 挡时传动系统的总传动比。通过式(29.6)求出 $i_4 \approx 3.8$，这就是理想特性转换装置的最小传动比，对应于图 32.6(d)中最上面的射线。而最下面的射线是针对 1 挡的传动比，该射线必须通过理想转换装置特性曲线上的点 $n_M(M_{Mmax})$，这样才能克服预先给定的最大坡度，由此我们求得 $i_1 \approx 13.5$。

在确定中间挡传动比时，现在还没有一套简单的完整的数学方法。最好是采用逐步逼近法。我们先要参考现有车辆变速器的设计（图 32.7 和表 32.1），再把选定的传动比用行驶工况图来加以检验，看它是否能使加速时间最短，参看图 32.2。

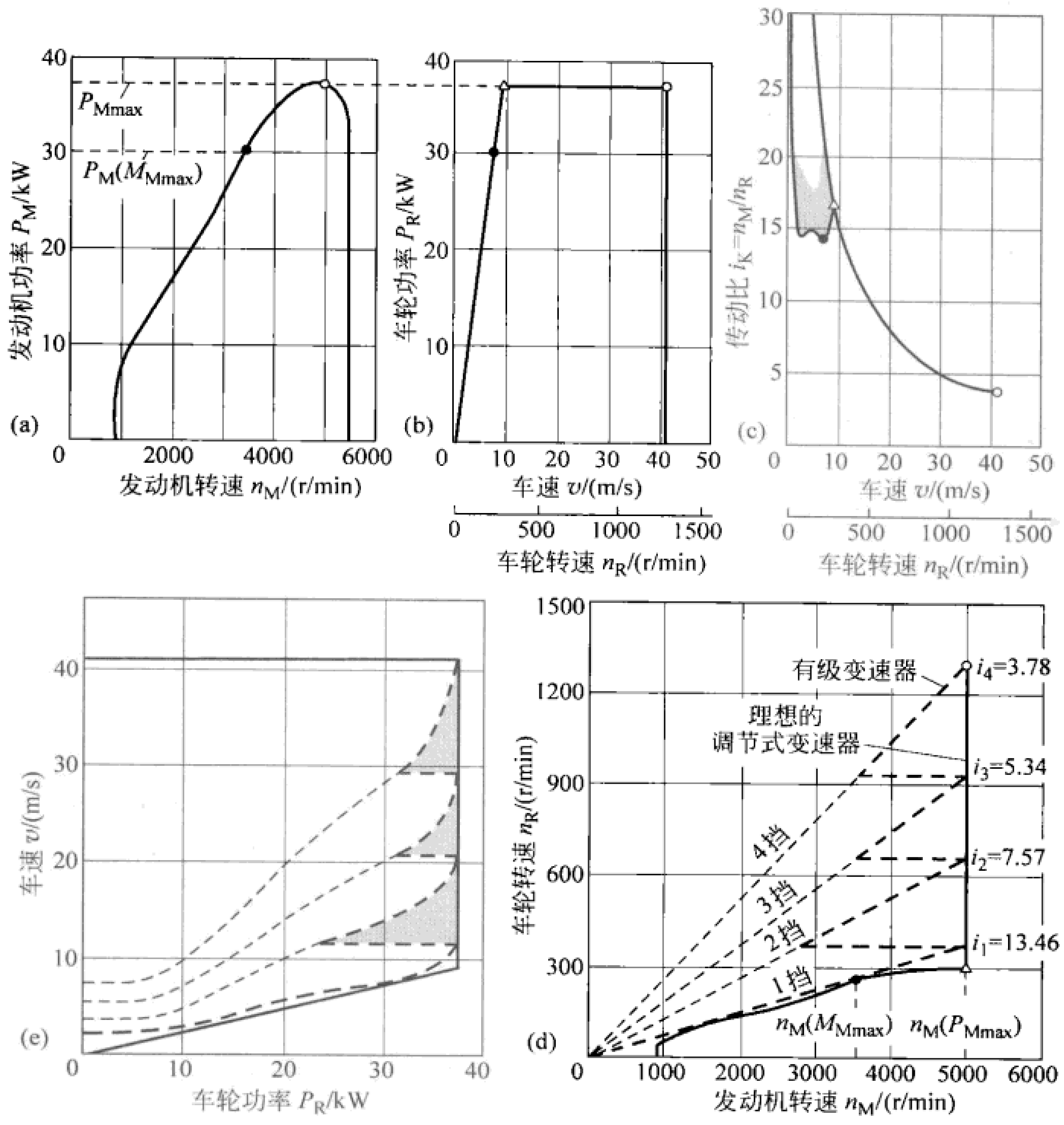


图 32.6　中间挡的传动比

(a)、(b)、(c) 由图 26.1 得到；(d) 装用理想的调节式变速器以及 4 挡变速器时车轮转速与发动机转速的关系；(e) 供应特性场

从图 32.7 上，我们可以针对 $v_{max}\approx 150$ km/h 的轿车用 4 挡变速器选用下列平均近值：$i_4=3.8$，$i_1=i_1/i_4\times i_4=3.76\times 3.8=14.3$，$i_2=i_2/i_4\times i_4=2.16\times 3.8=8.21$，$i_3=i_3/i_4\times i_4=1.4\times 3.8=5.32$。$i_4$ 和 i_1 数值和上述例子相近，并且各挡传动比都和现有车辆变速器相近，比如 VW-Golf-Diesel 的数据为 $i_4=3.78$，$i_1=13.46$，$i_2=7.57$，$i_3=5.34$。该车的传动比在图 32.6(d)上用虚线画出。图 32.6(e)画出了相应的功率-速度特性图，其中阴影部分是 4 挡变速器和理想特性转换置之间的间隙。挡数增加，这些间隙会随之减小。

对于装备手动变速器的现代轿车（部分也采用自动换挡形式），一般很少采用 4 挡，多采用 5 个或者 6 个前进挡，见图 32.7。商用汽车的取值可以由表 32.1 得到。

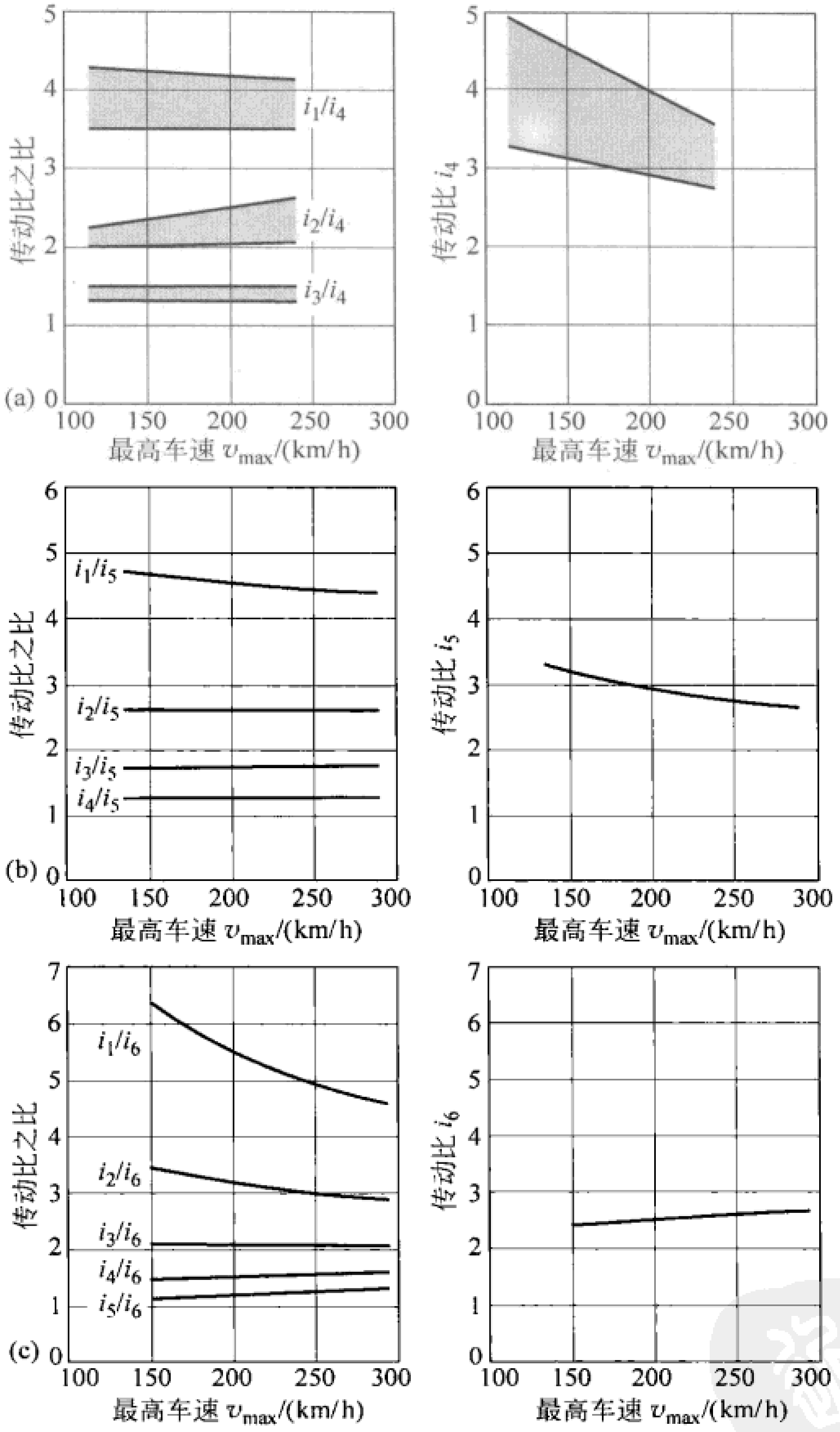


图 32.7 变速器各挡传动比之比以及最高挡传动比随最高车速变化的情况

(a) 4 挡变速器范围(1975—1979 年生产);(b)和(c)为 5 挡和 6 挡变速器的中间值曲线(二次回归曲线)(1998 年生产)

表 32.1 商用汽车挡位、最高挡传动比 i_{min}、展开度 i_{max}/i_{min} 的中间值(括号内数值为车辆数)

商用汽车	挡位数	i_{min}	i_{max}/i_{min}
载货汽车无挂车			
$G_{zul}=7.5$ t	5	3.38(7)	7.30(7)
$G_{zul}=7.5$ t～12 t	6	3.41(3)	8.78(7)
$G_{zul}=12$ t	8	3.73(1)	11.0(2)
$G_{zul}=18$ t	16		15.69(4)
半挂车			
$G_{zul}=40$ t	12	3.42(7)	13.26(7)
	16	3.25(10)	15.78(10)

32.4 牵引力的中断

正如在汽车上正常换挡时所看到的，换挡时会出现牵引力中断现象。这时无驱动力矩，而只有驱动系统中的扭矩损失 $M_{RVerlust}$ 以及车辆的阻力作用。由式(22.2)和式(28.1)得

$$-\frac{|M_{RVerlust}|}{r}=\lambda G\frac{\ddot{x}}{g}+F_R+F_{Lx}+F_{St}$$

在换挡时，车辆将会减速，有

$$\ddot{x}=\frac{dv}{dt}=-\frac{1}{\lambda G/g}\left(\frac{|M_{RVerlust}|}{r}+F_R+F_{Lx}+F_{St}\right) \tag{32.13a}$$

因为一般的驱动系统在换挡时发动机的转动质量与传动系切开，不需考虑，所以可取 $\lambda\approx1$。

如果我们进一步忽略扭矩损失，并设车辆在平路上行驶，那么式(32.13a)就可简化为

$$\ddot{x}=\frac{dv}{dt}=-\frac{1}{G/g}\left(f_RG+\frac{\rho}{2}c_WAv^2\right) \tag{32.13b}$$

在低速时，由于空气阻力可不计，因而减速度为一常数；随车速提高，这一减速度将越来越大。所以应该在不太高的车速下换挡。

速度在换挡时的降低值为

$$\Delta v=\int_0^{\Delta t}\ddot{x}\,dt \tag{32.14}$$

为求出 Δv，必须知道换挡时间间隔 Δt。Δt 的近似值如表 32.2 所列。

表 32.2 换挡时间间隔近似值

换挡情况		换挡时间间隔/s	
		轿车	货车
没有同步器	降挡，带中间加油	1.8	3.0
	升挡，"两脚离合器"	1.2	2.0
带同步器	强制同步	0.7～0.8	1.1～1.4
	不带锁止元件的同步	0.8～1.2	1.2～1.6
自动换挡	轿车	0.8	
换挡变速器	一级方程式赛车	0.3	

（根据 Maier，A.：Konstruktion und Entwicklung der Kraftfahrzeug-Stufengetriebe，ATZ 44(1941) Heft 17，S. 417-428，Untersuchungen des IfF und Heber K. u. a.：Das neue automatisierte 6-Gang Schaltgetriebe von Mercedes-Benz für Personenkraftwagen. 10. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik 2001，Band 2，S. 1201-1213）

33 燃料消耗

车辆的能量消耗是由功求得的，也就是说它是行驶阻力与驶过距离的乘积，并考虑到驱动系统总的效率。

下面将要计算装用内燃机的汽车燃料消耗。车辆的燃料消耗应尽可能的小，这是由于：

—它是车辆运行成本的一个重要组成部分；

—另一方面，目前使用的碳元素含量丰富的燃料燃烧后产生的 CO_2 会影响到大气环境(27.3 节)，而燃料的消耗量与产生的 CO_2 量成正比。

为了突出本质，我们先做一定的简化，假定在整个特性场内发动机和特性转换装置的效率是常数。然后再放弃这一假设。而对每一种情况，总是先考虑匀速行驶，再考虑变速行驶。

33.1 对燃料消耗重要的影响

驱动轮上的功 W_R 是由功率 P_R 在时间间隔 T 内的积分求得

$$W_R = \int_0^T P_R \mathrm{d}t \tag{33.1}$$

而驱动轮上的功率 P_R 由式(23.3)在忽略滑转的情况下，近似地有

$$P_R \approx Zv \tag{33.2}$$

如果低热值 H_u 的单位取为 J/L，内燃机平均效率为 $\bar{\eta}_M$，发动机飞轮到车轮的平均效率(即整个特性转换装置的效率)为 $\bar{\eta}_K$；则功 W_R(单位为 J)和燃料消耗量 B(单位为 L)之间的关系式为

$$W_R = \bar{\eta}_M \bar{\eta}_K B H_u \tag{33.3}$$

把式(33.1)到式(33.3)联立，并把燃料消耗量 B 被驶过的路程 L 除，则可求得燃料消耗(常用单位为 L/100 km)为

$$\frac{B}{L}=\frac{1}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K H_u}\frac{1}{L}\int_0^T Zv\,dt \tag{33.4}$$

a) 先考虑匀速行驶，有 $v=L/T=$常数，$\dot{v}=0$，$F_B=0$。可得到一个简单关系式

$$\frac{B}{L}=\frac{Z}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K H_u}=\frac{(F_R+F_{St}+F_{L,x})}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K H_u}=\frac{1}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K H_u}\left[(f_R+p)G+c_W A\frac{\rho}{2}v^2\right] \tag{33.5}$$

这就表明，只要发动机和特性转换装置的效率高，而同时行驶阻力小，那么燃料消耗是很低的。(高的低热值 H_u 不会影响到能量的消耗，只能降低消耗的燃料量 B。由此可以降低在相同续驶里程下燃料箱容积，比较图 27.3(b))

从车辆技术方面考虑，为达到降低燃料消耗量 B/L 和 CO_2 排放量的措施包括：

- 内燃机效率 $\bar{\eta}_M$ 应尽可能高；
- 特性转换装置效率 $\bar{\eta}_K$ 也应尽可能高；
- 轮胎在道路上行驶的滚动阻力系数 f_R 应尽可能小；
- 车辆重量[29] G 应该尽量小；
- 空气阻力系数与迎风面积的乘积 $c_W A$ 要比较小，同时车辆的速度不易过高。

图 33.1 给出了各参数的影响。在此考虑到较轻的轿车，并且迎风面积比较小(轿车的宽度比较小，高度变化不大)，见图 14.4。图中第二个横坐标是与重量有关的滚动阻力 $f_R G$，当重量 G 减小时，滚动阻力系数 f_R 也降低。另外，随着 c_W 值的减小，迎风面积的减小(因为车辆宽度比较小)，即两者的乘积 $c_W A$ 减小，燃料消耗量 B/L 减小，并且两个效率的乘积 $\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K$ 的增大，也使得燃料消耗量 B/L 减小。另外，计算得到的曲线略低于实验曲线，通过实验结果证明了理论的正确性，并且由此可知柴油机的燃料消耗量比较低。

b) 在非匀速行驶时，由式(33.4)，考虑到加速和减速，平路行驶的关系式为

$$\frac{B}{L}=\frac{1}{\bar{\eta}_M\ \bar{\eta}_K H_u L}\int_0^T (F_R+F_B+F_{L,x})v\,dt \tag{33.6}$$

把积分式展开：

$$\int_0^T\cdots dt=f_R G\int_0^T v\,dt+\lambda\frac{G}{g}\int_0^T \dot{v}v\,dt+\frac{\rho}{2}c_W A\int_0^T v^3\,dt$$

第一个积分：

$$\int_0^T v\,dt=\int_0^T\frac{dx}{dt}dt=\int_0^L dx=L$$

第二个积分：

---

[29] Das Gesamtgewicht G setzt sich zu etwa je ein Viertel aus den Gewichten von Rohkarosse, Karosserieausstattung, Antriebsanlage und Fahrwerk zusammen. D. h., bei der Gewichtsreduzierung muß an allen vier Anteilen gearbeitet werden.

PDG

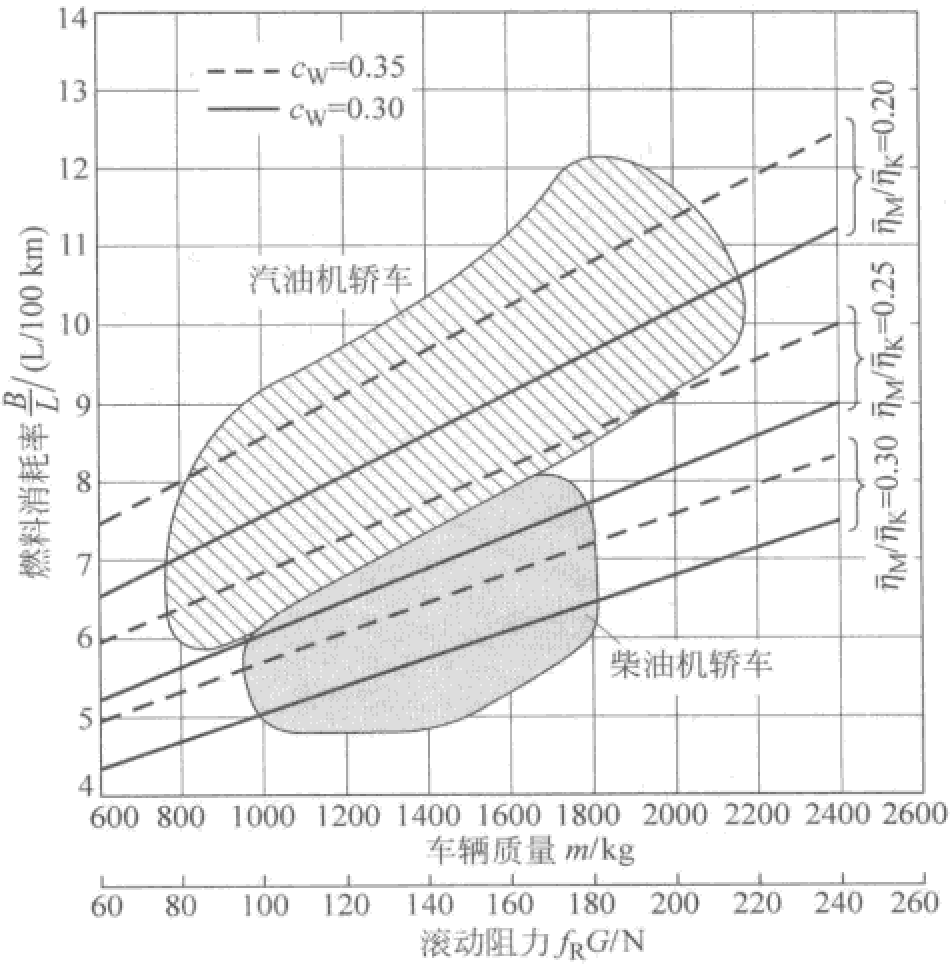


图 33.1 车辆以速度为 120 km/h 匀速行驶时的燃料消耗量

直线为用式(33.5)计算结果，其中 $f_R=0.01$，$A=f(m)$见图 14.4，$m=m_{leer}+100$ kg，$H_u=$ 32 000 kJ/L，$p=0$。两个区域分别为 1998 年生产的汽油机和柴油机轿车的测量结果

$$\int_0^T \dot{v}v\mathrm{d}t=\int_0^T \dot{v}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=\int_0^L \dot{v}\mathrm{d}x$$

第二个积分在理想情况下，即减速时能量能完全回储(包括发动机和摩擦制动器的制动能量)，那么应该为零。对于目前的系列车辆，都完全放弃了这部分能量的回收，所以在加速过程中消耗的燃料增加，并且与车辆总重 G 成正比。这一点在图 33.7 中还要讨论。(对于采用蓄电池储能的电动汽车，因为存在一些缺点(在 27.2 节中列出)，所以装备了能量回收装置，当然在回收过程中也存在损失)。

第三个积分可以改写，取

$$v(t)=\bar{v}+\Delta v(t) \tag{33.7}$$

假定 $\Delta v(t)$ 对平均速度 $\bar{v}$ 成对称分布，则有 $\overline{\Delta v}=0$，$\overline{\Delta v^3}=0$。而有

$$\overline{\Delta v^2}=\sigma_V^2 \tag{33.8}$$

式中 σ_V 为标准差，σ_V^2 为方差，把它代入速度表达式。这样由式(33.6)可得到

$$\frac{B}{L}=\frac{1}{\bar{\eta}_M\,\bar{\eta}_K H_u}\left[f_R G+\frac{\rho}{2}c_W A\,\bar{v}^2\left(1+\frac{3\sigma_V^2}{\bar{v}^2}\right)\right] \tag{33.9}$$

可见，尽管在制动时能量回储(!)，但由于空气阻力与速度的关系是非线性的，所以速度变化越大，燃料消耗增加越多，图 33.2 描述了式(33.9)计算结果。

由进一步分析可以得到，如果：

- 尽可能保持匀速行驶(它受到驾驶员和交通环境的影响)

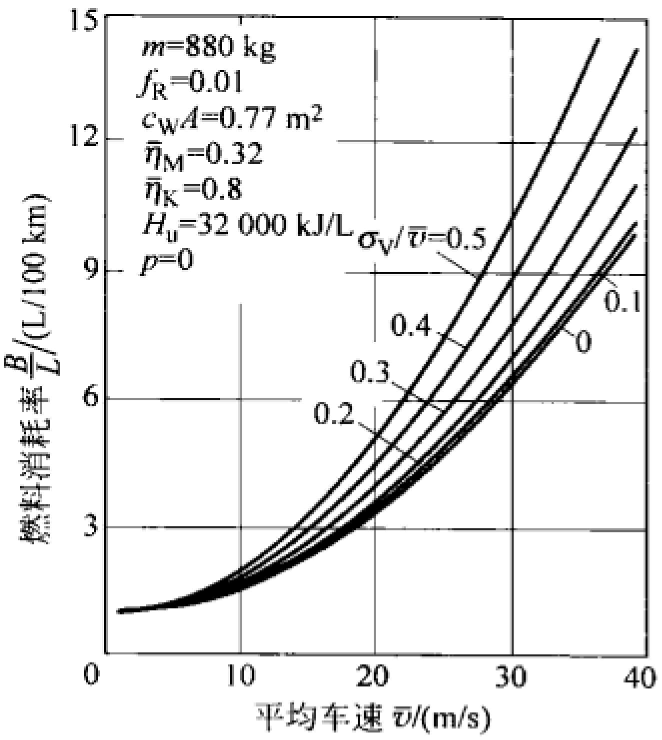


图 33.2 相对于平均车速 $\bar{v}$ 的标准差 σ_V 对燃料消耗的影响(假定减速时能量完全回储)

可以使车辆的燃料消耗量保持在一个较低的水平上。

33.2 发动机效率不是常数时的燃料消耗

为了求得实际的燃料消耗,我们不应像上面那样用不变的常值效率来计算。发动机效率 η_M 与其负荷和转速,因而也就与车轮功率和车速有密切的关系。

a) 首先我们还是考虑匀速行驶。图 33.3 是一发动机特性场,其中发动机功率 P_M 随转速 n_M 而变化。图中还画出了万有特性曲线,线上的比油耗 b_M 是常数(它和效率 η_M 趋势相反),其单位是 g/(kW·h)。像第 28 节一样,我们把这个特性场给出的数据改画成行驶功率特性图,如图 33.4 所示。其中,把比油耗 b_M 通过下式换算成单位行程的燃料消耗 B/L:

$$\frac{B/L}{\mathrm{L/100\ km}} = 10^{-1}\ \frac{b_M}{\mathrm{g/(kW \cdot h)}}\ \frac{P_R}{\mathrm{kW}}\ \frac{\mathrm{km/h}}{v}\ \frac{\mathrm{g/\ cm^3}}{\rho_{En}}\ \frac{1}{\bar{\eta}_K} \tag{33.10}$$

式中 ρ_{En} 是燃料的密度。由燃料消耗曲线与平路行驶时的功率——速度曲线的交点即可求得相应的燃料消耗。

结果如图 33.5 所示。图中还画出了由图 33.1 得到的结果,即在整个发动机特性场内效率 η_M,因而比油耗 b_M 均为常数的前提下得到的结果。那时燃料消耗随着车速提高而增加的原因仅仅是因为空气阻力的上升。而在考虑了变化的效率之后,情况就与之不同了。比如由图 33.5 可以看出用 4 挡以 $v \approx 40$ km/h 行驶时,燃料消耗最低,也就是说,速度比 40 km/h 低时,发动机效率要比阻力降低还快。从 40～100 km/h 左右这一速度范围内,实线高于虚线,即发动机实际效率 η_M 低于 $\bar{\eta}_M = 0.32$;从 100～140 km/h,两者几乎相等;超过 140 km/h 时,η_M 又小于 $\bar{\eta}_M$。同时,由

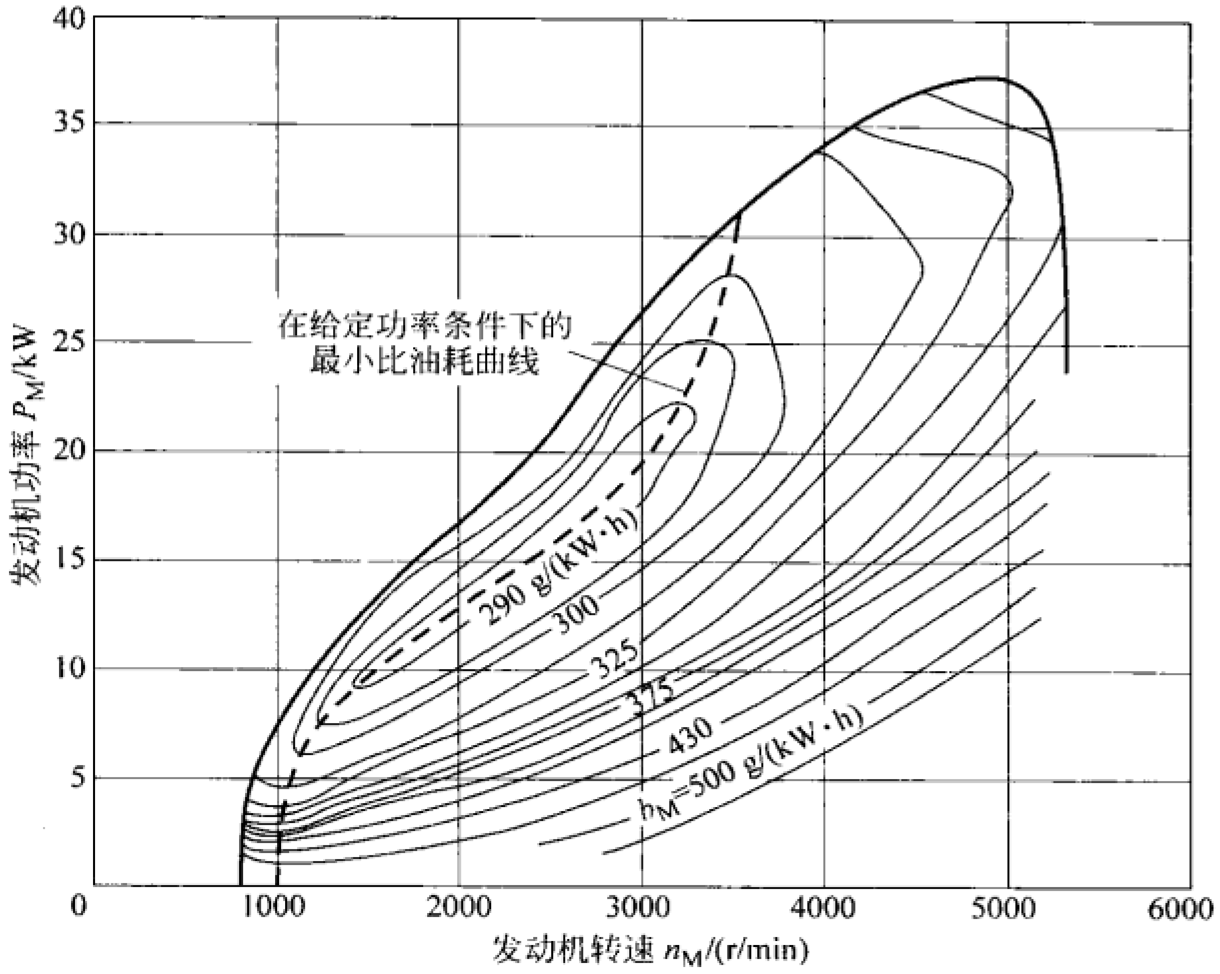


图 33.3 画有等比油耗 b_M 曲线的内燃机的功率-转速特性场

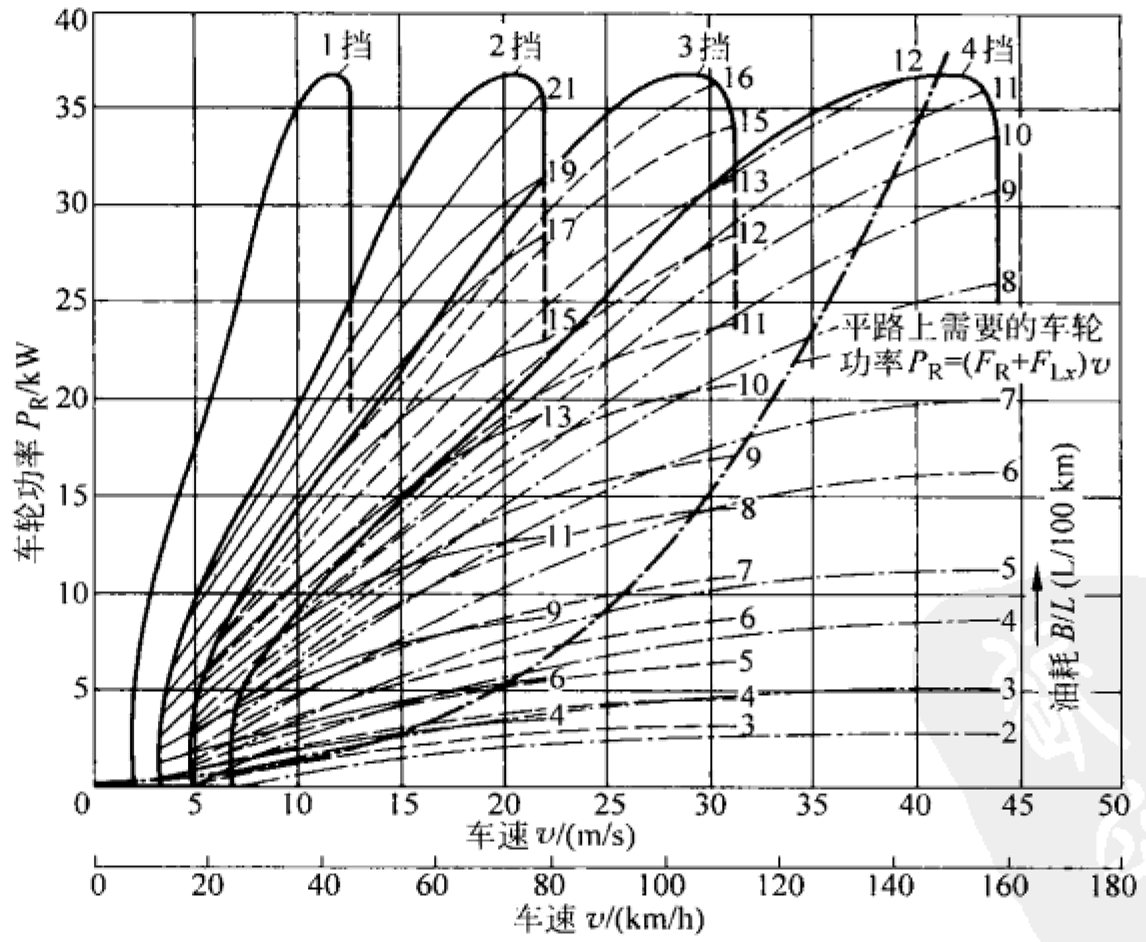


图 33.4 装用内燃机的车辆，其供应特性场内的燃料消耗 B/L

（发动机特性场参见图 33.3；变速器参见图 32.6(d)；车辆数据参见图 22.1(a)）

图 33.5 还可以看到，以低速挡行驶是不经济的，发动机这时转速较高，处于效率不佳的范围内。比如，在 100 km/h 时，用 3 挡比用 4 挡行驶燃料消耗增加 2L/100 km。

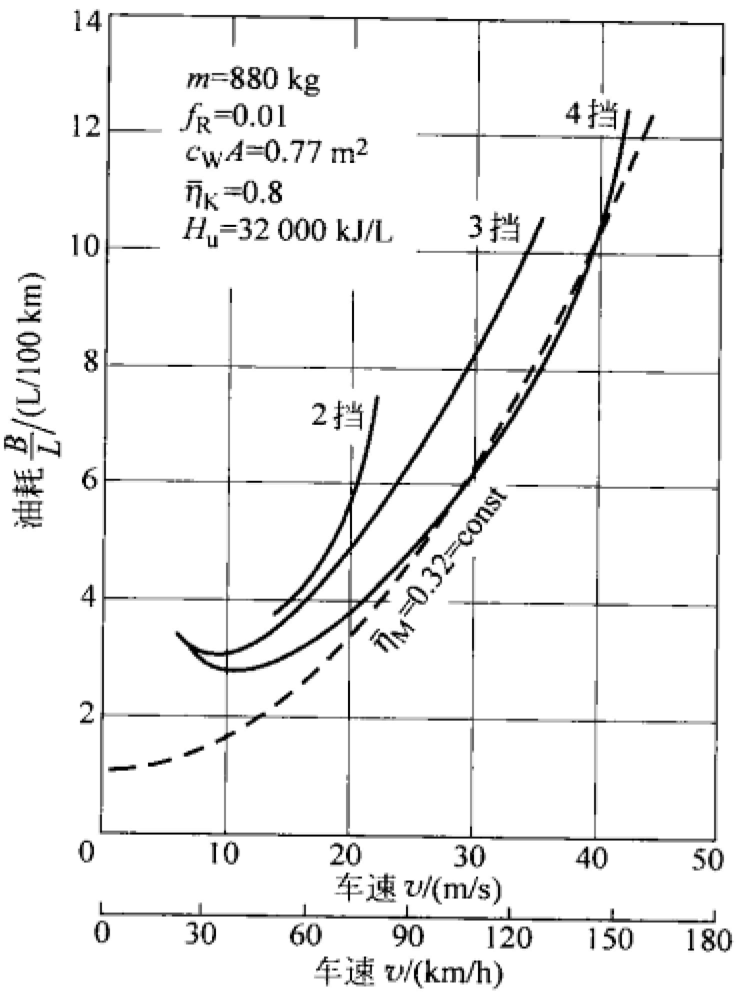


图 33.5 考虑发动机效率 η_M 的实际变化以后，燃料消耗 B/L 随车速 v 的变化情况(实线由图 33.4 得到)与假定 η_M 为常数(虚线由式(33.5)和图 33.1 得到)时的比较，车辆处于平路匀速行驶工况

总而言之，为降低燃料消耗，驾驶员必须：

- 尽量长的时间在高挡位行驶(通过图 33.6 所示的简图可以说明)。

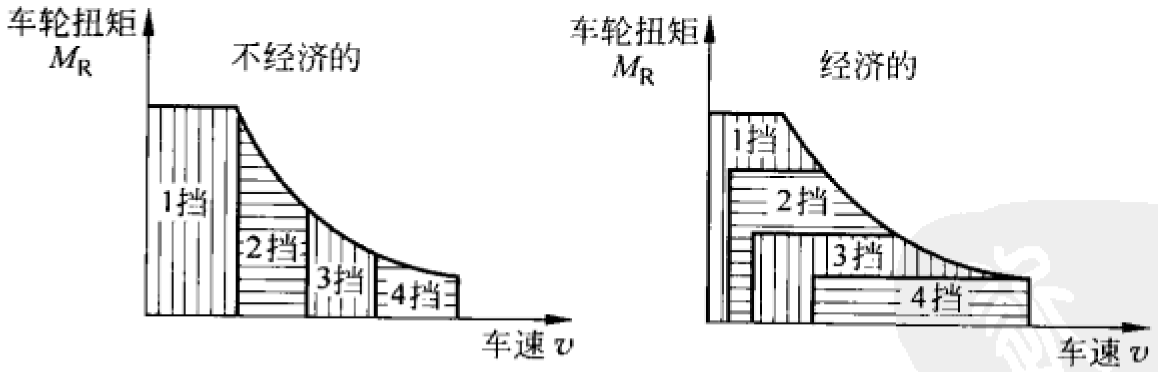


图 33.6 驾驶员选择经济和不经济挡位的对比简图

(根据 Jante, A.: Kraftfahrtmechanik Teil 1, Leipzig: Teubner 1955，有中译本)

b) 我们以 ECE——城市循环工况(70/220/EWG；ECE-R15)为例，来从理论上说明变速情况下的燃料消耗。这时预先给定了图 33.7(a)所示的速度-时间变化过程，各个阶段的匀加速度、车速以及匀减速度都不尽相同；要求使用的挡位也加以规定。这当中还有三次停歇。总的循环时间 $T=195$ s，行程 $L=1013$ m。图 33.7(b)

上给出了 1、2、3 三个挡位对应的发动机功率曲线 $P_M=f(v)$，还画出了等比油耗曲线，只不过这里 b 表示的是各挡对应的单位时间比油耗，其单位为 g/s。图 33.7(b)中几条所需的车轮功率 $P_R=f(v)$ 曲线是针对图 33.7(a)上规定的不同加速度值画出的。为简化起见，我们在驱动阶段取 $P_M=P_R$，即不考虑特性转换装置的功率损失，也就是令 $\eta_K=1$。举一个例子(图中点画线所示)来说明这两个曲线图的使用：在时间 $t=140$ s 时，车辆应以 3 挡加速，$\ddot{x}=0.52\ \mathrm{m/s^2}$，瞬时速度 $v=45$ km/h。求得相

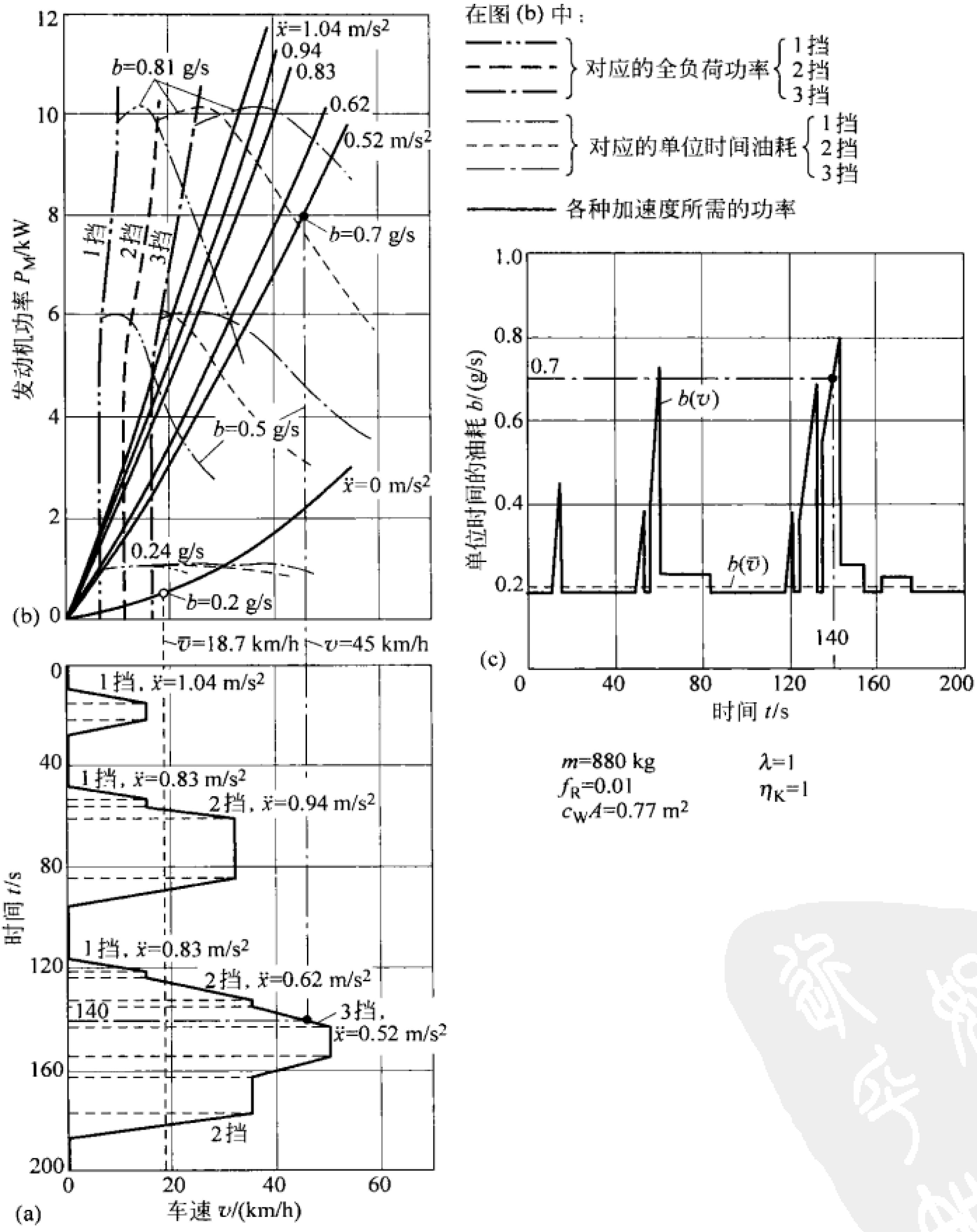


图 33.7 由 ECE-城市循环工况所需功率确定燃料消耗

应的功率为 $P_M=P_R\approx 8$ kW，而比油耗为 $b=0.7$ g/s。这一结果我们就可以继续画到图 33.7(c)上。对于停歇时间和减速阶段，我们都取为怠速油耗——0.18 g/s。这样把 $b(t)$曲线在行驶总时间 T 上积分后，再除以行驶总路程 L，即可求出燃料消耗：

$$\frac{B}{L}=\frac{1}{L\rho_{En}}\int_0^T b\mathrm{d}t \tag{33.11}$$

在这种情况下，B/L 等于 5.81 L/100 km。

假如在整个 ECE-城市循环工况内以 2 挡用 $\bar{v}=1013/195=18.7$ km/h 作匀速行驶(图 33.7 中虚线所示)，那么燃料消耗只有 4.68 L/100 km，也就是说可以降低 19.4%。由这一差别我们可以很清楚地看到，燃料消耗是与加速阶段的峰值密切相关的，因而受到驾驶员操作和交通流(比如红绿灯控制)的影响(这一点在 31.1 节中已经提到)，另外，新产生的怠速油耗在总的燃料消耗中也占相当大的比重。因此，要求：

- 降低怠速油耗(比如：通过降低发动机怠速转速、惯性自动利用系统[30]，也就是说在行车间隙关闭发动机)。

到目前为止谈到的影响燃料消耗以及 CO_2 排放的因素在“新的欧洲循环工况”(NEFZ，出自 93/116/EWG)中都已考虑进去。新的循环工况如图 33.8 所示，它包括 4 个相同的城市循环，持续时间为 780 s，另外还包括一个城市以外的循环(EUDC＝Extra Urban Driving Cycle)，持续时间为 400 s。测量过程中对市内循环和市外循环以及总循环的油耗分别进行测量，并且换算成单位长度的燃料消耗量 B/L，单位为 L/100 km，结果如图 33.9 所示，曲线为“气泡形状”(几乎所有的测量结果都在“气泡”之内，少数特殊值除外)。车辆划分为“轿车”、“轻型客车”、“越野车和城市越野车”，驱动装置分为汽油机和柴油机。图中描述燃料消耗量 B/L 随重要的车辆和发动机参数 m、P_{Mmax} 和 P_{Mmax}/m 的变化情况，计算过程采用表达式(33.2)、式(33.4)和式(33.5)。

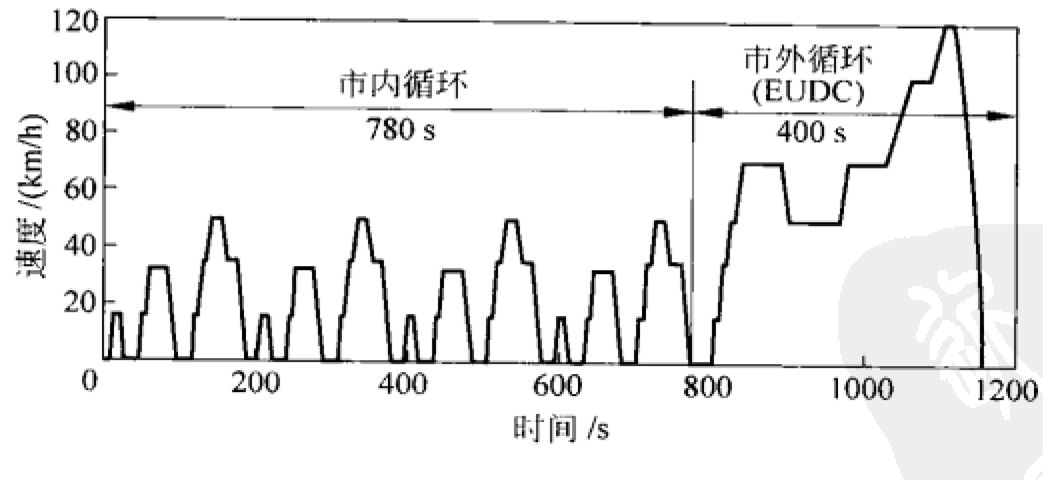


图 33.8 新的欧洲循环工况 NEFZ(93/116/EWG)

[30] Seiffert, U.; Walzer, P.: Automobiltechnik der Zukunft. Düsseldorf: VDI-Verlag 1989.

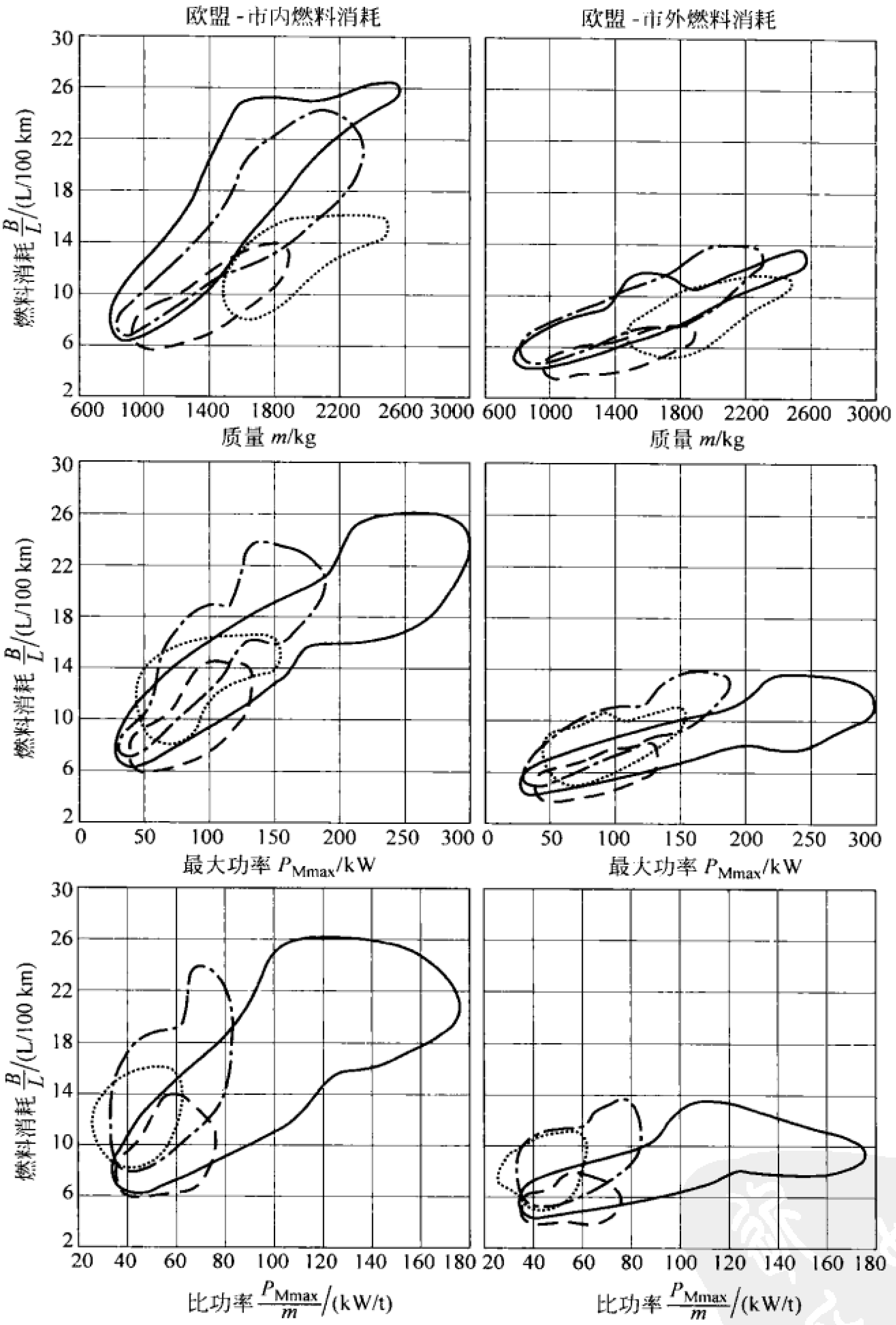


图 33.9 欧洲生产的轿车(1998 年生产)以及相似车辆在“新的欧洲循环工况”(见图 33.8)条件下的燃料消耗率 L/100 km 随 $m=m_{leer}+100$ kg(m_{leer} 根据 80/1268/EWG 定义,见第 29 节的参考文献)、P_{Mmax} 和 P_{Mmax}/m 的变化关系

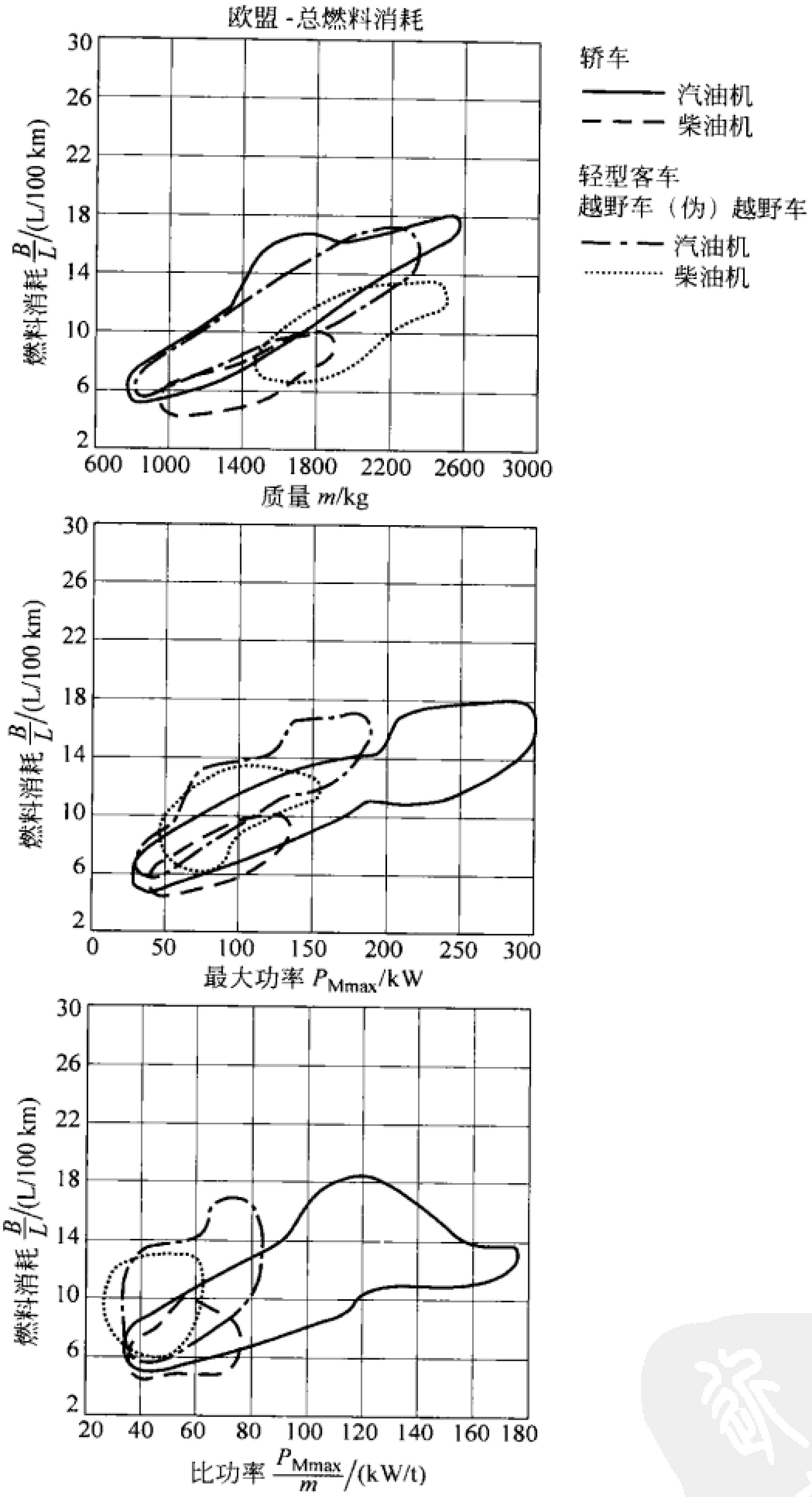


图 33.9（续）

图 33.9 证明了到目前为止的一些结论：在市内运行过程中，由于受到加速度比较大的加速过程以及怠速过程的影响，其燃料消耗量（第一列的曲线）大于市外运行过程（第二列的曲线），并且也大于总的燃料消耗量（第三列的曲线）。装备柴油发动

机的车辆由于热效率比较高，所以燃料消耗量小于装备汽油发动机的车辆，轻型客车由于重量和 $c_W A$ 值比较大，燃料消耗量也高于轿车。

以前车辆的燃料消耗用 ECE 循环、90 km/h 和 120 km/h 匀速行驶三种情况下得到的燃料消耗的平均值表示(Drittelmax，见 DIN70030)。

33.3 按最低油耗确定的特性转换装置传动比

根据 26.1 节中的基本考虑，特性转换装置的传动比取决于功率、车速以及附加的要求，比如要求汽车燃料消耗低。鉴于按最低燃料消耗确定传动比有特别的重要性，我们这里将详细加以讨论。

图 33.10(a)上画出了匀速 v 行驶时所需车轮功率和车轮转速 n_R 的关系。如果所需功率 $P_R = P_M$(这里还是令 $\eta_K = 1$)，那么取其与 b-n_M 曲线的切点，即可求得对应于 v' 或 n'_R 的最低油耗，见图 33.10(b)(图中的点)。由读得的发动机转速 n'_M 可求出经济性最佳的传动比 $i'_K = n'_M / n'_R$。如果发动机转速变为 n''_M(见图 33.10(b))，高于 n'_M，则有 $i''_K > i'_K$，结果燃料消耗也增加了(图中三角形点)。

对应于其他车速或车轮转速可以得到各自相应的经济性最佳的传动比，见图 33.10(c)。传动比与速度的适应问题，采用有限挡位的变速器(对于轿车采用 5 挡或 6 挡变速器)是无法解决的。因为对有级式变速器来说，在一个挡位内传动比与车速无关，以至于燃料消耗总是高于、最好的情况也只是等于调节式变速器的油耗。

无级变速器(见 26.7 节)利用理想传动比调整装置(即理想调整变速器)可以实

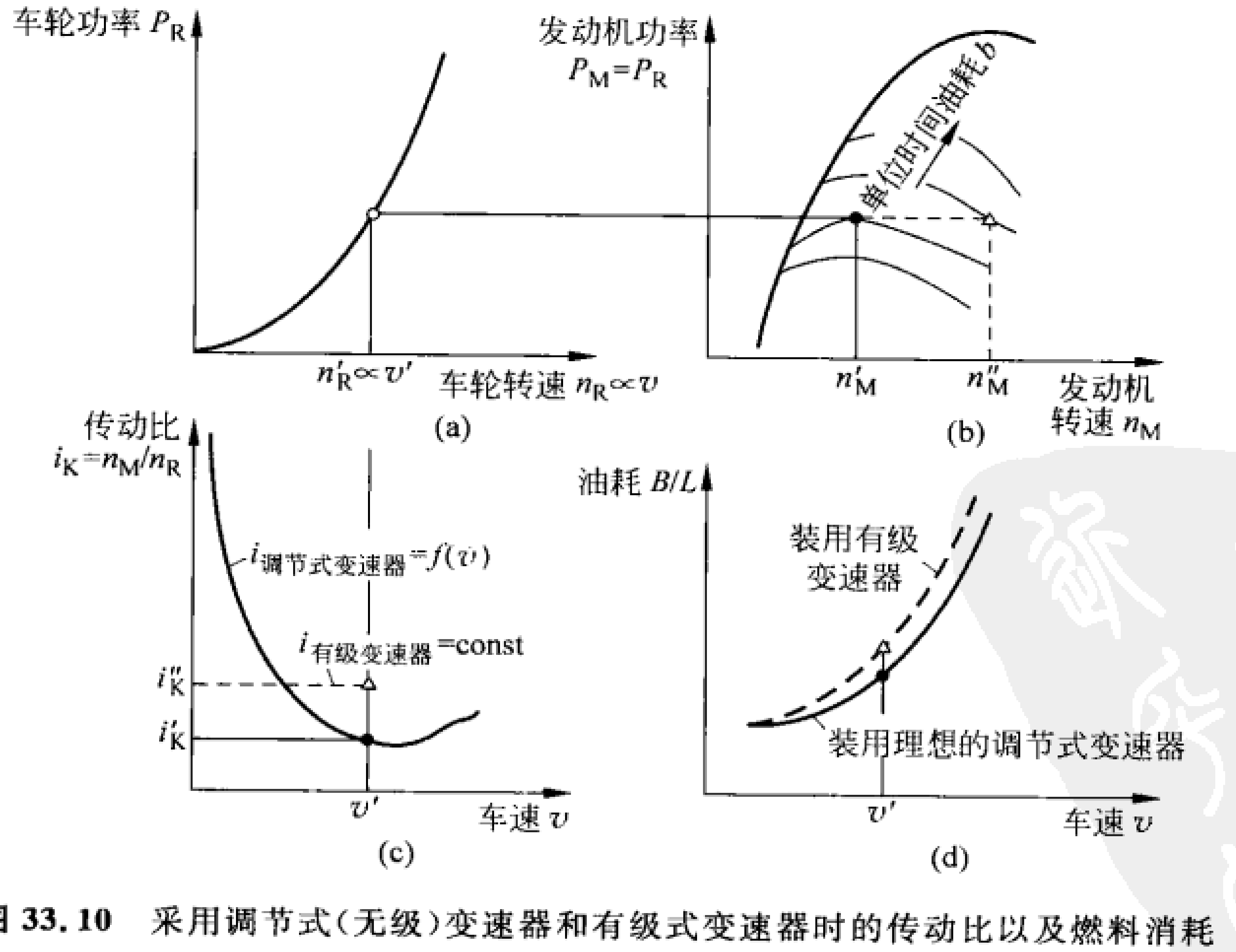


图 33.10 采用调节式(无级)变速器和有级式变速器时的传动比以及燃料消耗

现油耗最经济特性转换。当然，如果无级变速器与有级变速器效率基本相等，油耗才能达到最经济状态。

图 33.11(c)上给出了经济性最佳传动比和车速的关系，这里还附加了不同的加速度 $\ddot{x}$。由此可知，随加速度的增加传动比不断增加。对应于不同 $\ddot{x}$ 值的经济性最佳传动比各条曲线最后都汇入一条极限曲线，这条曲线上对应的传动比是由最大加速功率确定的(参看第 32 节中图 32.6(c))。这条 $i_K = f(v, \ddot{x})$ 曲线当然只能通过理想调整变速器才能实现。

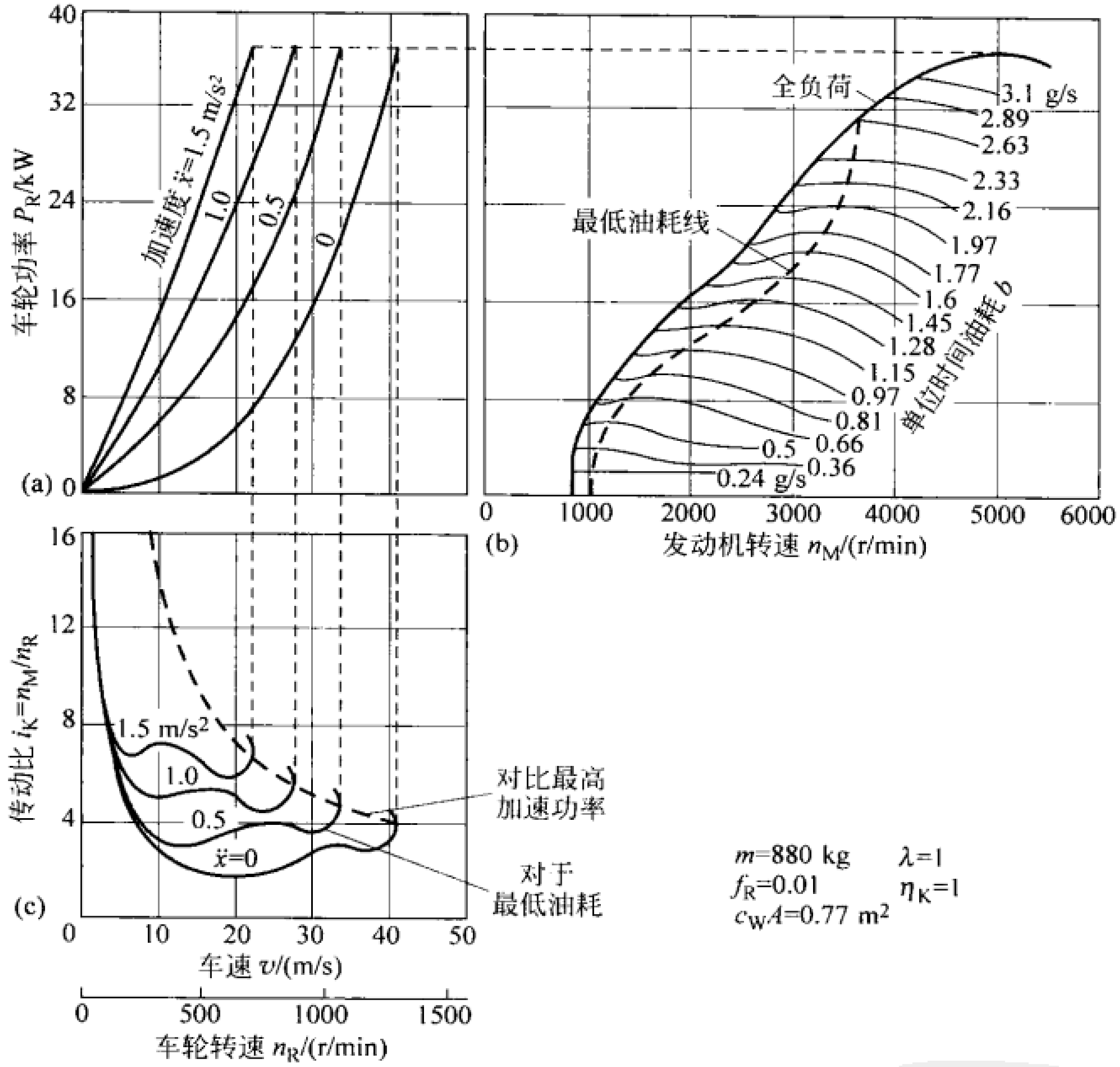


图 33.11 平路行驶时经济性最佳传动比的确定

33.4 节能挡传动比

在设计最高挡传动比时，图 29.3 中的情况 3 曾称为“节能挡”。节能挡传动比应该多大？这个问题现在很容易回答。这一传动比应该使得阻力曲线尽可能地向单位时间油耗最低的曲线靠拢。图 33.12 是一个有级式变速器的例子，其中 4 挡可以达到最高车速，而 5 挡是节能挡。图 33.12(a)是发动机的功率-转速性特性图，而

图 33.12(b)是功率-车速特性图，分别表示了节能挡的设计情况。

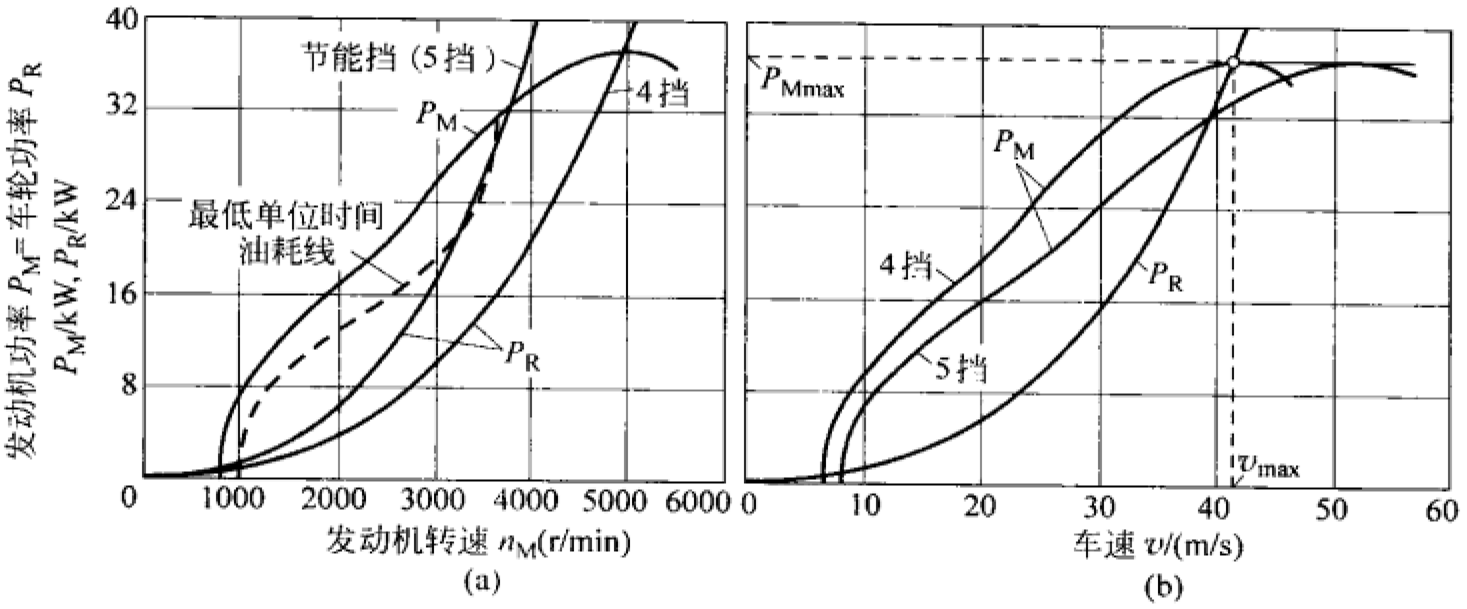


图 33.12 （a）5 挡作为节能挡的设计；（b）平路行驶时对最高车速的影响（车辆参数见图 22.1(a)）

33.5 发动机特性场的改进

最后还要问到，从车辆技术观点看来，发动机特性场应如何改进？这里我们不是重复“必须提高内燃机效率”之类的老调，而是提出下列观点。

根据图 33.10(c)来确定经济性最佳的传动比时，是基于这样一个事实，即对于给定的功率只有某一发动机转速其对应的燃料消耗才是最低的。由此要求采用一个传动比能连续变化的变速器，即所谓调节式变速器。而它的效率低于有级式齿轮变速器，见 26.6 节和 26.7 节。

为了能继续使用齿轮变速器，等比油耗 b-n_M 曲线应该平行于横坐标，如图 33.13 所示。这样，燃料消耗就与发动机转速无关，因而也就和发动机-车轮转速的传动比无关。

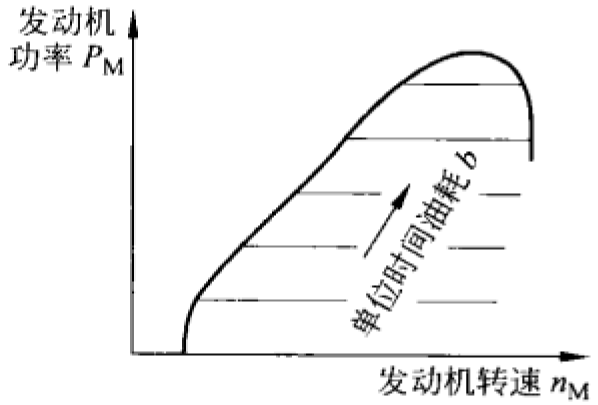


图 33.13 改进后发动机功率-转速特性场内的等单位时间油耗线族

VI 行驶极限

在前面章节中，只是从车辆方面、驱动系统的角度来回答最高车速、上坡能力、加速性能等问题。下面要问车辆所发挥的功率或扭矩是否能完全在路面上传递？这里附着是十分重要的。由此给定的极限一般称为“行驶极限”。

从第 5 节已经知道，车轮和路面之间的连接是附着性的，只有当附着率

$$\mu = \frac{F_x}{F_z} \leqslant \mu_h$$

比较小、最多等于附着系数 μ_h 时，车轮才能处于滚动状态。为求出 μ，必须知道切向力 F_x 和车轮载荷 F_z。μ_h 已经在 5.1 节中讨论过了。

34 双轴车辆的运动方程

在第 18 节中提出驱动状态的基本方程时，并且是针对汽车列车的，即可以分成多个单车。下面进一步针对多轴车辆进行讨论。现在首先针对单个车辆进行讨论，为了简化计算，考虑两轴的情况。对于三轴车辆将在 39.2 节讨论，汽车列车(载货汽车＋挂车)在 39.1 节和第 VII 章“制动”中讨论。

图 34.1(a)描述了一辆汽车，在图 34.1(b)和(c)中将机械方面重要部件，即车身和车轴受力状况进行了分别描述。对于处于稳定状态的车辆，假设左右车轮的驱动力和制动力都相等，这样对于每一个分系统可以用三个微分方程描述：

$m\ddot{x} = \sum x$ 方向的作用力；

$m\ddot{z} = \sum z$ 方向的作用力；

$J\ddot{\varphi} = \sum$ 绕质心轴的扭矩。

x 坐标轴是车辆行驶方向，z 轴是垂直于路面的。车轮和车身纵向的加速度 $\ddot{x}$ 相等，前后轮的静态半径也相等。

a) 令车身重量为 G_A，质量为 m_A，车身重心为 SP_A(其位置由 l_{VA}、l_{HA} 和 h_A 决定)，则有车身方程：

$$m_A\ddot{x} = -G_A\sin\alpha + X_V + X_H - F_{Lx} \tag{34.1}$$

如认为没有振动，则 $\ddot{z}_A$ 和 $\ddot{\varphi}_A$ 等于零。

$$0 = Z_V + Z_H - G_A\cos\alpha + F_{LzV} + F_{LzH} \tag{34.2}$$

$$0 = -(M_{RV}+M_{RH}) - Z_V l_{VA} + Z_H l_{HA} - (X_V + X_H)(h_A - r) - F_{LzV} l_{VA} + F_{LzH} l_{HA} \quad (34.3)$$

F_{Lx} 是空气阻力，F_{LzV} 和 F_{LzH} 是前、后轴上空气升力，见图 16.1。

M_{RV} 和 M_{RH} 为前、后车轮上驱动或制动力矩。

b) 两前轮重量为 G_{RV}，质量为 m_{RV}，绕重心 SP_V 转动惯量为 J_{RV}，则有车轮方程：

$$m_{RV}\ddot{x} = F_{xV} - X_V - G_{RV}\sin\alpha \quad (34.4)$$

这是与式(18.2)对应的，

$$0 = F_{zV} - Z_V - G_{RV}\cos\alpha \quad (34.5)$$

$$J_{RV}\ddot{\varphi}_{RV} = M_{RV} - F_{xV}r - F_{zV}e_V \quad (34.6)$$

这是与式(18.3)对应的。

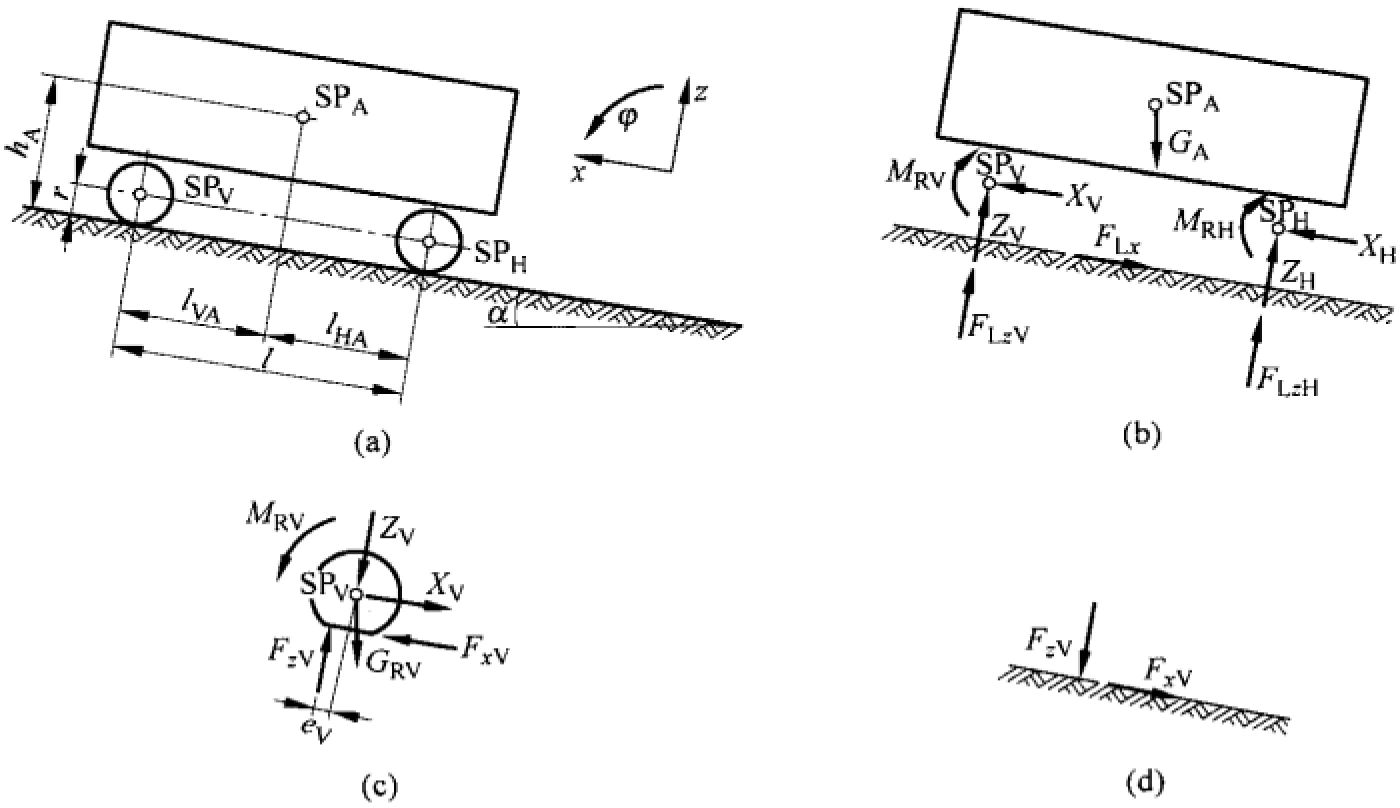


图 34.1 车辆尺寸的受力

(a) 重心位置；(b) 车身上的力和力矩；(c) 前轮上的力和力矩；(d) 路面上的力

c) 对于后轴有运动方程

$$m_{RH}\ddot{x} = F_{xH} - X_H - G_{RH}\sin\alpha \quad (34.7)$$

这是与式(18.2)对应的，

$$0 = F_{zH} - Z_H - G_{RH}\cos\alpha \quad (34.8)$$

$$J_{RH}\ddot{\varphi}_{RH} = M_{RH} - F_{xH}r - F_{zH}e_H \quad (34.9)$$

这是与式(18.3)对应的。

由上述 9 个方程我们可以求出切向力和轴荷。

35 前轴和后轴的附着率

前轴和后轴的附着率分别表示为：

$$\mu_V = \frac{F_{xV}}{F_{zV}};\quad \mu_H = \frac{F_{xH}}{F_{zH}} \quad (35.1)$$

根据式(34.6)和式(34.9)以及式(4.3a)描述的滚动阻力,可以得到切向力:

$$F_{xV}=\frac{M_{RV}}{r}-J_{RV}\,\ddot{\varphi}_{RV}-F_{RV} \tag{35.2a}$$

$$F_{xH}=\frac{M_{RH}}{r}-J_{RH}\,\ddot{\varphi}_{RH}-F_{RH} \tag{35.2b}$$

根据式(22.1),扭矩的总和与牵引力 Z 成正比,即:

$$M_{RV}+M_{RH}=M_R=rZ \tag{35.3}$$

切向力的总和为:

$$F_{xV}+F_{xH}=G\left(\frac{\ddot{x}}{g}+p\right)+F_{Lx}=G\frac{\ddot{x}}{g}+F_{St}+F_{Lx} \tag{35.4}$$

前轴轴荷可由下式求得

$$\begin{aligned}F_{zV}l=&(G_{RV}l+G_A l_{HA})\cos\alpha-[G_A h_A+(G_{RV}+G_{RH})r]\sin\alpha\\&-F_{LzV}l\\&-[G_A h_A+(G_{RV}+G_{RH})r]\frac{\ddot{x}}{g}-(J_{RV}\,\ddot{\varphi}_{RV}+J_{RH}\,\ddot{\varphi}_{RH})\\&-F_R r\end{aligned} \tag{35.5}$$

按照这一方程,前轴轴荷是由静态分量(第一行)、空气分力(第二行)、动态分量(第三行)和滚动阻力(第四行)组成。

下面我们来详细讨论各个分量。

1. 静态分量:为了简化式(35.5)的第一行,我们用整车重心 SP 来取代各部分重心 SP_A、SP_V 和 SP_H。根据图 35.1,整车重心的位置可以求得

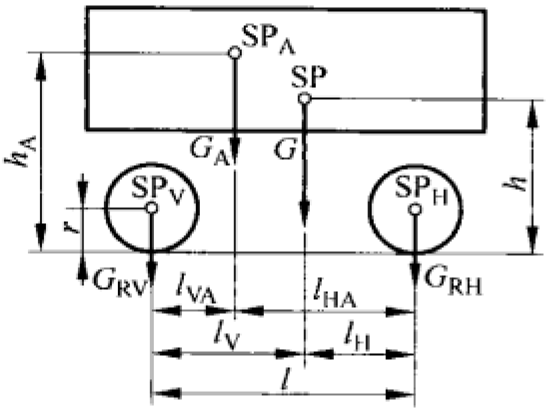


图 35.1　由各部分重心 SP_A、SP_V 和 SP_H 求整车重心 SP 的位置

$$Gh=G_A h_A+(G_{RV}+G_{RH})r \tag{35.6}$$

$$Gl_H=G_{RV}l+G_A l_{HA} \tag{35.7}$$

$$Gl_V=G_{RH}l+G_A l_{VA} \tag{35.8}$$

式(35.6)和式(35.7)代入,则由式(35.5)第一行可得

$$(G_{RV}l+G_A l_{HA})\cos\alpha-[G_A h_A+(G_{RV}+G_{RH})r]\sin\alpha=Gl_H\cos\alpha-Gh\sin\alpha=F_{zV_{stat}}l$$

由此,即可求出静止车辆的前轴静态轴荷:

$$F_{zV_{stat}}=G\left(\frac{l_H}{l}\cos\alpha-\frac{h}{l}\sin\alpha\right) \tag{35.9}$$

2. 动态分量:对式(35.5)中的第三行进行简化,按式(5.7)把角加速度化为平移加速度,并且引进旋转质量系数 λ^*(按式(21.10)),得:

$$Gh\frac{\ddot{x}}{g}+(J_{RV}\,\ddot{\varphi}_{RV}+J_{RH}\,\ddot{\varphi}_{RH})=\left(\frac{G}{g}h+\frac{J_{RV}}{R_V}+\frac{J_{RH}}{R_H}\right)\ddot{x}=G[h+(\lambda^*-1)r]\frac{\ddot{x}}{g}$$

只是这里和计算加速阻力时不同,我们必须考虑旋转质量的旋转轴线的方位。其中只有旋转轴线位于 y 方向上的(垂直于图 34.1 画面的)旋转质量才能改变前后轴的轴荷。

车轮、制动器、车轴以及横置的发动机,它们的旋转轴线都在 y 轴方向上。而纵置的发动机在加速时仅可能改变左右的轮荷,这一点现在还不予考虑。所以,我们必须引进一个新的旋转质量系数 λ^*,它的大小由下式给出:

$$\lambda^*=1+\frac{1}{rRm}(J_{RV}+J_{RH}\pm i_A^2 i_G^2 J_M)$$

对横置发动机(参看式(21.6)),当发动机与车轮同向转动时取“+”,反向转动时取“−”。

$$\lambda^{*}=1+\frac{1}{rRm}(J_{RV}+J_{RH})\quad 对纵置发动机 \tag{35.10}$$

这里设前后轴的 r 和 R 是相等的,并且忽略了发动机和车轮之间的(变速器、传动轴等)旋转部件的影响。

3. 滚动阻力:式(35.5)中第四行所列的滚动阻力的影响对轴荷来说一般可以忽略。

前轴轴荷为:

$$F_{zV}=F_{zVstat}-F_{LzV}-G\left[\frac{h}{l}+(\lambda^{*}-1)\frac{r}{l}\right]\frac{\ddot{x}}{g} \tag{35.11}$$

后轴轴荷也可以通过相应的方法得到。

但是如果我们考虑到垂直于路面的前后轴荷之和必须等于 $G\cos\alpha$ 减去升力 $F_{LzV}+F_{LzH}$,那么就可以比较简单地确定出后轴轴荷了。

$$F_{zV}+F_{zH}=G\cos\alpha-F_{LzV}-F_{LzH} \tag{35.12}$$

由此得到:

$$F_{zH}=F_{zHstat}-F_{LzH}+G\left[\frac{h}{l}+(\lambda^{*}-1)\frac{r}{l}\right]\frac{\ddot{x}}{g} \tag{35.13}$$

以及

$$F_{zHstat}=G\left(\frac{l_V}{l}\cos\alpha+\frac{h}{l}\sin\alpha\right) \tag{35.14}$$

我们把图 34.1 的车辆模型简化如图 35.2 所示,借助式(35.9)、式(35.11)、式(35.13)和式(35.14)对轴荷做一小结。

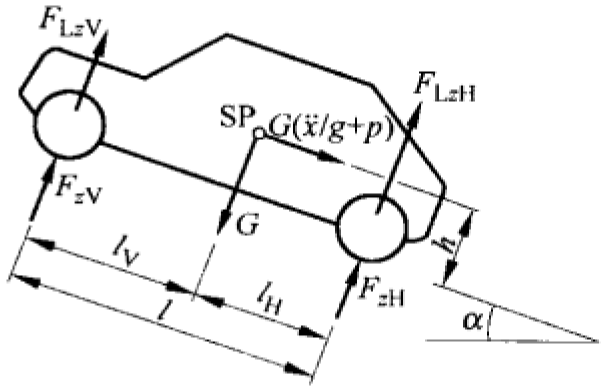


图 35.2 在小坡度情况下计算轴荷用的简化模型

车轴上的垂直载荷首先与静态分量有关。在平路上($\alpha=0$)静态轴荷由纵向重心位置,即比值 l_V/l 和 l_H/l 决定。上坡时($\alpha>0$)前轴轴荷主要由于 $h/l\sin\alpha$ 这一项减小,而后轴轴荷则增加 $h/l\sin\alpha$。下坡时,情况正好相反。这里产生了重心高度与轴距比值的影响。因为道路上的坡度角 α 一般不大,可取 $\cos\alpha\approx1$ 和 $\sin\alpha\approx\tan\alpha=p$(参看第 20 节)。

其次,轴荷因升力出现而变化,由图 16.2 可见,轴荷通常因此而减小,并且随着车速增加和侧向风的增强而使轴荷下降加剧。

在加速时,前轴有所卸载,后轴轴荷增加。减速时正好相反。这种轴荷的变化由两部分构成,其中一部分是平移运动质量的力矩引起的,$\frac{G}{g}\ddot{x}\frac{h}{l}$。这里又出现了重心高度 h 和轴距 l 的比值。另一部分是旋转质量加速引起的,用系数 λ^{*} 来表征(图 35.2 中没有画出)。

表 35.1 中列出了详细的轴荷表达式。

表 35.1　单轴驱动的双轴车辆前后轴上的轴荷，切向力和附着率

	前轴		后轴	
	前驱动	后驱动	前驱动	后驱动
轴荷	$F_{zV}=F_{zVstat}-F_{LzV}-G\left[\frac{h}{l}+(\lambda^{*}-1)\frac{r}{l}\right]\frac{\ddot{x}}{g}$		$F_{zH}=F_{zHstat}-F_{LzH}+G\left[\frac{h}{l}+(\lambda^{*}-1)\frac{r}{l}\right]\frac{\ddot{x}}{g}$	
静态分量	$F_{zVstat}\approx G\left(\frac{l_H}{l}-\frac{h}{l}p\right)$		$F_{zHstat}\approx G\left(\frac{l_V}{l}+\frac{h}{l}p\right)$	
切向力	$F_{xV}\approx G\left[p+\frac{\ddot{x}}{g}\right]+F_{Lx}$	$F_{xV}\approx 0$	$F_{xH}\approx 0$	$F_{xH}\approx G\left[p+\frac{\ddot{x}}{g}\right]+F_{Lx}$
附着率(一般情况下)	$\mu_V=F_{xV}/F_{zV}$		$\mu_H=F_{xH}/F_{zH}$	
在平路上匀速行驶时($\ddot{x}=p=0$)	$\mu_V\approx\frac{F_{Lx}}{F_{zVstat}-F_{LzV}}$	$\mu_V\approx 0$	$\mu_H\approx 0$	$\mu_H\approx\frac{F_{Lx}}{F_{zHstat}-F_{LzH}}$
在上坡行驶时($\ddot{x}=0$，v 较低，即 $F_{Lzi}\approx 0$，$F_{Lx}\approx 0$)	$\mu_V\approx\frac{p}{\frac{l_H}{l}-\frac{h}{l}p}$	$\mu_V\approx 0$	$\mu_H\approx 0$	$\mu_H\approx\frac{p}{\frac{l_V}{l}+\frac{h}{l}p}$
在加速行驶时($p=0$，v 较低，且 λ^{*} 忽略)	$\mu_V\approx\frac{\ddot{x}/g}{\frac{l_H}{l}-\frac{h}{l}\frac{\ddot{x}}{g}}$	$\mu_V\approx 0$	$\mu_H\approx 0$	$\mu_H\approx\frac{\ddot{x}/g}{\frac{l_V}{l}+\frac{h}{l}\frac{\ddot{x}}{g}}$

36　前轴驱动和后轴驱动时的附着率

这里先讨论单轴驱动时的情况，至于全轮驱动时的情况在第 38 节中讨论，而制动时的情况将在第 VII 章讨论。

对于不同驱动形式，其扭矩为(忽略了在 4.3 节讨论的轴承摩擦和制动器残余制动扭矩)：

对于前轴驱动：

$$M_{RV}=Zr_V;\quad M_{RH}=0 \tag{36.1}$$

对于后轴驱动：

$$M_{RV}=0;\quad M_{RH}=Zr_H \tag{36.2}$$

根据式(22.1)和式(22.2)，牵引力由下式给出：

$$Z=F_R+F_{Lx}+F_{St}+F_B=G\left(f_R+p+\lambda\frac{\ddot{x}}{g}\right)+c_xA\frac{\rho}{2}v_r^2$$

后轴驱动的情况(我们只对这种情况进行详细的计算)，根据式(35.2a)得到前轴切向力为

$$F_{xV}=-\frac{J_{RV}}{r}\ddot{\varphi}_{RV}-F_{RV}=-\frac{J_{RV}}{R_Vr}\ddot{x}-F_{RV} \tag{36.3}$$

可见，从动轮上切向力的大小是由旋转质量的加速阻力$(J_{RV}/r)\ddot{\varphi}_{RV}$以及滚动阻力

F_{RV}决定的。

而后轴，即驱动轴上的切向力由式(35.4)求出：

$$F_{xH}=G\frac{\ddot{x}}{g}+F_{St}+F_{Lx}-F_{xV}=G\left(\frac{\ddot{x}}{g}+p\right)+F_{Lx}+\frac{J_{RV}}{R_V r}\ddot{x}+F_{RV} \quad (36.4)$$

它是由空气阻力、上坡阻力以及平移质量的加速力和前轴切向力的反力组成。F_{xH}与后轴旋转质量加速阻力$(J_{RH}/R_H r)\ddot{x}$以及后轴滚动阻力F_{RH}无关。这正是切向力F_{xH}和牵引力$Z=M_{RH}/r$之间的不同之处。

利用由式(35.11)和式(35.13)计算出的轴荷可以确定以后轴驱动方式为例的前、后轴附着率：

前轴：

$$\mu_V=\frac{F_{xV}}{F_{zV}}=\frac{-\dfrac{J_{RV}}{R_V r_V}\ddot{x}-F_{RV}}{F_{zVstat}-F_{LzV}-G\left[\dfrac{h}{l}+(\lambda^*-1)\dfrac{r}{l}\right]\dfrac{\ddot{x}}{g}} \quad (36.5)$$

后轴即驱动轴：

$$\mu_H=\frac{F_{xH}}{F_{zH}}=\frac{\left(\dfrac{G}{g}+\dfrac{J_{RV}}{R_V r_V}\right)\ddot{x}+Gp+F_{RV}+F_{Lx}}{F_{zHstat}-F_{LzH}+G\left[\dfrac{h}{l}+(\lambda^*-1)\dfrac{r}{l}\right]\dfrac{\ddot{x}}{g}} \quad (36.6)$$

前驱动情况下的相应算式和上述后驱动情况下的算式都已列入表35.1中。其中非驱动轮的滚动阻力以及转动惯量数值很小，可以忽略，所以从动轮上的附着率实际上等于零。

下面我们把这些算式用于平路行驶工况，再用于上坡工况以及加速工况。

36.1 平路上的匀速行驶

图36.1上表示的是后驱动轿车的附着率随车速变化的情况。由图36.1(a)可见，驱动轴上切向力F_{xH}由于空气阻力的影响而随车速提高成平方关系增加，而轴荷却因为升力的作用，一般情况下随车速提高而下降(图中实线所示)。所以，附着率μ_H随车速提高而急剧增加，比平方关系还要强烈，参看图36.1(b)。

但是，在通常车速下，附着率相对来说是比较小的，所以平路匀速行驶时远不会达到附着极限，驱动轮不会滑转。只有在滑溜的冰面上或雪地上高速行驶时(约120 km/h)才可能出现滑转。由图36.1(b)可见，这时附着率达到0.2，已超过了滑溜冰面0℃时的附着系数(参看图5.7)。在高速时，附着率急剧增加，例如当速度达到260 km/h时可以达到1.0，μ_h值甚至已经超过了干燥道路的附着系数。

这种情况可以通过降低空气阻力、增加轴荷来避免。提高轴荷一般通过重心后移、降低升力来实现。例如图36.1上虚线表示的车辆，其后轴上作用着下压力，其数值大小与上述车辆的升力相同。结果，260 km/h时的μ_H值从1.0降低到0.6

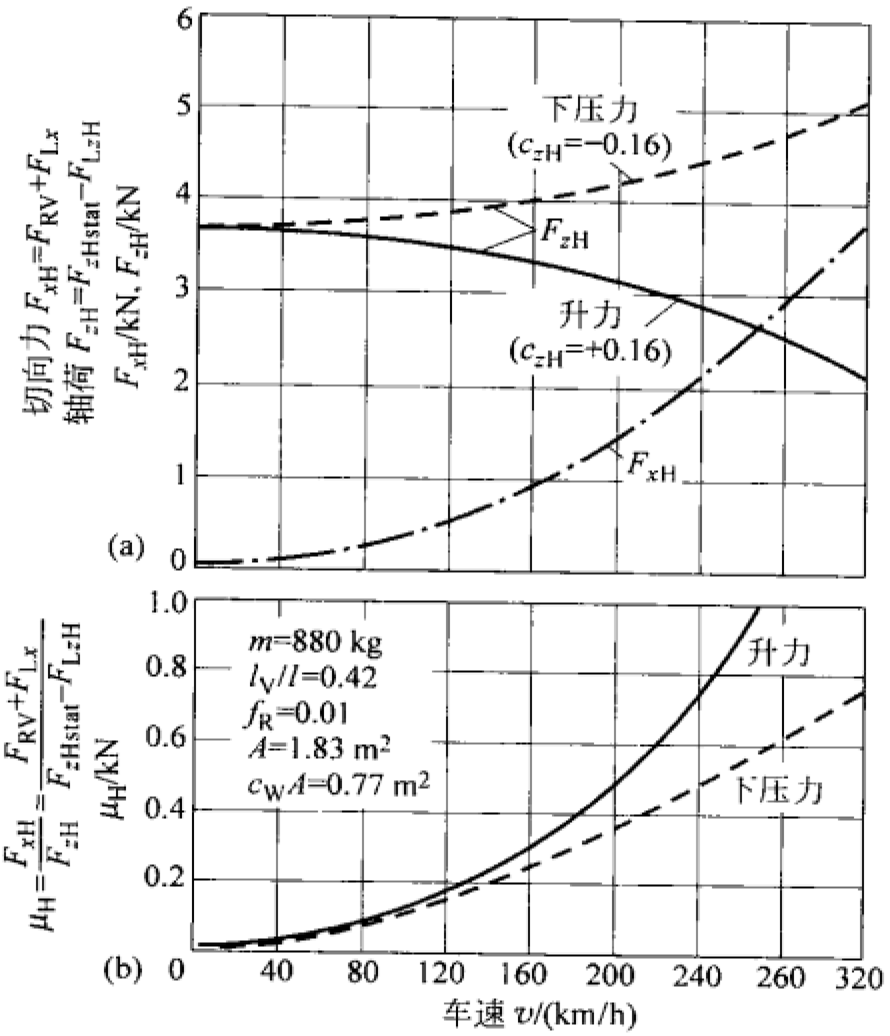


图 36.1 升力和下压力对后驱动车辆附着率的作用

(a) 后轴轴荷的切向力随车速的变化；(b) 附着率随车速的变化

左右。

上述讨论对于前驱动和后驱动来说，两者没有原则上的差别，最多就是前轴升力一般比后轴大些，参看图 16.2。

各种情况下的算式在表 35.1 的倒数第 3 行中列出。

36.2 上坡匀速行驶

在表 35.1 的倒数第 2 行上列出了上坡匀速行驶时的算式，其中空气阻力被忽略了，因为在大坡度的道路上所能达到的车速是不高的。

由图 36.2 可见，由于在坡道上前轴的卸载，结果前驱动时前轴附着率随坡度增加，上升得越来越快，而由于后轴的加载，后驱动时后轴附着率则上升得越来越慢。这就是说，重心高度 h 比较小的车辆，对于曲线行驶的操稳性非常有利，但是根据图 36.2(b)对附着率改善非常小。影响比较大的是重心的纵向位置 l_H/l。如果重心位置是一样的话，前驱动时的附着率要高于后驱动。

但是现在轿车的重心纵向位置因驱动方式的不同而不同。根据表 36.1 所示，对于前驱动方式空载和满载时，前轴负荷比较大，标准驱动方式载荷在中间位置。后驱动形式后轴负荷比较大。当附着系数 μ_H 给定的情况下，最大爬坡度为：

$$p_{\max} \approx \frac{\mu_h \dfrac{l_H}{l}}{1+\dfrac{h}{l}\mu_h} \quad \text{用于前轴驱动}$$

$$p_{\max} \approx \frac{\mu_h \dfrac{l_V}{l}}{1-\dfrac{h}{l}\mu_h} \quad \text{用于后轴驱动} \tag{36.7}$$

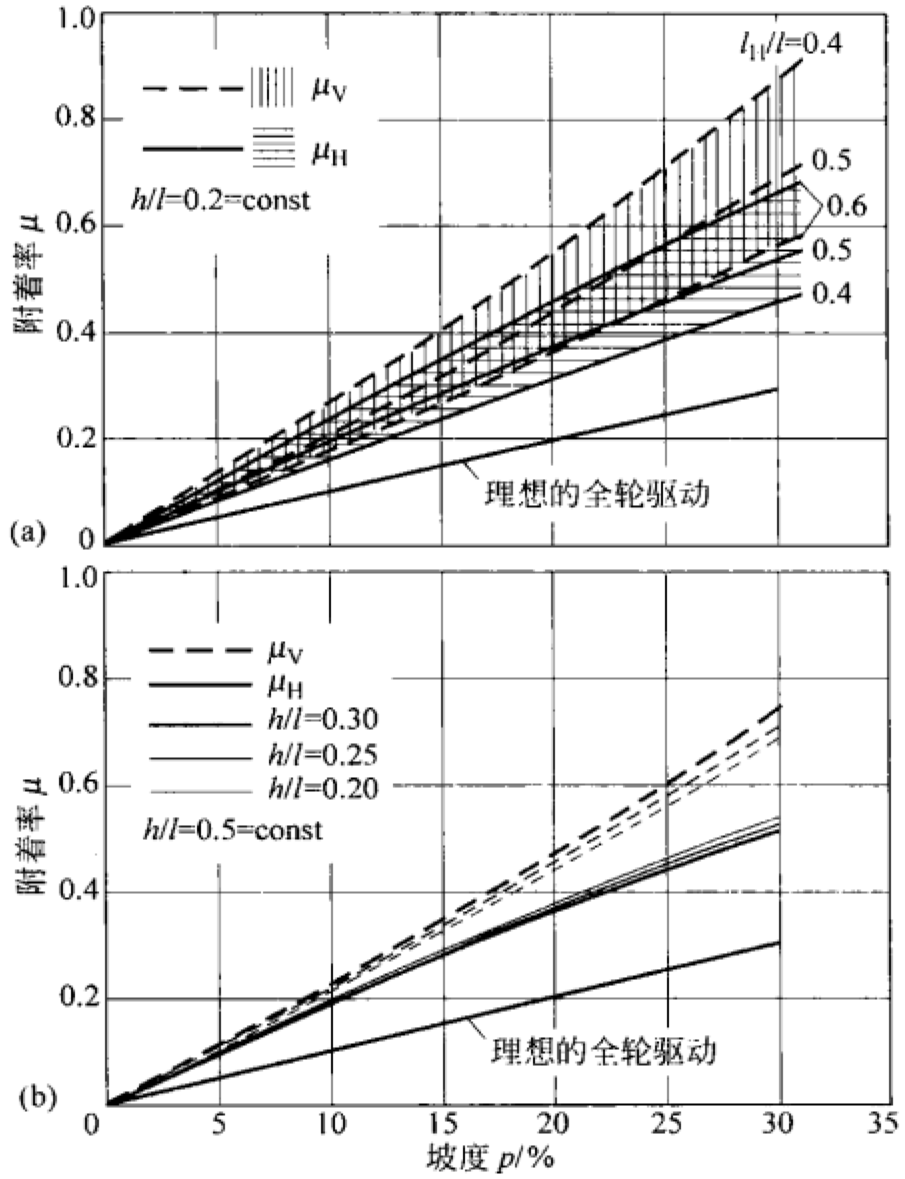


图 36.2 前驱动时的前轴附着率 μ_V 以及后驱动时的后轴附着率 μ_H 随坡度 p 变化的情况

(a) 对于不同的纵向重心位置；(b) 对于不同的重心高度

表 36.1 现代有代表性的轿车空载和满载时的纵向重心位置数值取自 1998 年生产的轿车，分别给出了空载和满载时以及 l_H/l 的平均值±标准差（括号内为 μ_h=1.0 和 0.1 时的最大爬坡度）

驱动方式 发动机/驱动轴	前驱动 前/前	标准驱动 前/后	后驱动 后/后
统计车辆总数	595	215	8
空载 $\frac{l_H}{l}$；$p=0$	0.61±0.10 (50.6%,6.0%)	0.51±0.05 (61.3%,4.9%)	0.39±0.01 (76%,6.2%)
满载	0.54±0.10 (45.1%,5.3%)	0.48±0.025 (65.4%,5.2%)	0.43±0.01 (71%,5.8%)

表 36.1 中括号内的数值表明，后轴驱动的轿车在 $\mu_h=1.0$ 的干燥路面上的最大爬坡度 p_{max} 大于前驱动形式。但是这一点并不重要，因为根据表 20.1，这么大的坡度在正常道路上是不可能出现的。而大部分行驶极限工况出现在冬季有雪或冰的路面上。由表中 $\mu_h=0.1$ 对应的最大爬坡度值可以看出，前驱和后驱形式相当，但优于标准驱动形式。

当坡度比较小时，式(36.7)可以进一步简化为：

$$p_{max}\approx\mu_h l_H/l \quad \text{用于前轴驱动}$$
$$p_{max}\approx\mu_h l_V/l \quad \text{用于后轴驱动} \tag{36.8}$$

最后，还应来检验一下，对应于驱动系统决定的最大爬坡度的切向力究竟能否被传递到路面上？也就是说，为此需要多大的路面附着系数？图 36.3(a)上画的是取自图 30.1 的爬坡能力情况，由此，通过表 35.1 所列算式求出前驱动时的 μ_V 值和后驱动时的 μ_H 值，参看图 36.3(b)。可见，对应于变速器 1 挡时最大爬坡度，后驱动时要求的最小附着系数 $\mu_h\approx0.68$，而前驱动则为 0.75。变速器 2 挡时，最大爬坡度下降，对于这个例子两种驱动方式附着系数基本一致。

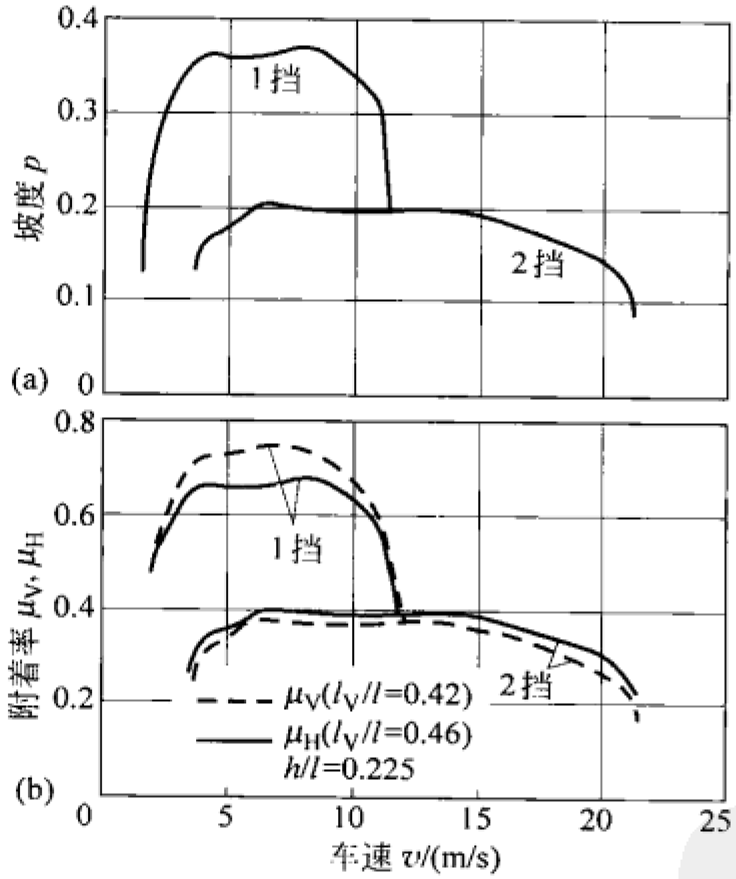


图 36.3 前轴驱动和后轴驱动对上坡行驶时附着率的影响

(a) 由供应特性场决定的空车爬坡度，取自图 30.1；

(b) 前轴驱动时的附着率 μ_V 和后轴驱动时的 μ_H 随车速的变化(车辆其余数据见图 36.1)

在下坡行驶时，p 值应取负值(比如表 35.1 中的倒数第二行)，所以情况正好相反。如果挂挡下坡，利用驱动系统来制动，那么就附着率而言，前“驱动”——现在应称为前轴“制动”——比后轴制动要好些。但在车辆技术上，这种情况并不很重要，因为如果轮胎和路面之间的摩擦系数很低的话(例如由于天气的原因)，驱动装置的制动力矩就不再可能被传递到路面上。这时候驾驶员可以转而采用制动装置，因为道路车辆所有车轮上都装制动器，所以这时总的附着率下降。

36.3 平路加速行驶

平路加速行驶工况和上面谈到的上坡行驶极为相似。因为根据图 32.1 最大加速度出现在低速工况(在低挡位时传动比比较大),所以可以忽略滚动阻力和空气阻力的影响。根据公式,在加速过程中必须考虑旋转质量对轴荷的影响(见式(35.11)和式(35.13)),即需要考虑 λ^*,实际上是可以忽略的。

图 36.4 中描述了发动机横置的车辆变速器 1 挡时,不同 λ^* 条件下 $\mu_V=f(\ddot{x}/g)$ 变化曲线,实线对应的 $\lambda^*=1.47$,虚线对应的 $\lambda^*=1.0$。从两条曲线可以看出,μ_V 值差别相对比较小,所以可以忽略 λ^* 的影响,最多只需要在 1 挡时考虑它的影响。

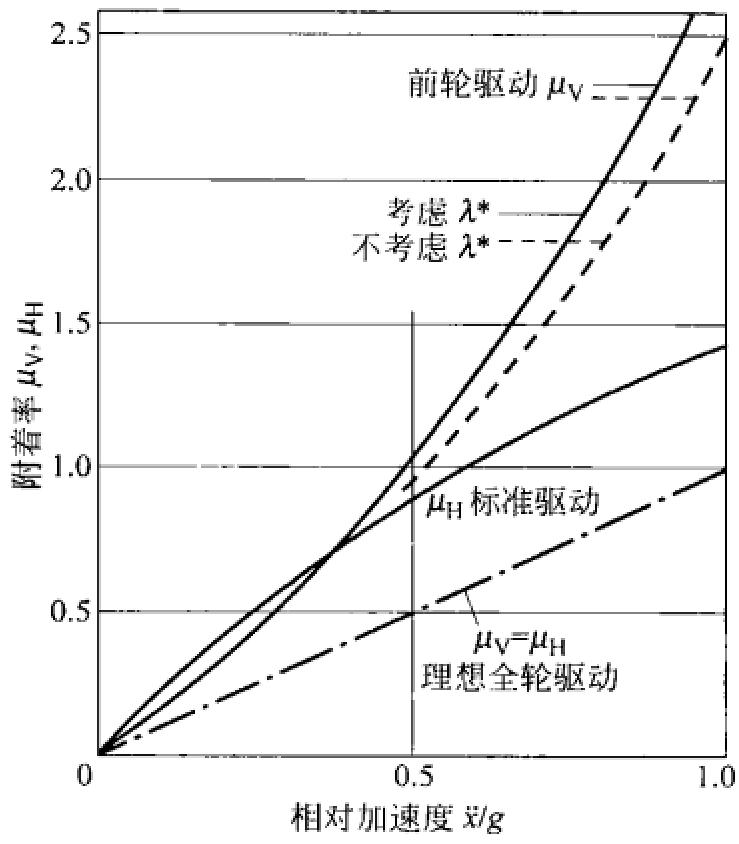


图 36.4 前轴驱动和标准驱动对在平路上加速行驶时附着率的影响

前轴驱动参数:$l_H/l=0.61$,$\lambda^*=1.47$(发动机横置,1 挡);标准驱动参数:$l_H/l=0.51$,$\lambda^*=1.06$(发动机纵置);对于两个车辆都有 $h/l=0.2$,$r/l=0.12$

这样,可以在公式中爬坡度 p 位置上用相对加速度 $\ddot{x}/g$ 代替(比较表 35.1 的最后一行和倒数第二行):

$$p\approx\ddot{x}/g \tag{36.9}$$

为了清楚起见,必须强调一点:旋转质量对轴荷的影响可以忽略不计,即可以取 $\lambda^*=1.0$,但是它对加速能力的影响一般是不可以忽略的,见图 32.1,所以必须要取 $\lambda^*>1.0$。

这样,我们可以引用 36.2 节"上坡行驶"的结论。由此可知,在干燥的路面上,后轴驱动(标准布置形式和发动机后置后驱动形式)比前轴驱动方式具有更大的加速度,见表 36.1 的括号内第一个数。这一点在图 36.4 中也得到了证明。在图中把前轴驱动(发动机横置)与标准驱动(发动机纵置)以及根据表 36.1 给出的相应的重心

位置进行了比较。对于装备大功率发动机的前驱动车辆，由于“道路无法提供更大的驱动力”，所以需要全轮驱动方式（见第 38 节）。在较小加速度以及较小附着率情况下前轮驱动有一定的优势。

37 牵引辅助系统，车轮滑移控制系统，差速锁

根据表 36.1 可以得到，如果一辆汽车在附着系数 $\mu_h=0.1$ 的光滑冰面上匀速行驶时，可以达到的爬坡度为 $p=6\%$。这样，根据式（35.2）需要作用在驱动轮上的驱动扭矩为：

$$M_{Rmax} \approx rF_{xmax} = r\mu_h F_z \tag{37.1}$$

而最大驱动扭矩必须通过驾驶员“摸索”着控制油门踏板来实现。如果驾驶员控制油门过小，则汽车无法在 6% 的坡道上上坡行驶，如果他控制油门过大，驱动轮在地面上打滑，由第 5 节中内容可知，滑移系数小于附着系数，即 $\mu_g<\mu_h$，这样汽车就会向坡下滑动。为了帮助驾驶员在这种动力学的极限状态下控制汽车正常行驶，一种“自动防滑控制器”在汽车上得到应用。根据图 5.4 可知，在最大驱动扭矩 M_{Rmax} 和 μ_h 时，车轮滑移率达到临界值 S_c，如果油门过大，车轮将在地面上打滑，滑移率为 $S=1$。这时由控制系统控制发动机，使得驱动轮上的滑移率达到 $S\approx S_c$，这样就保证了车轮上的驱动扭矩达到 M_{Rmax}。

滑移率在 S_c 以上进一步增加的信息，即车轮由附着状态到纯滑动状态的过渡过程信息通过车轮角加速度得到。具体内容将在第 48 节中讨论与驱动防滑系统相对的“制动防抱死系统（ABS）”时作详细介绍。对于这两者都必须采用车轮角速度传感器得到车轮角速度，再通过对角速度进行微分得到角加速度。[31]

另一种驱动过程的极端状态是当左（l）右（r）驱动车轮的附着状态不同的时候，人们称为 μ_{Split} 状态。这时最大可以传递的扭矩为：

$$M_{Rmax} = M_{Rlmax} + M_{Rrmax} = r(F_{xl} + F_{xr}) = r(\mu_{hl}F_{zl} + \mu_{hr}F_{zr}) \tag{37.2}$$

在左右车轮载荷相同时，轴荷的一半为：

$$F_{zl} = F_{zr} = F_z/2 \tag{37.3}$$

这样，

$$M_{Rmax} = r\frac{\mu_{hl} + \mu_{hr}}{2}F_z \tag{37.4}$$

对于无摩擦的差速器左右车轮的扭矩相等，并且等于较小的一个。如果 $\mu_{hl}>\mu_{hr}$，且油门比较大时，则右侧车轮产生滑转（这时附着系数 μ_{hr} 将被滑移系数 μ_{gr} 取代），车轮可以传递的扭矩将下降到：

$$M_R = r\mu_{gr}(F_{zl} + F_{zr}) = r\mu_{gr}F_z \tag{37.5}$$

---

[31] Huber, G.: Moderne Regelsysteme und Reibwertausnutzung. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12. Düsseldorf 1996.

如果采用所谓的"电子差速锁[32](EDS)",这时当右侧车轮产生滑转,通过右侧制动器使得车轮制动,这样通过差速器强制左侧车轮承担更多的扭矩。就像前面描述的"驱动防滑自动控制系统"那样,可以防止左右车轮滑转,并且可以传递最大扭矩(见式(37.2))。两者组合形成的系统被人们常称为ASR[33]。仅采用EDS时在汽车上会产生一个侧向力矩 M_z,这个力矩围绕着汽车的垂直轴,并且与轮距 s 有关,即:

$$M_z = \frac{s}{2}(F_{xl} - F_{xr}) = \frac{s}{2}(\mu_{hl}F_{zl} - \mu_{hr}F_{zr}) \tag{37.6a}$$

通过式(37.3)可以得到:

$$M_z = \frac{s}{4}F_z(\mu_{hl} - \mu_{hr}) \tag{37.6b}$$

为了使由此产生的汽车偏离直线行驶的状态保持在界限之内,车速从大于40 km/h开始,EDS系统将自动关闭。

在表37.1中列出关于这一节数据实例的结果。

表37.1 天气情况、驾驶员、差速器以及ASR对于驱动轮上传递的扭矩 M_R 和侧向力矩 M_z 的影响

μ_{Split}	μ 值(图5.5)	驾驶员控制油门过大	ASR	无摩擦差速器	M_R/rF_z	$M_z\Big/\frac{s}{4}F_z$
=0	潮湿路面					
	$\mu_g=0.55$	×			0.55	0
	$\mu_h=0.70$		×		0.70	0
	冰雪路面					
	$\mu_g=0.18$	×			0.18	0
	$\mu_h=0.20$		×		0.20	0
≠0	左侧:潮湿					
	$\mu_{hl}=0.70$ 右侧:冰雪	×		×	0.18	0
	$\mu_{hr}=0.20$		×		0.45	0.50

38 全轮驱动

正如这一章题目所表示的,所谓的全轮驱动方式就是全部车轮都是驱动轮。这种驱动方式对于车辆在无路的旷野上行驶或者需要爬很大的坡时是非常必要的(在干燥的路面上绝对爬坡度增大;在冰雪路面上,不加装防滑链时相对爬坡度增大)。

[32] 见参考文献12。

[33] Gaupp, W.: Elektronik in Bremssystemen, ATZ 102 (2000) Heft 2, S. 128-135.

大的爬坡度也对应着强的加速能力。根据 36.3 节所述，轿车在前轮驱动时，挂上后轮驱动，就可以实现全轮驱动。轿车采用全轮驱动形式还存在动力学方面的优势，在弯道行驶时可以达到更大的侧向加速度和实现中性转向，见 C 篇“行驶的操纵稳定性”中，第 127 节。

这里将要讨论，双轴车辆的轴间扭矩应如何分配才是理想的？以及实际情况又是如何的？

38.1 理想的扭矩分配

这是很容易理解的：理想情况下前后轴附着率应该相等，即

$$\mu_V = \mu_H \tag{38.1}$$

这时可能克服的坡度最大。反之，如果某一轴附着率比较高，那么该轴车轮会先滑转，而另一轴上车轮要克服的阻力就会过大，也随之滑转，结果车辆无法前进。

附着率可以通过传感器确定[34]或者通过制动防抱死系统中配置的转速传感器根据每一个车轮的角加速度间接得到(见 47.1 节“电子制动力分配系统”)，这样就使得各轴驱动扭矩的分配变得相对比较容易一些。[35]

下面将讨论理想的扭矩分配问题。

整车要求的总扭矩为式(35.3)

$$M_R = M_{RV} + M_{RH} = r(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx})$$

设轴间分配为

$$\text{后轴}\quad M_{RH} = iM_R;\quad \text{前轴}\quad M_{RV} = (1-i)M_R \tag{38.2}$$

将由式(35.2)确定切向力与式(35.11)和式(35.13)确定的轴荷相比，并且忽略在 36.3 节讨论的旋转质量的影响($\lambda^* - 1 \approx 0$)，可以得到附着率：

$$\mu_V = \frac{(1-i)(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx}) - \dfrac{J_{RV}}{R_V r}\ddot{x} - F_{RV}}{F_{zVstat} - F_{LzV} - G\dfrac{h}{l}\dfrac{\ddot{x}}{g}} \tag{38.3a}$$

$$\mu_H = \frac{i(F_B + F_{St} + F_R + F_{Lx}) - \dfrac{J_{RH}}{R_H r}\ddot{x} - F_{RH}}{F_{zHstat} - F_{LzH} + G\dfrac{h}{l}\dfrac{\ddot{x}}{g}} \tag{38.3b}$$

---

[34] Roth, J.: Untersuchung zur Kraftübertragung zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn unter besonderer Berücksichtigung der Kraftschlußerkennung im rotierenden Rad. Diss. Darmstadt 1993 bzw. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12, Nr. 195. Düsseldorf: VDI-Verlag 1993; Stöcker, J.: Untersuchung lokeler Vorgänge in Pkw-Reifen mittels integrierter Sensorik. Diss. Darmstadt 1997 bzw. VDI -Fortschrittsberichte, Reihe 12. Nr. 343, Düsseldorf: VDI-Verlag 1998.

[35] Richter, B.: Schwerpunkte der Fahrzeugdynamik, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Herausgeber: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: TÜV Rheinland 1990.

根据式(38.1)，在保持附着率相等的条件下，可以根据上式求得扭矩分配系数 i。

如果首先考虑车辆在无路、无坡度的旷野上低速行驶的附着状况，上式就可简化为：

$$\mu_V = \frac{(1-i)F_R - F_{RV}}{Gl_H/l} \quad 和 \quad \mu_H = \frac{iF_R - F_{RH}}{Gl_V/l}$$

以及

$$i = \frac{F_{RH}}{F_R} \tag{38.4}$$

驱动扭矩必须在各轴上像滚动阻力一样分配。

如果前、后轴的滚动阻力系数不相等，比如，由于后轮在前轮压过的软路基轨迹上行驶而使得前轮滚动阻力系数大于后轮，或者由于后轴装有双胎使得后轮滚动阻力系数大于前轮，则由式(38.4)得：

$$i = \frac{f_{RH}F_{zH}}{f_{RV}F_{zV} + f_{RH}F_{zH}} = \frac{f_{RH}l_V/l}{f_{RV}l_H/l + f_{RH}l_V/l} \tag{38.4a}$$

作为第二种特殊工况，这对于全轮驱动是重要的，也就是用低速匀速驶过大坡，这时式(38.3)得：

$$\mu_V = \frac{(1-i)(F_R + F_{St}) - F_{RV}}{F_{zVstat}} = \frac{(1-i)G(f_R\cos\alpha + \sin\alpha) - f_R F_{zVstat}}{F_{zVstat}}$$

$$\mu_H = \frac{i(F_R + F_{St}) - F_{RH}}{F_{zHstat}} = \frac{iG(f_R\cos\alpha + \sin\alpha) - f_R F_{zHstat}}{F_{zHstat}} \tag{38.5}$$

这里用第 20 节中的精确表达式 $\sin\alpha$ 来代替坡度 p，是因为全轮驱动车辆所能克服的坡度很大，用 $\sin\alpha \approx \tan\alpha = p$ 来简化将带来较大的误差。滚动阻力也精确地用 $F_{RV} = f_R F_{zVstat}$，$F_{RH} = f_R F_{zHstat}$ 以及 $F_R = f_R(G\cos\alpha)$ 来表示，这里设前后轴的滚动阻力系数是相等的。

取附着率 $\mu_V = \mu_H$，即可求得理想的扭矩比

$$i = \frac{M_{RH}}{M_R} = \frac{F_{zHstat}}{G\cos\alpha} = \frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}\tan\alpha = \frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p \tag{38.6}$$

或

$$\frac{M_{RV}}{M_{RH}} = \frac{F_{zVstat}}{F_{zHstat}} = \frac{\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l}p}{\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p} \tag{38.7}$$

在理想分配时，前后轴上扭矩比应与相应的轴荷比一致。这一比值随装载状态以及坡度的大小而异。

将式(38.6)中的数值代入式(38.5)，即得

$$\mu_V = \mu_H = \tan\alpha = p \tag{38.8}$$

据此，在扭矩理想分配时，最大爬坡度 α_{max} 将由附着系数决定：

$$\mu_h = \tan\alpha_{max} = p_{max} \tag{38.9}$$

（如当 $\mu_h=1$ 时，$\alpha_{max}=45°$，相应的 $p=100\%$。）

全轮驱动时的附着率当然要比单轴驱动时要小。图 36.2 上也已经同时画出了全轮驱动的对照情况。

作为最后一种情况是在平路上的加速工况，这时假设速度 v 很小，滚动阻力忽略不计，得到附着率以及扭矩分配系数如下：

$$\mu_V=\frac{(1-i)F_B-\dfrac{J_{RV}}{R_V r}\ddot{x}}{G\left(\dfrac{l_H}{l}-\dfrac{h}{l}\dfrac{\ddot{x}}{g}\right)};\quad \mu_H=\frac{iF_B-\dfrac{J_{RH}}{R_H r}\ddot{x}}{G\left(\dfrac{l_V}{l}+\dfrac{h}{l}\dfrac{\ddot{x}}{g}\right)} \qquad (38.10)$$

$$i=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{l_V}{l}+\frac{h}{l}\frac{\ddot{x}}{g}+\frac{J_{RH}}{R_H rm}\right)$$

这里扭矩之间的比例由于旋转质量的影响变得比较复杂，如果取旋转质量为 0，即 $\lambda=1$，$J_{RH}=0$，这时式(38.10)与式(38.6)相对应，有：

$$p=\frac{\ddot{x}}{g} \qquad (38.11)$$

同样见式(36.7)。

38.2 实际的扭矩分配

实际上全轮驱动的车辆驱动扭矩的分配与上述结果有一定的差别。表 38.1 给出了一些全轮驱动轿车的扭矩分配情况，由这个表可以看出实际扭矩分配采用的策略：

1）扭矩分配与车轮静载荷的分配比较接近，使得分配比例尽量接近式(38.7)给出的关系。

2）扭矩分配与车辆基本设计相适应，比如：对于标准驱动形式后轴的扭矩要稍微大一些，而对于前轮驱动形式，前轴分配最大扭矩。

3）最有价值的解决方案是中央差速器具有锁止功能，并且可以达到 100% 的锁止度。这样就可以实现前后轴的滑移率相等。这就意味着 $\mu_V=\mu_H$。这是全轮驱动车辆的理想驱动扭矩分配状况，见式(38.1)。

前轴或后轴间的扭矩平衡在极端情况下（达到 100% 锁止度）可以实现扭矩的理想分配。这样为了扭矩的分配，中央差速器必须装备锁止系统，至少要可以接近实现 100% 的锁止度（如果中央差速器不作为离合器使用，则可以连续地实现扭矩的理想分配[36]）。

---

[36] Okcuoglu, M.: All-wheel Drive Using Twin Hydraulic Couplings, Automotive Engineering International 106, 1999, H. 4, S. 179-184; Zemmrich, Th.; Lee, T.-H.: Bedarfsgeregelter Allradantrieb. 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug-und Motorentechnik 1998, S. 689-708.

表 38.1 实际全轮驱动轿车的轴荷分配和扭矩分配

车辆型号	静态轴荷比例 前/后	中央差速器的扭矩分配 前/后	差速器锁止度
奥迪 80 1987	空载：56%/44% 满载：45%/55%	50%/50%	利用扭转锁止装置可以由22%/78%到 78%/22%
奥迪 V8	54%/46%	50%/50%	利用盘式锁止装置可以达到 100%
保时捷 959	40%/60%	60%/40%	利用液力离合器可以达到 100%
保时捷 Carrera 4	42%/58%	31%/69%	利用电控盘式锁止装置可以达到 100%
蓝旗亚 Delta	56%/44%	56%/44%	利用扭转锁止装置可以达到 100%
梅赛德斯-奔驰 4Matic 1. Generation 1986	50%/50%	35%/65%	利用中央差速锁可以达到 100%
梅赛德斯-奔驰 4Matic 2. Generation	50%/50%	35%/65%	由制动作用替代锁止装置
梅赛德斯-奔驰 ML-Gelände-wagen	53%/47%	50%/50%	由制动作用替代锁止装置
宝马 325 iX 1985	52%/48%	37%/63%	黏滞差速锁
宝马 525 iX 1992	空载：52%/48% 满载：45%/55%	36%/64%	利用中央差速锁可以达到 100%

在前、后轴之间的扭矩分配一般采用行星齿轮差速器来实现，50：50 的分配形式也可以通过锥齿轮差速器实现。

图 38.1 给出了利用行星齿轮差速器和锥齿轮差速器实现前、后轴之间扭矩分配的示意图。

图 38.2 则以一辆车为例给出了理想扭矩分配随装载量增加的变化曲线。由曲线可以看出，空车和装载的车辆驱动扭矩的分配比例是各不相同的。

在前、后轴驱动扭矩分配比例为 50：50 时，空车在加速度达到 2 m/s^2 之前，后轴的附着率较大，当纵向加速度较大时，则前轴附着率较大。这样，当道路附着系数较低时，存在一种危险，这就是随着加速度的增加车辆的操稳性将由过多转向向不足转向变化。对于装载的车辆，前轮附着率总是比较大，也就是说当道路附着系数较低时，前轮首先产生滑转。

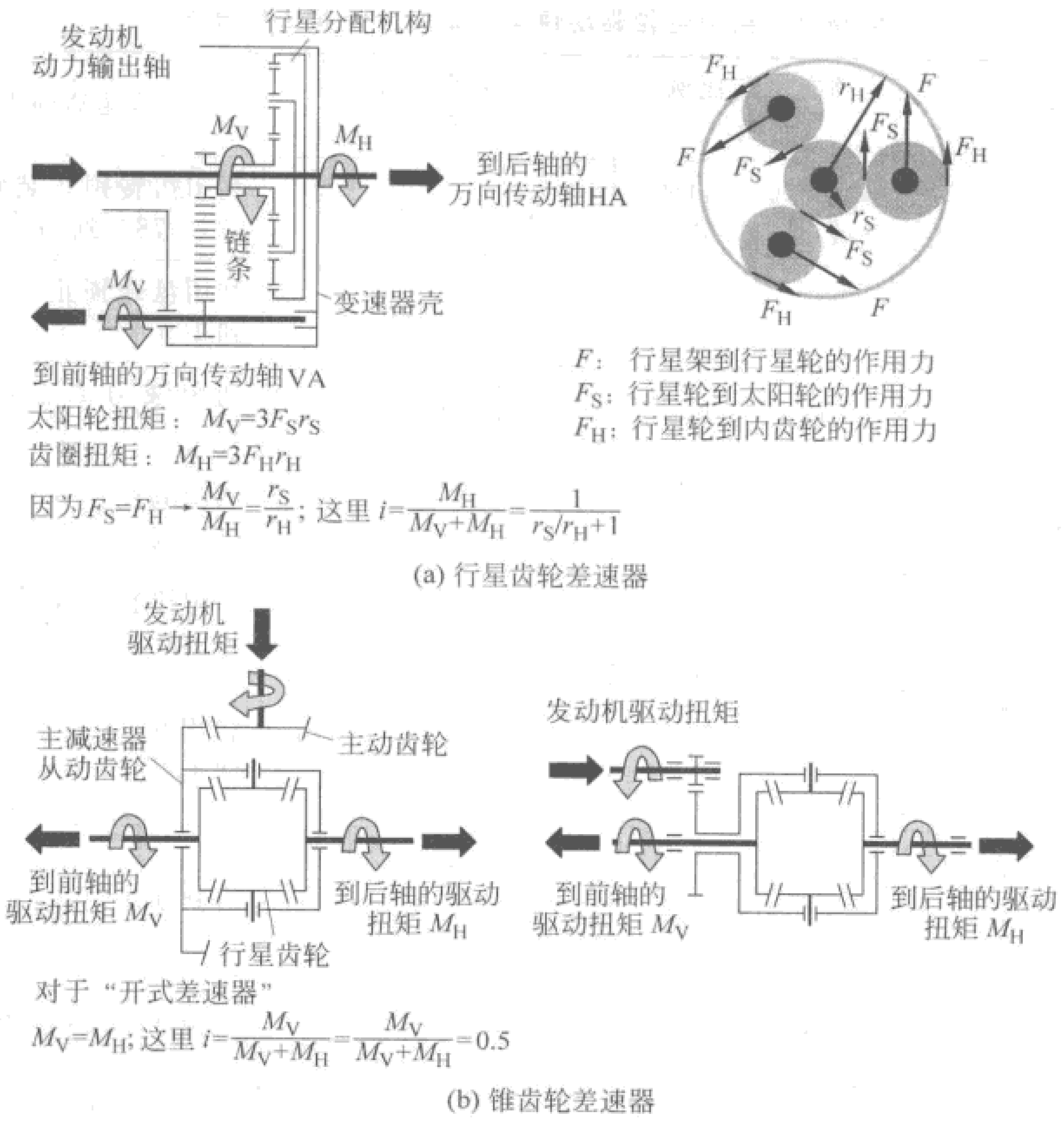


图 38.1　全轮驱动中用行星齿轮和锥齿轮差速器进行扭矩分配

VA＝前轴，HA＝后轴

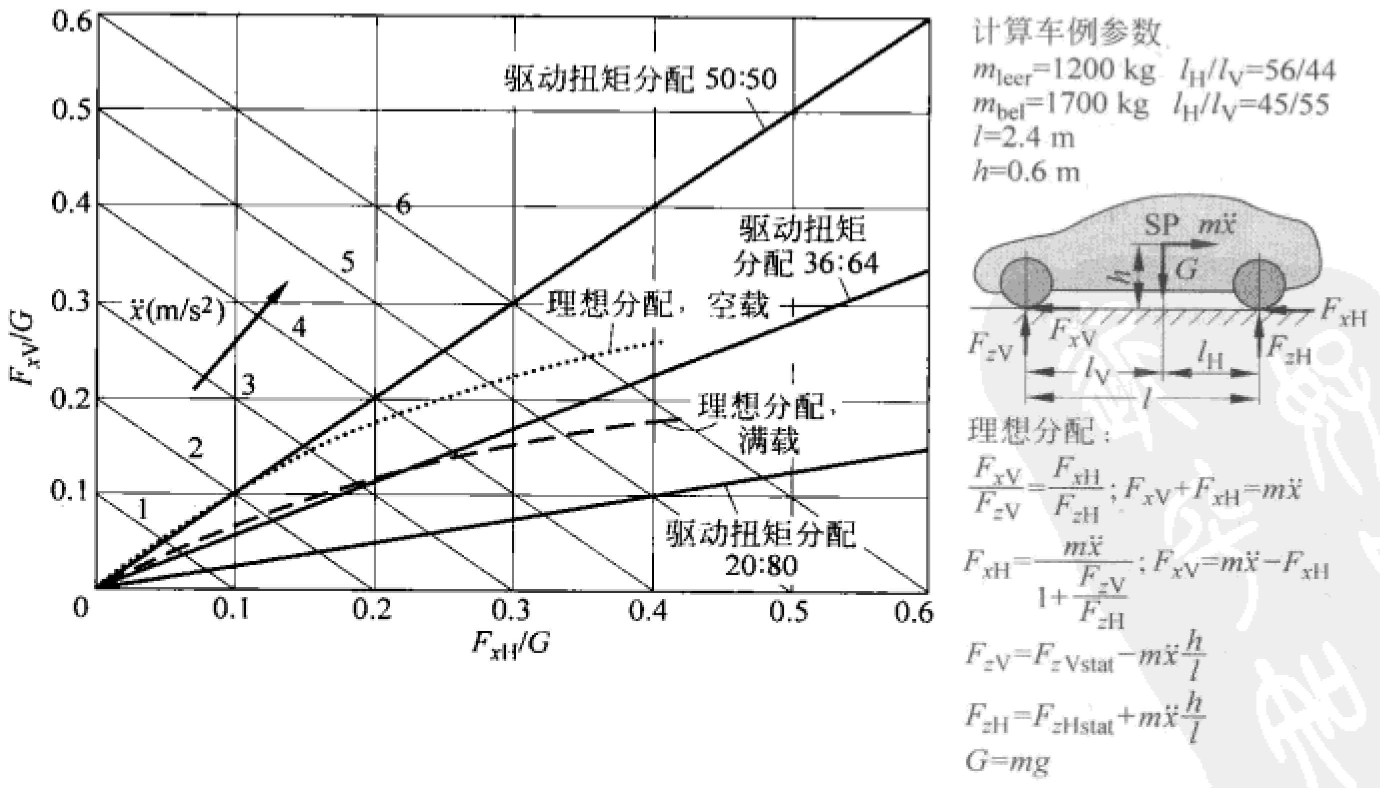


图 38.2　全轮驱动的扭矩分配与装载状态相互作用的计算实例

如果驱动扭矩的分配比例为 36∶64，则在空车时后轴的驱动负荷比较大，而在装载后车辆的操稳性发生转换。如果分配比例为 20∶80，即前轴驱动扭矩比较小时，则后轴一直承受较大的驱动负荷。随着扭矩分配比例的变化，工作点也同样产生移动。图 38.3 给出了该车例空载时两种不同分配比例的情况。

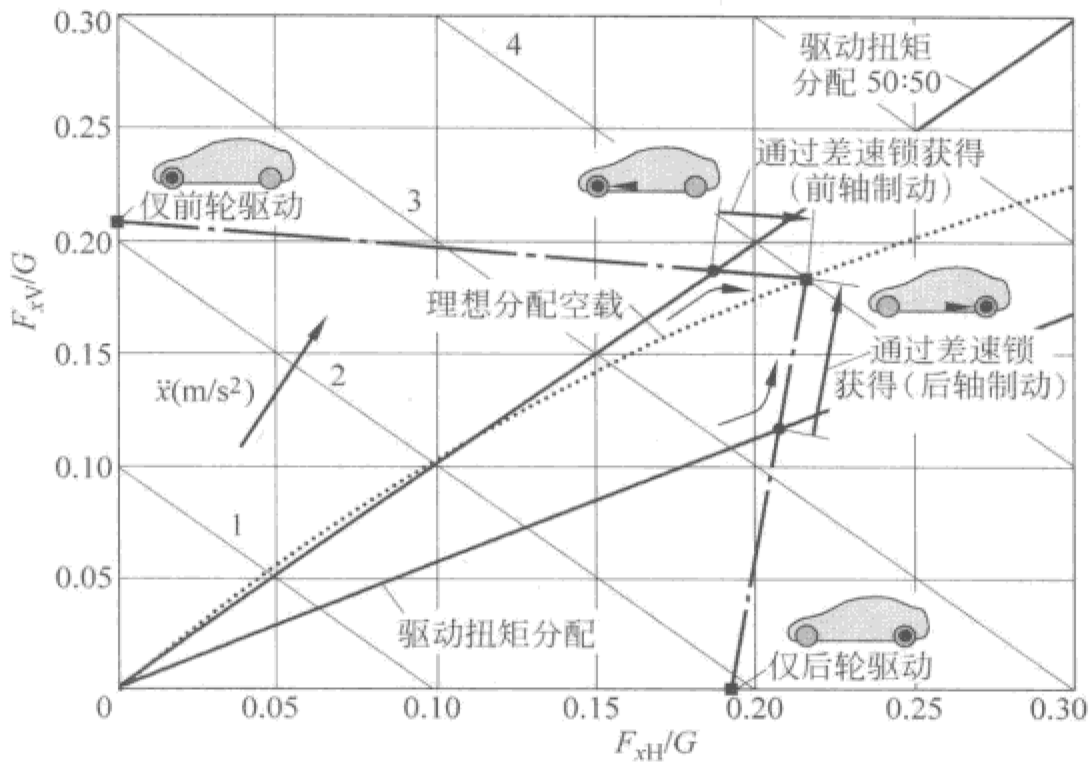


图 38.3 在不同扭矩分配时差速锁的作用（$\mu=0.4$）

如果假设轮胎与地面的摩擦系数（译者注：原文为摩擦系数）$\mu=0.4$，那么对于上面计算用的车例，在空车时（$l_H/l_V=56/44$），对于仅前轮驱动 $F_{xV}/G=0.2036$，而对于仅后轮驱动 $F_{xH}/G=0.1956$。这样，可以产生的加速度在前轮驱动时为 2.036 m/s^2、后轮驱动时为 1.956 m/s^2。如果全轮驱动具有锁止系统，则加速度可以达到 4 m/s^2。如果没有锁止系统（比如分配比例 50∶50），开始时前后轴联合作用，直到比例分配曲线与单轴驱动和具有锁止系统的全轮驱动锁止工作点连线的交点处为止。图 38.3 给出了计算车例空车时锁止系统的作用，当分配比例为 50∶50 时，前轮将被制动，而当分配比例为 36∶64 时，后轮将被制动，防止其滑转。

锁止系统具有不同的形式。一般的 100％锁止度的锁止系统可以在理想情况下使前后轴都达到最大附着率。如果使用行车制动器来实现控制过程，则系统可以控制驱动扭矩过大的车轴，使之达到最大附着率的滑移率值。制动器将不断消耗能量，直到驱动扭矩较小的车轴达到最大可用的附着率为止。这个系统中将在制动器上产生相当大的热量，而这种情况在具有锁止系统的差速器上是不会出现的。而这种制动器参与工作的方式如果与发动机控制联合作用，可以改善车辆的行驶安全性。

39 汽车列车和三轴车辆的上坡行驶

在前面的第 V 章"行驶极限"中仅针对两轴的单车进行了讨论,下面将针对多轴的汽车列车进行讨论,讨论限制在上坡行驶工况范围内。

39.1 汽车列车

这里要考虑汽车列车各车节的辕杆力的影响。

后驱动牵引车车重为 G_Z;挂车车重为 G_A。列车在坡度为 p 的道路上行驶[37],相应的辕杆力:

$$F_{DH} = -G_A p \tag{39.1}$$

(见图 39.1(a))。因此,牵引车后驱动轴上切向力增加为:

$$F_{xH} \approx (G_Z + G_A) p \tag{39.2}$$

并且牵引车后轴轴荷增加为:

$$F_{zH} \approx G_Z\left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p\right) + G_A p \frac{h_D}{l} \tag{39.3}$$

所以,后轴附着率为

$$\mu_H \approx \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z\left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p\right) + G_A \frac{h_D}{l}p} \tag{39.4}$$

图 39.1(b)画的是鞍式列车的情况,鞍式牵引车的后轴轴荷为

$$F_{zH} \approx G_Z\left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p\right) - F_{DH}\frac{h_D}{l} + F_{Dz}\frac{l - l_K}{l} \tag{39.5}$$

考虑到式(39.1)确定的辕杆力 F_{DH},半挂车对鞍座的载荷为

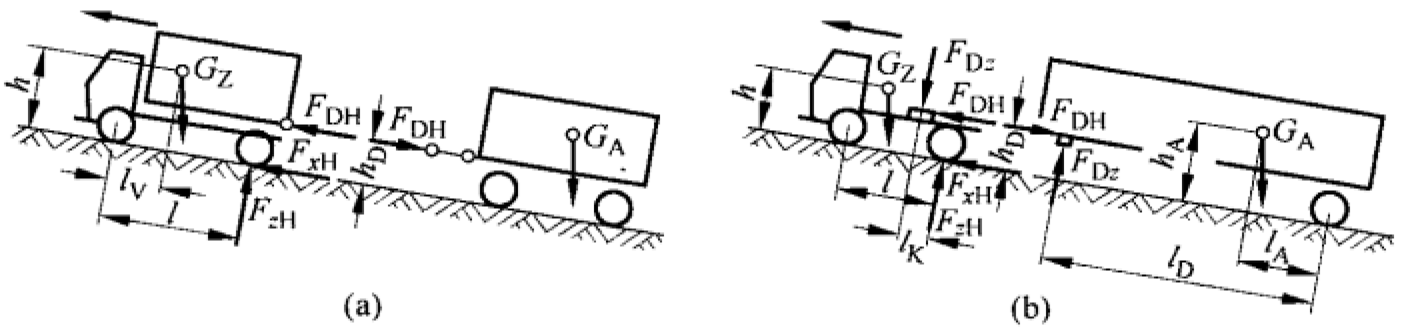
$$F_{Dz} \approx G_A\left(\frac{l_A}{l_D} - \frac{h_A - h_D}{l_D}p\right) \tag{39.6}$$

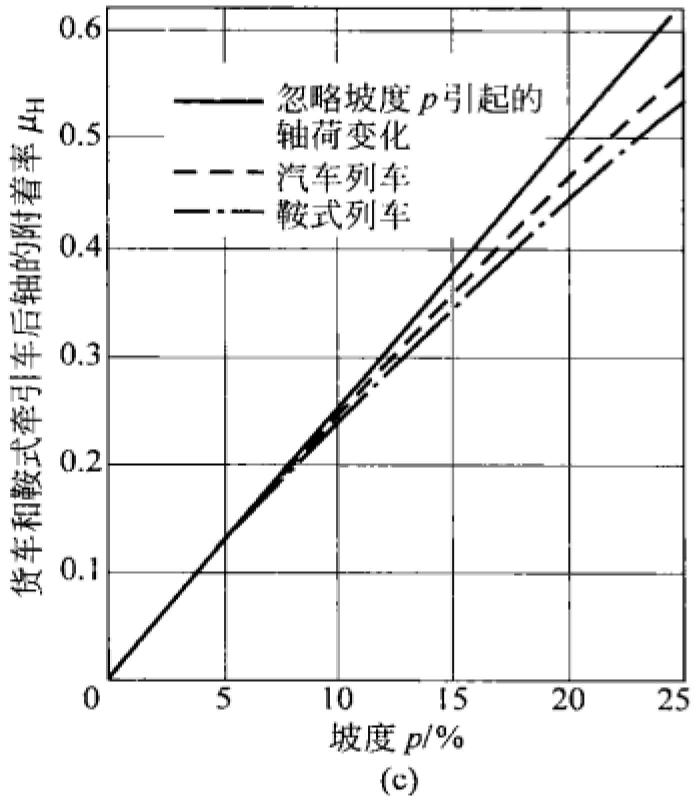
切向力如式(39.1)所列,所以鞍式牵引车后轴附着率为

$$\mu_H \approx \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z\left(\frac{l_V}{l} + \frac{h}{l}p\right) + G_A\left[\frac{l_A}{l_D}\frac{l - l_K}{l} + p\left(\frac{h_D}{l} - \frac{l - l_K}{l}\frac{h_A - h_D}{l_D}\right)\right]} \tag{39.7}$$

随着坡度增加,牵引车后轴附着率 μ_H 上升得越来越慢(图 39.1(c))。图中鞍式列车的 μ_H 曲线低于汽车列车。但是在满载时,半挂车的重心高度 h_A 可能比较大,结果鞍式列车的 μ_H 曲线会高于汽车列车。

[37] Die Indizes Z und A bedeuten hier Zugfahrzeug und Anhänger.





数据	汽车列车	鞍式列车
G_Z/kN	160	60
G_A/kN	100	200
l_V/l	10/16	0.95/3.5
h/l	0.25	0.9/3.5
h_D/l	0.15	1.35/3.5
l_A/l_D	—	0.5
$(l-l_K)/l$	—	2.93/3.5
h_D/l_D	—	1.35/5.0
h_A/l_D	—	1.95/5.0

图 39.1 汽车列车(图 a)和鞍式列车(图 b)的上坡行驶工况。两者后轴附着率 μ_H 作为坡度 p 的函数(图 c)

针对半挂车的方程式也可以运用到带(宿营)挂车的后轴驱动的轿车上[38]。只是这时的 l_K 为负值,这是由于辕杆力作用点在后轴之后。对于前轴驱动的轿车,附着率为:

$$\mu_V \approx \frac{(G_Z + G_A)p}{G_Z\left(\frac{l_H}{l} - \frac{h}{l}p\right) + G_A\left[\frac{l_A}{l_D}\frac{l_K}{l} - p\left(\frac{l_K}{l}\frac{h_D}{l} + \frac{h_A - h_D}{l_D}\right)\right]} \tag{39.8}$$

通过上式和式(39.1)可以给出 μ_V。

附着率较小时,因为这时 p 较小,分母中带 p 的项可以忽略(参看图 39.1(c)中的实线),这样式(39.7)可以简化为

$$\mu_H \approx \frac{(G_Z + G_A)}{F_{zHstat}}p \tag{39.9}$$

[38] Mitschke, M.; Sagan, E.: Fahrdynamik von Pkw-Wohnanhängerzügen. Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Herausgeber Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1988.

对于货车带挂车：

$$F_{zHstat}=G_Z\frac{l_V}{l}$$

对于半挂车和后轴驱动的轿车带挂车：

$$F_{zHstat}=G_Z\frac{l_V}{l}+G_A\frac{l_A}{l_D}\frac{l-l_K}{l} \tag{39.10}$$

对于前轴驱动的轿车带挂车的情况：

$$\mu_V\approx\frac{(G_Z+G_A)}{F_{zVstat}}p$$

式中：

$$F_{zVstat}=G_Z\frac{l_H}{l}+G_A\frac{l_A}{l_D}\frac{l_K}{l}$$

39.2 三轴车辆

代替双轴车辆单后轴(其车轮中心在图 39.2(a)上的 B 点)的是图 39.2(b)所示的各种形式双后轴。无论哪种结构，由于双后轴内部的平衡，当平路上车辆静止时两轴轴荷相等，即 $F_{zM}=F_{zH}$。但有切向力作用时，这一点就不再保持了。对于杠杆式双后轴以及复合式双后轴结构来说，因为切向力会对支撑在 B 点的平衡杆形成一个力矩，结果两轴轴荷就会不等。而纵向摇臂式双后轴则可保持两轴轴荷相等。

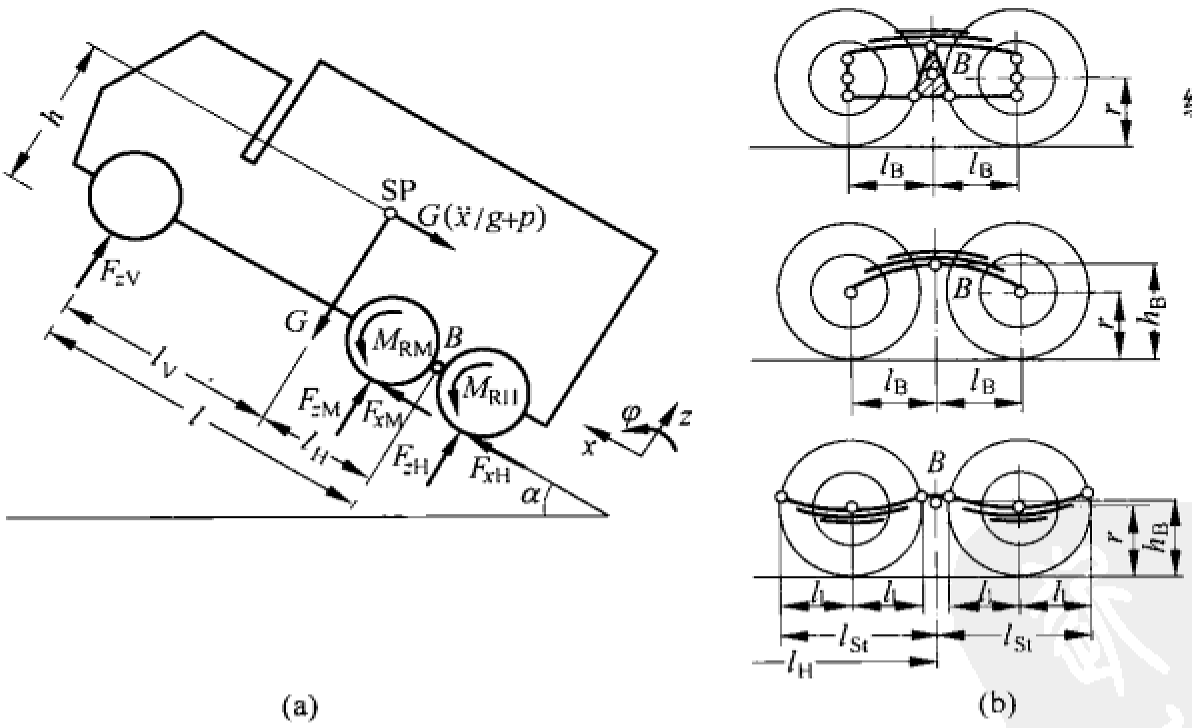


图 39.2 三轴车辆

(a) 在小坡度上的受力情况；(b) 双后轴的结构形式

在表 39.1 上列出了上坡和加速行驶时的轴荷和切向力表达式(取两个后轴驱动扭矩相等)。从图 39.3 上的曲线图可知，杠杆式以及复合式双后轴的两轴轴荷，因而附着率是不同的，结果杠杆式的中轴以及复合式的后轴会先发生滑转。而纵向摇臂式双后轴，其两轴附着率相等，所以这种车辆可以克服的坡度最大。

为了和 22 t 三轴车辆作比较，在图 39.3 上还画出了 16 t 双轴车辆的情况。

表 39.1 装纵向摇臂式双后轴(L),杠杆式双后轴(W),复合式双后轴(V)的三轴车辆各轴的轴荷和切向力(忽略空气阻力)

	结构形式	前　　轴	中　　轴	后　　轴
轴荷	L W V[a]	$F_{zV}\approx F_{zVstat}-G\frac{\ddot{x}}{g}\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \frac{h-h_B}{l}\\ \frac{h+1.4r}{l}\end{cases}$	$F_{zM}\approx F_{zMstat}+\frac{1}{2}G\frac{\ddot{x}}{g}\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \left(\frac{h-h_B}{l}-\frac{h_B}{l_B}\right)\\ \left(\frac{h+1.4r}{l}+\frac{r}{l_1}\right)\end{cases}$	$F_{zH}\approx F_{zHstat}+\frac{1}{2}G\frac{\ddot{x}}{g}\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \left(\frac{h-h_B}{l}+\frac{h_B}{l_B}\right)\\ \left(\frac{h+1.4r}{l}-\frac{r}{l_1}\right)\end{cases}$
静态分量	L W V[a]	$F_{zVstat}\approx G\frac{l_H}{l}-Gp\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \frac{h-h_B}{l}\\ \frac{h-1.4r}{l}\end{cases}$	$F_{zMstat}\approx\frac{1}{2}G\frac{l_V}{l}+\frac{1}{2}Gp\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \left(\frac{h-h_B}{l}-\frac{h_B}{l_B}\right)\\ \left(\frac{h+1.4r}{l}+\frac{r}{l_1}\right)\end{cases}$	$F_{zHstat}\approx\frac{1}{2}G\frac{l_V}{l}+\frac{1}{2}Gp\begin{cases}\frac{h}{l}\\ \left(\frac{h-h_B}{l}+\frac{h_B}{l_B}\right)\\ \left(\frac{h+1.4r}{l}-\frac{r}{l_1}\right)\end{cases}$
切向力		$F_{xV}\approx 0$	要求：中轴和后轴的驱动力矩相同 $F_{xM}\approx\frac{1}{2}G\left(p+\frac{\ddot{x}}{g}\right)$	$F_{xH}\approx\frac{1}{2}G\left(p+\frac{\ddot{x}}{g}\right)$

a　1.4 是针对 $h_B=r, l_{St}=2.4l_1$ 的情况。

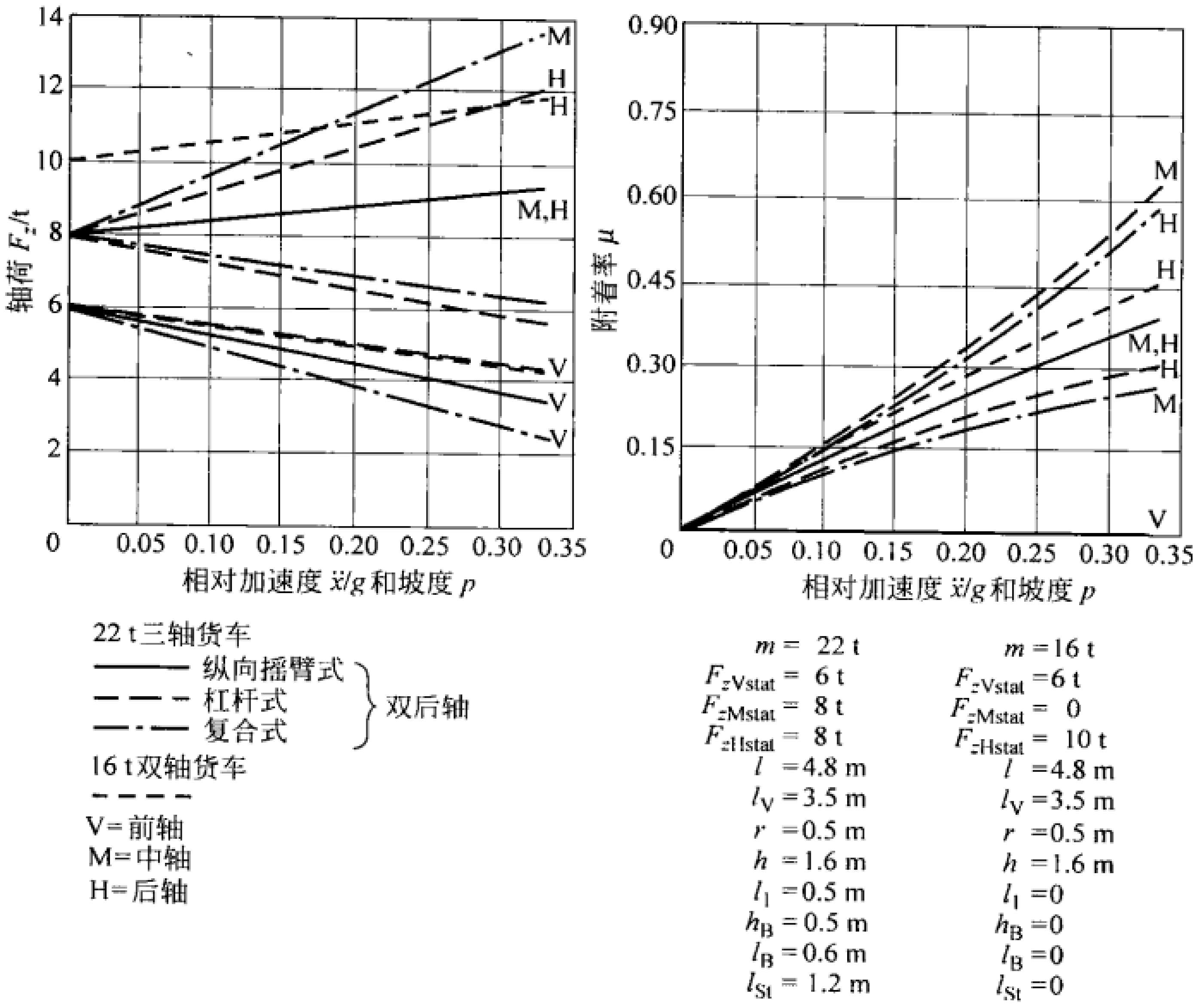


图 39.3 22 t 三轴车辆以及 16 t 双轴车辆的轴荷和附着率

VII 制　　动

下面我们将不再讨论车辆的驱动，转而研究车辆的制动问题。前面的表达式和方程继续有效，通常只需加一负号即可：制动力矩是负的驱动力矩，减速度是负的加速度，下坡就是负的坡度。

车辆的制动装置用于上列目的：

a）惯性制动：

阻止下坡行驶时产生不希望的加速。

b）减速制动：

降低车速，必要时直到停车。

c）驻车制动：

防止静止车辆发生不希望有的移动。

匀速下坡（实现上面 a）点的要求），即惯性制动已在第 31 节中讨论过了，但只研究了内燃机产生的制动力矩（由变速器增大了这一力矩）。如果这一力矩不够，或者根本没有发动机（像在挂车上）和其他持续制动装置（见第 53 节），那就必须使用图 43.1(a)所示的摩擦式制动器。动能转换成热的问题，我们将在第 40 节中讨论。

仅仅使用发动机制动是不可能获得较高的减速度，并使车辆停止的（实现上面 b)点的要求），为此驾驶员必须使用制动装置，几乎都是用摩擦制动器来制动车轮。除了极个别特殊情况和例外，车辆总是所有车轮均能被制动，这是和全轮驱动类似的。我们必须研究减速度、制动力矩的关系。它们的轴间分配，以及切向力与附着率的关系。这些是本部分的主要内容，它由第 41 节到第 52 节构成。并且在这一版中相对于以前的版本加强了“制动防抱死”内容和降低驾驶员操纵制动系统负荷的措施等内容。

驻车制动（实现上面 c)点的要求）是一个简单的力的问题。为使车辆在陡坡上不致产生位移（或在平路上发生不应有的运动），车辆与路面之间必须作用一定的切向力。在一定的坡度 p 和 $v=0$ 时，切向力和附着率的大小可按表 35.1 求得。因此，这里无需再涉及了。

40　动能转换成热

由式(23.4)和式(23.6)，车轮上必需的功率为：

$$P_R = F_R v + F_L v + F_{St} v + F_B v = \left(f_R + p + \lambda \frac{\ddot{x}}{g}\right) G v + c_W A \frac{\rho}{2} v^3$$

如果驱动装置所能产生的制动功率 P_M/η_K 对车辆制动不够，那么就一定要用摩擦制动器来补足其余部分(用 P 来表示)。因为 $P_R=P+P_M/\eta_K$，所以，

$$P=-P_M/\eta_K+\left(f_R+p+\lambda\frac{\ddot{x}}{g}\right)Gv+c_W A\frac{\rho}{2}v^3 \tag{40.1}$$

发动机的制动功率是负的，就像下坡行驶的坡度 p 和减速行驶的加速度 $\ddot{x}$ 取负值一样。制动器必须吸收的功率也是负的。

下面举两个特例说明惯性制动和减速制动的问题：

1. 下坡惯性制动 $p<0, v=\text{const}, \ddot{x}=0$。忽略空气阻力，发动机脱开。则有

$$P=(f_R+p)Gv \tag{40.2}$$

若 $f_R=0.007, p=-0.07, v=30\text{ km/h}=8.33\text{ m/s}$(见 StVZO §41)，坡长 $L=6\text{ km}$，也就是制动时间为 $L/v=720\text{ s}$。如质量 $m=16\text{ t}$，则 $P=-84\text{ kW}$，见图 40.1。

制动功 W 为

$$W=\int P\text{d}t=(f_R+p)GL=f_R GL-Gh \tag{40.3}$$

式中 h 为坡高。在这一例中 $W=-60\,500\text{ kJ}$。

2. 平路减速制动，$p=0, \ddot{x}<0$，忽略空气阻力和发动机制动力矩，则有

$$P=\left(f_R+\lambda\frac{\ddot{x}}{g}\right)Gv \tag{40.4}$$

如果 $\ddot{x}=\text{const}$，则

$$v=v_A+\ddot{x}t \tag{40.5}$$

式中 v_A 为制动初速度。这样

$$P=\left(f_R+\lambda\frac{\ddot{x}}{g}\right)G(v_A+\ddot{x}t) \tag{40.6}$$

功率是随速度而变化的，制动开始时最大，在制动过程中减小，当车速为零时，功率当然就降为零。由图 40.1 可见制动时间 $t_E=v_A/-\ddot{x}$。

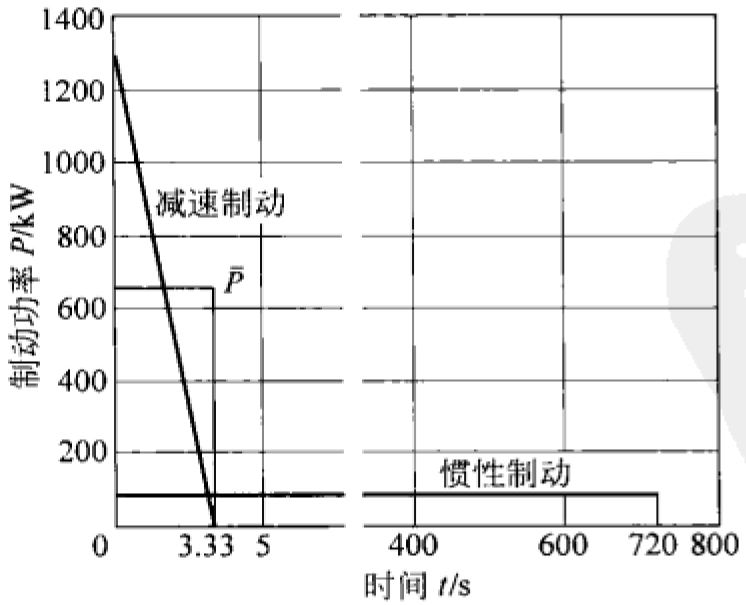


图 40.1 减速制动和惯性制动时制动功率随时间的变化关系。曲线下包围的面积为制动功 W(见上面两个计算实例)

若 $f_R=0.007,\lambda=1,\ddot{x}=-5\ \mathrm{m/s^2},m=16\ \mathrm{t},v_A=60\ \mathrm{km/h}=16.66\ \mathrm{m/s}$（见表 46.1），则 $P_{max}=-1314\ \mathrm{kW},\bar{P}=-657\ \mathrm{kW},t_E=3.33\ \mathrm{s}$。

而制动过程所做的功（由图 40.1）：

$$W=\bar{P}t_E=-2189\ \mathrm{kJ} \qquad (40.7)$$

与惯性制动相比，这时制动功率大大增加了，但对热量来说是决定性的制动功则大大减少！

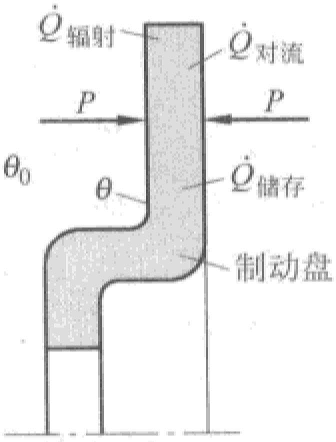


图 40.2 以制动盘为例的热平衡

在此可以近似估计一下两种制动过程制动器的温度。根据图 40.2 单位时间内制动功率 P 所产生的热量一部分被储存（$\dot{Q}_{Speicher}$），另一部分通过对流和辐射传给周围的空气（$\dot{Q}_{Konvektion}$ 和 $\dot{Q}_{Strahlung}$）。如果简单地认为，制动器均匀地被加热到温度 θ，则有

$$|P|=\dot{Q}_{Speicher}+\dot{Q}_{Konvektion}+\dot{Q}_{Strahlung}$$
$$=cm_B\dot{\theta}+\alpha A_B(\theta-\theta_0)+\varepsilon C_{schwarz}A_s(\theta^4-\theta_0^4) \qquad (40.8)$$

其中 c 是比热容，m_B 为制动盘重量，α 为传热系数，A_B 为散热面积，A_s 为辐射面积，$C_{schwarz}$ 为辐射系数，ε 为吸收度，θ_0 为环境温度。图 40.3(a)给出了惯性制动过程中温度升高过程，从开始到下坡过程结束，即 720 s 时，温度不断上升，制动结束后温度不断下降。图(b)给出了上述减速制动过程的温升情况，制动过程在 3.33 s 时结束。

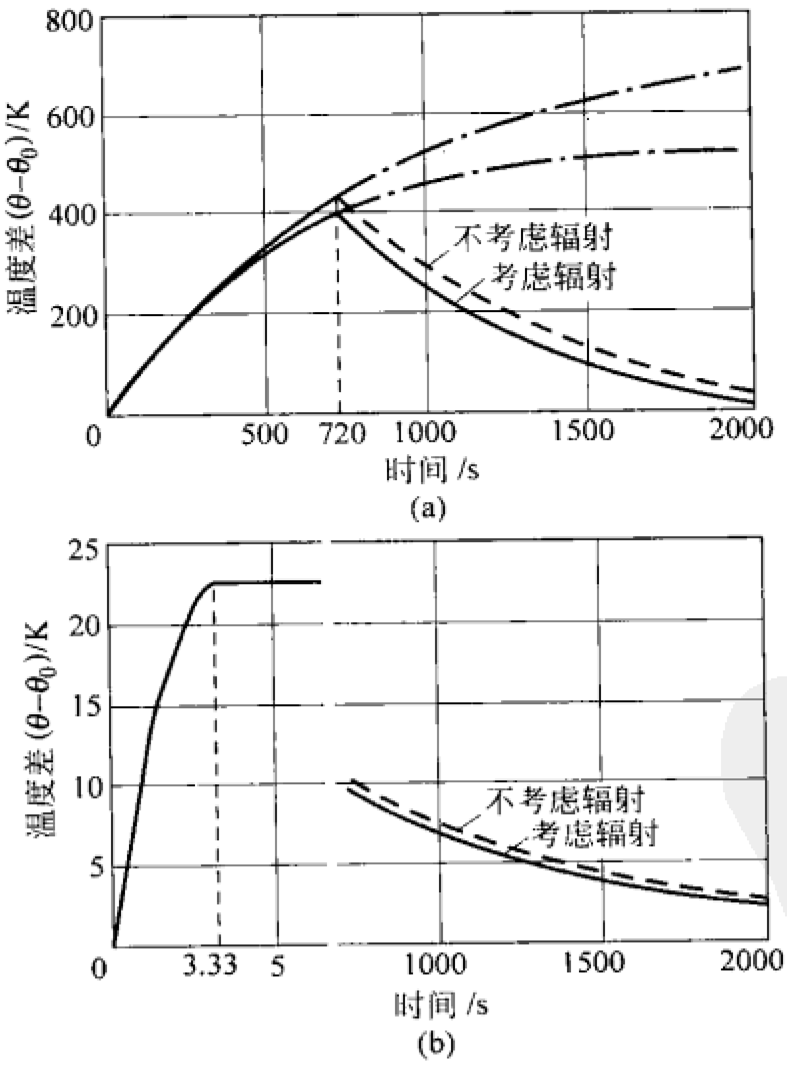


图 40.3 制动器温度 θ 与环境温度 θ_0 差值随时间的变化曲线

(a) 惯性制动；(b) 减速制动（见这一节的例 1 和例 2。$c=510\ \mathrm{J/kg\cdot K},m_B=189.4\ \mathrm{kg},\alpha=59.7\ \mathrm{W/m^2\cdot K},A_B=A_s=1.82\ \mathrm{m^2},\varepsilon=0.6,C_{Schwarz}=5.77\times10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\cdot K^4},\theta_0=293\ \mathrm{K}=20℃$）

41 制动过程,制动距离

在第 VII 章“制动”中开始时已经提到,这一部分主要讨论减速制动问题。在接下来的第 42 节到第 45 节首先对制动过程的一些基本概念进行解释,为后面理解法规的意义,对制动系统的要求和制动防抱死系统等打下基础。

在车辆必须被迅速制动时,一般总是可以认为制动距离短,制动装置质量就好。制动距离与一系列影响有关,下面将详细叙述。

41.1 制动过程,制动距离

图 41.1 表示了一次简单的制动过程,其中各个图都是表示不同参数的时间过程。可把制动过程的时间划分如下:

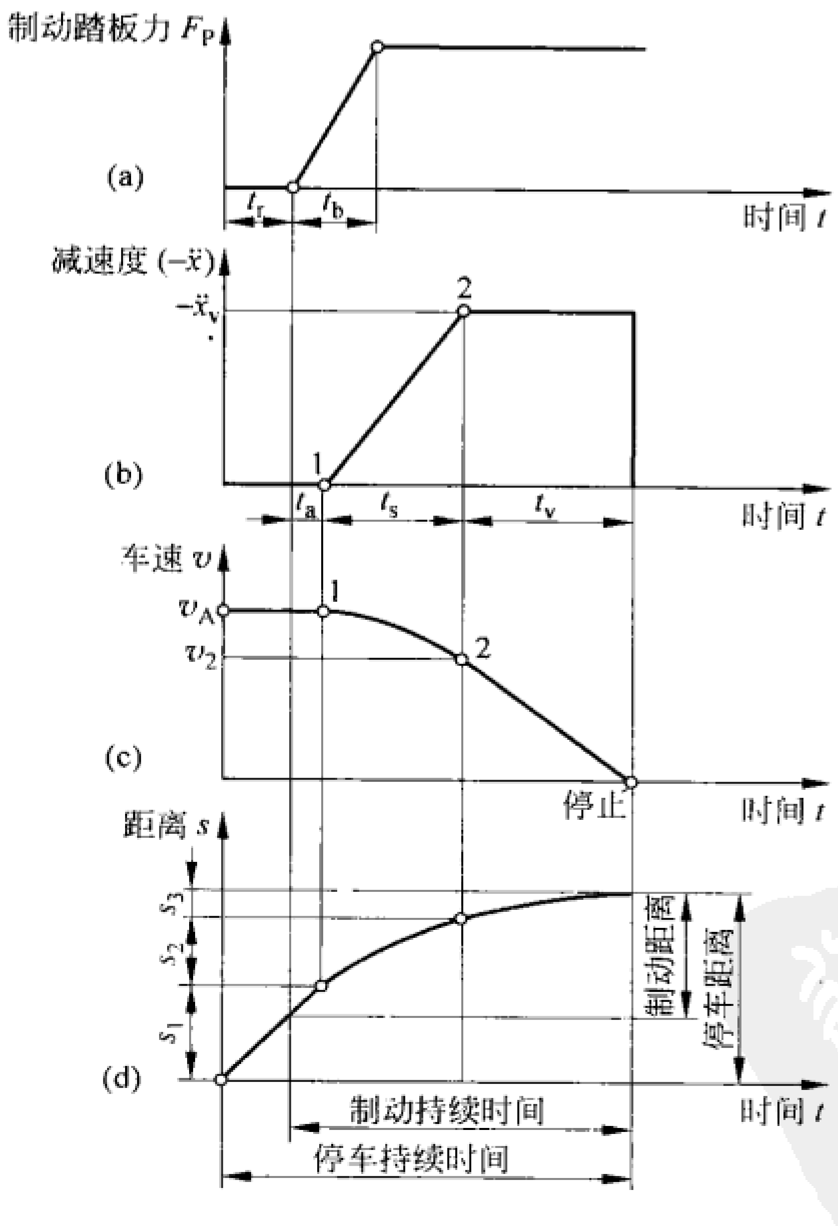


图 41.1 制动过程

(a)、(b) 理想的踏板力,制动力,因而也是减速度随时间的变化;(c) 由此得到车速变化;(d) 距离变化(t_r:反应时间;t_b:踏板力增长时间;t_a:协调时间;t_s:制动力增长时间;t_v:完全制动时间;v_A:制动初速度)

从发现障碍到踏板上开始施加踏板力 F_P，其间经过了反应时间 t_r，它包括感觉时间、识别时间以及决定时间，在这一时间内还要把脚从加速踏板上换到制动踏板上来，并消除制动踏板的间隙。[91]

在踏板力增长时间 t_b 内，踏板力 F_P 应从零上升到最大值(图 41.1(a))。

在开始施加踏板力到出现制动力，因而出现减速度 $-\ddot{x}$ 之间经历了协调时间 t_a(图 41.1(b))。在这时间内，杆系和铰接处的间隙必须被消除，制动摩擦片要贴在制动鼓或制动盘上。

如果我们不考虑驱动装置的制动作用，那么在时间 t_r+t_a 内，车速是常数，而且等于制动初速度 v_A(图 41.1(c))，所以这段时间内车辆驶过的距离相对比较长(图 41.1(d))。

表 41.1 上列出了 t_r、t_a 和 t_s 的数值。t_r 可能相差很大，视驾驶员必须移动视线(比如路旁跑出一个小孩)，还是危险就在视线内(比如前方车辆的制动信号灯)而定。

表 41.1 紧急制动过程中的反应时间 t_r；协调时间 t_a；制动力增长时间 t_s 的值

	各参数的值(s)		
	最可能的值(中间值)	2%(仅 2%更快一些)	98%(仅 2%更慢一些)
视线不变反应时间(包括脚位置转换)	0.64	0.36	0.78
视线在 0.5°～5°改变的反应时间	1.12	0.68	1.33
视线改变＞5°的反应时间	1.25	0.77	1.48
轿车协调时间 t_a	0.05	0.03	0.06
轿车制动力上升时间 t_s	0.17	0.14	0.18

(Burckhardt, M., Fahrwerkstechnik: Bremsdynamik und Pkw-Bremsanlagen. Würzburg: Vogel-Verlag 1991)

41.2 停车距离，制动距离

根据图 41.1(d)，停车距离由下面几部分组成：

a) t_r+t_a 时间内驶过的距离

$$s_1 = v_A(t_r + t_a) \tag{41.1}$$

b) 制动力增长时间 t_s 内走过的距离：由图 41.1(b)，加速度为

$$\ddot{x} = \frac{\ddot{x}_V}{t_s}t \tag{41.2}$$

在减速时，$\ddot{x}_V$ 为负值。速度为

[91] Genauere Unterteilung s. Burckardt, M.: Reaktionszeiten bei Notbremsvorgängen, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe. Herausgeber: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinland 1985.

$$v = v_A + \int \frac{\ddot{x}_V}{t_s} t\mathrm{d}t = v_A + \frac{\ddot{x}_V}{2t_s} t^2 \tag{41.3}$$

即可求得距离

$$s_2 = \int_0^{t_s} v\mathrm{d}t = v_A t_s + \frac{\ddot{x}_V}{6} t_s^2 \tag{41.4}$$

c) 完全制动时间 t_v 内走过的距离：因为由图 41.1(b)可知 $\ddot{x} = \ddot{x}_V =$ const，所以车速

$$v = v_2 + \ddot{x}_V \int \mathrm{d}t = v_2 + \ddot{x}_V t \tag{41.5}$$

式中，v_2 由图 41.1(c)可知为这一时间间隔开始时的车速，或前一时间间隔结束时的车速。v_2 可由式(41.3)求出：

$$v_2 = v_A + \frac{\ddot{x}_V}{2} t_s \tag{41.6}$$

车速由 v_2 降低到零的时间 t_v 由式(41.5)和式(41.6)求得：

$$t_v = \frac{v_2}{-\ddot{x}_V} = \frac{v_A}{-\ddot{x}_V} - \frac{t_s}{2} \tag{41.7}$$

t_v 时间内的距离 s_3 可以求出：

$$s_3 = \int_0^{t_v} v\mathrm{d}t = v_2 t_v + \frac{\ddot{x}_V}{2} t_v^2 = -\frac{v_2^2}{2\ddot{x}_V} = \frac{-1}{2\ddot{x}_V}\left(v_A^2 + \frac{\ddot{x}_V^2}{4} t_s^2 + v_A \ddot{x}_V t_s\right) \tag{41.8}$$

停车距离由式(41.1)，式(41.4)和式(41.8)求出：

$$s = s_1 + s_2 + s_3 = v_A\left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2}\right) - \frac{v_A^2}{2\ddot{x}_V} + \frac{\ddot{x}_V}{24} t_s^2 \tag{41.9}$$

为了说明上式中各项的大小，我们举一例子：

$v_A = 80\ \mathrm{km/h} = 22.2\ \mathrm{m/s}$； $\ddot{x}_V = -5.8\ \mathrm{m/s^2}$ （见表 41.2）；

$t_r = 0.64\ \mathrm{s}$； $t_a = 0.05\ \mathrm{s}$； $t_s = 0.17\ \mathrm{s}$ （见表 41.1）：

$s = (22.2 \times 0.775 + 493/(2 \times 5.8) - 5.8/24 \times 0.0289)\ \mathrm{m}$

$= (17.2 + 42.5 - 0.007)\mathrm{m} = 59.7\ \mathrm{m}$

在正常的制动力增长情况下，式(41.9)中第三项可以忽略。

这样停车距离可根据图 41.1(d)得到：

$$s = v_A\left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2}\right) + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_V)} \tag{41.10}$$

在制动距离 s' 的定义中不包括驾驶员的反应时间 t_r（见图 41.1d），即：

$$s' = v_A\left(t_a + \frac{t_s}{2}\right) + \frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_V)} \tag{41.10a}$$

图 41.2(a)上的减速过程曲线可简化表示为图 41.2(b)，按式(41.10)我们可以不用三个时间间隔 $t_r + t_a$、t_s 和 t_v，而只需两个间隔，即 $t_r + t_a + t_s/2$ 和 $t_s/2 + t_v$。在第一个时间间隔内，减速度为零，然后阶跃到 $\ddot{x}_V$。

在给出停车距离的同时，也可以给出停车时间。其停车时间为：

$$t = t_r + t_a + t_s + t_v$$

把式(41.7)代入，得

$$t = \left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2}\right) + \frac{v_A}{-\ddot{x}_V} \tag{41.11}$$

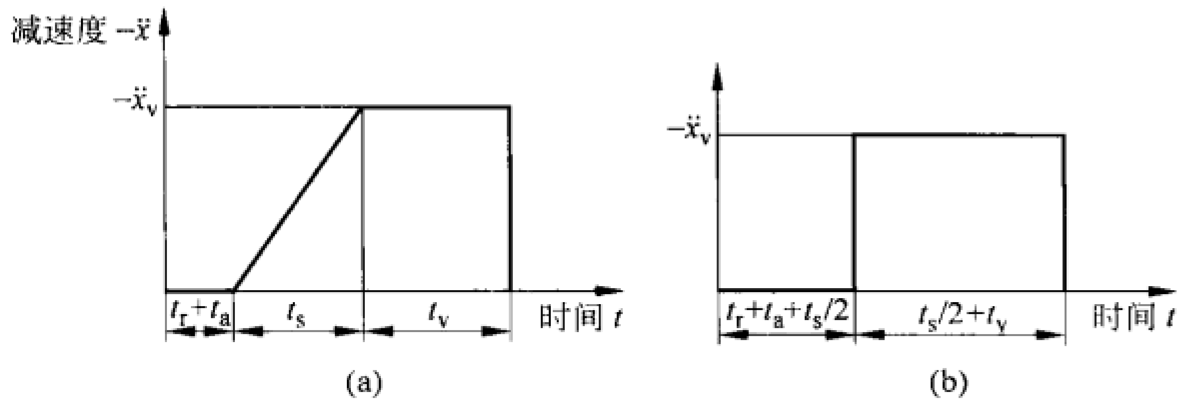


图 41.2 把线性增长的减速度-时间曲线(图 a)用阶跃增长的曲线(图 b)来代替

利用上面例子中的数字得：

$$t=((0.64+0.05+0.17/2)+22.2/5.8)\mathrm{s}=4.4\ \mathrm{s}$$

与停车时间相比较，制动时间中不包含驾驶员反应时间(与上面提到的式(41.10)和式(41.10a)之间的区别一致，见图 41.1(d))

$$t'=v_A\left(t_a+\frac{t_s}{2}\right)+\frac{v_A}{-\ddot{x}_V} \tag{41.11a}$$

41.3 紧急制动，正常制动

在临界制动状态下，即紧急状态的制动或危险状态的制动，要求制动距离尽可能的短。在初始速度 v_A 给定的条件下，根据式(41.10)得到最短制动距离为：

$$s_{\min}=v_A\left(t_r+t_a+\frac{t_s}{2}\right)_{\min}+\frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_{V\max})} \tag{41.12}$$

在此驾驶员和汽车制动系设计起到了重要的作用。

- 在驾驶员方面必须做到：
  - —反应灵敏(缩短反应时间 t_r)；
  - —汽车减速度快速上升(小的踏板力上升时间 t_b 以及由此引起的减速度上升时间 t_s 很小)；
  - —汽车以尽可能大(技术上允许)的减速度制动。
- 在汽车制动系设计方面必须做到：
  - —系统响应时间 t_a 尽可能短(对于轿车这一点不是很重要，但是对于汽车列车来说这一点非常重要)；
  - —踏板力上升时间 t_b 以及由此引起的减速度上升时间 t_s 应尽可能的短；
  - —能达到最大减速度($-\ddot{x}_{V\max}$)。

在正常道路交通状态下的正常制动发生频率远高于紧急制动，而在这种状态下制动距离并不重要，除非驾驶员预计在某一点必须停车(比如遇到红灯)。驾驶员可以自由自在地调整反应时间、减速度上升时间和减速度($-\ddot{x}_V$)的大小。在式(41.12)中提到的极限值也不起作用。同样，上面制动器设计中提到的关键点在这

里也不起作用。人们可以给正常制动过程，即非紧急情况下的制动过程定义另外的目标。在此可以列举两个目标[92]，一个是经济性（保持所有制动器磨损一致，使得汽车在维修车间停留的总时间最短），另外一个是舒适性（无论何种装载状态，保证对驾驶员来说制动踏板力一致）。

41.4 车队行驶时的间隔

利用停车时间和停车距离的表达式也可以处理车队行驶的问题。

当两部车辆以相同速度前后行驶时，之间必须保持一个安全间隔。计算安全间隔时，有两种理论模型，即所谓绝对安全间隔和相对安全间隔。[93]

绝对安全间隔模型的出发点是，基于安全的理由，前后车辆间应保持足够大的间隔 s_{abs}，使得前车（由于某种原因）突然停车时，或者前车的部分货物突然掉下来时，不致发生碰撞事故。s_{abs} 等于式(40.10)求出的停车距离

$$s_{abs}=v_A\left(t_r+t_a+\frac{t_s}{2}\right)+\frac{v_A^2}{2(-\ddot{x}_V)} \tag{41.13}$$

按式(41.11)可以计算出“时间间隔”，即：

$$t_{abs}=\left(t_r+t_a+\frac{t_s}{2}\right)+\frac{v_A}{-(\ddot{x}_V)} \tag{41.14}$$

在相对安全间隔模型中假定，前后行驶的两车以相同的减速度制动，这样停车距离和停车时间可以缩短为

$$s_{rel}=v_A\left(t_r+t_a+\frac{t_s}{2}\right) \tag{41.15}$$

$$t_{rel}=t_r+t_a+\frac{t_s}{2} \tag{41.16}$$

这个模型中的时间间隔 t_{rel} 与车速无关。

图 41.3(a)和(b)中画出了按两种模型求出的距离和时间间隔以及测量结果。理论计算与实际测量结果的平均值比较表明，相对安全间隔模型比较符合实际。

相对安全时间间隔 t_{rel} 的理论计算与实际测量结果的对比在图 41.3(b)中给出，由曲线可以看出，在中等速度范围内这个间隔过小。

对于保持正确间隔提出两个建议：一个是“半速距离”，即如果 $(t_r+t_a+t_s/2)=1.8$ s，则按照式(41.15)得：

$$\frac{s}{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}\frac{v}{\mathrm{km/h}}$$

见图 41.3(a)。

---

[92] Mitschke, M.; Sellschopp, I.; Braun, H.: Regelung der Bremsen an Kraftfahrzeugen im unterkritischen Bereich. VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12 Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 236, Düsseldorf: VDI-Verlag 1995.

[93] Leutzbach, W.: Einführung in die Theorie des Verkehrsflusses. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag 1972.

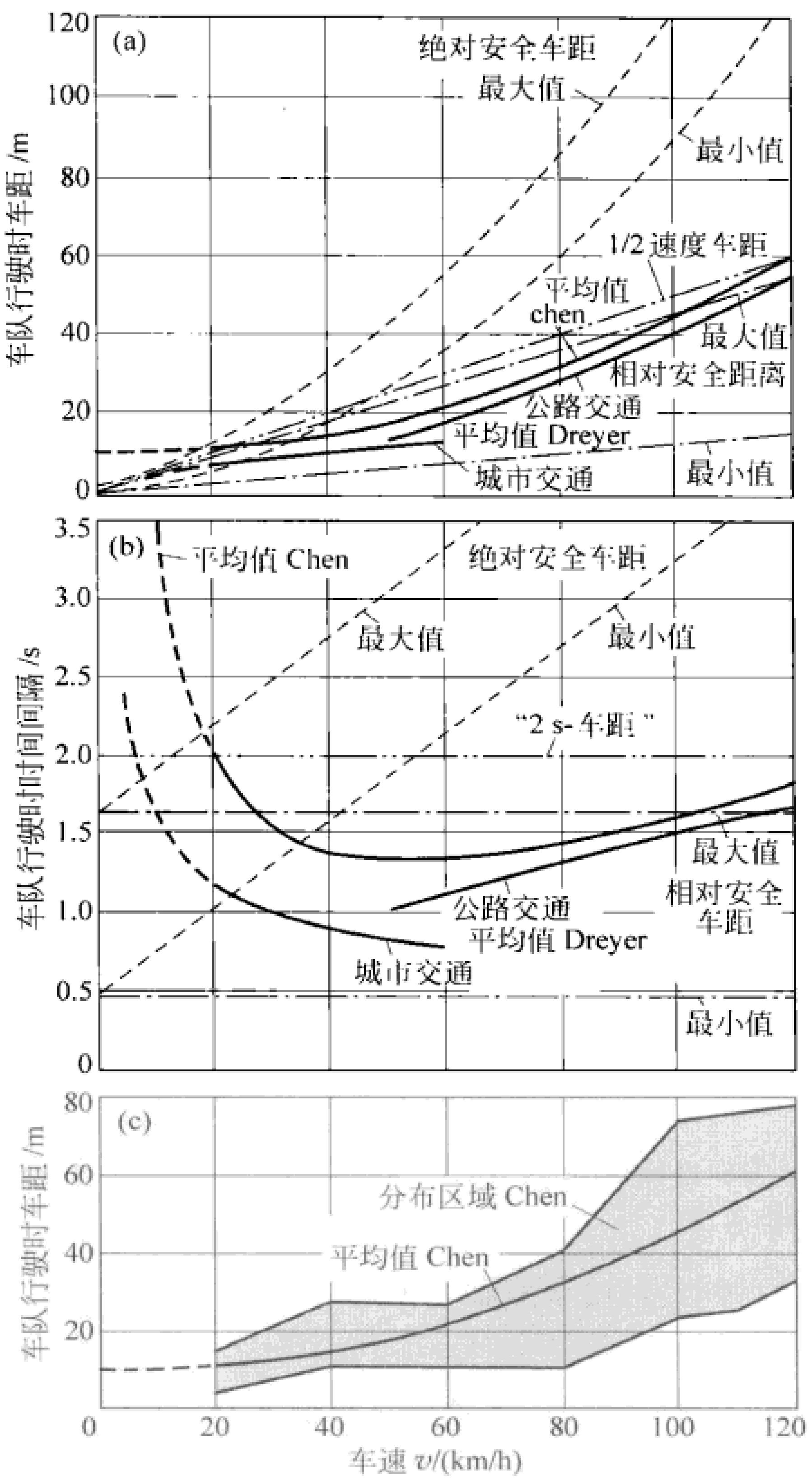


图 41.3 车队行驶时的距离特性(图 a)和时间间隔特性(图 b)；
(c)干燥路面无雾时时间间隔值的分布范围和中间值(Diss. Chen)

- - - 理论绝对安全间隔（$\ddot{x}_V=-5\ m/s^2$）；

—·—理论相对安全间隔，最大、最小值由表 41.1 确定；

测量结果(Dreyer, W., Diss. TU Braunschweig 1979 und Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 168. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992)；

—··—一般的推荐值。

因为车辆在行驶过程中驾驶员很难准确估计两车之间距离，建议采用“2 s 间隔”。就像人们称呼的那样，取 $(t_r + t_a + t_s/2) = 2$ s，见图 41.3(b)。

测量结果的分布范围如图 41.3(c)所示，由图中分布区域可知距离的差别比较大。如果驾驶员车队行驶过程中保持的距离过小，容易发生追尾碰撞事故。产生这种事故的另一个原因是跟随车辆对于前车的相对速度过高，以至于可以产生的减速度无法满足制动距离的要求。

行车间隔的保持可以通过驾驶员辅助系统来实现，这个系统常称为 ACC 系统(Adaptive Cruise Control)。系统中车速控制与距离控制联合作用。当两车距离过小时，系统通过制动(或者减小发动机驱动扭矩)的方法降低本车辆的速度，使之与前车保持设定的距离。[94]

42 相对减速度，最大减速度，质量系数

42.1 相对减速度，制动力的定义

制动时加速度是负的，切向力也是负的。为了不必总带负号，我们引进另外的符号。

把负的加速度与重力加速度的比值用 z 表示，记为相对减速度

$$z = \frac{-\ddot{x}}{g} \tag{42.1}$$

符号 z 可能会与 z 方向坐标相混淆，但因欧洲共同体(EG)和欧洲统一经济委员会(ECE)法规中已经采用，所以这里也引用。

负的切向力称为制动力，对于双轴车辆有：

$$B_V = -F_{xV} \quad B_H = -F_{xH} \tag{42.2}$$

根据式(35.4)，在平路行驶时，忽略空气阻力后有

$$B_V + B_H = Gz \tag{42.3}$$

由这一表达式和式(42.1)可以得到关于相对减速度等价的两个表达式

$$z = \frac{-\ddot{x}}{g} = \frac{B_V + B_H}{G} \tag{42.4}$$

42.2 相对减速度可能达到的范围

引入附着率后，由式(42.3)可得

$$\mu_V F_{zV} + \mu_H F_{zH} = Gz \tag{42.5}$$

[94] s. z. B.: Mercedes-Benz S-Klasse, Sonderheft ATZ 100(1998), S. 162.

可能达到的附着率以及减速度或相对减速度取决于：

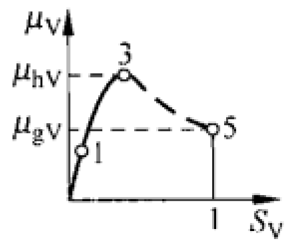
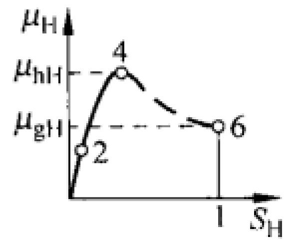
——驾驶员对制动系统的操纵；

——轮胎-路面间的附着特性；

——车辆原有的前后轴制动力矩的分配。

表 42.1 上在给定了前后车轮附着率-滑移率曲线的情况下，对各种不同的驾驶员、轮胎-路面以及车辆之间相互协调的情况分别加以阐述。

表 42.1 各种制动工况

情况	前轮（VR）	后轮（HR）	相对减速度	简 况 说 明
				VR＝前轮 HR＝后轮
1	$\mu_V < \mu_{hV}$（点 1）	$\mu_H < \mu_{hH}$（点 2）	$z < z_{grenz}$	一般制动
2a	$\mu_V < \mu_{hV}$（点 1）	$\mu_H = \mu_{hH}$（点 4）	$z < z_{grenz}$	HR 达到附着极限，车辆处于稳定性极限
2b	$\mu_V = \mu_{hV}$（点 3）	$\mu_H < \mu_{hH}$（点 2）	$z < z_{grenz}$	VR 达到附着极限，车辆处于转向能力极限
3	$\mu_V = \mu_{hV}$（点 3）	$\mu_V = \mu_{hV}$（点 4）	当 $\mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_h$ 时 $z = z_{grenz} = \mu_h$	所有车轮达到附着极限，车辆相对减速度最大
4a	$\mu_V < \mu_{hV}$（点 3.1）	$\mu_H = \mu_{gH}$（点 6）	$z < z_{grenz}$	HR 抱死，车辆不稳定*
4b	$\mu_V = \mu_{gV}$（点 5）	$\mu_H < \mu_{hH}$（点 4.2）	$z < z_{grenz}$	VR 抱死，车辆失去转向能力*
5	$\mu_V = \mu_{gV}$（点 5）	$\mu_H = \mu_{gH}$（点 6）	当 $\mu_{gV} = \mu_{gH} = \mu_g$ 时 $z = \mu_g < z_{grenz}$	所有车轮抱死，车辆直线滑移

* 将在第 44 节中说明。

情况 1 描述了一般制动，驾驶员在制动车辆过程中，使所有车轮均未达到附着系数 μ_h 值，所有车轮都以很小的滑移率滚动。

在正常的交通状态下，由驾驶员在这个范围内控制车辆制动，关于这方面问题的讨论人们投入的精力很少[95]。95％的驾驶员在干燥路面上达到的减速度不超过 3.5 m/s^2，制动减速度超过 6 m/s^2 的情况很少。

情况 2 时，驾驶员的操纵踏板的力比较大，一个车轴的附着率达到了附着系数 μ_h 值，另一个未达到。两个车轴之间附着率的差别是由于总制动力 $B_V + B_H$ 在前后轴上的分配造成的。这时车辆制动与驾驶员无关，因为驾驶员是想通过操纵踏板使所有车轮制动（装备制动防抱死系统的车辆例外，对于一般的摩托车，与上述情况也不一致，因为摩托车驾驶员可以通过手制动控制前轮、脚制动控制后轮）。

---

〔95〕 Hackenberg, U.; Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeugsystems im Straßenverkehr, ATZ 84(1982)Heft 7/8, S. 341-345.

情况 3 时各轴制动力的分配正好使所有车轮均处于附着极限。在这种特殊情况下

$$\mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_h \tag{42.6}$$

则由式(42.5)求得

$$\mu_h(F_{zV} + F_{zH}) = Gz$$

忽略升力后,把 $F_{zV}+F_{zH}=G$(参看式(26.4))代入,即得

$$z = z_{grenz} = \mu_h \tag{42.7}$$

这是装备理想制动系统的车辆所能达到的最大相对减速度值,所以我们记以 z_{grenz}。

在干路面上,$\mu_h=1$ 时,$z_{grenz}=1$,即 $\ddot{x}_{grenz}\approx-10\ \mathrm{m/s^2}$。在冰面上 $\mu_h=0.15$ 时,$z_{grenz}=0.15$,$\ddot{x}_{grenz}\approx-1.5\ \mathrm{m/s^2}$。

一般车辆无法达到或者只在很少情况下可以达到最大值 z_{grenz},见第 43 节。它们可以达到的最大相对减速度小一些,这里用 z_{max} 描述,并且有:

$$z_{max} \leqslant z_{grenz} \tag{42.8}$$

情况 4 中一个车轴的车轮抱死,情况 5 中所有车轮抱死。最后这种情况中有

$$\mu_{gV} = \mu_{gH} = \mu_g \tag{42.9}$$

则

$$z = \mu_g < z_{grenz} \tag{42.10}$$

因为一般 $\mu_g<\mu_h$。

从上述五种情况可见,车辆技术上可以达到的最大相对减速度是 z_{grenz}。

42.3 附着系数利用率,质量系数,制动距离的延长

把定义式(42.1)代入,并考虑了 z_{grenz} 的数值后可以把式(41.10)表示的停车距离加以改写:

$$s = v_A\left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2}\right) + \frac{v_A^2}{2\mu_h g}\frac{\mu_h}{z} \tag{42.11}$$

可见,停车距离除了与前面已经谈到的制动初速度 v_A、时间 t_r、t_a、t_s 外,还取决于轮胎-路面间的附着系数 μ_h,以及所谓的附着系数利用率

$$\frac{z}{\mu_h} = \frac{z}{z_{grenz}} \leqslant 1 \tag{42.12}$$

它是现有的相对减速度 z 与附着系数 μ_h,即装备理想制动系统的车辆所能达到的最大相对减速度 z_{grenz} 的比值。除了极限值或者实际车辆可能达到的最大相对减速度 z_{max} 之外,附着系数利用率的大小由驾驶员决定,驾驶员根据需要决定是否达到较高的减速度。

相应地,式(41.12)表示的最短停车距离可写为:

$$s_{min} = v_A\left(t_r + t_a + \frac{t_s}{2}\right)_{min} + \frac{v_A^2}{2\mu_h g}\frac{\mu_h}{z_{max}} \tag{42.13}$$

并定义质量系数为

$$\frac{z_{max}}{\mu_h}=\frac{z_{max}}{z_{grenz}}\leqslant 1 \qquad (42.14)$$

质量系数是车辆的最大可能的相对减速度 z_{max} 与 μ_h 之比(即装备理想制动系统的车辆所能达到的最大相对减速度 z_{grenz})。这一数值与附着系数利用率不同,它不包含驾驶员的影响。

理想情况下所能达到的最短停车距离我们用 s_{id} 表示,这时质量系数 $z_{max}/\mu_h=1$。所以

$$s_{id}=v_A\left(t_r+t_a+\frac{t_s}{2}\right)_{min}+\frac{v_A^2}{2\mu_h g} \qquad (42.15)$$

最短制动距离和理想制动距离之间的相对延长量(即不考虑驾驶员反应时间 t_r)为:

$$\frac{s'_{min}-s'_{id}}{v_A^2/2\mu_h g}=\frac{1-\frac{z_{max}}{\mu_h}}{\frac{z_{max}}{\mu_h}} \qquad (42.16)$$

用这一表达式求出的曲线如图 42.1 所示。可见,车辆质量系数较低时,会使制动距离延长很多,应该避免。

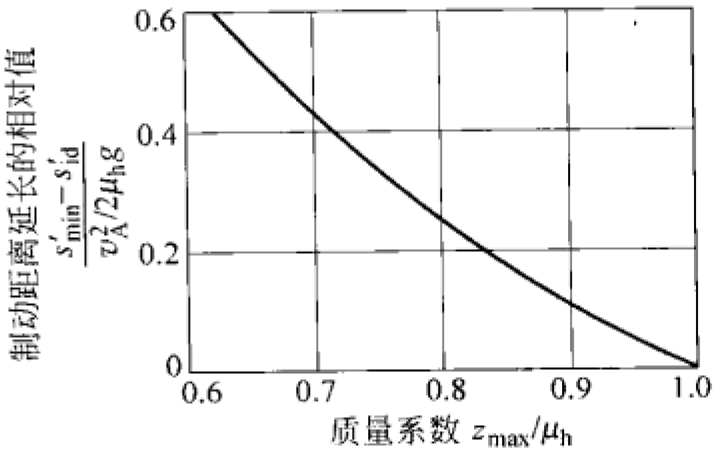


图 42.1 制动距离由于质量系数降低而延长

43 双轴车辆的附着率和相对减速度

质量系数的大小由各轴上车轮之间的附着率差别决定。关于这一点将通过一个简单例子说明。

在制动过程中,发动机处于脱离状态,车辆不受发动机制动扭矩的作用,同时其他驱动部分的制动扭矩也为零。根据图 43.1(a)上的制动装置简图,制动踏板上的踏板力 F_P 通过摩擦制动器,在车轮上产生制动力矩 $-M_{RV}$ 和 $-M_{RH}$。因为必须克服制动装置中的一些阻力(复位弹簧的力,摩擦力等),所以只有在 F_P 达到某一数值后,才出现制动力矩。而制动力矩通常是与 F_P 成线性关系增加的,参看图 43.1(b)。

在制动力矩 M_R 与上一节引入的制动力 B_V 和 B_H 之间存在下列关系(根据式(26.3)):

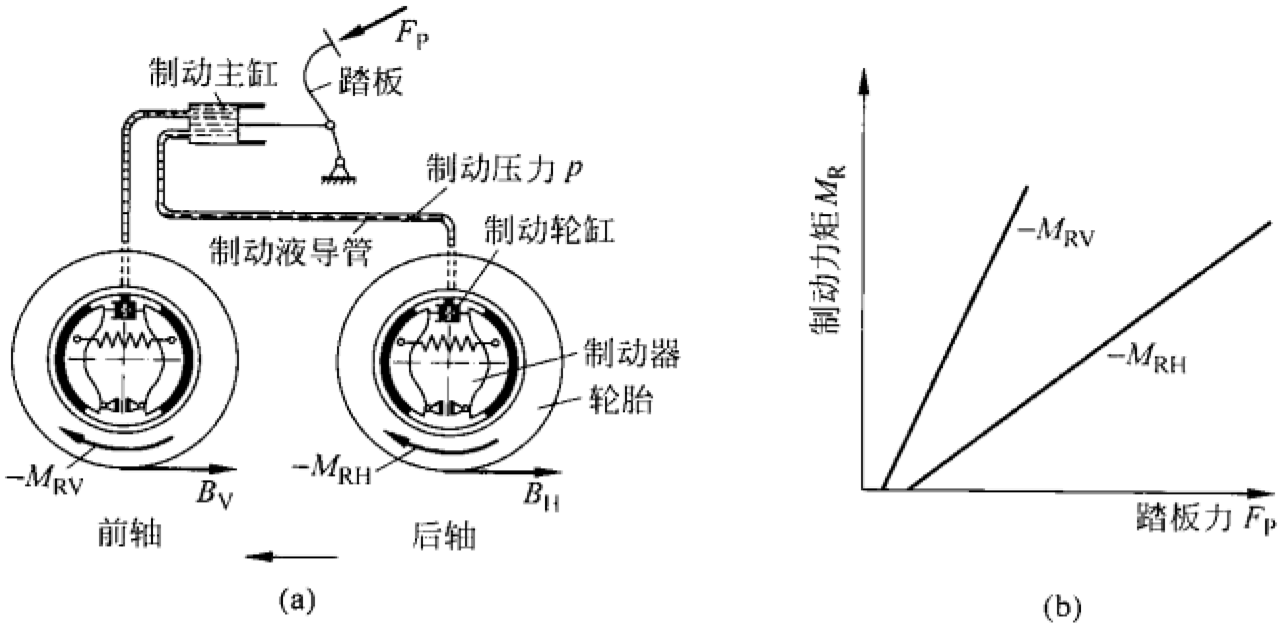


图 43.1 (a) 制动装置简图(单回路);(b) 制动力矩随踏板力的增长

$$
\begin{aligned}
-F_{xV} &= B_V = \frac{(-M_{RV})}{r_V} - \frac{J_{RV}}{r_V}(-\ddot{\varphi}_{RV}) + F_{RV} \\
-F_{xH} &= B_H = \frac{(-M_{RH})}{r_H} - \frac{J_{RH}}{r_H}(-\ddot{\varphi}_{RH}) + F_{RH}
\end{aligned} \tag{43.1}
$$

(因为力矩 M_R 和角加速度 $\ddot{\varphi}_R$ 都是负的,所以各个括号内数值为正值)。

如果忽略滚动阻力和旋转质量影响,则有

$$B_V \approx \frac{-M_{RV}}{r_V}, \quad B_H \approx \frac{-M_{RH}}{r_H} \tag{43.2}$$

由此,我们也可把图 43.1(b)上的纵坐标轴称为“制动力”。如果再忽略复位弹簧以及摩擦的阻力,我们可以画成图 43.2(a)。根据式(42.3),制动力之和为(因为该式十分重要,这里再写一次):

$$B_V + B_H = Gz \tag{43.3}$$

即其和与相对减速度 z 成正比,所以我们在图 43.2(a)中把 z 作为纵坐标第二标尺画出。

轴荷的大小可根据表 35.1 前两行写出,忽略升力后即得:

$$F_{zV} = F_{zVstat} + G\frac{h}{l}z = G\left(\frac{l_H}{l} + \frac{h}{l}z\right) \tag{43.4}$$

$$F_{zH} = F_{zHstat} - G\frac{h}{l}z = G\left(\frac{l_V}{l} - \frac{h}{l}z\right) \tag{43.5}$$

由图 43.2(b)可见,随着相对减速度的增加,前轴轴荷上升,而后轴轴荷降低。

附着率可以求出

$$\mu_V(z) = \frac{B_V(z)}{F_{zV}(z)}; \quad \mu_H(z) = \frac{B_H(z)}{F_{zH}(z)} \tag{43.6}$$

其中,μ_j 每一数值都是以同一相对减速度 z 值对应的 B_j 和 F_{zj} 相除得到。结果也在图 43.2(b)中画出。我们要通过几个例子来说明。

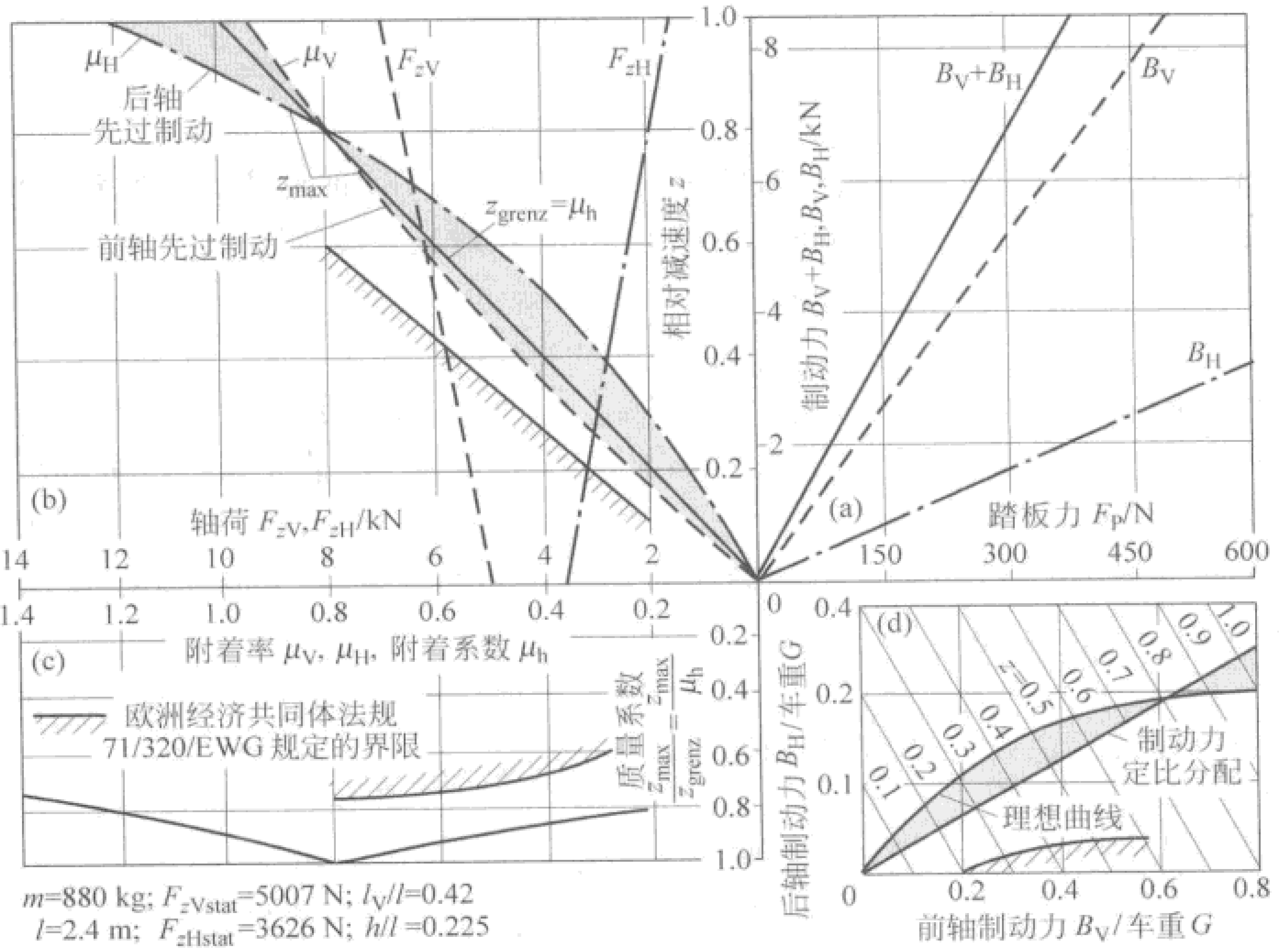


图 43.2　轴间制动力定比分配时的附着率

(a) 前后轴制动力 B_V、B_H 和相对减速度 z 随踏板力 F_P 的变化；(b) 前后轴轴荷 F_{zV}、F_{zH} 以及附着率 μ_V、μ_H 与相对减速度 z 的关系；(c) 质量系数 z_{max}/μ_h 的变化情况；(d) 在 B_H/G-B_V/G 坐标系中比较制动力理想分配和定比分配，取相对减速度 z 作为参数

当相对减速度 $z=0.4$ 时，前轴附着率 $\mu_V=0.46$；而后轴附着率 $\mu_H=0.30$，比较低。而当 $z=0.8$ 时，$\mu_V=\mu_H=0.8$，两者相等。当 $z=1.0$ 时，$\mu_V=0.94$，$\mu_H=1.23$，即后轴附着率高于前轴。

现在我们也可以从另一方面来考虑。车辆行驶在 $\mu_h=0.46$ 的道路上，驾驶员施加的制动正好使前轴附着率等于这一附着系数，即 $\mu_V=\mu_h$。那么，由上面的例子，最大可能的相对减速度达到 $z_{max}=0.4$。而我们料想的最大相对减速度，即其极限值 z_{grenz} 按式(42.7)为 $z_{grenz}=\mu_h=0.46$。这样根据式(42.14)除得质量系数 $z_{max}/z_{grenz}=0.87$。见表 42.1 中情况 2b。

如果驾驶员有意施加到制动踏板的力比较大，车辆的制动强度也比较大，这时前轴抱死。其制动力的大小将不再与制动踏板力有关，而只是与滑动附着系数和前轴轴荷有关，即 $B_V=\mu_g F_{zV}$。后轮的制动力继续增长，直到达到最大值 $B_H=\mu_h F_{zH}$，根据式(42.5)得到其相对减速度为：

$$\mu_g F_{zV}+\mu_h F_{zH}=Gz \tag{43.7}$$

即对应于表 42.1 中情况 4b。

目前的相对减速度 z 相对于 z_{max} 比较大还是比较小？这个问题可以通过式(42.5)以及相应的轴荷表达式(43.4)和式(43.5)得到：

$$z = \frac{\mu_V \frac{l_V}{l} + \mu_H \frac{l_H}{l}}{1 + \frac{h}{l}(\mu_H - \mu_V)} \tag{43.8}$$

在上述情况下 $\mu_V = \mu_g, \mu_H = \mu_h$。如果还是选择 $\mu_h = 0.46$，而假设滑动附着系数取两个值的情况，分别是 $\mu_g = 0.44$ 和 $\mu_g = 0.30$，这样相对减速度为：

$$z(\mu_h = 0.46; \mu_g = 0.44) = 0.45 > z_{max}$$

$$z(\mu_h = 0.46; \mu_g = 0.30) = 0.38 < z_{max}$$

如果滑动附着系数与附着系数相差比较小时，尽管前轮处于滑动状态，相对减速度大于 $z_{max} = 0.4$，见表 42.1 中情况 2b。如果滑动附着系数比附着系数低得多时（比如滑水现象），相对减速度也比较小。

如果踏板力继续增加，那么后轮也将抱死（情况 5），相对减速度由式（42.9）可求出：

$$z = \mu_g \tag{43.9}$$

当滑动附着系数 $\mu_g = 0.44$ 时，相对减速度 $z = 0.44$ 大于 z_{max}，而当 $\mu_g = 0.30$ 时，相对减速度 $z = 0.30$ 小于 z_{max}。

我们再回到图 43.2，前后轴的附着率曲线 $\mu_V(z)$、$\mu_H(z)$ 相交于 $\mu_h = 0.8$，则由于 $\mu_V = \mu_H$，可得 $z_{max} = \mu_h = 0.8$，这时质量系数 $z_{max}/\mu_h = 1$。这就意味着在 $\mu_h = 0.8$ 的特殊情况下，相对减速度得以达到最大可能相对减速度 z_{grenz}，这时的制动距离达到最短，其大小可以通过式（42.15）求得。假设驾驶员过制动，则所有车轮同时抱死，相对减速度小于车轮将可以滚动时的值。

如果 $\mu_h > 0.8$，例如像上面给定的 $\mu_h = 1.23$，则根据图 43.2（b）有 $\mu_V = 0.94$，$\mu_H = \mu_h = 1.23$，$z_{max} = 1.0$，质量系数 0.81。

如果驾驶员过制动，在此后轮先抱死。假如驾驶员把制动踏板力控制到前轮附着率达到附着极限状态，可以得到：

$$\mu_h F_{zV} + \mu_g F_{zH} = Gz \tag{43.10}$$

即在 $\mu_h = 1.23$ 时，假设滑动附着系数取两个值的情况，分别是 $\mu_g = 1.1$ 和 $\mu_g = 1.2$（在干燥的路面上滑动附着系数与附着系数相比不会下降得那么多），这样相对减速度为：

$$z(\mu_h = 1.23; \mu_g = 1.1) = 1.22 > z_{max}$$

$$z(\mu_h = 1.23; \mu_g = 1.2) = 1.19 > z_{max}$$

两种情况下都是 $z > z_{max}$。

如果制动踏板力继续上升，则前后轮都抱死，相对减速度由式（43.9）求得。而根据上面给出的 μ_g 值，总是 $z > z_{max}$。

通过第 43 节的分析，可以得到以下几点结论：

- 如果前轮的附着率大于后轴，即 $\mu_V > \mu_H$，则前轮可能先抱死（比如图 43.2（b）中 $0 \leqslant \mu_h < 0.8$ 范围内的情况）。

  如果 $\mu_V = \mu_H$，并且如此控制制动踏板力，使得它们正好达到 μ_h 值（所有车轮刚

好没有抱死），这时相对于 μ_h 的值制动相对减速度达到最大，并且停车距离也达到最短（见例子中 $\mu_h=0.8$ 的情况，这时 $z_{grenz}=0.8$，质量系数 $z_{grenz}/\mu_h=1$）。如果 $\mu_V<\mu_H$，则后轮可能先抱死（见例子中 $\mu_h>0.8$ 的情况）。

- 这里采用的 z_{max} 为最大相对减速度，在达到最大相对减速度时要求所有车轮不能抱死。
- 如果滑动附着系数与附着系数的值相差比较小时，滑动/抱死的车轮可以达到的相对减速度大于最大相对减速度 z_{max}。

44 稳定性，转向能力，制动踏板的量化

上面章节中将车轮状态区分为刚好滚动状态（μ_h 值）和滑动状态（μ_g 值）两种状态，它由驾驶员作用在制动踏板上的力决定。接下来通过进一步的分析对上述结果加以限制。

车轮抱死时，车辆可能丧失转向能力或稳定性。由第 43 节的阐述可知，存在三种情况：前轮抱死，后轮未抱死；或者反过来；或者所有车轮都抱死。

图 44.1(a)所示车辆，其前轮以力 B_V 制动，但仍在滚动，尚未达到其相应的附着率最大值 μ_h，而后轮已经超过了这一数值，处于滑移状态。如果制动时除了惯性力 G_Z 外还作用有一个侧向干扰力 F_y，那么它们的合力就会与车辆纵轴方向成一角度 β。F_y 必须要由车轮上作用的侧向力来平衡。因为后轮已经滑移，所以侧向力实际上只能由前轮来承受，即 $F_{yV}\approx F_y$。由此产生的力矩 $F_{yV}l_V\approx F_yl_V$ 将加速车辆绕铅垂轴转动，并且其纵轴线将偏离合力方向。β 角因此会增大，这是非稳定过程的标志。这个绕铅垂轴强烈转动的过程如图 44.2(a)所示。

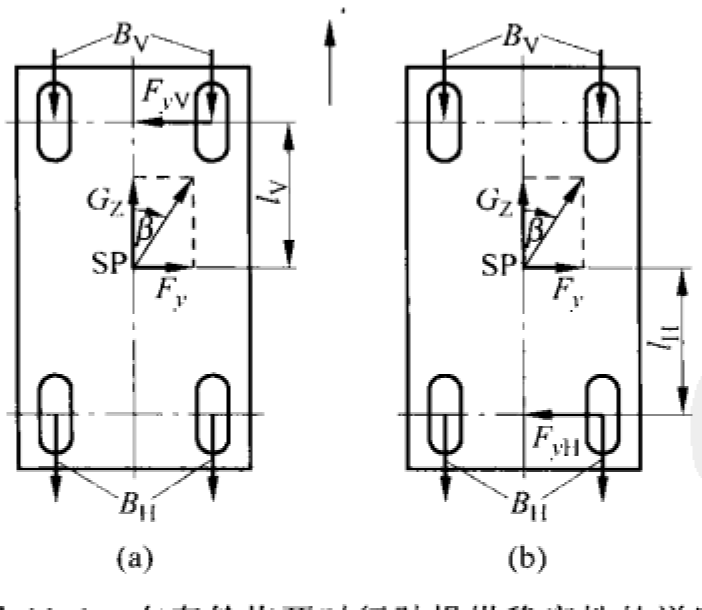


图 44.1 在车轮抱死时行驶操纵稳定性的说明

(a) 后轮抱死，车辆不稳定（比较图 44.2(a)）；(b) 前轮抱死，车辆稳定（比较图 44.2(b)）

如果反过来前轴车轮抱死，如图 44.1(b)，则侧向力由后轮承受，在同样的干扰情况下引起的力矩 $F_{yH}l_H$ 将使车辆向另一侧转动，β 角将会减小。这一过程也就是稳定的。前轮滑移的车辆将沿着接近原来的行驶方向继续向前运动。但转向操纵失

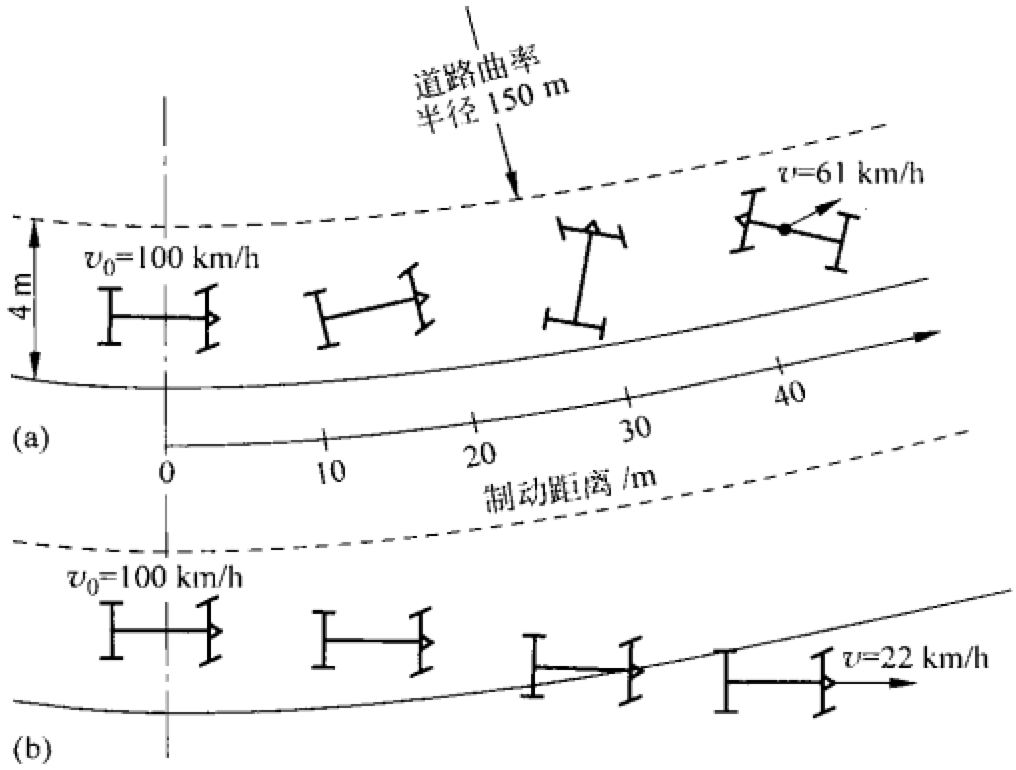


图 44.2 稳态圆周行驶的制动过程中扭矩分配对车辆响应影响的计算实例
(a) 后轮制动扭矩为总扭矩的 85%；(b) 前轮制动扭矩为总扭矩的 85%

控，车辆失去转向能力。这种稳定的、但是失去转向能力的状态在图 44.2(b)中给出。

为此，直线行驶时还是前轮过制动比后轮过制动为好。相反地，如果在弯道上前轴过制动，车辆就会滑出弯道。所以，以往认为后轴要先抱死，这样可以保留前轮的转向能力。而且即使在直线行驶时，也曾有人论证过，认为驾驶员可以通过转向来纠正车尾的侧滑，也就是说，驾驶员必须将非稳定行驶的车辆控制到稳定状态。这一点对于有经验的驾驶员是可以实现的，但是对于一般的驾驶员是做不到的，而在实际中一般的驾驶员占大多数。但是一些研究表明[96]，一个一般的驾驶员面临意外情况突然紧急制动，使后轮抱死，车辆开始侧滑时，大多数情况下驾驶员不会通过反向转向来纠正车尾的侧滑，或者他反向转向得不够快，或者甚至打错了转向盘。驾驶员往往恰好操作失误，本来应该放松制动踏板，而他反而更加重踩踏板。从物理学上看来，保持恰到好处的准确制动也许是最简单的，因为这样已经抱死的车轮又可能承受侧力，车辆侧滑过程就可以被中止。由于这样的结果使人们产生了一个想法：必须避免后轮抱死。因为一般的驾驶员很难胜任这个过程，所以必须通过制动系统在传统的前后轴制动扭矩分配方面或者通过防止车轮抱死的装置，即"制动防抱死系统"来实现。

如果所有车轮抱死，那么侧向力就无法承受。车辆在侧向干扰力的作用下就会向一侧滑移，不会绕铅垂轴急剧转动。

至此，我们可以总结一下：车辆抱死现象是必须避免的。**当后轮单独抱死时，车**

---

[96] Zum Beispiel Starks; Lister: Experimental Investigations on the Braking Performance of Motor Vehicles. Proc. IME, Automobile Div. 1(1954/1955), S. 31-34.

辆立即会处于危险情况。

为了使稳定行驶的车辆能达到更大的相对制动减速度($\mu_V=\mu_h$,$\mu_H<\mu_h$),驾驶员必须控制制动踏板力,使得车辆前轮刚好处于不抱死状态。这就需要对驾驶员进行测试,确定他是否具备这样的能力,将没有制动防抱死系统的车辆控制在附着极限上。人们期望驾驶员通过获取附着率利用状态和车辆行驶状态信息,控制制动力,使附着率在较高的附着系数范围内,避免落在较低的滑动附着系数范围内。

通过在湿滑路面上(因为这种路面的附着系数与滑动附着系数的差别比较大)进行的试验[97]证明:驾驶员在给定的试验条件下既不能通过噪声、振动或者轨迹的偏移,也无法通过抱死时的制动减速度这些简单的思路获得车轮抱死信息。这是由于一方面按一般车辆的制动力分配在湿滑路面上制动踏板力缓慢增长时(驾驶员小心制动),从来不会出现所有车轮同时抱死的状态,而是前轮比后轮抱死时刻要早得多,并且实际上左右车轮也不会同时抱死。同时随着制动过程中速度的不断下降,滑动附着系数不断的增加,以至于抱死,这一过程中车轮制动减速度下降的量值不是很明显。由此得到结论:**驾驶员很难通过量化控制制动踏板力,使得车轮不发生抱死,并且达到尽可能大的相对制动减速度(稳定性要求前轮不能抱死)。**

另一方面,在第 43 节给出的一些例子说明,为了达到较高的相对减速度,或者说较短的制动距离,可以通过所有车轮都抱死的方法实现,换句话说,驾驶员需要用尽可能大的力踏制动踏板。这个结论只适应于行驶在干燥路面上的车辆(见图 5.6)和车速比较低的行驶状态(考虑到转向能力和稳定性),这是由于在这样的条件下车辆因为侧向力而产生的侧向偏移相对比较小。在高速行驶时车轮抱死是很危险的行驶状态。

45　制动力分配

制动稳定性的要求表明,后轮上的附着率必须低于前轮:

$$\mu_H<\mu_V \tag{45.1}$$

由此,根据式(43.6)可以得到两轴制动力比的要求:

$$\frac{B_V}{B_H}>\frac{F_{zV}}{F_{zH}} \tag{45.2}$$

稳定性的极限值就导出了所谓制动力的理想分配。

45.1　制动力的理想分配

对于制动力理想分配条件下的每一个相对减速度值都有

[97]　Göktan, A.: Optimale Bremspedal-Kraft-Weg-Charakteristiken bei Pkw-Bremsanlagen. Automobil-Industrie 32(1987) Heft 4, S. 161-169.

$$\mu_V(z) = \mu_H(z) \tag{45.3}$$

那么根据式(43.6)，再考虑到式(43.4)和式(43.5)，我们可以列写两轴制动力的关系式：

$$\frac{B_{Vid}}{B_{Hid}} = \frac{F_{zV}}{F_{zH}} = \frac{F_{zVstat} + G\dfrac{h}{l}z}{F_{zHstat} - G\dfrac{h}{l}z} = \frac{\dfrac{l_H}{l} + \dfrac{h}{l}z}{\dfrac{l_V}{l} - \dfrac{h}{l}z} \tag{45.4}$$

一个例子如图 45.1 所示。可见，随着相对减速度的增加，前轴必须比后轴更强烈。曲线以上为制动稳定区域，以下为非稳定区域。

在制动力理想分配的情况下，如果所有车轮都达到最高附着率，即附着系数 μ_h，那么这时制动距离最短。质量系数 $z_{max}/\mu_h = 1$，见式(42.16)和图 42.1。

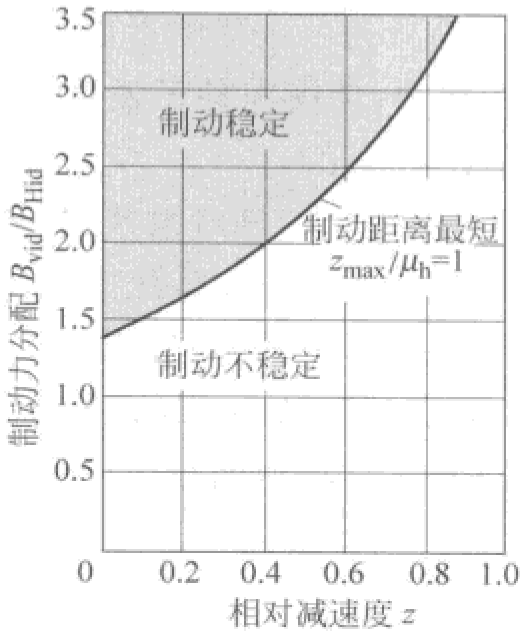


图 45.1　制动力理想分配曲线与相对减速度的关系($m=880$ kg，$F_{zVstat}=5007$ N，$F_{zHstat}=3626$ N，$l_V/l=0.42$，$h/l=0.225$)

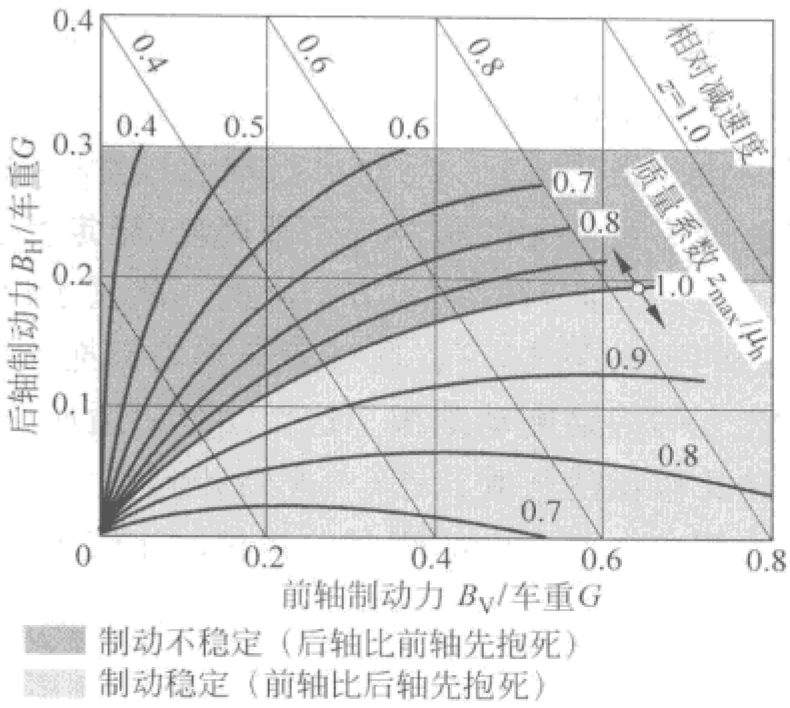


图 45.2　相对减速度为常数时的 $\frac{B_H}{G}$—$\frac{B_V}{G}$ 曲线(车辆数据参看图 45.1)

45.2　$B_H = f(B_V)$的阐述

图 45.2 所示的曲线图也是常用的。横坐标和纵坐标分别是前后轴相对制动力 B_V/G 和 B_H/G。同时图中还画出了相对减速度为常数时的直线。根据式(43.3)，有

$$\frac{B_V}{G} = z - \frac{B_H}{G} \tag{45.5}$$

针对参数 z 的不同值，可以求得前后轴上理想的制动力：

$$\frac{B_{Vid}}{G}=\mu_h\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right)=z\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right)$$
$$\frac{B_{Hid}}{G}=\mu_h\left(\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}z\right)=z\left(\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}z\right) \quad (45.6)$$

如同上面所讲的，理想分配曲线同时又是质量系数 $z_{max}/\mu_h=1$ 的曲线。而对制动力的其他数值，有

$$\frac{B_V}{G}=\mu_V\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right)=\frac{\mu_V}{z}z\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right)$$
$$\frac{B_H}{G}=\mu_H\left(\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}z\right)=\frac{\mu_H}{z}z\left(\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}z\right) \quad (45.7)$$

如果前轮附着率限制了减速度(以稳定性作为前提条件)，即 $\mu_V=\mu_h$，则有：

$$\frac{B_V}{G}=\frac{\mu_h}{z}z\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right) \quad (45.8a)$$

而由式(45.5)得到：

$$\frac{B_H}{G}=z\left[1-\frac{\mu_h}{z}\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}z\right)\right] \quad (45.8b)$$

在图 45.2 上画出了质量系数为常数时的一系列制动力分配曲线，此外还标出了制动稳定区和非稳定区。

46 对制动系的要求、相关法规

由第 41 节到第 45 节的结果，可以总结出对制动系的要求。同时，本节也列出重要的法律条款。在此提出的数值可能在将来会有所变化，但是基本思路不会改变。以下我们主要关注紧急(危险)制动状态的极限值，即最短制动距离、最大制动减速度和汽车在制动过程中的稳定性。

在表 46.1 中列出的欧盟标准是基于式(41.10a)和图 41.1 描述的简单制动过程形成的。由此给出了最短制动距离 s'、最大制动减速度 $|\ddot{x}_V|$ 以及 $(t_a+t_s/2)$ 的最小值和制动踏板力。另外，还给出了行车制动系(系统完好)和辅助制动系统(一部分，也仅仅一部分行车制动系不能正常工作)的区别。

在表 46.1 中列出的值是基于“不滑”概念——即干燥路面($\mu_h=0.8$)基础上可以达到的。对于较小的附着系数 μ_h 值的情况，在欧盟制动法规 71/320/EWG 中对两轴汽车进行了规定：

$$z\geqslant 0.1+0.85(\mu_h-0.2),\quad 0.2\leqslant\mu_h\leqslant 0.8 \quad (46.1a)$$

由此得到相对比例：

$$\frac{z}{\mu_h}\geqslant 0.85-\frac{0.07}{\mu_h} \quad (46.1b)$$

此值与附着系数有关，在附着系数比较小时，允许制动距离比较长。在图 43.2(b)和(c)中描述了它们的界限值(图中列出了车辆满足法规的要求)。

另外，对于两轴的客运车辆的“制动力分配”提出了相应的规定，规定要求在所有的装载条件下满足下式：

表 46.1 根据欧盟法律条例 71/320/EWG,附录 II,1988 年 9 月提出的对汽车行车制动系和辅助制动系的要求(与发动机动力连接切断状态)以及由此得到的数值

车辆类型		客运		货运	
		小轿车	客车	货车、半挂列车 $m_{max}\leqslant 3.5$ t	货车、半挂列车 $m_{max}\geqslant 3.5$ t
行车制动系	测试速度 v_A	80 km/h	60 km/h	80 km/h	60 km/h
	制动距离 $s'\leqslant$(m)	$0.1v_A+\frac{v_A^2}{150}$	$0.15v_A+\frac{v_A^2}{130}$	$0.15v_A+\frac{v_A^2}{130}$	
	制动踏板力 $F_P\leqslant$	500 N	700 N	700 N	
	$\left(t_a+\frac{t_s}{2}\right)\leqslant$	0.36 s	0.54 s	0.54 s	数值通过上面的欧盟制动距离标准公式与式(41.10a)得到
	减速度 $\lvert\ddot{x}_V\rvert\geqslant$	5.8 m/s²	5 m/s²	5 m/s²	
辅助制动系	制动距离 $s'\leqslant$(m)	$0.1v_A+2\frac{v_A^2}{150}$	$0.15v_A+2\frac{v_A^2}{130}$	$0.15v_A+\frac{v_A^2}{115}$	
	制动踏板力 $F_P\leqslant$	500 N	700 N	700 N	
	在手操作时 $F_H\leqslant$	400 N	600 N	600 N	

$$\mu_V > \mu_H, \quad 0.15 < z < 0.8 \tag{46.2}$$

(对于其他车辆,上述范围的界限低一些)。这个要求本身与在第 44 节中关于制动稳定性的要求是一致的。

在图 46.1 中描述了根据式(46.1)和式(46.2)得到的某一装载状态下的界限值。要保证制动力在这两者之间,前后轴制动力应为函数关系 $B_H/G = f(B_V/G)$。当制动系部分失效时,必须达到表 46.1 中列出的"辅助制动系"的制动距离。在这种相对很少发生的状态下 $\mu_V > \mu_H$ 的条件不再要求满足。

对于在第 47 节讨论的制动防抱死系统,法规中要求最低相对比例:

$$\frac{z_{max}}{\mu_h} \geqslant 0.75 \tag{46.3}$$

而在制动防抱死系统失效时,车辆必须满足辅助制动条件的要求。

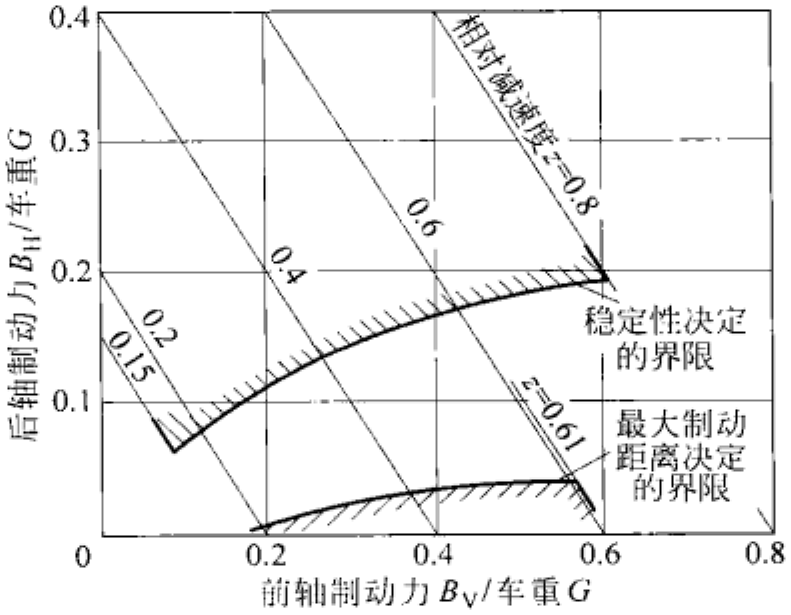


图 46.1 由稳定性要求和制动距离最低要求决定的制动力分配界限(按照法规 71/320/EWG)(车辆参数见图 45.1)

47 防抱死装置

到目前为止车辆制动系统设计采用的常用方法是根据前后轴轴荷确定的定比例特性曲线,有的车辆分配比例会随压力或者载荷变化。这一点在第 43 节的图 43.2 已经进行了讨论,并且在第 49 节中将进一步讨论。因为现在许多轿车的制动系统中都装备了防抱死系统,并且客车和货车的额定总质量超过某一个界限值时必须强制安装防抱死系统。所以这里首先讨论防抱死系统。

对于驾驶员来说,防止车轮抱死的装置是非常有用的。防抱死装置通常称为"自动防抱死装置"(ABV),也经常被称为"防抱死系统"(ABS)。它是这样的一种装置:通过不断地降低、保持和增加制动力矩,力图使车轮尽可能常常处于高附着率范围内。图 47.1 给出了一个车轮的防抱死系统框图。对于传感器及信号将在第 48 节中进行讨论。

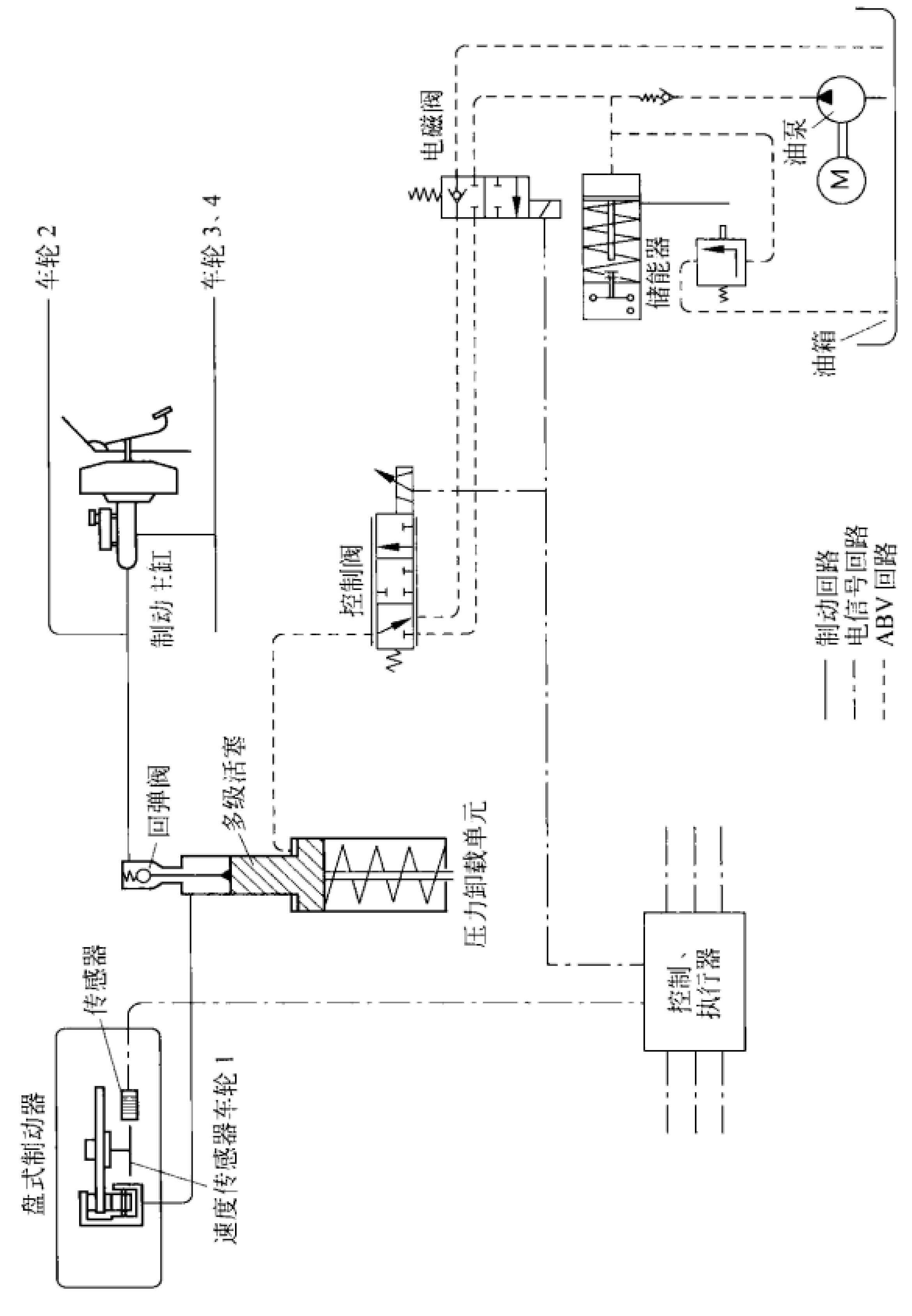


图 47.1 针对一个车轮的自动防抱死系统(ABV)原理图。在正常制动时,制动液由制动主缸到盘式制动器。卸载单元的多极活塞在上面位置。当车轮有抱死的趋势时,控制器接到传感器信号,控制电磁阀打开,液压油作用在多极活塞上,使之下行,这时压力油的容积变大,因此制动压力减小,制动扭矩也相应减小。同时球阀关闭,制动回路被切断,系统将不受驾驶员是否增加踏板力的影响

如果每一个车轮上安装一套 ABS,则各车轮之间就可以相互独立,并将每一个车轮控制到最大附着率附近工作。如果每一个车轮与地面之间的附着状态都一致(一般在干燥路面上出现这种情况),则理想的 ABS 可以将所有车轮的附着率调整到一个值,并且使 $\mu_V=\mu_H=\mu_h$。前提条件使驾驶员必须用足够的力踩制动踏板,使得

ABS 开始工作。驾驶员不需要去考虑作用在制动踏板的力的大小。

车辆上的防抱死系统的作用过程可以如下描述：由于不断地降低、保持和增加制动力矩，车轮附着率不再是一个常数，而是在均值附近不断波动，见图 47.2。其平均值为：

$$\bar{\mu} = \varepsilon\mu_{h}, \quad \varepsilon \leqslant 1 \tag{47.1}$$

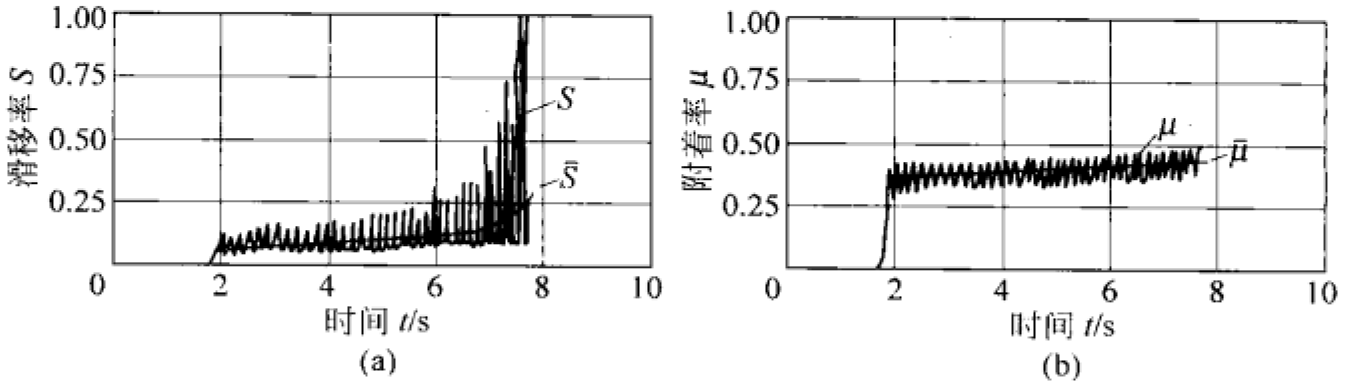


图 47.2 采用带 ABV 的制动器后，附着率和滑移率变化情况

(Uffelmann, F.: Berechnung des Lenk-und Bremsverhaltens von Kraftfahrzeugzuegen auf rutschiger Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1980)

因为 μ 不可能超过附着系数 μ_h 而又是变动的，所以 ε 值一定小于 1。调节振动幅度越小，ε 越接近 1，制动距离越短。

由此得到平均制动力：

$$\bar{B}_{V} = \bar{\mu}_{V} F_{zV} = \varepsilon_{V}\mu_{hV} F_{zV} \tag{47.2a}$$

$$\bar{B}_{H} = \bar{\mu}_{H} F_{zH} = \varepsilon_{H}\mu_{hH} F_{zH} \tag{47.2b}$$

这样，一个装备防抱死系统车辆的最大相对减速度为：

$$\bar{B}_{V} + \bar{B}_{H} = \bar{\mu}_{V} F_{zV} + \bar{\mu}_{H} F_{zH} = G\bar{z}_{max}$$

考虑轴荷（见式(43.4)和式(43.5)）得：

$$\bar{z}_{max} = \frac{\bar{\mu}_{V}\dfrac{l_{H}}{l} + \bar{\mu}_{H}\dfrac{l_{V}}{l}}{1 - \dfrac{h}{l}(\bar{\mu}_{V} - \bar{\mu}_{H})} \tag{47.3a}$$

假设：$\varepsilon_{V} = \varepsilon_{H} = \varepsilon$，$\mu_{hV} = \mu_{hH} = \mu_{h}$

式(47.3a)可以简化为：

$$\bar{z}_{max} = \varepsilon\mu_{h} \tag{47.3b}$$

根据式(42.7)，附着系数与最大可能相对减速度 z_{grenz} 相对应。则质量系数为：

$$\bar{z}_{max}/\mu_{h} = \varepsilon \tag{47.4}$$

（根据式(46.3)，法规规定 $\bar{z}_{max}/\mu_{h} > 0.75$。对于良好设计的轿车系统，这个值很高）

通过分析可知，一个装备防抱死装置的车辆如果 $\varepsilon = 1$，则可以达到“最大可能相对减速度”和“最大的质量系数”。并且上述控制系统的幅值越小，ε 的值就越接近 1，质量系数也就越大。

如果各车轮在不同附着状态的轨迹上行驶（即所谓的附着率差别），比如右侧车轮在湿滑的路面上，左侧车轮在干燥的路面上，可以通过 ABS 对每个车轮分别进行控制，使每个车轮产生正确的制动扭矩（右侧车轮较小，左侧车轮较大）。但是这样可能会产生车辆的不稳定制动过程。图 47.3 描述了三种会引起驾驶员紧张的制动过

程。车辆2没有装备ABS,由于左侧的制动力比较大,使车辆产生逆时针方向的转动,并且在转动过程中产生向道路湿滑一侧的偏移,车辆在图示的范围内无法停车。车辆3装备了ABS,并且各个车轮分别进行控制,它大约在60 m处停车,但是绕垂直轴旋转了几乎180°。车辆4装备了ABS,前轮进行特殊控制,后轮根据“选择低附着系数”原则进行控制。制动过程中首先是处于湿滑路面的车轮有抱死的趋势,其次是右侧车轮,而左侧车轮具有同样的扭矩。左右车轮没有制动扭矩的差别,在后轮之间也不会产生使车辆转动的扭矩。另外,非常重要的是由于左侧车轮处于“欠制动状态”,所以可以承受侧向力。由图47.3可以看出,车辆4没有出现绕垂直轴的转动。虽然产生的侧向偏移大于车辆3。但是很容易通过驾驶员操纵转向盘进行修正。

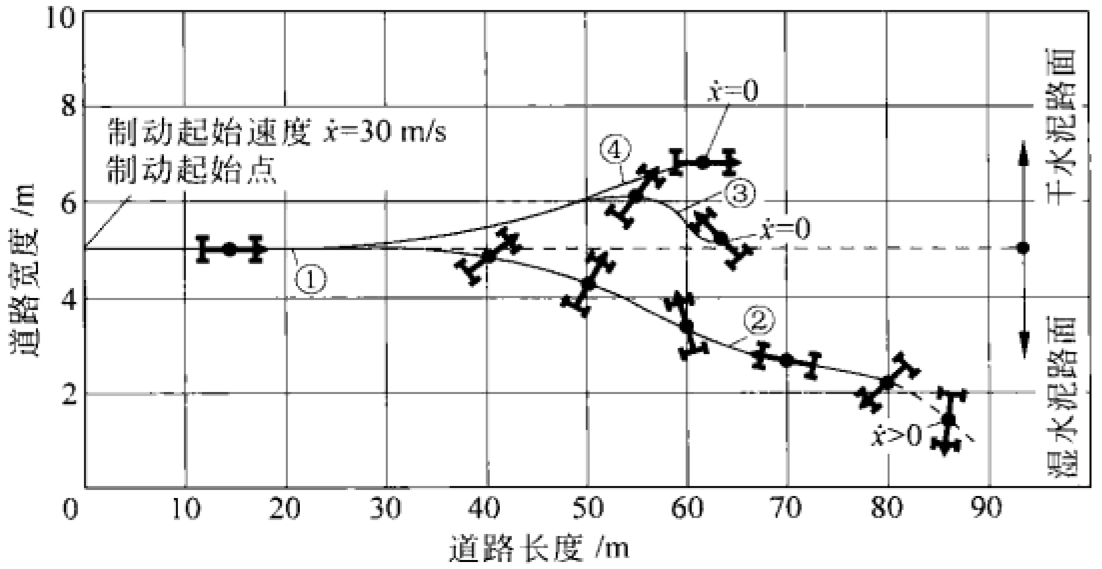


图 47.3 一个中性转向的车辆在左右侧路面条件不同的道路上紧急制动,并且不做转向盘调整时的运行状态

①车辆重心的轨迹;②无防抱死系统的车辆;③单个车轮分别控制的双轴 ABS;④后轴采用“低选”规则控制的双轴—ABS

(Mitschke, M.; Wiegener, P.: Simulation von Panikbremsungen mit verschiedenen Blockierverhinderern auf Fahrbahnen geteilter Griffigkeit, ATZ77(1975) Heft 11,S. 329)

现代的ABS控制中放弃了最大制动能力原则,使得车辆可以承受侧向力,这样就使得车辆能保持轨迹的稳定性以及转向能力。为了说明ABS不同的控制规则,在此利用了已知的图11.4(b),图中给出了切向力 F_x 和侧向力 F_y 作为圆周滑移率 S_x 的函数的变化情况,并且选择侧偏角 α 作为参变量。在 $\alpha=0$ 时 $F_y=0$,F_x 达到最大,见第11节中的“Kamm圆”。随 α 角的增大,F_y 不断增大,F_x 相应减小。并且最大值对应的滑移率也向较大值处移动。在图中给出了两种不同的设计思路,其中一个是滑移率为常数(图中垂直的实线),另一种是将不同侧偏角 α 对应的最大切向力连接起来(图中虚线)。在第一种情况下随 F_y 的增加,F_x 相对比较小,在第二种情况下 F_x 值保持在一个较高的水平上,但是 F_y 的值受到限制。即设计中存在着不同的优先原则。

ABS 控制系统[98]的基本原理是基于这样的事实(在下面章节引出)：由于驾驶员踩踏制动踏板产生的制动扭矩大于轮胎与地面之间可以传递的扭矩，使得车轮角减速度几乎是阶跃上升。或者通过图 47.4 可以解释，如果制动过程中要求的切向力超过曲线上的最大值，则滑移率将向更大值移动，就会出现上述情况。因为对于不同的侧偏角 α，切向力最大值各不相同，车轮角减速度的上升过程也就自动考虑到侧向力 F_y。所以人们必须给图 47.1 中的“控制-操纵”环节中引入减速度信息，使得防抱死系统开始工作。

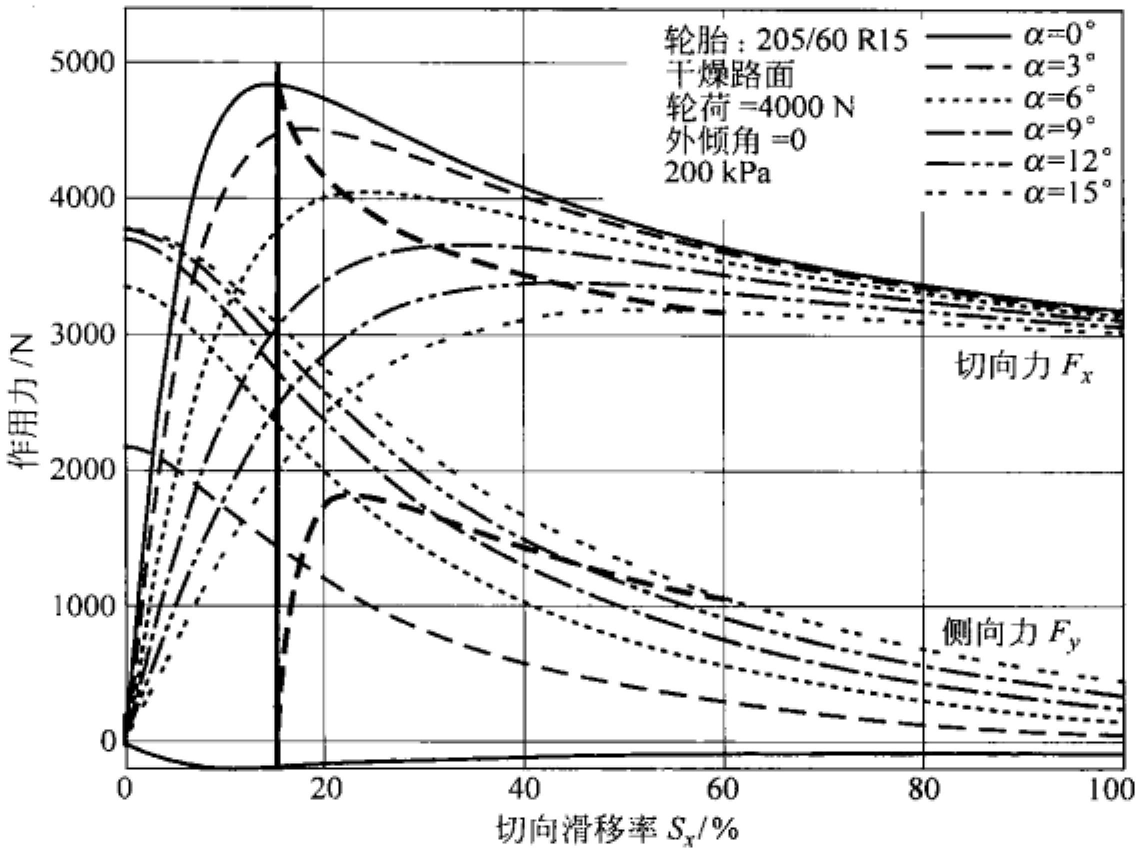


图 47.4 防抱死系统不同设计可能性的描述

——滑移率为常数，不随侧偏角 α 变化；----在不同侧偏角 α 时，切向力达到最大

(轮胎特性见图 11.4(b))来自 Beiker, S.: Verbesserungsmöglichkeiten des Fahrverhaltens von Pkw durch zusammenwirkende Regelsysteme, Diss. TU Braunschweig 1999

滑移率为常数的设计思路(图 47.4 中垂直实线)由于以下原因不能，至少不能单独使用：因为图中垂直实线是在给定条件下通过 F_x-S_x 曲线的最大值确定的，并且前提条件是 $F_y=0$ 或者说 $\alpha=0$。我们在第 5 节及其以后的章节的讨论中知道，这条曲线随着道路种类、气候条件和车速的变化而变化，所以只能在所有条件下通过折中选择一个滑移率的值。如果车辆在行驶过程中最大值对应的滑移率可以确定的话，这个选择的滑移率值就可以改变。[99,100]

[98] 见参考文献 31。

[99] Roth (见参考文献 34)。

[100] Stöcker (见参考文献 34)。

47.1 电子制动力分配系统(EBV)

在没有使用 ABS 之前，前、后轮制动力应如何分配？代替在这一章开始时和图 43.2 中所描述的固定的制动力分配方式，运用一种各个车轮独立的制动力分配方式*，这种方式不仅可以考虑到各个车轮不同的附着状态，还可以考虑到由于装载状态的不同而引起的质心位置的推移以及特殊的行驶状态。这种系统称为“电子制动力分配系统”(EBV)。该装置利用每个车轮的角速度计算出相应车轮的附着率，而车轮角速度可以通过制动防抱死系统中安装的转速传感器得到。如果得到的各个车轮的附着率大小不同，则可以通过调整各车轮制动压力(比如：利用减小后轮的制动压力，以适应于前轮)，使得各车轮附着率基本保持一致。图 47.5 从原理上描述了所有车轮相同 $\mu(S)$ 曲线的简单例子。使前后车轮角速度相同，使得滑移率相等 $S_V=S_H$，这样保证了相同的附着率 $\mu_V=\mu_H$。这样，在非紧急制动状态下可以提供理想的制动力分配，而在紧急制动状态时，各个车轮的制动防抱死系统也几乎同时起作用。如果各个车轮没有同时达到 ABS 控制范围——极端情况是一个车轴达到了控制范围，而另一个车轴形成的制动力比较小，这时驾驶员想通过脉动方式给制动踏板加力，而系统认为不需要更大的制动力。这样，系统无法达到最大制动相对减速度 z_{max} 和最短制动距离。

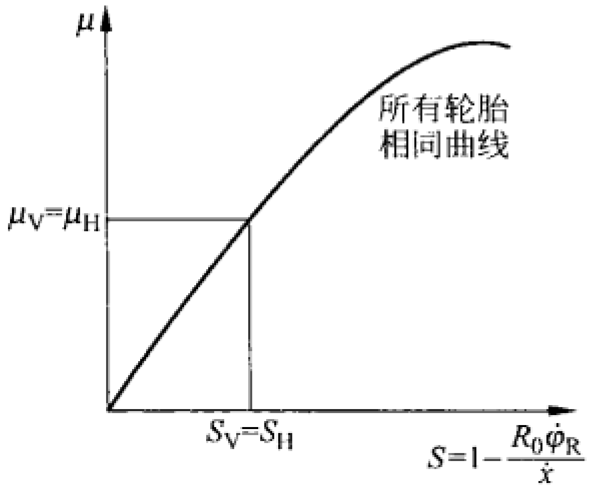


图 47.5 用于解释电子制动力分配系统(EBV)的附着率-滑移率曲线 $\mu(S)$

48 车轮抱死过程

前面章节讨论 ABS 基本理论时谈到，当车轮有抱死的趋势时，车轮角减速度将几乎以阶跃的形式上升。这个过程将在这一节中进行讨论。

为了计算这一运动过程，必须对下列几方面综合加以考虑：

1. 一个处于制动状态的车轮的运动方程(见图 5.1)，是车轮绕转动轴的惯性矩 J_R、角加速度

---

* In diesem Teil A“Antrieb und Bremsung”Wird nur die Geradeausfahrt(meistens auf langsamer Fahrbahn) behandelt. In diesem Fall sind die Bremskräfte an den Rädern *einer* Aches gleich. Beim Bremsen in der Kurve hingegen werden die Radlasten der kurvenäußeren Räder vergrößert, und damit können auch die Bremskräfte vergrößert werden; für die kurveninneren Räder gilt das Gegenteil, d. h. die Bremskräfte an den Rädern *einer* Achse sind verschieden. Im idealen Fall berücksichtigt eine radindividuelle Verteilung diese Situaltion.

$\ddot{\varphi}$、制动力矩($-M_R$)、制动力 $B=-F_x$ 以及轮荷 F_z 之间的关系：

$$J_R\ddot{\varphi}=M_R-F_xr-F_ze\approx M_R+Br \tag{48.1}$$

2. 附着率-滑移率曲线(见图 47.4)，一方面给出了切向力、侧偏角与滑移率的关系，另一方面通过滑移率的定义又给出了平移速度与角速度，即 $\dot{x}$ 与 $\dot{\varphi}$ 之间的关系[101]；
3. 踏板力 F_P，确切地讲是制动力矩($-M_R$)与时间 t 的关系；
4. 整车的运动方程(第 34、35 节)，由此可以给出减速度 $\ddot{x}$ 和轴荷 F_z 的变化情况。

由列举的几方面可以看出，对一部车轮抱死的车辆通过数学表达式的方式去研究是不容易的。为了用简单的方法给出过程的梗概，不得不作一些简化[102]，当然这些简化不应对结果的适用性有大的损害。这些简化是：

a) 因为抱死过程极为短促，可以忽略车速的降低，即 $\dot{x}=v=\text{const}$。

b) 设轴荷 $F_z=\text{const}$。

c) 附着率-滑移率曲线用两个直线段来近似(图 48.1)，以便能作简单的数学处理：

$0\leqslant S\leqslant S_c$ 范围内

$$\mu=\frac{B}{F_z}=\frac{\mu_h}{S_c}S \tag{48.2}$$

$S_c\leqslant S\leqslant 1$ 范围内

$$\mu=\frac{B}{F_z}=\frac{\mu_h-\mu_g S_c}{1-S_c}-\frac{\mu_h-\mu_g}{1-S_c}S \tag{48.3}$$

S_c 是 μ_h 所对应的，所谓临界滑移率。

d) 踏板力，确切地讲是车轮上的制动力矩假设随时间成正比增加(图 48.2)：

$$M_R=-ct \tag{48.4}$$

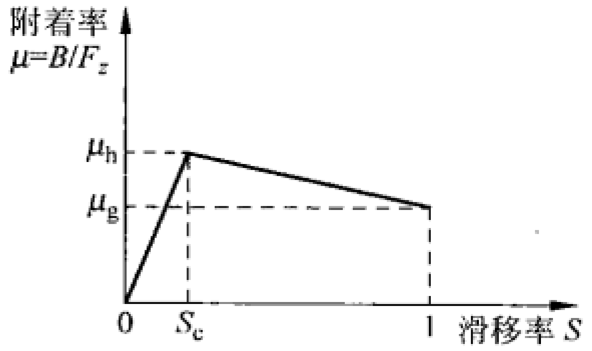


图 48.1 附着率-滑移率曲线用两段直线来代替

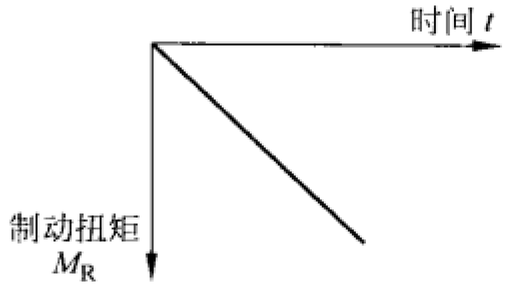


图 48.2 制动力矩随时间线性增加

将这三个方程代入方程(48.1)。由式(5.8a)，制动时滑移率

$$S=1-\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_0} \tag{48.5}$$

此外还按式(5.7)，有

$$\dot{x}=v=R_0\dot{\varphi}_0 \tag{48.6}$$

---

[101] Umfangskraft und Schlupf bauen sich nicht gleichzeitig auf, sondern zwischen beiden besteht ein Zeitverzug (s. Weber, R.: Antriebs-und Bremskräfte von Reifen bei schnellen Schlupfänderungen, FISITA-Vortag 1980). Er wird nicht berücksichtigt.

[102] Mitschke, M.; Wiegner, P.: Der Blockiervorgang eines gebremsten Rades, ATZ 72 (1970) Heft 10, S. 359-363.

在解方程之前，我们先在图 48.3 上给出了结果。

按照约定，在图 48.3(a)上平移速度不随时间改变，而图 48.3(b)上制动力矩线性增加。角速度$\dot{\varphi}$从初始值$\dot{\varphi}_0$下降，并在时间 t_c 时达到$\dot{\varphi}_c$(见图 48.3(c))，这时，正好达到 μ_h 和 S_c。此后车轮开始趋于抱死，根据图 48.1，附着率由 μ_h 降低到 μ_g，与此同时，驾驶员觉察不到抱死过程，继续踏下制动踏板(图 48.3(b))，车轮角速度迅速降低到零，滑移率达到 1。从图 48.3(e)可见，角减速度$\ddot{\varphi}$作为角速度的导数在第一个滑移率范围内很快达到$\ddot{\varphi}_c$值，在第二个滑移率范围内，其绝对值继续增加，达到一个很大的值。在抱死了的车轮上($\dot{\varphi}=0$，$\ddot{\varphi}=0$，$\ddot{x}\neq 0$)，来自驾驶员的制动力矩不再增加，而由滑移过程确定，即 $M_R=-Br=-\mu_g F_z r$，参看图 48.3(b)。

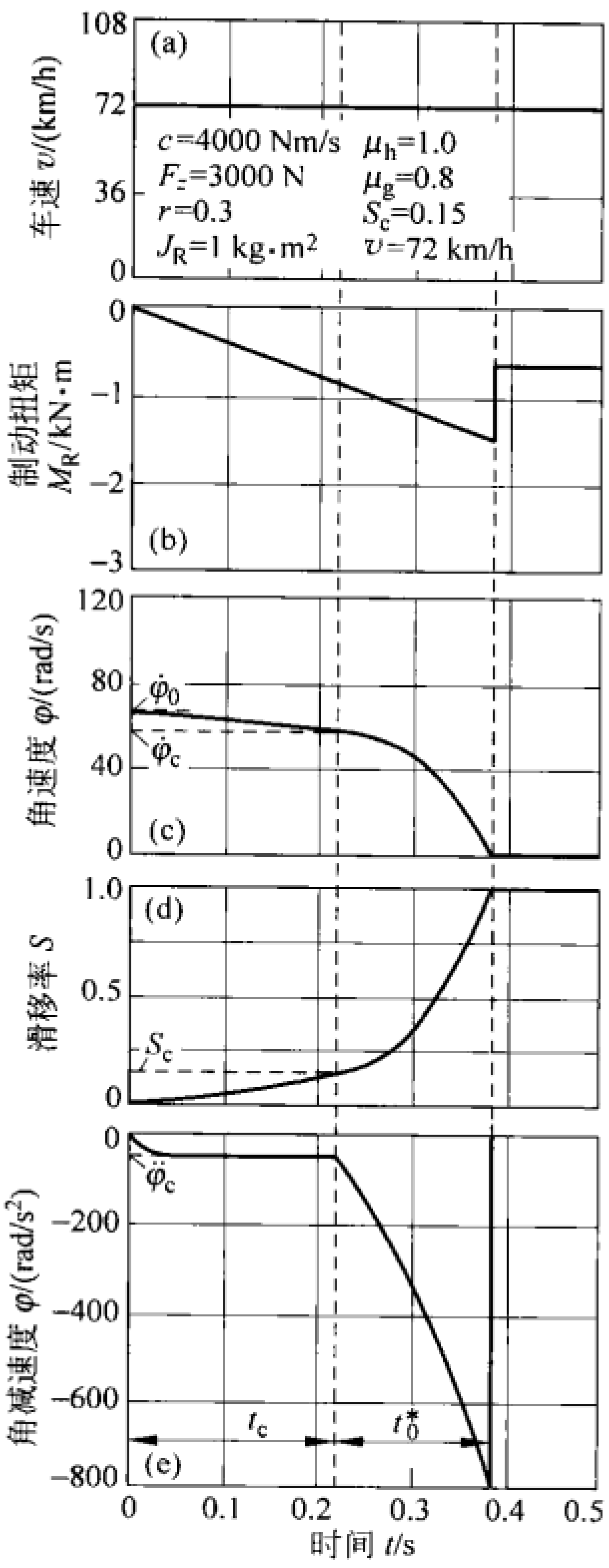


图 48.3　车轮抱死过程的例子

(a) 车速；(b) 制动力矩的增长；(c) 车轮角速度的降低；(d) 滑移率的变化；(e) 车轮角减速度的变化(时间 t_c 时达到附着系数，时间 $t_c+t_0^*$ 时车轮抱死)

这样通过车轮角减速度的突然上升就出现了像第 47 节所说的车轮抱死的情况，并且人们利用它作为防抱死系统开始工作的信息。在车轮上安装一个与车轮同步转动的齿轮，齿轮旁边安装一个磁电式传感器，齿轮转动时由于与传感器之间间隙的变化引起磁通量的变化，并且形成与转速成正比的交变电压。对这个所谓的“转速传感器”的信号$\dot{\varphi}$进行微分，就得到了$\ddot{\varphi}$。如果这个值高于事先设定的值，根据图 47.1 所示，系统会给电磁阀一个信号，它开始工作，车轮上的制动扭矩下降，这时防抱死系统工作。

同样，我们也可以利用滑移率 S 的信息，当它达到“临界附着率” S_c (见图 48.3(d))之后，将快速增长。但是，利用滑移率确定不是很容易，因为除了车轮角速度$\dot{\varphi}$之外，我们还必须知道车辆的平移速度 v。[103]

---

[103]　Siehe auch Hattwig, P.: Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von Antiblockiersystemen für Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1990.

48.1 在 $0 \leqslant S \leqslant S_c$ 范围内的解

由方程(48.1)、(48.3)、(48.4)、(48.5)得到微分方程

$$\ddot{\varphi} + \frac{\mu_h F_z r}{S_c J_R \dot{\varphi}_0} \dot{\varphi} = \frac{\mu_h F_z r}{S_c J_R} - \frac{c}{J_R} t \tag{48.7}$$

其解为

$$\frac{\dot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}_0} = 1 - \frac{c S_c}{\mu_h F_z r}\left[t - \frac{S_c J_R \dot{\varphi}_0}{\mu_h F_z r}\left(1 - \exp\frac{-\mu_h F_z r}{S_c J_R \dot{\varphi}_0} t\right)\right] \tag{48.8}$$

式中指数函数只是在时间 t 很小时才起作用(某种程度上可以说是从初始速度到角速度线性下降为止的过渡函数),而当 $\dot{\varphi}(t)$ 如图 48.3(c)所示那样线性下降时,式(48.8)可以近似地写为:

$$\frac{\dot{\varphi}(t)}{\varphi_0} \approx 1 + \frac{c S_c^2 J_R \dot{\varphi}_0}{\mu_h^2 F_z^2 r^2} - \frac{c S_c}{\mu_h F_z r} t \tag{48.9}$$

滑移率的瞬时值很容易由式(48.5)得到,角减速度可通过式(48.8)的微分求出。指数函数表征的过渡过程过去以后,由式(48.9)得到 $\ddot{\varphi}$ 为一常数

$$\frac{\ddot{\varphi}(t)}{\dot{\varphi}_0} \approx -\frac{c S_c}{\mu_h F_z r} \tag{48.10}$$

与附着系数 μ_h 对应的滑移率

$$S_c = 1 - \frac{\dot{\varphi}_c}{\dot{\varphi}_0} \tag{48.11}$$

达到 μ_h 或 S_c 所需时间(根据式(48.9)可以很好地近似):

$$t_c \approx \frac{S_c J_R \dot{\varphi}_0}{\mu_h F_z r} + \frac{\mu_h F_z r}{c} \tag{48.12}$$

这段时间内,力矩增加到

$$M_{Rc} = -c t_c \tag{48.13}$$

减速度达到(由式(48.10))

$$\frac{\ddot{\varphi}_c}{\dot{\varphi}_0} = -\frac{c S_c}{\mu_h F_z r} \tag{48.14}$$

48.2 在 $S_c \leqslant S \leqslant 1$ 范围内的解

作为一个新的独立变量,在这个滑移率范围内我们引进时间 t^*,它由下式求出

$$t^* = t - t_c \tag{48.15}$$

这样它就和前一滑移率范围内的变量 t 联系起来。由式(48.2)到式(48.5)以及式(48.12)和式(48.13)列写出微分方程,它在结构上与第一个范围内的方程(48.7)是一致的:

$$\ddot{\varphi} - \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{(1 - S_c) J_R \dot{\varphi}_0} \dot{\varphi} = -\left[\frac{c S_c \dot{\varphi}_0}{\mu_h F_z r} + \frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{J_R} + \frac{c}{J_R} t^*\right] \tag{48.16}$$

其解为

$$\frac{\dot{\varphi}(t^*)}{\dot{\varphi}_0} = \frac{(1 - S_c) c}{(\mu_h - \mu_g) F_z r} \cdot \left[\frac{F_z r (\mu_h - \mu_g)}{c} + t^* + \frac{\dot{\varphi}_0 J_R (\mu_h - S_c \mu_g)}{\mu_h (\mu_h - \mu_g) F_z r}\left(1 - \exp\frac{(\mu_h - \mu_g) F_z r}{(1 - S_c) J_R \dot{\varphi}_0} t^*\right)\right] \tag{48.17a}$$

或者除以角速度$\dot{\varphi}_c$（滑移率 S_c 和附着率 μ_h 所对应的）：

$$\frac{\dot{\varphi}(t^*)}{\dot{\varphi}_c}=1+\frac{c}{(\mu_h-\mu_g)F_zr}t^*+\frac{cJ_R\dot{\varphi}_c(\mu_h-S_c\mu_g)}{(F_zr)^2(1-S_c)\mu_h(\mu_h-\mu_g)^2}\left[1-\exp\frac{(\mu_h-\mu_g)F_zr}{J_R\dot{\varphi}_c}t^*\right] \tag{48.17b}$$

角减速度由式(48.17a)得到

$$\frac{\ddot{\varphi}(t^*)}{\dot{\varphi}_0}=-\frac{cS_c}{\mu_hF_zr}+\frac{c(\mu_h-S_c\mu_g)}{\mu_h(\mu_h-\mu_g)F_zr}\left[1-\exp\frac{(\mu_h-\mu_g)F_zr}{(1-S_c)J_R\dot{\varphi}_0}t^*\right] \tag{48.18a}$$

或者代入角加速度$\ddot{\varphi}_c$和角速度$\dot{\varphi}_c$，得到

$$\frac{\ddot{\varphi}(t^*)}{\ddot{\varphi}_c}=1-\frac{\mu_h-S_c\mu_g}{(\mu_h-\mu_g)S_c}\left[1-\exp\frac{(\mu_h-\mu_g)F_zr}{J_R\dot{\varphi}_c}t^*\right] \tag{48.18b}$$

在第二阶段中，指数函数有一定的作用，所以不能像第一个滑移率范围内相应的方程(48.8)那样把上面两个方程(48.18a 和 48.18b)进行简化。因此，滑移率由 $S=S_c$ 变到 $S=1$，或者说角速度从 $\dot{\varphi}=\varphi_c$ 降低到$\dot{\varphi}=0$ 所需的时间 t_0^* 不能精确给定，如果我们把指数函数展成级数，并舍去二次项以后各项，就可以由式(48.17b)来近似地确定 t_0^* 值。这时代入$\dot{\varphi}(t^*=t_0^*)=0$，即得

$$t_0^*\approx-\frac{S_cJ_R\dot{\varphi}_c}{(\mu_h-S_c\mu_g)F_zr}+\sqrt{\left[\frac{S_cJ_R\dot{\varphi}_c}{(\mu_h-S_c\mu_g)F_zr}\right]^2+\frac{2\mu_hJ_R\dot{\varphi}_c(1-S_c)}{c(\mu_h-S_c\mu_g)}} \tag{48.19}$$

48.3　抱死过程中的重要参数

在用图 48.3 表示了车轮角速度和角减速度的典型时间变化过程并用方程予以证实之后，我们将对其特征值的大小作一讨论。就像前面讲到的那样，防抱死装置是在制动力矩增长过程中，当角减速度超过一定的限度（即超过$\ddot{\varphi}_c$）时就开始工作。之后制动力矩迅速下降。以免车轮抱死。从图 48.3(e)中，我们可以找到下面两个特征值：

1. 角减速度$\ddot{\varphi}_c$，在该角减速度时，达到或刚刚超过附着系数，这时防抱死装置应该产生反应。根据式(48.14)，$\ddot{\varphi}_c$除了车轮参数 F_z 和 r 外还和三个参数有关：初始角速度$\dot{\varphi}_0$，附着率-滑移率曲线的斜率μ_h/S_c（由轮胎和路面决定）以及由驾驶员踏板力产生的力矩增长率 c。

   由此，$\ddot{\varphi}_c$在一个很宽的范围内变动，下面以 $F_z=3000$ N 和 $r=0.3$ m 的轿车车轮为例加以说明：

   初始角速度$\dot{\varphi}_0$可以在与平移速度 10～50 m/s 相应范围内变化。力矩增长率 $c=M_R/\Delta t\approx Br/\Delta t\approx\mu_hF_zr/\Delta t$在 1000～5000 N·m/s 之间（相应于在 $\Delta t=1.0\sim0.2$ s 后 $M_R=1000$ N·m）。从现有的附着率-滑移率曲线可取 $\mu_h/S_c\approx1\sim7$（从滑溜冰面直到干燥路面）。如果假定上述数值彼此可以不加限制地组合，就可以得到极值之比$\ddot{\varphi}_{cmax}/\ddot{\varphi}_{cmin}=175$。

   反过来，如果我们对上述数值作合理匹配：在干燥和潮湿路面上（μ_h/S_c 平均为 4.5）高速时小心地制动（即力矩增长率较小），低速时迅速制动；而在滑溜冰面或雪地（$\mu_h/S_c\approx1$）上缓慢行驶并且 c 值保持很小。那么在两种情况下求出$\ddot{\varphi}_c\approx-40$ rad/s²。因为这种表示的参数，人们不好想象，所以$\ddot{\varphi}_c$应换算为平移减速度（这和车辆减速度无关），即$\ddot{x}_c=R_0\ddot{\varphi}_c=$

$-12\ m/s^2=-1.2g$(取 $R_0\approx0.3$ m 时)。

2. 时间 t_0^*。如要防止车轮滑移,那么在 t_0^* 时间内必须由防抱死装置来加以控制。t_0^* 近似地可由式(48.19)算出,约为百分之几到十分之几秒。主要取决于滑移率 S_c 对应的角速度 $\dot{\varphi}_c$ 以及车速 v。根据表达式同样可以看出,当 J_R 较大时,t_0^* 也增长。如果驾驶员在制动过程中没有将离合器脱开,驱动轮上的转动惯量将包含传动轴部分,而在低挡位时将使 J_R 大幅度增加。

49 制动力定比分配、折线式分配、与装载状态相关的分配

具有防抱死系统(ABS)的车辆在极限状态,即紧急制动状态制动力基本上与附着系数成正比,见式(47.2)。如果车辆上装备了电子制动力分配系统(EBV),在非极限制动状态,制动力为滑移率的函数,见图 47.5。在上述两种情况下制动力接近理想分配。

接下来我们将针对未装备 ABS 和 EBV 车辆的制动力分配问题进行讨论(尽管这样的车辆越来越少)。在此制动力不再与附着系数以及滑移率有关,而是前后轴之间的制动力具有一个确定的比例,这个比例在设计时已确定。当然,对于未装备 ABS 和 EBV 车辆的制动力分配也必须满足第 46 节提出的两个要求:

——制动距离短,即质量系数 z_{max}/μ_h 要高;

——保持制动稳定,即 $\mu_V>\mu_H$。

49.1 制动力定比分配

后轴制动力在总制动力中的比例

$$i=\frac{B_H}{B_V+B_H}=\frac{B_H}{Gz} \tag{49.1}$$

是常数。由此,我们得到线性关系:

$$B_H=\frac{i}{1-i}B_V \tag{49.2}$$

由图 49.1 可见,这时 B_H-B_V 直线的斜率 $\frac{i}{1-i}$ 有两个极限值,该直线只允许触及图 49.1 所示的界限。i 值应这样选定:必须使式(46.2)确定的直线处于所示限定区域内。接近上面直线,其优点是制动距离短,缺点是在相对减速度较高时(行驶在干燥路面上)后轮可能先抱死,确切地讲,到所有车轮抱死时,车辆可能绕铅垂轴转动。

制动力比值 i 由下列条件算出:分配直线应通过图 49.1 所示的上角点。对于这一相对减速度 z^*(在欧洲共同体法规中,$z^*=0.8$),各轴附着率应相等,即 $\mu_V=\mu_H=\mu_h^*$($\mu_h^*=0.8$),因此,

$$\frac{B_V}{F_{zV}}=\frac{B_H}{F_{zH}}$$

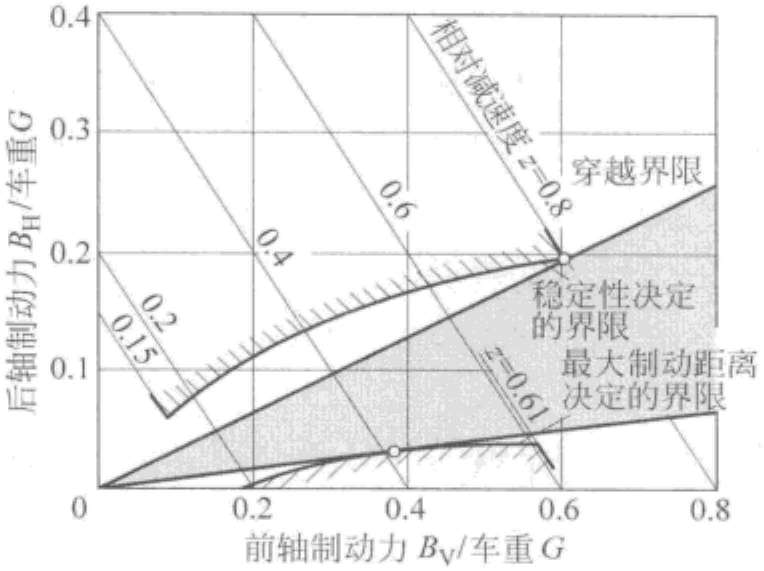


图 49.1 制动力定比分配时所允许的区域(车辆数据参看图 45.1)

代入式(49.1)、式(43.4)和式(43.5),即得

$$\frac{(1-i)G\mu_h^*}{G\left(\frac{l_H}{l}+\frac{h}{l}\mu_h^*\right)}=\frac{iG\mu_h^*}{G\left(\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}\mu_h^*\right)}$$

由此,所求的制动力比值

$$i=\frac{B_H}{B_H+B_V}=\frac{l_V}{l}-\frac{h}{l}\mu_h^* \tag{49.3}$$

图 43.2 上轴间制动力比就是以上限斜率为基础设计的,我们可以看到:图 43.2(b)中 $\mu_V=\mu_H$,当 $z=0.8$ 时;图(c)中当 $\mu=0.8$ 时,$z_{max}/\mu_h=1$,图(d)中定比分配直线和理想分配曲线在 $z=0.8$ 时相交。

49.2 折线式分配

轿车上常用(以前也经常采用)图 49.2 所示的折线式分配特性来向理想分配特性靠拢,这时采用一些部件,使后轴车轮的制动力 B_H 增长低于前轴(图 49.3(d))。在折点处从一个斜率向另一个斜率的转换是在所谓制动力分配器中实现的。比如在液压制动系统中可以通过压力,或者通过相对减速率,或者通过由它们导出的其他参数来进行控制。图 49.2 中的折点必须低于理想分配曲线,以避免后轮先抱死。

在图 49.3 上用图 43.2 上已经用过的线图系列来计算折线特性。为了简单起见,我们探讨静态控制器。通过线图(b)的比较,我们发现折线式分配时前后轴附着率彼此间隔变小了,由线图(c)看到,质量系数更接近于 1。这样除了缩短制动距离外,还有一个优点就是前后轮制动器磨损的差别也变小了。

图 49.4 描述了根据理论确定的一辆具有折线制动力分配特性轿车的测量结果。从图中可以看出,测量曲线在法规给出界限的中间位置,这样就使得当制动力分配发生变化(比如当制动摩擦片与制动鼓或者制动盘之间的摩擦系数发生变化)时不会超越界限。

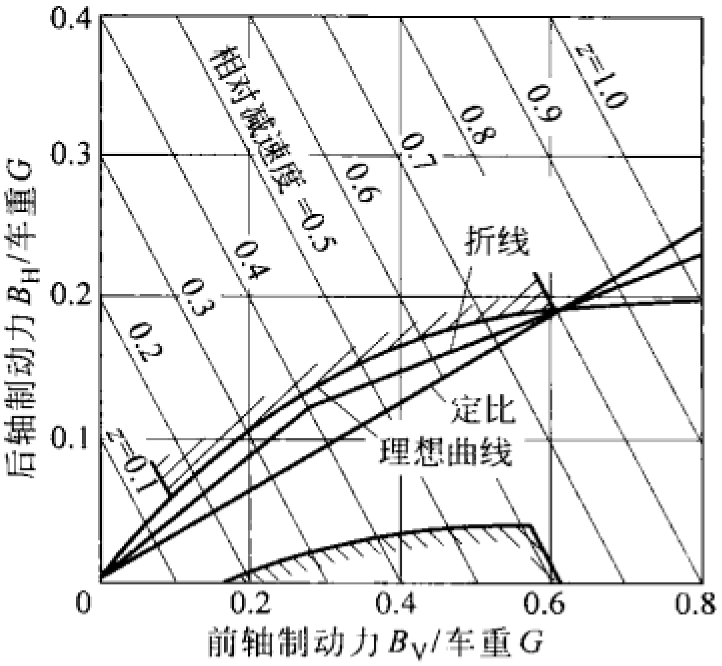


图 49.2　折线式制动力分配时 B_H/G 随 B_V/G 之间关系，其中相对减速度 z 为参变量，并与定比分配和理想分配进行比较

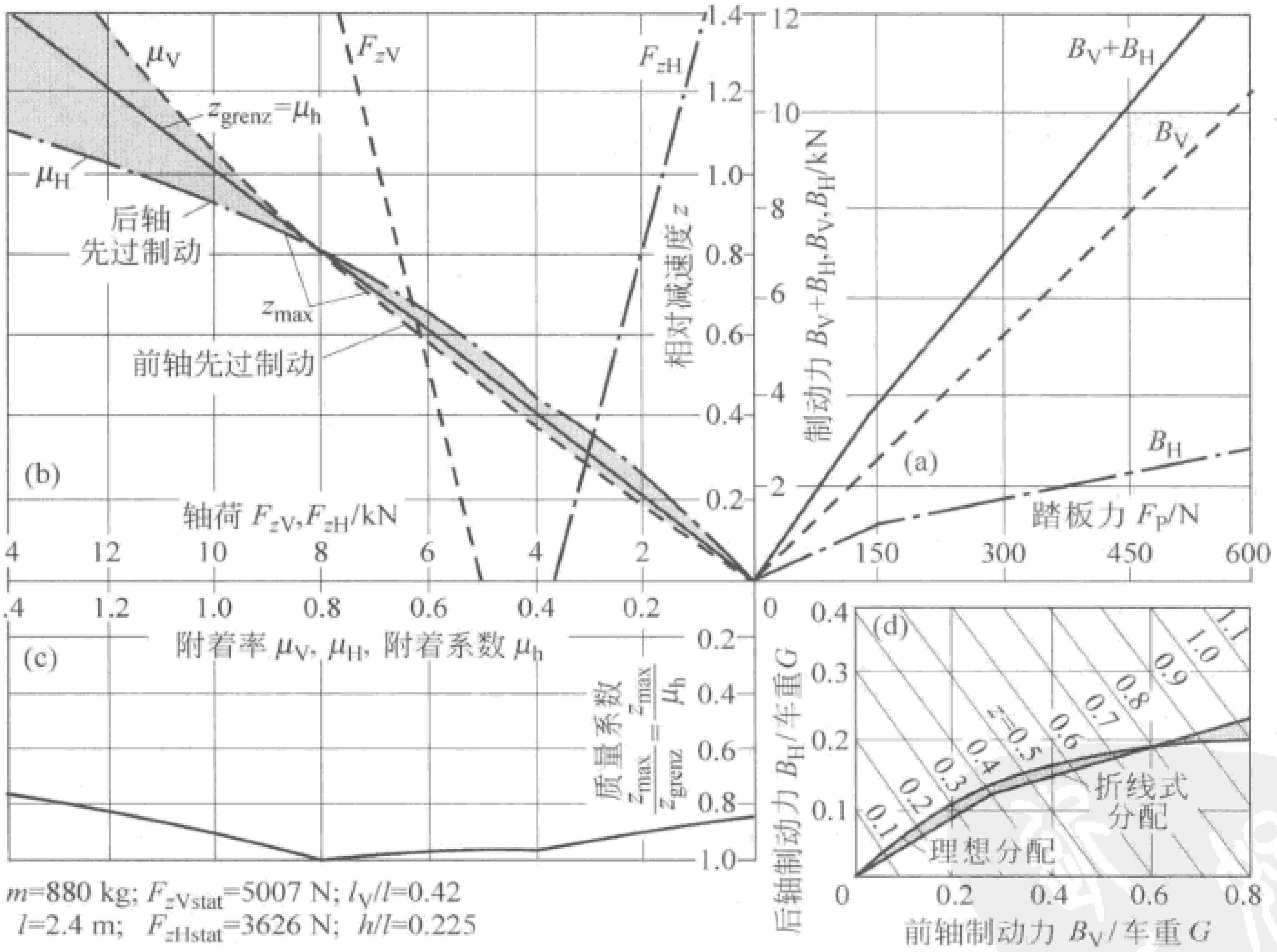


图 49.3　制动力折线式分配时的附着率

(a) 前后轴制动力 B_V 和 B_H 随踏板力 F_P 的变化；(b) 前后轴荷 F_{zV}、F_{zH} 以及附着率 μ_V、μ_H 与相对减速度 z 的关系；(c) 质量系数 z_{max}/μ_h 的变化；(d) 理想分配特性和折线式分配特性的比较

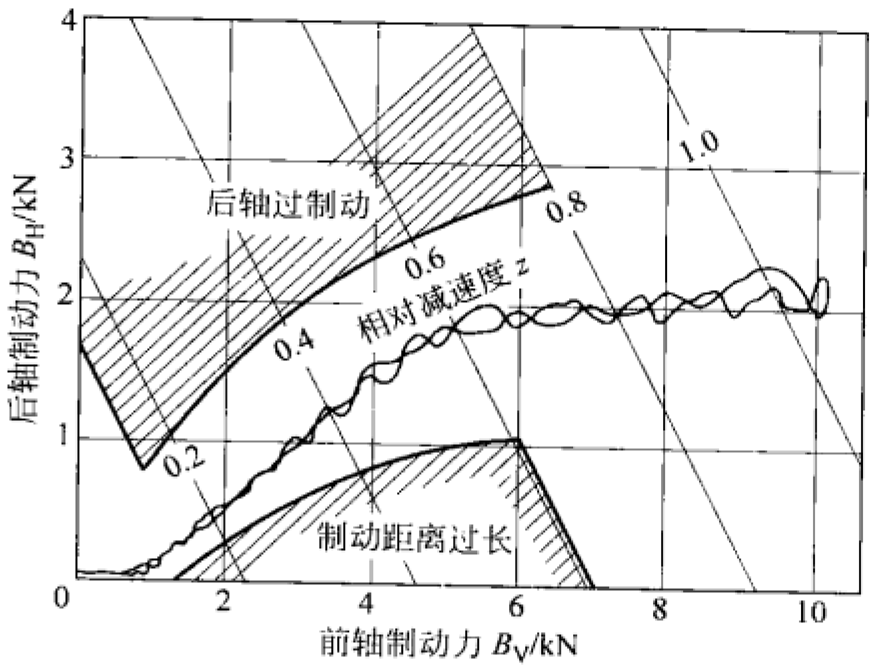


图 49.4 一部轿车制动力分配的测量结果，界限曲线由 71/320/EWG 得到

（Braun，H.：Messung der Pkw-Bremskraftverteilung am Prüfstand，IV. IfF Tagung，Braunschweig 1982. 和 Mitschke，M.；Syta，S.；Risse，H.-J.：Bremsmomentenverteilung an Pkw，Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik. Heft 296，Düesseldorf：VDI-Verlag 1986）

49.3 与装载情况相关的制动力分配

到现在为止，所有的考虑都是从一种装载情况出发的。但是除了有限的几种特种车辆外，一般车辆的载荷都是变化的，所以我们必须探讨装载状况给制动性能带来的影响。

在图 46.1 里利用 $B_H/G=f(B_V/G)$ 曲线，阐明了法规中稳定性和最短制动距离的要求对制动力分配设计的限制。由式(45.4)可知，上限（稳定性界限）不是直接随载荷而改变的，而只是随载荷引起的重心变动而变化的，对于下限也同样如此，见式(46.1)。发动机前置、行李箱后置的普通轿车，装载后重心将要后移（重心高度变化一般很小），结果与空载时相比，稳定性界限将要向上移动，见图 49.5。对于定比分配的车辆，其分配曲线（图中点画线）应在图 49.5 描述的"走廊地带"范围内，而这是通过对按空车的规定界限确定的。

图 49.5 上画出了空载和满载轿车的界限。有效载荷（相对于空车，参看图 43.2）的 80%加在后轴上。因此，采用定比分配时，前后轴附着率相等时所对应的 μ_h^* 值较高，这里达到 $\mu_h^*\approx1.1$。这就意味着这种满载车辆对于各种天气情况、各种车速条件下总是前轴过制动，行驶状况总是稳定的。这样，前轮制动器会较快磨损，在 μ_h 值很高的范围内，其质量系数，最大可能的相对减速度都不理想，制动距离要延长；驾驶员会感到只有加大踏板力才能得到（与空车）同样的相对减速度。反过来，如果车辆满载时踏板力不是很大，那么空载时驾驶员必须谨慎地施加踏板力，以免制动过猛。

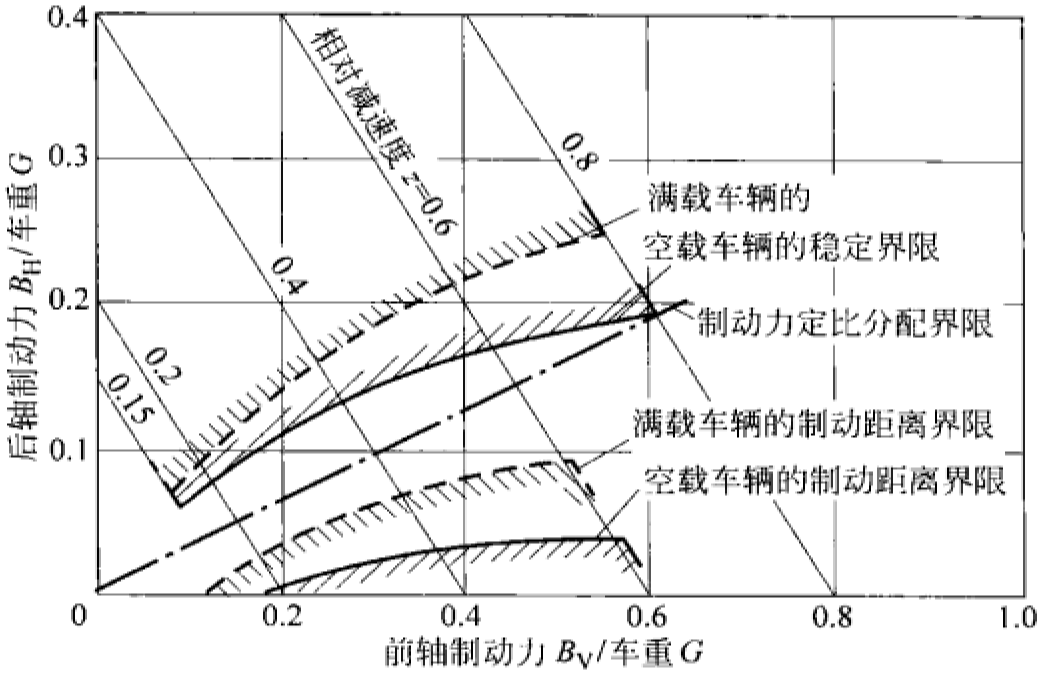


图 49.5 不同装载情况对应的制动力分配界限，以及与载荷无关的定比分配设计
（车辆参数参看图 43.2 和图 49.6）

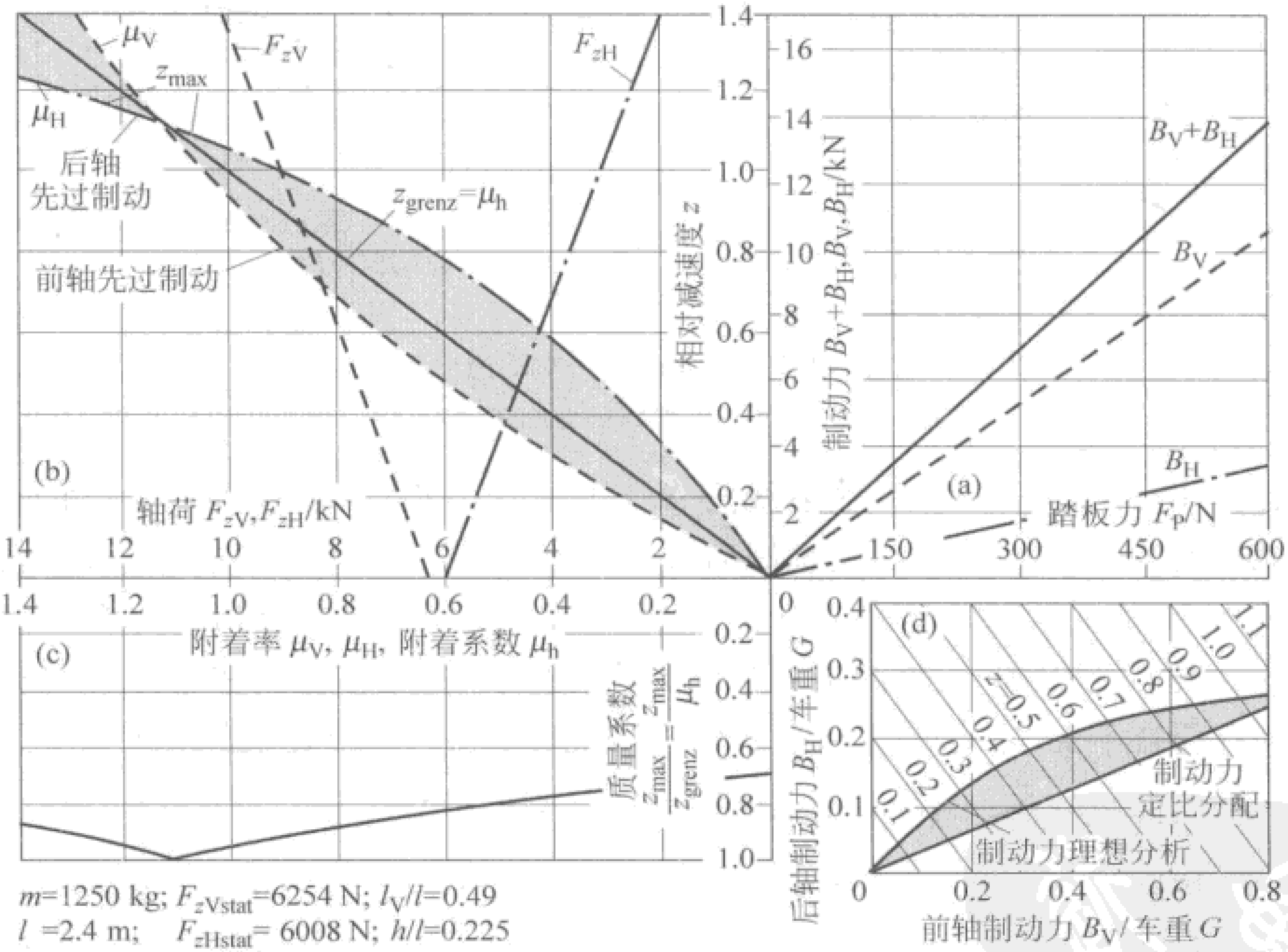


图 49.6 制动力分配给定时的附着率。车辆在图 43.2 所列参数基础上加载，其重心后移

当制动力可以与车轮动载成正比例加以调节时，即根据 45.1 节和式(45.4)，有

$$B_{Vid} \propto F_{zV} = F_{zVstat} + G\frac{h}{l}z$$
$$B_{Hid} \propto F_{zH} = F_{zHstat} - G\frac{h}{l}z \tag{49.4}$$

这时我们就得到了制动力与载荷情况之间最理想的匹配。为此，我们不仅要考虑静态载荷，而且还要考虑减速引起的轴荷转移。

在大多数解决方案中，即在所谓的随装载状态自动调节制动力系统（简称 ALB）中，以车身和车轴间的弹簧位移量作为改变制动力分配的控制参数。当然，在不平路面上行驶时，还会引起弹簧的附加位移。一般说来，只考虑静态轴荷变化的控制也够了。

对应于 49.1 节和 49.2 节，载荷控制的制动力分配也有两种可能性：图 49.7(a)中“定比”分配的斜率随装载情况而变化（所谓射线式 ALB），图 49.7(b)中折线式分配的转折点是变化的（所谓折线式 ALB）。

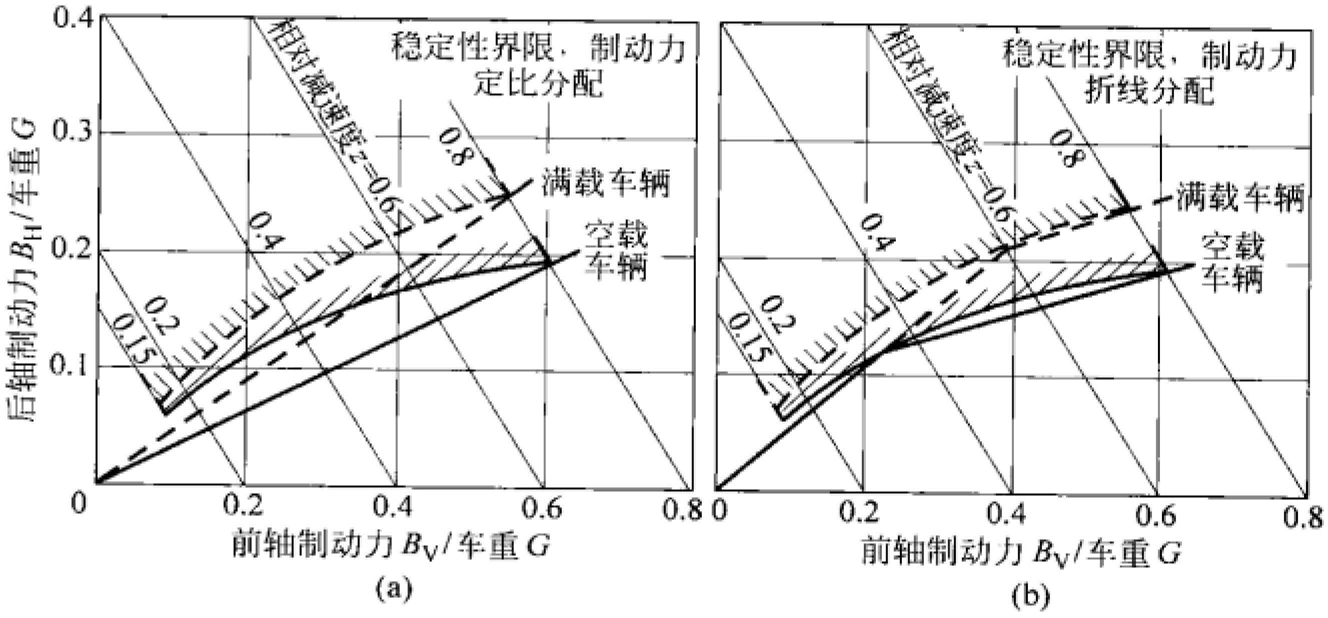


图 49.7 载荷控制的制动力分配

(a) 射线式 ALB；(b) 折线式 ALB

在图 49.8 中所画的是一个射线式 ALB 的例子。空车数据如图 43.2 所列，对应于满载时前轴轴荷的增加，其前轴制动力 B_V 增加到约 1.25 倍；而后轴的 B_H 相应增加到约 1.66 倍。结果，质量系数随 μ_h 变化的情况与图 43.2(c)所示的空车情况相近。这样我们可以确认：借助于静态的制动力控制时，应使轮胎和路面间的附着率情况大致保持不变，才能抵消载荷变化，确切地讲重心位移所带来的后果。

这里所讨论的情况中，改变的主要是后轴轴荷，为了节省控制装置，一般只改变后轴制动力。

载荷控制制动器还有一个优点就是踏板力几乎不随载荷变化，不但图 43.2 所示的空车，而且图 49.8 所示的满载车辆，当 $z=1.0$ 时，F_P 都在 400 N 左右。如果没有控制器，由图 49.6 可知，踏板力将要增加到 550 N 左右。

重型商用汽车（载货汽车、半挂车、汽车列车）的载荷变化非常大，所以不是像图 49.5 给出的那样形成了一个“走廊地带”，而是满载时完全在空载之上。满载时的制动距离的边界曲线在空载时的制动稳定性曲线之上，所以对于这种情况采用射线式的 ALB 比较合适。

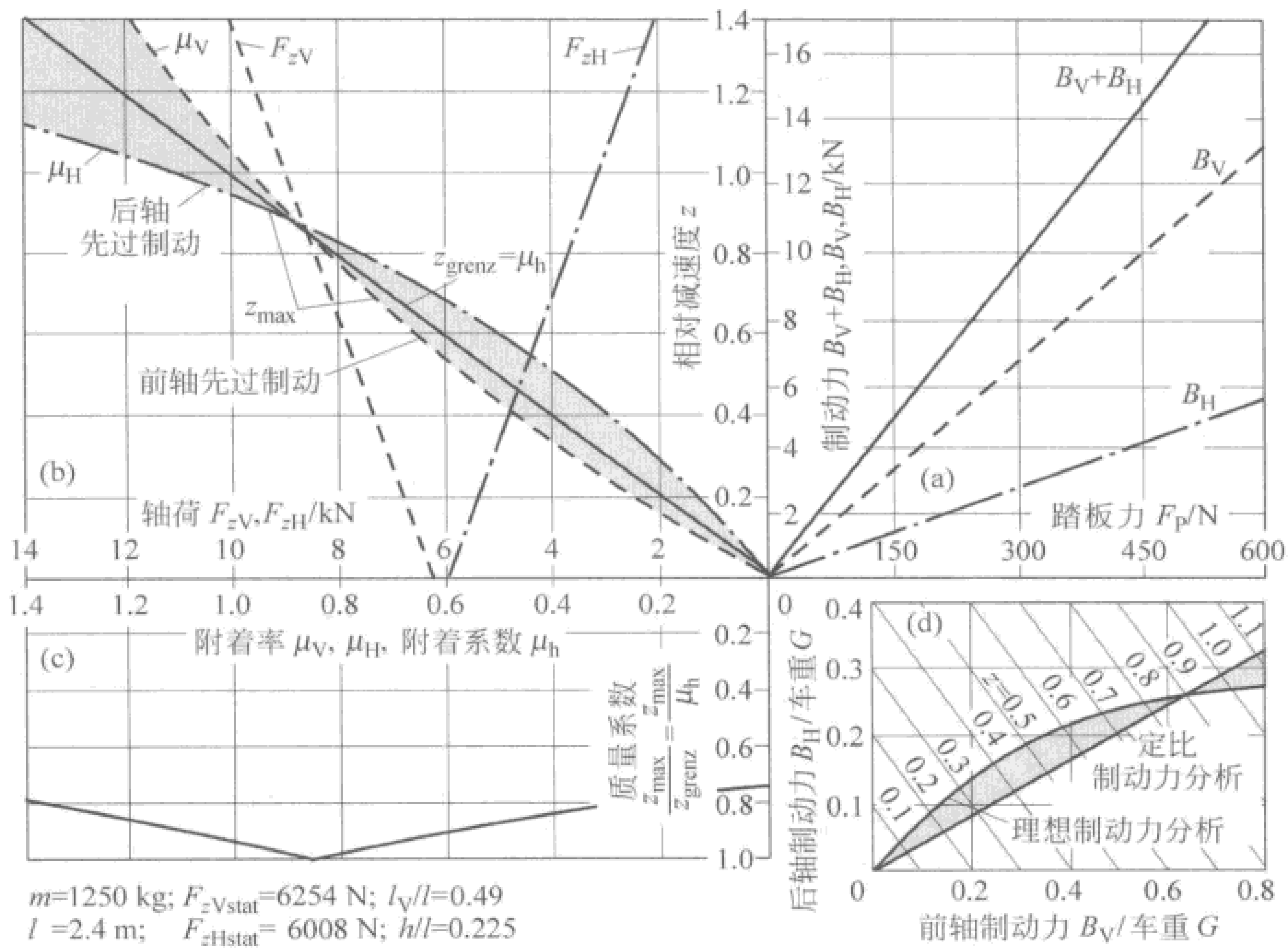


图 49.8 制动力分配给定时的附着率。与图 43.2 所示车辆不同的是，制动力的定比分配与静态轴荷相匹配

49.4 速度变化的影响

减速制动是车速不断变化的运动过程。根据 5.1 节，轮胎和路面之间的附着系数 μ_h 是与车速有关的，也就是说，对于未抱死的车轮，最大可能的相对减速率 z_{max} 一定也是车速的函数。

为了说明这一点，我们在图 49.9(a)中引用了图 43.2(c)中质量系数随附着系数变化曲线；在图 49.9(b)中画出了 μ_h 随车速 v 下降（在干燥和潮湿路面上）的情况，并近似地认为是线性的。与图 5.7(b)相比较，附着系数随速度的下降在此被夸张。由此，计算出干路面和湿路面的 z_{max} 值，如图 49.9(c)所示。它们随车速 v 下降而增加，确切地讲，如果驾驶员施加的踏板力总是正好保持附着率较大的车轮上的附着率等于附着系数 μ_h，那么 z_{max} 值将随车速降低可能增加。

另外，由图 49.9(c)可以看出，在潮湿路面上，如果制动踏板力足够，前轴车轮的附着率总是首先达到其最大 μ_h，也就是说，驾驶员施加踏板力失误时前轴先抱死，车辆失去转向能力。而且这种情况在整个车速范围内都存在。在干燥路面上则与此不同，在车速高于 50 km/h 时则前轴可能先抱死，而在 0～50 km/h 范围内存在着后轴先抱死的危险，即车辆处于制动非稳定状态。

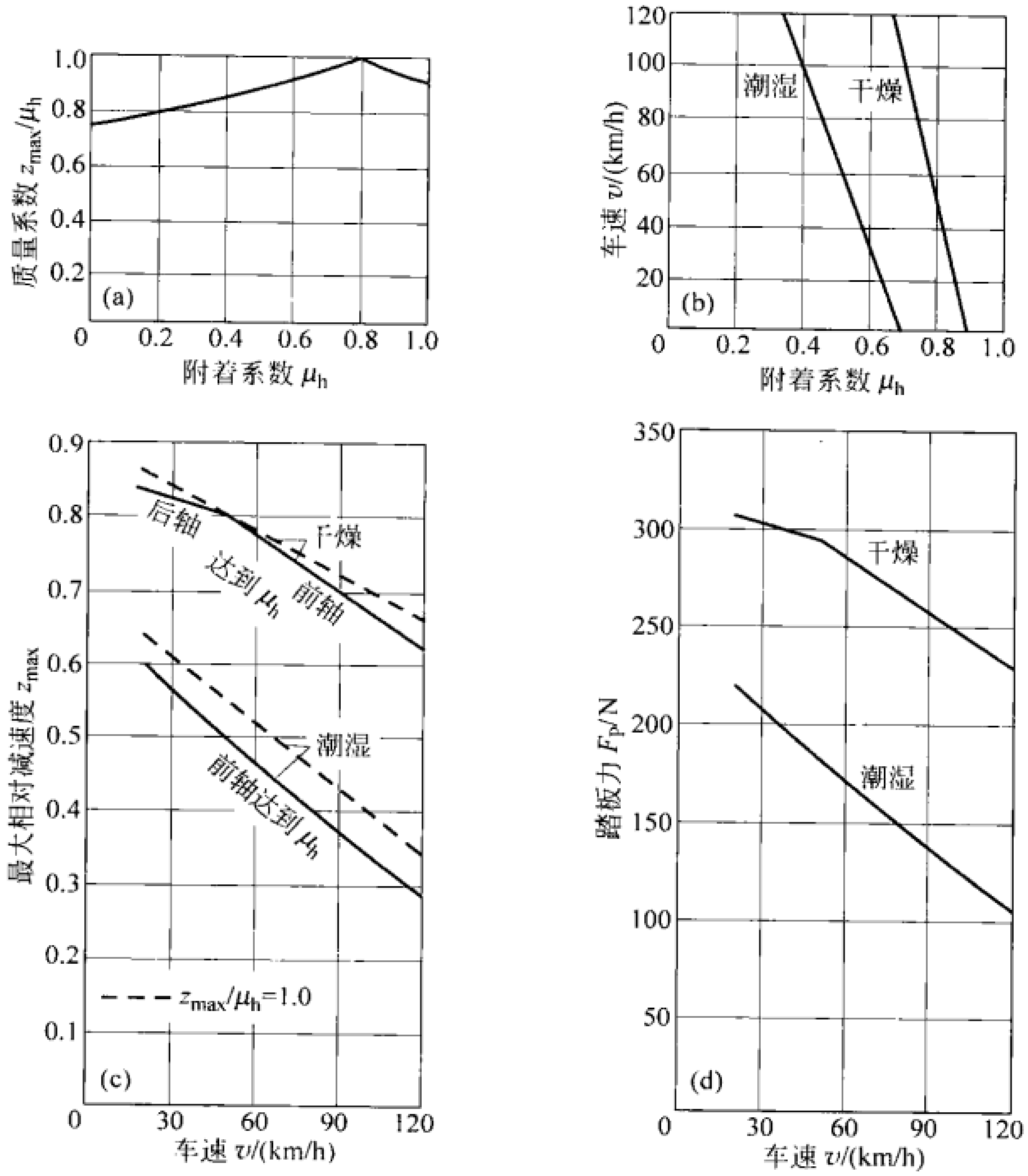


图 49.9 车速与附着系数、相对制动减速度以及踏板力的相互影响

(a) 质量系数随附着系数的变化(引自图 43.2(c))；(b) 干、湿路面上附着系数随车速增加而下降的例子；(c) 由(a)和(b)导出的，在两种路面上假定车轮不抱死时的最大可能的相对制动减速度变化的关系；(d) 在车轮不抱死的前提下，与 z_{max} 相应的踏板力(根据图 43.2(a))

在图 49.9(c)上还用虚线画出了 z_{grenz} 与车速的关系曲线，当对应于每一 μ_h 值，前后轴的附着率都假定可以同时达到该值时，相对减速度就可以达到 z_{grenz}。

在图 49.9(d)上画出了一个“理想驾驶员”的踏板力与 v 的关系。这时施加的踏板力恰好使得决定性车轴的车轮总能达到附着系数 μ_h，因而整车按照 z_{max} 被制动，而另一方面踏板力又不过大，以免车轮抱死引起整车侧滑。因此，驾驶员必须根据车速和路况来改变踏板力(他同时还要预计到所有能改变图 49.9(a)和(b)中曲线的因素，像不同的轮胎，变化的载荷，以及踏板力与制动力之间关系的改变等)。上述所有这些向驾驶员提出的要求对他们来说是太高了，我们不得不加以简化。附着系数 μ_h 最好与车速无关或关系不大，还希望 μ_h 不随路面(水泥、沥青)和天气(干、湿、雪、冰)

而变化。如果这一设想被满足，那么在各种路面上行驶时，制动踏板力无需随车速和路面而变化，就可以总能以 z_{max} 使车辆减速。即使如此，驾驶员还是可能失误，比如制动过猛而使车轮抱死，车辆侧滑或者制动过轻使制动距离过长，或许因此而引起撞车。这种设想可以通过车辆上装备 ABS 来实现。就像前面反复强调的那样，驾驶员不再需要考虑在制动踏板上作用多大的力，而只需要用足够大的力踏制动踏板就可以了，ABS 系统会保证车辆的制动稳定性、转向能力以及实现较短制动距离的目标（见第 47 节）。通过采用"防抱装置"（参看第 41 节）可能使过猛制动的后果得以避免。

我们现在还要补充说明的是，图 43.1(a)和(b)所表示的踏板力 F_P 和减速度（$-\ddot{x}_V$）保持常数，不随时间改变的情况只是对于相对减速度低于 z_{max} 的制动过程才会出现。

50 踏板力，制动辅助系统

在设计制动系统时除了制动距离、相对减速度、质量系数以及制动稳定性外，还必须考虑到操纵行车制动器的踏板力 F_P（参看图 43.1）。在此存在两种关系，一个是踏板力为减速度或者相对减速度的函数，另一个是踏板力为踏板行程的函数。驾驶员操纵制动踏板时力的大小的控制是很困难的，这一点在第 44 节和 49.4 节中已经讨论过。

50.1 与减速度和踏板行程相关的踏板力

按照表 46.1 中欧洲共同体制动法规规定的数值，对于各种类型的车辆，相对减速度 $z=0.58\sim0.50$ 时，踏板力 $F_P<500\sim700$ N。在轿车上踏板力要远低于这个最大值。

传统制动系的设计方式是把踏板力 F_P 作为相对减速度 z 的函数（一般采用线性规则），如图 50.1 所示，踏板力 F_P 在液压制动系统中产生一个压力 p。其关系为：

$$p = \ddot{U}F_P$$

其中 $\ddot{U}$ 为比例系数，它由制动踏板到液压系统活塞之间的传动比和活塞面积决定。人们经常在制动踏板和主液压缸之间增加制动助力装置（轿车一般采用真空助力和液压助力，商用汽车一般采用气压助力），如果助力装置放大系数为 V，则相当于制动踏板力被放大 V 倍，即：

$$p = \ddot{U}VF_P \tag{50.1}$$

（$V=1$ 表示没有助力装置，$V>1$ 表示装备了助力装置）。制动管路压力 p 通过车轮上的制动轮缸和制动器在前后轮分别产生制动力 B_V 和 B_H。即：

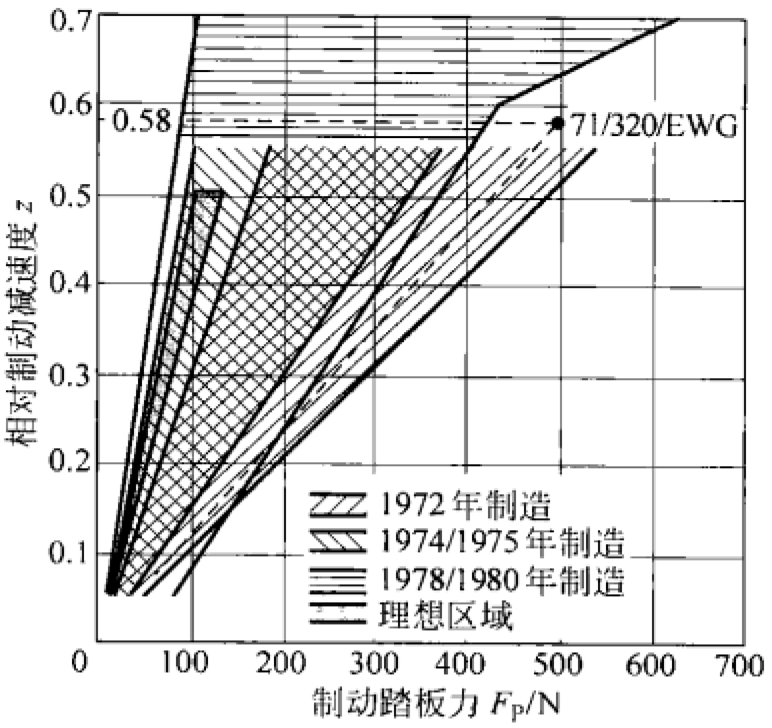


图 50.1 轿车制动系统中相对减速度与制动踏板力之间的关系

(出自 Braun, H.; Heyken, R.; Götkan, A.: Optimale Verstärkungsfaktoren bei Bremsanlagen Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik, Heft 274 und 282. Düseldorf: VDI-Verlag 1982 und 1983, 和 Küster, H. E.: Untersuchungen über die Mindestanforderungen an Fuß-und Handkräfte bei Kraftfahrern, TÜV Hannover 1972 und 1975)

$$B_V = C_V p; \quad B_H = C_H p \tag{50.2}$$

其中 C 被称为制动系内部传动比。

根据式(42.3)得到式(50.2)中两部分的和为:

$$B_V + B_H = Gz = (C_V + C_H)p$$

将式(50.1)代入后得:

$$z = \frac{|\ddot{x}|}{g} = \frac{(C_V + C_H)\ddot{U}V}{G}F_P \tag{50.3}$$

根据对大量驾驶员驾驶轿车和轻型货车的试验[104]得到推荐值:

理想范围 $F_P/|\ddot{x}| = 20 \sim 50\ \mathrm{N/m \cdot s^{-2}}$。

如果这个值在理想范围之上,这意味着制动踏板力过大,驾驶员舒适性变差;而如果在理想范围之下,则意味着制动踏板力过小,这时驾驶员难以控制踏板力的大小。踏板力过小带来两个问题:一个是在湿滑路面、被雪覆盖路面和被冰覆盖路面上由于制动减速度很小,所以驾驶员的脚感较差,制动作用很难分级;另一个是过小的踏板力可能使驾驶员制动过快(即没有踏板力增长时间 t_b,见图 41.1(a)),容易出现制动踏板力过大的情况,再加以修正后使得制动距离延长,或者使得没有装备 ABS 车辆的车轮抱死。

[104] Braun, H; Heyken, R.; Göktan, A.: Optimale Verstärkungsfaktoren bei Bremsanlagen, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik, Heft 274 und 282. Düsseldorf: VDI-Verlag 1982 und 1983.

上面描述制动踏板力 F_P 与制动管路压力 p 或者相对减速度 z 关系的表达式是线性的，当然，它们之间关系也可以是非线性的。对于折线式制动力分配形式（见图 49.4(a)），它们之间的关系是递减增加的。另外的情况如图 50.2 所示，具有助力装置的制动系统（即制动系统装备了助力装置），其助力装置只在可以产生的最大辅助制动力（或者辅助压力）范围内起作用。在此范围之上制动力 B_V+B_H 只能随驾驶员的肌肉力进一步增长。在外力制动系统中，在制动踏板和制动器之间完全不存在力的联系，踏板仅仅是一个控制装置。所以在达到最大压力（比如制动管路最大气压）后，踏板力继续增加也不能使车辆减速度有所上升。

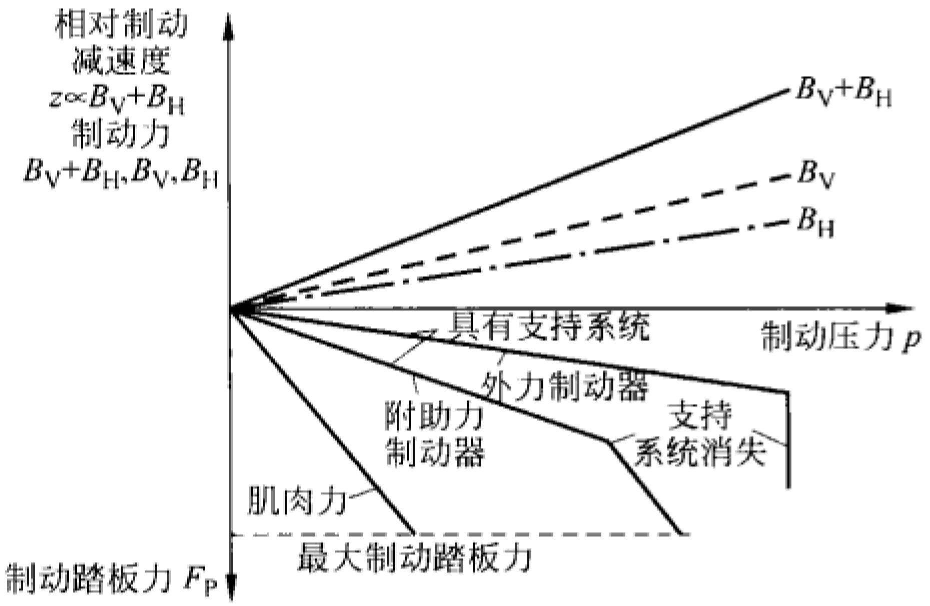


图 50.2 采用各种制动传动装置时相对减速度、制动压力和踏板力之间的关系

在讨论了制动踏板力与相对减速度之间关系后，我们再讨论一下制动踏板力作为踏板行程函数的情况。为了产生制动扭矩，我们需要一个无间隙、刚性的制动系统，并且仅仅在制动踏板上有作用力，而且没有踏板行程。踏板力的大小仅仅与机械和液压系统的传动比有关。在实际中，系统不可能是刚性的，系统中存在间隙和不可避免的弹性。所以，除了踏板力之外还存在踏板行程。这是所希望的，因为这样，驾驶员在控制制动力时不仅可以控制踏板力，还可以控制踏板行程。

图 50.3 给出了具有“理想”特性轿车的分布范围。如果制动踏板力随踏板行程上升曲线比较陡（踏板较硬），踏板力增长时间缩短，而如果曲线比较平缓（踏板较软），踏板力增长时间变长，但是制动踏板力的量化控制，使达到车辆要求减速度的可能性增大。

50.2 制动辅助系统

装备 ABS 的汽车在紧急制动时，驾驶员必须用足够的力踏制动踏板，这样才可

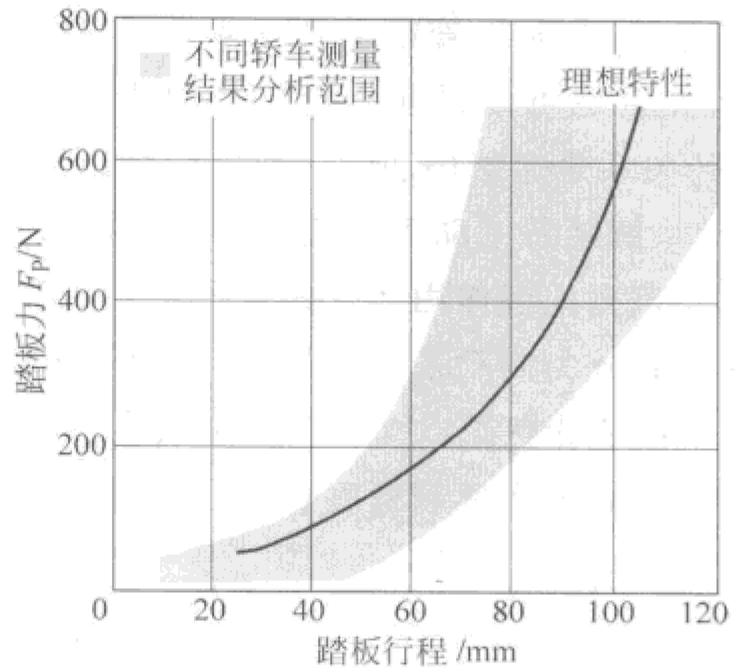


图 50.3 轿车上采用的制动踏板特性，"理想"特性以及 34 辆轿车测量结果分布范围[105,106]

以使制动器全功率制动。研究表明[107]，一般的驾驶员在遇到紧急情况时尽管可以快速踏下制动踏板（比正常的目标制动和减速制动的作用速度快 3 倍），但是，一般作用强度不够，如图 50.4 中虚线所示。由这个结果人们产生了"制动辅助系统"的想法。当踏制动踏板的速度很高时，制动管路压力将与驾驶员给予制动踏板的作用力无关（这一点比如可以通过制动助力装置实现），它将不断地增长，当然受到 ABS 系统控制，这样，可以使得制动系统的潜力得到充分利用，如图 50.4 中点画线所示。

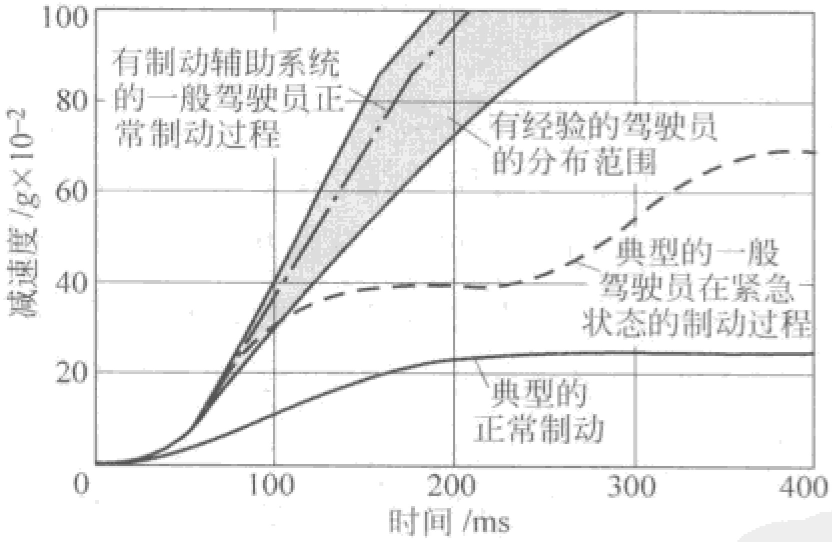


图 50.4 制动辅助系统的作用

（出自 Konik, D.; Müller R.; Prestl, W.; Toege, T.; Leffler, H.: Elektronisches Bremsenmanagement als erster Schritt zu einem integrierten Chassis Management, ATZ 101 (1999) Heft 4, S. 220-229）

〔105〕 Mitschke, M.; Braun, H.; Czinzel, A.; Göktan, A.; Syta, S.: Anthropotechnische Optimierung von Pkw-Bremsen, Bosch Technische Berichte 8(1986/7), S. 265-286.

〔106〕 见参考文献 45。

〔107〕 Kiesewetter, W.; Klinkner, W.; Reichelt, W.; Steiner, M.: Der neue Brake Assist von Mercedes-Benz, ATZ 99(1997) Heft 6, S. 330-339.

51 制动装置的失效

在图 43.1(a)所示的单回路制动系统情况下，只要系统一处出现故障就可能引起整个系统失灵。这时驾驶员要靠手制动器，一般说来要使用辅助制动器。因为制动失灵极少发生，所以驾驶员对使用辅助器极为生疏，往往疏忽。为了避免出现故障，制动效果减弱带来的危险，提高交通安全性，要求采用双回路制动系统。这样，驾驶员就无需更换操作对象，仍和故障出现前一样用脚施加制动。

图 51.1 描述了一个轿车上制动系统可能用到的双回路系统。如果在此第一个回路失效，这时只有前轴的一半和左后轮制动。同时双回路系统制动主缸属于第一个回路的部分也失效。驾驶员在操作制动踏板时会感到一段空行程，人们也称它为“跌落行程”。

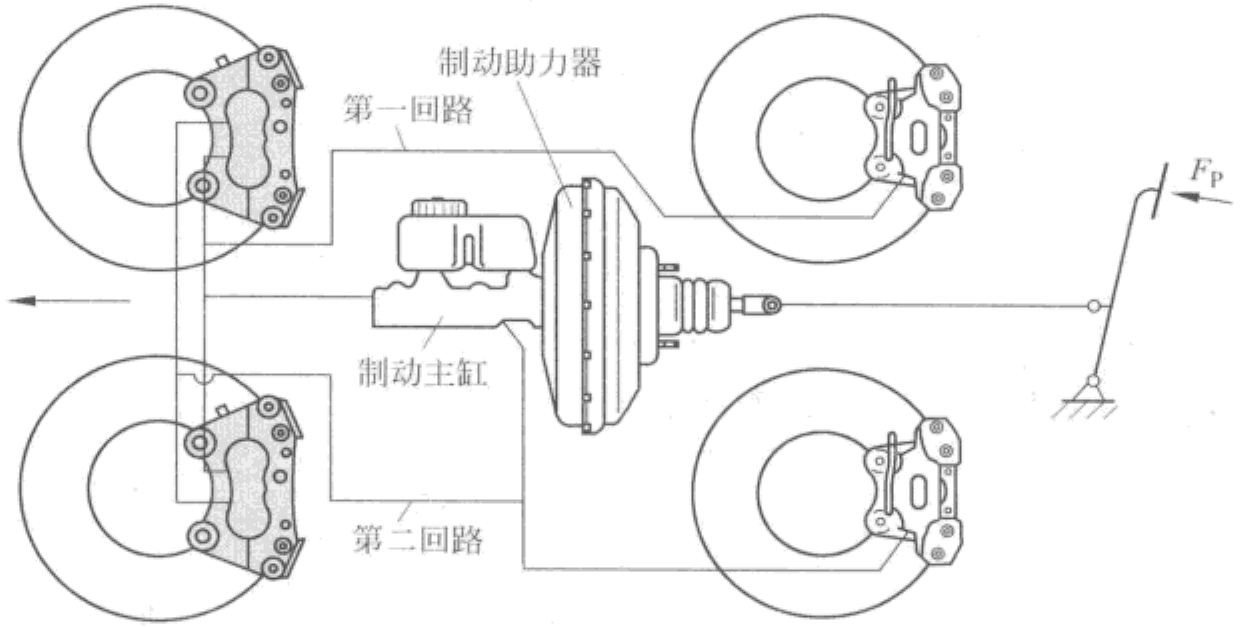


图 51.1 具有双回路制动主缸，单回路助力装置的轿车双回路制动系统

系统中还会出现另外一种故障，即制动助力装置故障。由于在轿车制动系统中助力装置是单回路的，所以一旦出现故障，驾驶员必须依靠肌肉力操纵制动主缸。对于重型商用汽车，如果驾驶员给出的踏板力无法达到规定的减速度，车辆上就必须装备双回路制动助力装置。

在两种情况下，如果踏板力不增加，制动减速度都会减小。

51.1 一个回路失效

下面就五种不同的双回路系统方案在一个回路失效时它的踏板力，相对减速度，以及附着率作一讨论。只针对制动力定比例分配的轿车，如图 43.2 所示。

方案 1“前-后”，如图 51.2 所示，失效后仅作用有前制动力 B_V 或后制动力 B_H。由图 51.2(a)可见，在同样的踏板力 F_P 时，相对减速度 z 就小了，或者为达到同样的

z 值，F_P 必须增大。与过去相比，轴荷转移没有什么变化，因为它仅取决于 z，而和制动力分配无关。而在图 51.2(b)中附着率将要增大，在图 51.2(c)中质量系数要减小。关键的是这种方案中前轴回路失灵，这时不仅因为后轮抱死（车辆未装备防抱死系统）会出现非稳定现象，而且还可能由于车辆重心位置的不同使法规中按车辆规定的辅助制动效果得不到满足。根据表 46.1 的规定，轿车踏板力 $F_P \leqslant 500$ N，干燥路面上，$\mu_h=0.8$，采用辅助制动器时，其减速度应达到行车制动器之半（$z=(1/2)\cdot 0.58=0.29$）。在这一例子中，上述两个数值正好能满足，这只是因为在完好的制动系统中踏板力就比较小的缘故。

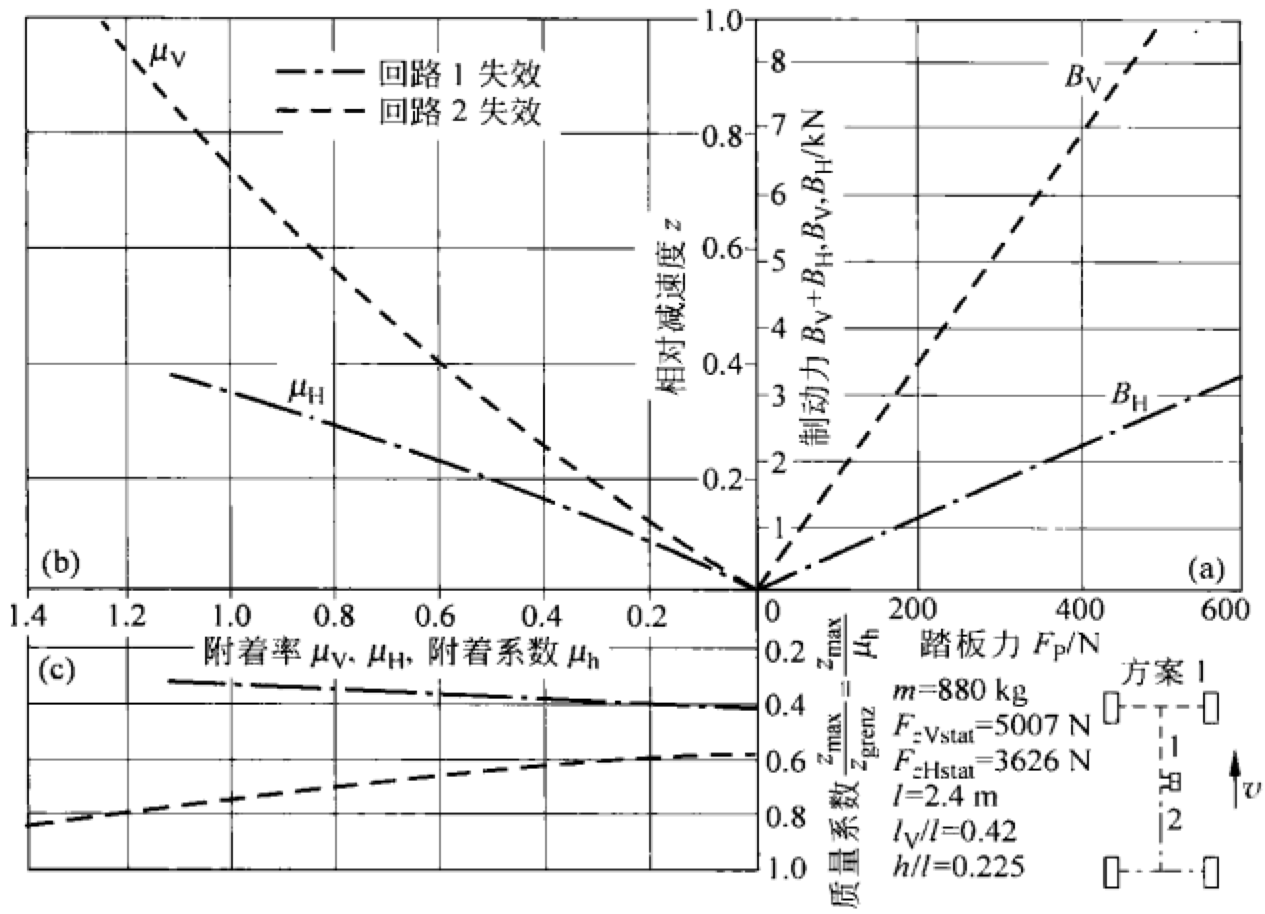


图 51.2 一个回路失效时，方案 1“前-后”布置时的制动力、附着率和质量系数

在“交叉布置”的方案 2 中，制动力分配不会变化，而在同样的相对减速度时，其踏板力将要加倍，如图 51.3 所示。因为现在制动力总是只作用在各轴的一个车轮上，所以由图 51.3(b)可见，附着率也增大了，并且质量系数在最佳情况下也只是 $z_{max}/\mu_h=0.5$。而由图 51.3(c)可知，在我们感兴趣的附着范围内，质量系数还要小些。遇到一个后轮抱死（车辆未装备防抱死系统）时也不会出现紧急情况，因为另一个未被制动的车轮可以承受侧向力，足以保持行驶方向。但是这时会出现一个绕垂直轴的扭矩，这是由于前轴制动力 B_V 大于后轴制动力 B_H。为了减轻制动时发生跑偏转向现象，应使轿车前轮的车轮回转半径（车轮接地点到主销指地点的间距——译注）为负。在重型货车上，与轿车相反，其前轴制动力小于后轴，所以交叉布置时，前轮的车轮回转半径要取正值。

图 51.4 所示的方案 3 中，一个回路失效后，前轴制动力总要减半；而后轴或者完全没有制动力，或者制动力保持不变。特别要注意的是，当回路 2 失效时，后轴将在

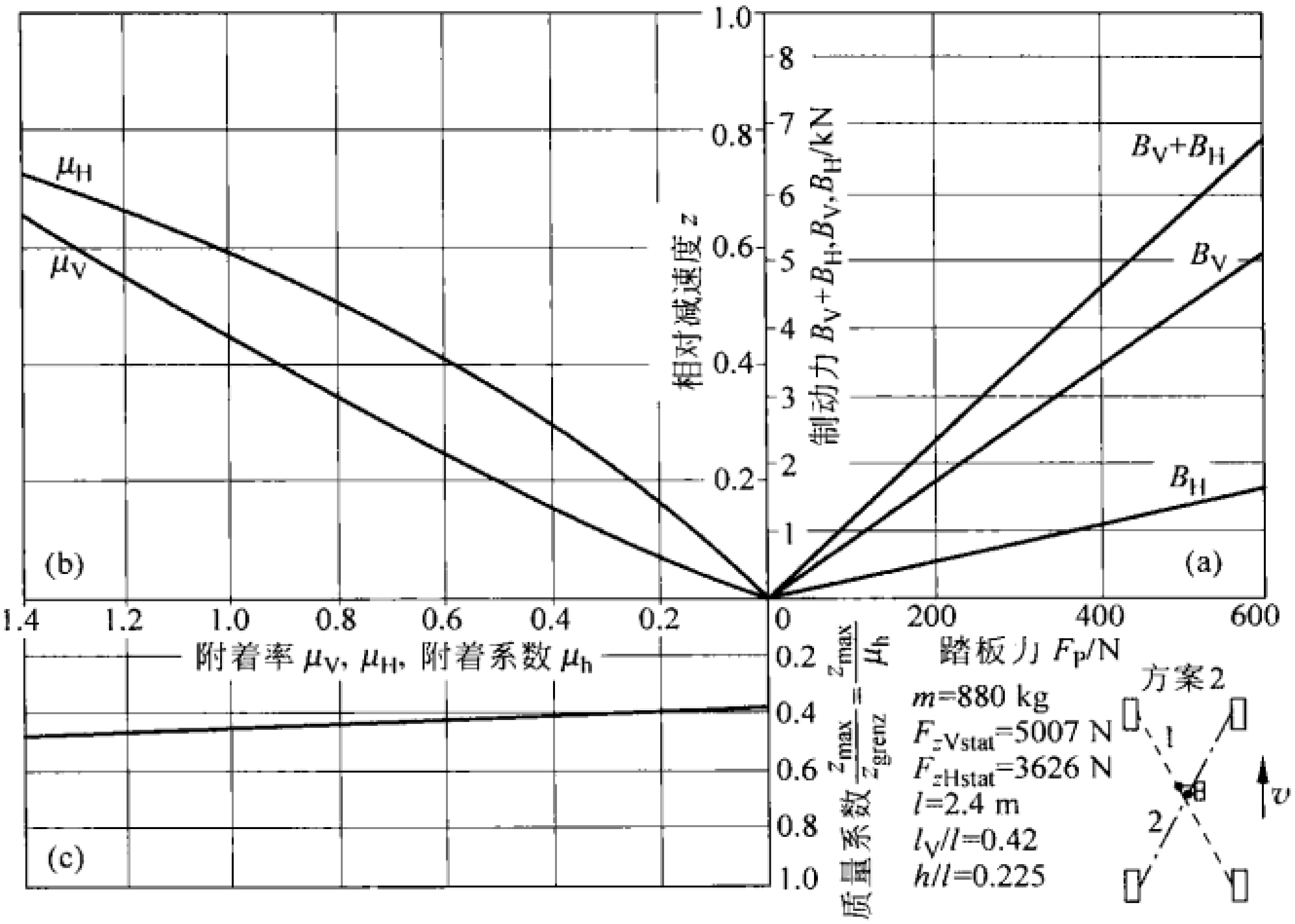


图 51.3 一个回路失效时，方案 2“交叉布置”时的制动力、附着率和质量系数

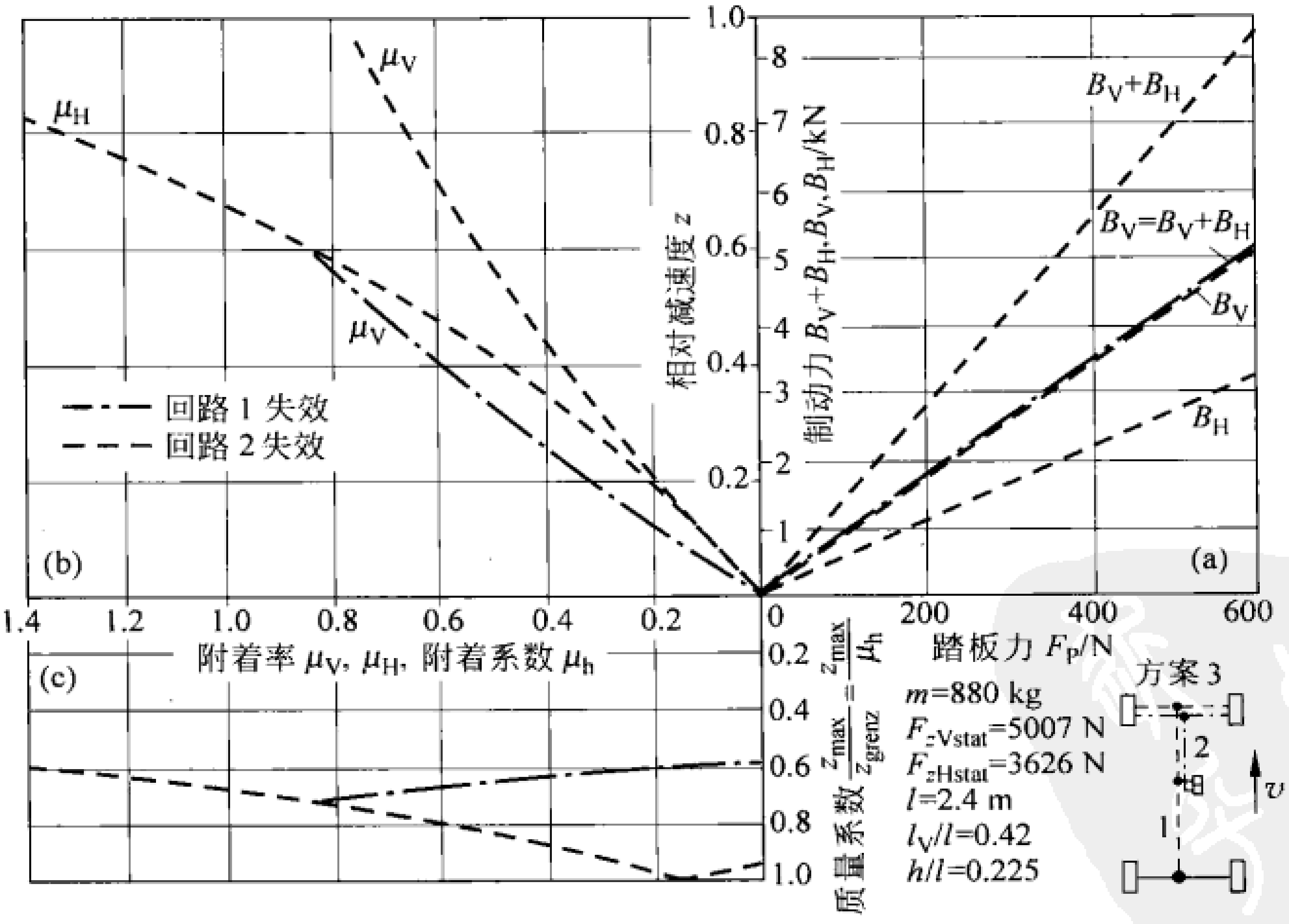


图 51.4 一个回路失效时，方案 3 的附着率、制动力和质量系数

很宽的 μ_h 范围内出现过制动，因而使车辆处于非稳定状态。

图 51.5 所示方案 4 当出现故障时，前后轴上都只有一半制动力。踏板力要加倍。这时一个后轮过制动也不会有危险。与方案 2 不同的是，因后轴单侧制动力引起的方向偏离现象的出现与前轮车轮回转半径选择无关。质量系数在这种方案中要高些。

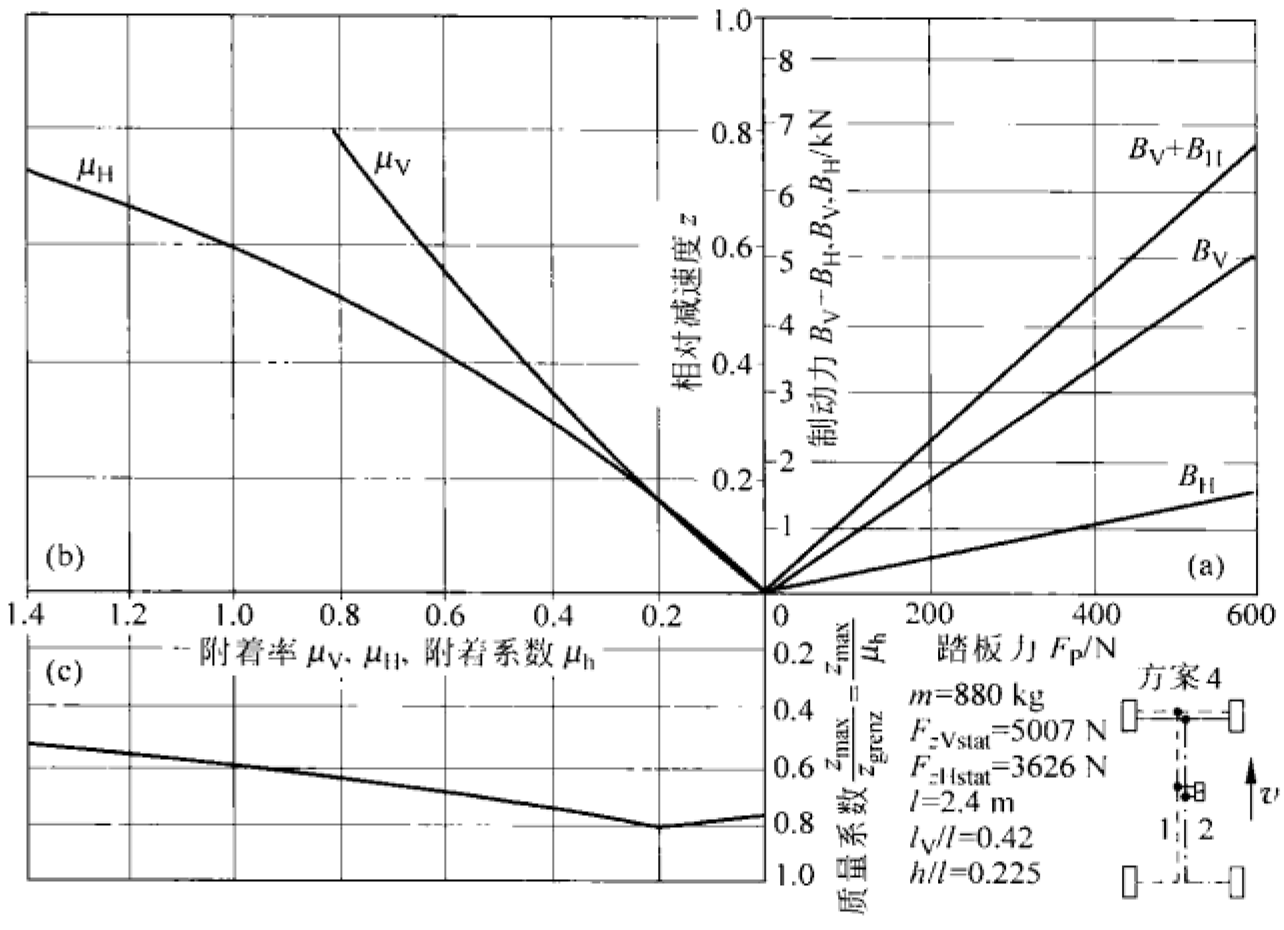


图 51.5 一个回路失效时，方案 4 的制动力、附着率和质量系数

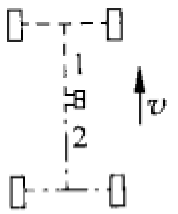
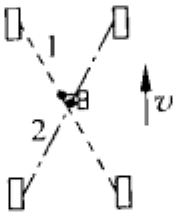
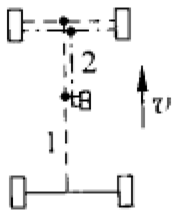
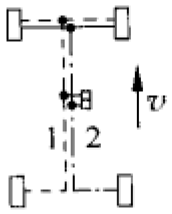
方案 5 中，两个回路都作用在每个车轮上，一个回路失效时，只是踏板力必须加倍。这种方案极少采用。

表 51.1 给出了不同双回路系统在一个回路失效时满足法规规定的相对减速度 $z=0.29$ 条件下与完好系统的数据对比。驾驶员无法评价附着率的大小，也无法注意到车轮的抱死，他只能确定制动踏板力的增加。人们通过试验[108]对方案 1(前-后布置)和方案 2(交叉布置)进行了对比。方案 1 中前轮回路失效情况总是引人注目，并且与回路在制动之前失效或者制动过程中突然或慢慢失效无关。方案 1 中后轮回路失效情况关注的很少，这是由于这时制动踏板力增加比较少的缘故，见表 51.1。对交叉布置方案的关注程度居中。

在一个回路失效时，如果所谓的“跌落行程”大于 20 mm 时，被测试驾驶员总是能注意到。比较意外的是跌落行程到 80 mm 时对制动距离没有大的影响。非常明显，这是由于驾驶员试着把消除跌落行程损失的时间通过快速建立制动踏板力来进行补偿。

〔108〕 见参考文献 53。

表 51.1 不同双回路系统在一个回路失效时与完好系统数据对比

		$z=0.29$ 时的踏板力(N)	$F_P/zg=F_P/\lvert\ddot{x}\rvert$ (N/m·s^{-2})	$z=0.29$ 时的最大附着率
完好系统		100	35	0.34
方案 1  前-后布置	后轮回路 2 失效	142	50	0.45
	前轮回路 1 失效	456	157	0.80,不稳定*
方案 2  交叉布置		215	74	0.70
方案 3 	1:前轴一半和全部后轴失效	283	98	0.45
	2:前轴一半失效	177	61	0.32,不稳定*
方案 4  一半前轴和一个后轮		220	76	0.40

* 表示车辆无 ABS。

51.2 制动助力装置失效

如果仅仅是助力装置失效时,式(50.1)定义的放大系数将由 V_{intakt} 变为 $V_{Ausfall}$。由此使得式(50.3)给出的制动踏板力和减速度发生改变:

$$\frac{F_{PAusfall}}{F_{Pintakt}}=\frac{V_{intakt}}{V_{Ausfall}}\frac{\lvert\ddot{x}_{Ausfall}\rvert}{\lvert\ddot{x}_{intakt}\rvert} \tag{51.1}$$

在助力装置失效时,驾驶员或者通过增加制动踏板力使车辆保持原来的减速度水平,

或者驾驶员保持习惯的制动踏板力不变，这时制动减速度下降，制动距离增加。试验[109]表明，如果：

$$V_{\text{intakt}}/V_{\text{Ausfall}} = 4 \tag{51.2}$$

则制动距离的增长在规定的范围之内。

52 汽车列车的相对制动减速度

在此之前，讨论的只是单节车辆，现在我们了解一下列车的制动性能。

52.1 货车与多轴挂车

驾驶员同时制动重为 G_Z 的牵引车和重为 G_A 的挂车，见图 52.1。牵引车制动力的和为 B_Z，可算出其相对减速度为

$$z_Z = B_Z/G_Z \tag{52.1}$$

挂车总制动力为 B_A，相应地有

$$z_A = B_A/G_A \tag{52.2}$$

列车总的相对减速度为

$$z = \frac{B_Z + B_A}{G_Z + G_A} = z_Z \frac{G_Z}{G_Z + G_A} + z_A \frac{G_A}{G_Z + G_A} \tag{52.3}$$

牵引车与挂车之间不希望有相对减速度的差别，否则牵引车就必须承受挂车的部分制动力（或者反过来），车节上附着率不同，因而制动距离就要延长。同时车节之间将出现辕杆力。如果挂车本身的相对减速度小于牵引车，辕杆力是压力，如图 52.2 左边所示，牵引车由于横向分力而偏向一侧，整个列车趋于折叠（折叠刀效应）。如果挂车本身相对减速度比较大（所谓的“拉伸制动”），挂车车轮可能抱死，挂车侧滑偏离车道，如图 52.2 右边所示（挂车侧滑）。这一点在欧洲共同体（EG）范围内是禁止的。

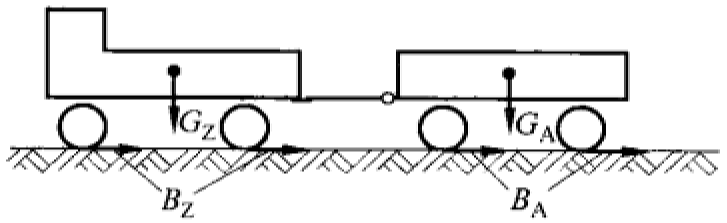


图 52.1 牵引车制动力 B_Z，重量为 G_Z，挂车制动力 B_A，重量为 G_A

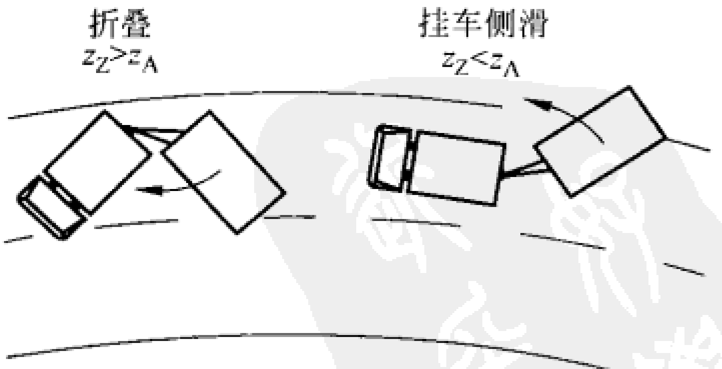


图 52.2 由于牵引车和挂车各自相对减速度不同而引起的折叠和挂车侧滑

---

〔109〕 见参考文献 45 和 52。

为了避免本身相对减速度之间产生差别，所以要求：

$$z_Z = z_A \quad B_Z/G_Z = B_A/G_A \tag{52.4}$$

即制动力必须按重量比分配。

当牵引车和挂车重量由于装载情况变化而改变时，它们的制动力必须根据式(52.4)作相应的考虑：

$$B_A = \frac{G_A}{G_Z}B_Z \tag{52.5}$$

或者更一般的描述是辕杆上的水平力(关联力)为：

$$F_{DH} = G_Z z_Z - G_A z_A = 0 \tag{52.6}$$

对于现代汽车列车的制动系统[110]，可以通过一个所谓"关联力控制系统"的自适应系统来实现上面提出的要求。

现在，这些长而重的汽车列车一般都采用气压制动系统，由于到各个制动气室的管路长度不同，所以需要的时间各不相同。这会引起制动距离变长和"追尾碰撞"，即产生一个短时间作用的动态辕杆力。利用"电子控制制动系统(EBS)"[111]可以避免这两种情况的发生，电子控制制动系统可以设置多个压力空气阀，并且安装在各个轴的附近，压力空气阀通过电控系统操纵，实际上可以保证各个制动器同步工作。

52.2　轿车和单轴挂车[112]

如果说在上一小节中讨论带双轴挂车的列车时是从辕杆力为零出发的，那么在这一小节讨论的由轿车带单轴挂车形成的列车中是不可能的。特别是挂车的惯性力矩 $G_A z h_A$(见图 52.3)以及由此引起的铰接体上的铅垂力 F_{Dz}将改变轿车的轴荷，这一点是和单车时不同的。

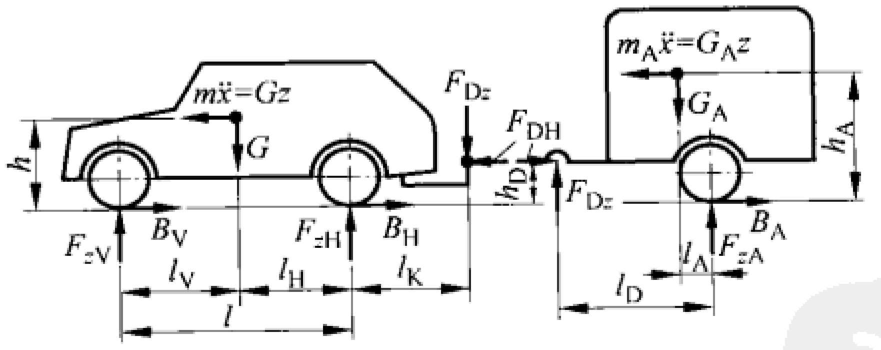


图 52.3　轿车带挂车在制动时的受力

对列车相对减速度决定性的参数如表 52.1 所列，其中还区别了无制动和有制动挂车。

---

〔110〕 Bosch-Kraftfahrzeugtechnisches Taschenbuch, 24. Aufl. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg 2002.

〔111〕 见参考文献 110。

〔112〕 见参考文献 38。

表 52.1 轿车拖带无制动和有制动挂车时的制动力、辕杆力、轴荷和附着率

符号	挂车	
	无制动	用惯性制动器制动
挂车制动力	$B_A=0$	$=i_B F_{DH}$ i_B 为力的传动比
辕杆力	水平 $F_{DH}=zG_A$	$=zG_A-B_A=\frac{1}{1+i_B}zG_A$
	铅垂 $F_{Dz}=G_A\frac{l_A}{l_D}+zG_A\frac{h_A-h_D}{l_D}$	$=G_A\frac{l_A}{l_D}+zG_A\left(\frac{h_A}{l_D}-\frac{1}{1+i_B}\frac{h_D}{l_D}\right)\approx G_A\frac{l_A}{l_D}+zG_A\frac{h_A}{l_D}$
轴荷	$F_{zV}=G\left(\frac{l_H}{l}+z\frac{h}{l}\right)-G_A\frac{l_A}{l_D}\frac{l_K}{l}+zG_A\left(\frac{h_D}{l}-\frac{h_A-h_D}{l_D}\frac{l_K}{l}\right)$	$=G\left(\frac{l_H}{l}+z\frac{h}{l}\right)-G_A\frac{l_A}{l_D}\frac{l_K}{l}+zG_A\left[-\frac{h_A}{l_D}\frac{l_K}{l}+\frac{1}{1+i_B}\left(\frac{h_D}{l}+\frac{h_D}{l_D}\frac{l_K}{l}\right)\right]$
	$F_{zH}=G\left(\frac{l_V}{l}-z\frac{h}{l}\right)+G_A\frac{l_A}{l_D}\left(1+\frac{l_K}{l}\right)+zG_A\left[-\frac{h_D}{l}+\frac{h_A-h_D}{l_D}\left(1+\frac{l_K}{l}\right)\right]$	$=G\left(\frac{l_V}{l}-z\frac{h}{l}\right)+G_A\frac{l_A}{l_D}\left(1+\frac{l_K}{l}\right)+zG_A\left\{\frac{h_A}{l_D}\left(1+\frac{l_K}{l}\right)-\frac{1}{1+i_B}\left[\frac{h_D}{l}+\frac{h_D}{l_D}\left(1+\frac{l_K}{l}\right)\right]\right\}$
	$F_{zA}=G_A\left(1-\frac{l_A}{l_D}\right)-zG_A\frac{h_A-h_D}{l_D}$	$=G_A\left(1-\frac{l_A}{l_D}\right)-zG_A\left(\frac{h_A-h_D}{l_D}+\frac{i_B}{1+i_B}\frac{h_D}{l_D}\right)$
相对减速度	$z=\frac{B_V+B_H}{G+G_A}$	$=\frac{B_V+B_H+B_A}{G+G_A}$
附着率	$\mu_V=B_V/F_{zV}$	$=B_V/F_{zV}$
	$\mu_H=B_H/F_{zH}$	$=B_H/F_{zH}$
	$\mu_A=0$	$=B_A/F_{zA}$

在图 52.4 上按习惯形式表示了相对减速度、附着率和质量系数的情况。制动力分配是按单车时考虑的，这就是图(a)的出发点。拖带挂车后，由图(b)和(c)可见，前轴附着率 μ_V(对应于相对减速度)要增大，而后轴 μ_H 要减小，这是因为铅垂辕杆力 F_{Dz}使前轴卸载，后轴加载。前轴因此将先过制动，结果列车在弯道上会直线滑出。像单个轿车因后轴抱死造成的不稳定工况或像货车拖带多轴挂车时的折叠现象在直线制动时将不出现。

由于各轴上附着率差别较大，所以比起单个轿车来，质量系数要低些。拖带无制动挂车比有制动挂车的列车，其质量系数还要差(图 52.4(b)和(c))。挂车的制动是用惯性制动器，所以水平辕杆力 F_{DH}的大小决定了挂车制动力 B_A。这时由于挂车制动可能出现挂车轴抱死，造成挂车侧滑的危险。

为使轿车和挂车组合后制动性能更好些，在拖带挂车后，轿车制动力分配应该改变，前轴制动力要降低，后轴增加。如果牵引的轿车上装备了 ABS 并且具备 EBV 功能(见第 47 节)，则可以自动满足上述要求。

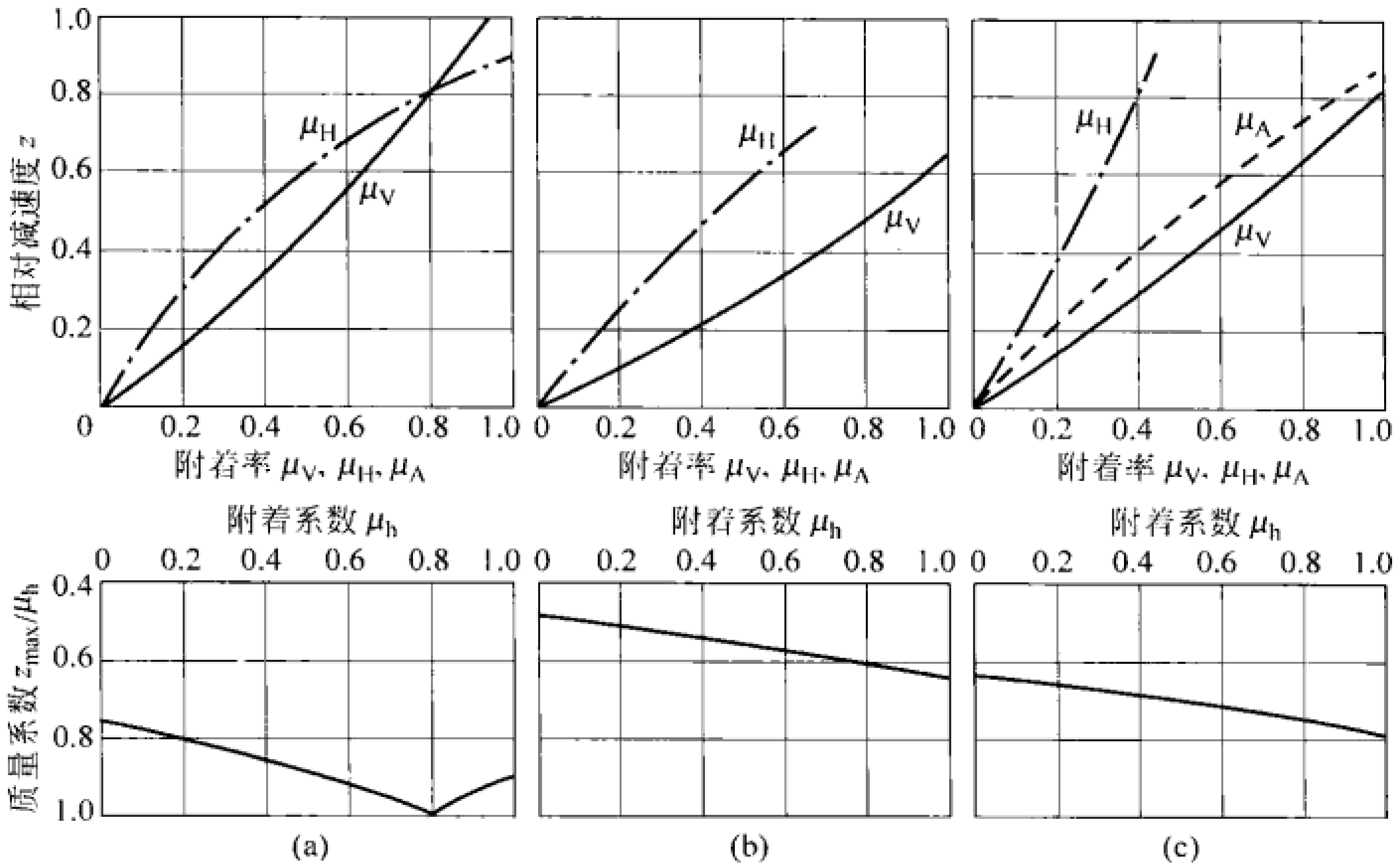


图 52.4　一部轿车的附着率、质量系数和相对减速度

(a) 轿车；(b) 轿车带无制动挂车；(c) 轿车带有制动挂车（轿车数据参见图 43.2，并 $l_K=0.667$ m，$h_D=0.4$ m；无制动挂车 ——$m_A=440$ kg，$l_D=2.8$ m，$l_A=0.28$ m，$h_A=1.16$ m；有制动挂车 ——$m_A=860$ kg，$l_D=3.5$ m，$l_A=0.21$ m，$h_A=0.95$ m，$i_B=5$）

52.3　鞍式列车[113]

鞍式列车受力分析图（图 52.5）是和带单轴挂车的轿车一样的，只是鞍座铰接点的作用力不像轿车上在后轴之后，而是在后轴之前，即表 52.1 中对应于鞍式列车的 l_K 值取负号。但由于车辆尺寸差别很大，所以在车辆技术上有相当大的差异。

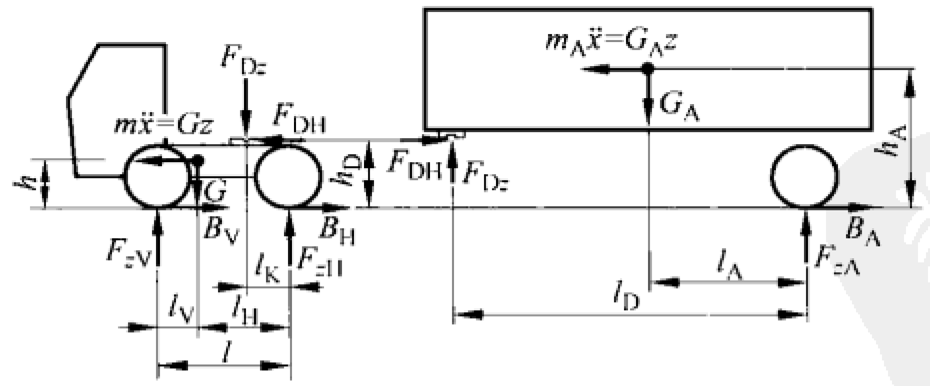


图 52.5　鞍式列车制动时受力

〔113〕 Mitschke, M.; Runge, D.: Lastabhängige Bremskraftregelung an Sattelzügen, ATZ 68(1966) Heft 2, S. 50-55 und Heft 7, S. 253-256.

首先，鞍式列车上制动力立即分配在所有车轴上（图 52.5 上是分配在三根车轴上）。挂车不是通过惯性制动器，而是直接由驾驶员制动。其次，静态时，铅垂辕杆力在轿车约为挂车重量的 5%，而在鞍式列车差不多是 50%。杠杆比 h_D/l 在鞍式车辆上比轿车大，结果水平辕杆力 F_{DH} 有相当大的影响。这些就使得鞍式列车各轴附着率比较均匀，比轿车的质量系数好些，见图 52.6。也因此存在着折叠和挂车侧滑的危险。这个危险可以通过车辆上装备的 ABS 系统和辕杆力控制器避免，而在欧洲共同体（EG）法规中规定必须装备 ABS 系统和辕杆力控制器。

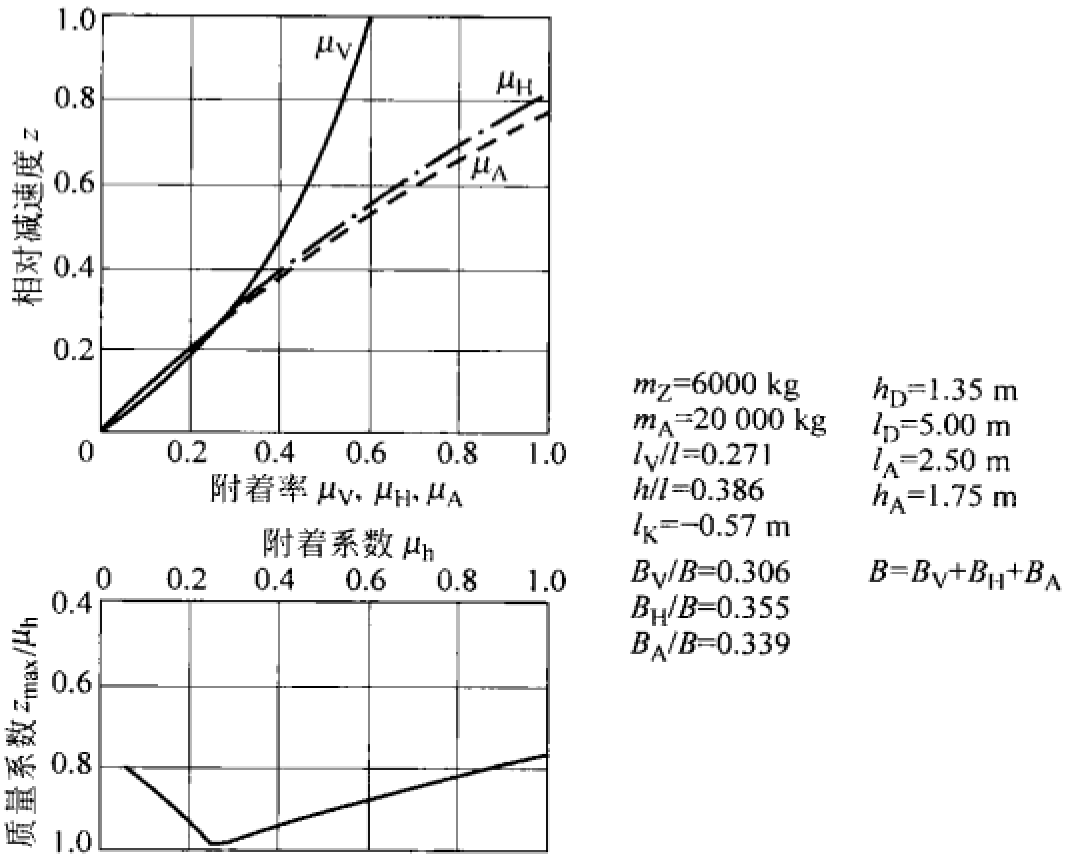


图 52.6　鞍式列车的附着率、质量系数和相对减速度

53　电力制动，缓行器

由上面谈到的对现有制动系统的拓展（ABS 和辕杆力控制器）可以明显发现，将来的制动器上要装备电气/电子系统，这是为了满足各种功能的要求。除了已经讨论的防抱死系统之外，在很早以前就出现了利用电力作用的制动器。对于这类制动器，人们以布置形式为区分原则，它可以分为：

—制动力作用在传动轴上；

—制动力直接作用在车轮上。

另外，还可以将制动系统区分为是否：

—电气系统“仅仅”起到控制作用，人们常把它与“智能”联系起来；

—电气系统实现控制作用，同时制动力由电流来实现。

表 53.1 给出了按照上面方法区分的各制动系统。

表 53.1 电力制动器划分

	电气系统控制	电气系统控制及通过电力实现制动力转换
通过传动轴制动	1. 排气制动 2. 杰克布发动机制动 3. 液力缓行器	1. 电力缓行器 2. 混合动力和电动汽车中的启动-发电机单元制动能力被利用在： a）给蓄电池充电； b）给超级电容充电； c）使飞轮转速提高
制动力直接作用在车轮上	1. 电液制动器 2. 电控制动器(brake by wire) 3. 内部装备磁感应力产生装置的鼓式制动器	1. 电动和混合动力汽车在轮毂上安装的电动机(制动能量的回收参见上面内容)

53.1 在传动轴上制动

长期以来在传动轴上布置的电力制动器主要涉及的是持续制动器，所有的持续制动器都是通过电控工作的，能量的转换(动能转换成热能)一般采用非电的形式，只有利用电涡流原理工作的电力缓行器直接将电能转换成热能。

将来，在车辆的起动-发电机系统采用 42 V 电源系统，制动能量可以转换成电能给蓄电池和电容充电，或者通过机械惯性飞轮上附加的电动机和发电机与驱动系统的能量管理系统相联系。

对于混合动力和电动汽车，制动能量的回收早已是很普遍的。对于一般的驱动系统，通过能量回收，使续驶里程延长 10%是完全可能的。

通过传动轴制动的各种持续制动器的制动能力在图 53.1 中给出。作为比较，图中还给出了装备柴油机的商用汽车发动机驱动扭矩曲线。

53.2 在车轮上制动

作为所谓的“电力制动”最普遍的应用是在传统的盘式制动器上增加电控执行系统。由于商用车和客车的制动器要满足许多功能的要求(防抱死系统、牵引控制、差速器锁止功能、下坡储能功能、停车和行驶制动功能、驻车制动)，而这些功能大部分是通过电子系统来实现的，所以通过制动器上的电控执行系统可以实现信息的转化并产生制动力。由于开发了新型的、安装在制动鼓上的、可承受强烈振动和高温的电动机，才使得这些功能得以实现。

这种制动器设计的理论基础在前面已经给出。这个系统的优点在于反应速度快，同时可以实现制动过程的自动控制。这种自动控制系统目前已在电液制动器中应用，并且得到进一步发展。制动需要的辅助力以液压能量的形式从储存器中得到。电驱动的液压泵为系统提供能量。由传感器给出的驾驶员制动的期望通过电磁阀转

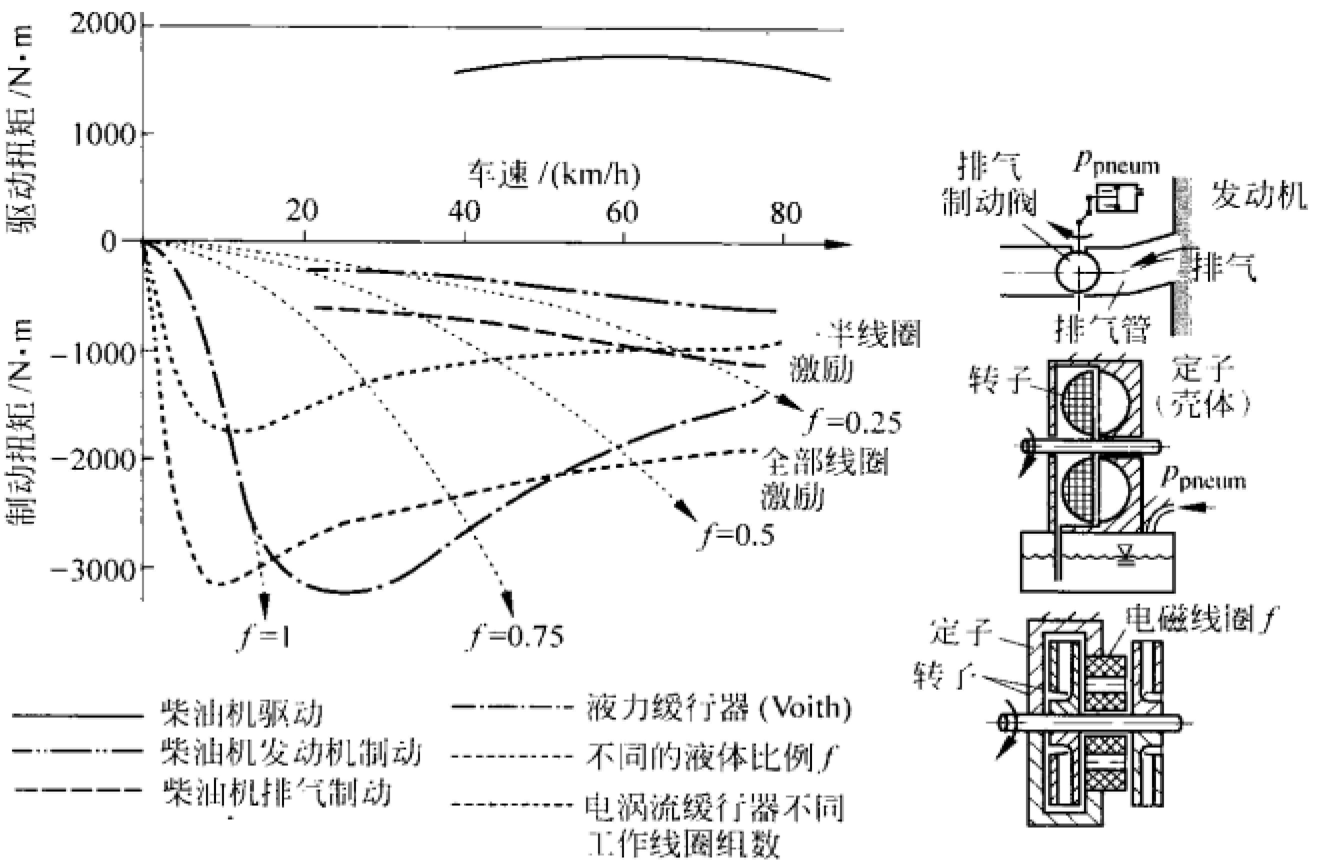


图 53.1 制动系统在驱动轴上的持续制动扭矩

换成车轮上盘式制动器的机械制动力。紧急情况(电控系统失灵)下制动系统恢复到单回路的液压系统状态(前轴回路),并且失去了助力作用。

商用汽车也采用同样处理方法。在此将压力空气作为储能方式。人们也在开发半挂车的机电控制盘式制动器系统。[114]

在美国,轻型卡车的挂车上多采用鼓式制动器,其中制动蹄片上的机械张力通过外来激励的电磁铁产生,它被固定在桥壳上。通过这项技术可以取代轿车挂车的惯性制动系统,并且可以在制动过程中消除挂车对牵引车突然产生的拉力和推力。

在轮毂上安装的电动机实现了车轮和制动器的一体化。制动能量可以转换成电能,或者给蓄电池充电,或者将其转化成热能。这种电力制动系统在 1900 年由 Lohner-Porsche 用到车辆的前轮上。当时在后轮上采用的是机械操纵的带式制动器。一个棘爪机构作用在后轴上,保证车辆在坡道上停车。目前在一些试验客车上安装了这种电力制动器,但是有一点非常明显,那就是它必须与一个另外的制动器相连接,这是由于电力制动器在车辆静止状态和低速行驶状态是不起作用的。

总的来说,电控机械摩擦作用的制动器有着巨大发展潜力,这是由于它不仅可以使各种制动工作容易实现,还可以避免制动液回收和再应用的困难。

〔114〕 Pittius, R.: Bremstechnik gezogener Nutzfahrzeuge für das 21. Jahrhundert. Die Scheibenbremse der 3. Generation. In: BREMSTECH 2000. TÜV 2000.

VIII A篇总结

前面5章里讨论了汽车在水平路面上直线行驶时“驱动和制动”的问题。在下面的表格中列出了相应结果。

表A A篇“驱动与制动”总结

章	目标	内容	节	重要的车辆参数
III	行驶阻力	滚动阻力、空气阻力、坡道阻力、加速阻力	19～21	G、f_R、λ、c_W、A、v
	需要的功率	在驱动轮上需要扭矩(牵引力)和功率		切向滑移 S_x
IV	功率的提供、汽车驱动特性场	理想特性场	24	$P_{R\max}$、μ_h、G、$v_{\max}$、$P_{M\max}$、η_M、η_K
		汽车发动机特性：蒸汽机特性、电动机特性、内燃机特性、汽轮机特性	25	$M_M=f(n_M)$、$P_M=f(n_M)$
		特性转换装置	26	
		对传动比的要求		根据最大加速度和最小油耗进行划分
		不同转换装置	26.1	
		驱动装置的适应性	27	
		质量比较、能量比较、可达到范围	27.1,27.2	内燃机的优点
		排气污染、燃料电池		
V	行驶功率、燃料消耗	牵引力-速度、功率-速度关系图	28	
		$v_{\max}$、$P_{\max}$、$\ddot{x}_{\max}$的设计	29～32	
		燃料消耗	33	G、f_R、λ、c_W、A、v、η_M、η_K、怠速油耗
VI	行驶极限	附着率、驱动轮的切向力、轴向力	35,38	G、质心位置、升力：c_z、A、τ_L
		前轮驱动、后轮驱动和全轮驱动的比较	36,38	

续表

章	目标	内容	节	重要的车辆参数
		极端情况的辅助系统	37	滑移控制系统、差速锁
VII	制动	减速制动	41	$\ddot{x}/g$、μ_h、停车距离、制动距离
		一般概念		
		车队行驶	41.4	绝对和相对安全距离
		稳定性、转向能力 制动力分配	44、45	前轮、后轮抱死
		制动踏板的量化	44	制动踏板力 = f(踏板行程，$\ddot{x}$)
		制动防抱死系统、电子制动力分配系统	47，48	$\mu=f(S_r,\alpha)$
		制动辅助系统	50.2	
		传统的制动力分配	49	
		一个系统的制动失效和制动助力装置失效	51	
		汽车列车	52	载荷比例
		电力制动，缓行器	53	

B 篇

车辆振动

根据第 2 节，将车辆的行驶特性划分为各个单独的问题进行讨论是适当的。在 B 篇中将针对车辆振动问题进行讨论。即主要讨论车辆沿 z 方向的运动（因此人们也称为垂直动力学）。这个振动是由外部激励（路面不平度）和内部激励（车轮、轮胎、发动机）引起的。

在此将对由道路坑洼所激励的汽车振动进行非常详细的研究，讨论的频率范围限制在 0～25 Hz 左右，因为在讨论过程中将车身作为刚体来处理（比如轿车车身的弯曲和扭转固有频率在此不考虑）。

为了引入振动问题，在图 54.1 中描述了一部行驶在坑洼道路上的四轮汽车，其中(a)是一般的图，(b)是其空间振动系统图。车身质量为 m_2[1]，绕侧向轴的转动惯量为 J_{2y}，绕纵向轴的转动惯量为 J_{2x}（后两个参数对研究振动来说是重要的）。车身通过四个带减振器的弹簧支撑在车轮上，车轮的质量为 m_1[2]，这些车轮又各自通过轮胎弹簧和轮胎阻尼支撑在坑洼不平的路面上。在车身重心 SP_2 上建立了直角坐标系：x_2（行驶方向）、y_2（侧向）和 z_2（铅垂方向）。角运动为绕 x_2 轴的侧倾运动 κ_2 绕 y_2 轴的俯仰运动 φ_2。

由道路不平度引起的，车轮主要是 z_1 方向的振动，车身主要是在 z_2、φ_2 以及 κ_2 方向振动。除了上述方向的振动之外，当车辆在不平路面上行驶时，在车轮上会形成附加的纵向力，它将激励车辆产生纵向振动。车辆直线行驶时，侧向运动 y_2 也可能出现。这些数值都和悬架形式有关。

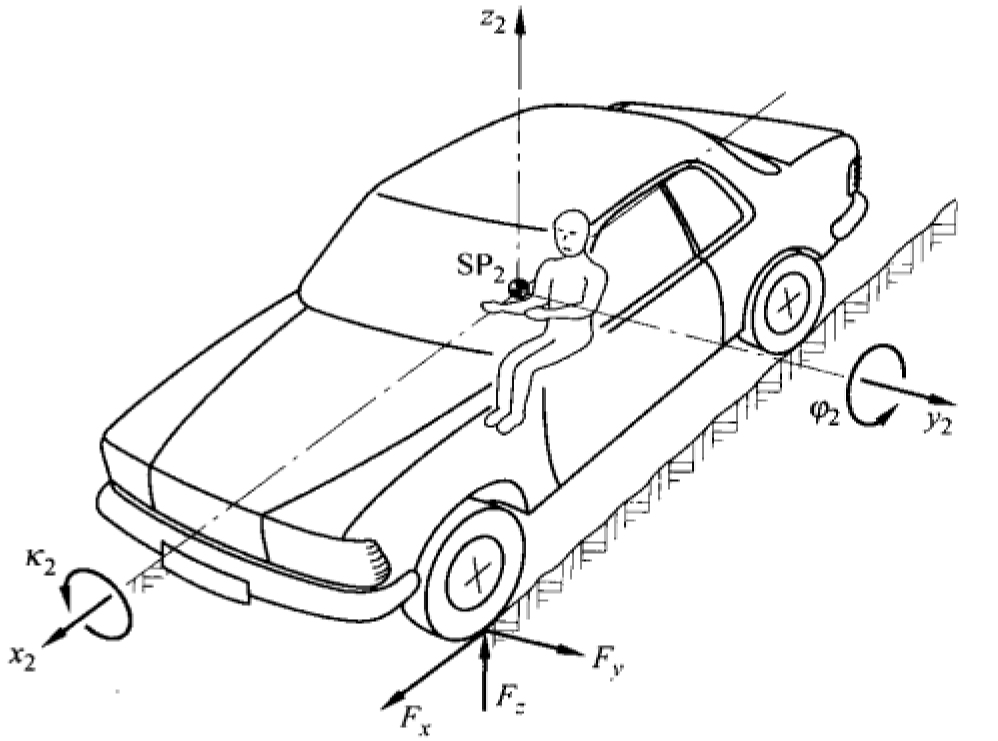
按照下面要讲的评价标准，用 z_2、x_2、φ_2 和 κ_2 方向上的加速度来衡量乘员的“舒适性”。

---

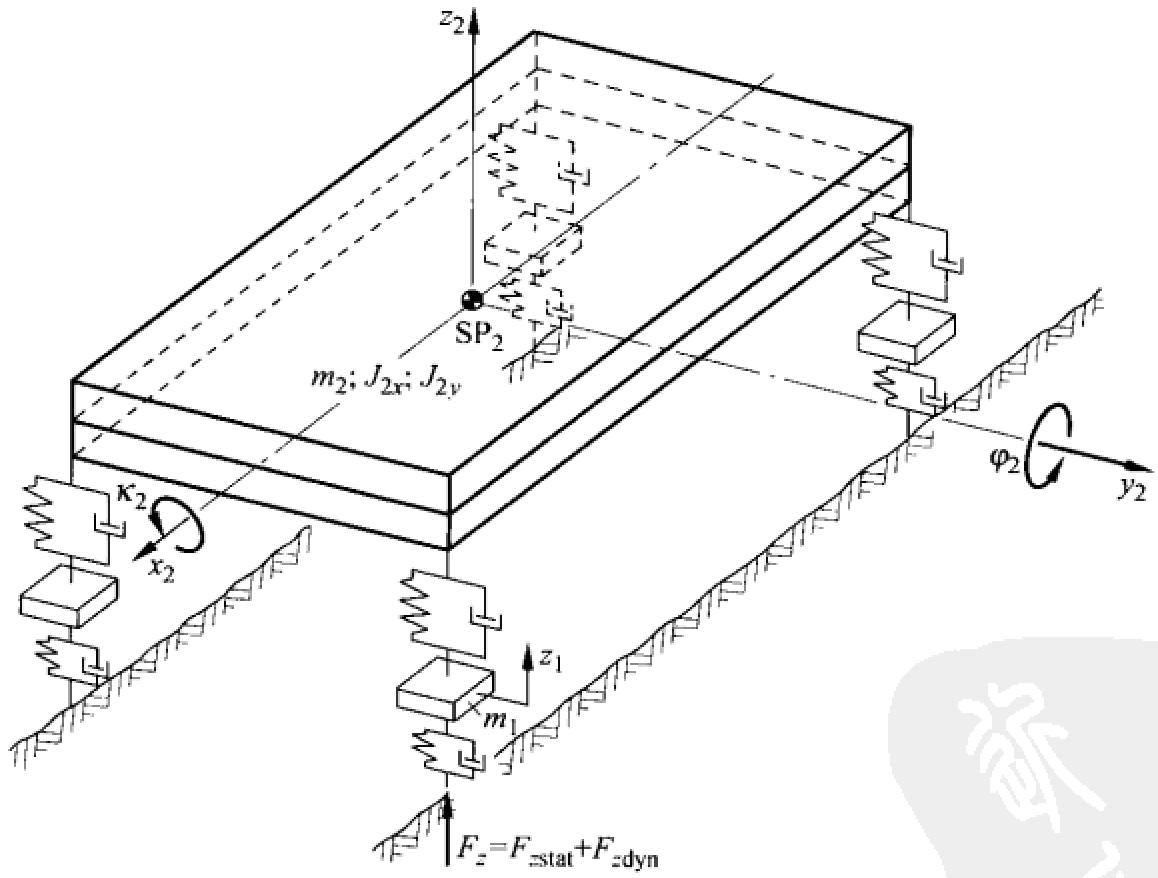
〔1〕 m_2 与“A 篇”中的质量 m_A 不一定一致，因为 m_A 可能由许多相互振动的质量组成，比如对于假设是刚性的车身，它是由 m_2 与振动的乘员组成。

〔2〕 同样，m_1 和 m_R 之间也会有差别。m_1 是指位移为 z_1 的振动，对于摆臂式悬架结构，车轮部分以位移 z_1 振动，而与车身连接的支撑则以位移 z_2 振动。

此外，振动引起了力，说得确切一些是变化的力。比如，车轮和路面之间的铅垂载荷 F_z（图 54.1(b)）不是常量，而是随时间变化的。车轮动态载荷 F_{zdyn} 可能是负的，甚至使铅垂载荷为零，以致在车轮和路面之间不能再承受切向力 F_x 和侧向力 F_y。所以，车轮动载将是“行驶安全性”的一个标准。



(a)



(b)

图 54.1 (a) 载有驾驶员的四轮汽车在不平道路上；(b) 简化的空间振动等效系统

正向车轮载荷变化（轮荷高于静态载荷 F_{zstat}）又给路面带来附加应力，这在谈到“路面载荷”时必须考虑。

此外，车身与车轮之间的相对位移大小对于确定车身轮罩尺寸是很重要的。

上述情况可用框图54.2来概括。道路不平度和行驶车速构成了振动系统的“输入”。作为“输出”的物理量是加速度、相对位移和力，并通过各自的评价标准来评价舒适性、行驶安全性、路面荷载。

与框图所示的地面不平度激励产生的振动相似的还有发动机激励。驱动系统包括发动机、转速和扭矩转换器，它们通过橡胶支撑装置与车身相连接，因此会产生相对运动。活塞式发动机往复运动的质量以及燃烧过程会产生“发动机激励”。在橡胶支撑上形成的、振荡的作用力以振动和噪声的形式影响到车内乘员。所以在图54.2的输入部分增加“发动机激励”以及与它密切相关的“发动机转速”。

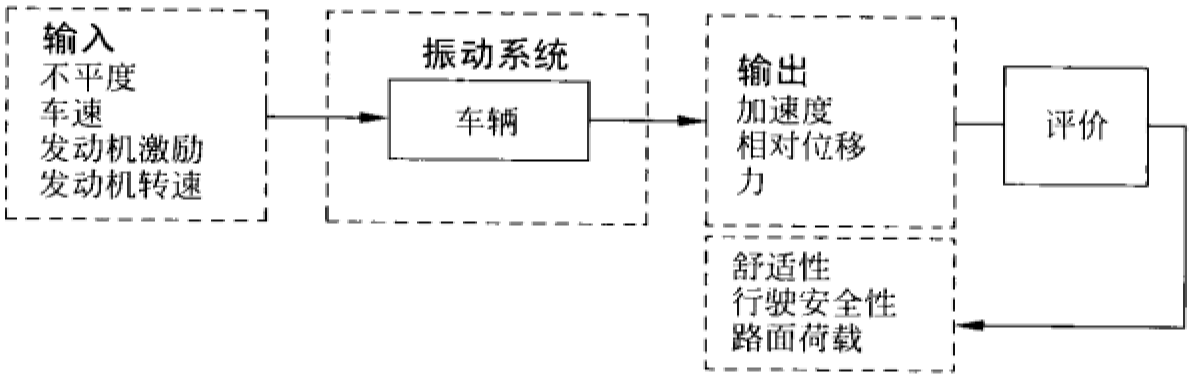


图54.2　车辆振动系统的框图

另外，在驾驶员踏下或放松加速踏板时，发动机扭矩会发生变化，由此会引起车辆纵向振动，它将叠加到车辆纵向加速或制动过程上。

通过以上列举的内容可以给出B篇的内容划分：

在第IX章以单质量系统的固有振动和强迫振动为例，说明了一些重要概念，像频率、阻尼、幅频特性等。还叙述了对一个车轮进行激励的不平度，即所谓的单点激励。说明了无规则的随机振动的数学处理以及通过谱密度对方差等统计参数的计算方法。

并且借助于单质量系统模型对车辆的技术运用问题进行了非常有意义的讨论。

在第X章汇总了对评价振动十分重要的参数，即轮荷变化、弹簧挠度以及人体的振动感觉。

在第XI章再过渡到汽车上。借助于受到单点激励的三质量系统来说明车身悬架弹簧和阻尼、车轮质量、轮胎弹性以及装载情况等对舒适性、轮荷变化以及弹簧挠度的影响。其非线性特性的影响以及可控悬架系统也在这一部分中进行讨论。

在第XII章，汽车振动系统扩展到双轴车辆。其中左右轮辙不平度当然还是一直相等的，即所谓双点——单轮辙激励。在第XI章的结果中，补充了座椅纵向位置、轴距以及联系质量等的影响。并且，在第XII章中还讨论了制动时的俯仰运动、相对比较重的驱动系统对车内乘员舒适性的影响。

从第XIII章开始讨论双轮辙——四点激励。由于两个轮辙不平度的差别(参看图54.1)，还引起了汽车的侧倾。第XI章的结果可以应用到侧倾振动中。

在第XIV章考虑了悬架导向装置的影响。由于悬架杆件的装用，在车身和车轮

之间出现了加速度的耦合，它以比较高的频率激励车身，在车辆内部产生噪声。并且对于悬架导向装置杆件中橡胶支撑的影响进行了讨论。同时还由于悬架导向装置会在车轮被抬起时产生轮辙移动，进而出现侧向力。因而车辆还附加了侧向移动并被激励横摆。除了独立悬架外，还考虑了刚性车轴。

在第 XV 章，首次对车辆纵向振动进行了讨论，并且分为不平路面激励和发动机激励两种情况。

在第 XVI 章，讨论了发动机激励产生的振动的影响，通过振动和噪声产生对车内乘员干扰。并针对活塞式发动机激励给出了驱动系统橡胶支撑的设计规范。

几乎每一章的结论都用一节的篇幅加以小结。这些节的号码可以从第 XVII 章的表中查到。

54 振动等效系统

图 54.1(b)中所画的简单空间振动等效系统就已经有 9 个自由度：车身有 5 个($z_2,\varphi_2,\kappa_2,x_2,y_2$)，每个车轮各有一个。

但即使如此，这个振动系统也还没有考虑周全。在轿车的车轿内或者商用车的驾驶室内乘坐着乘员，乘员的身体通过具有弹性和阻尼的座椅支撑在车身上，并且两者之间会产生相对运动，见图 54.3(a)。另外车身不一定会像图上这样只由一个单质量组成，而还可以分得更细：轿车和大客车(图 54.3(b))可分为一个车架和一个车身，彼此是用橡胶弹簧弹性地连接起来的(现在这种结构很少见)；或者像货车(图 54.3(c))可分为一个车架和一个驾驶室。而在车身里还有上面所述的通过橡胶支撑与车架连接的驱动系统(图 54.3(d))。在图 54.1(b)中还没有画出车轮导向装置，而它对于车轮相对于车身的导向以及力的传递(比如曲线行驶时的侧向力)是很重要的。作为例子，图 54.3(e)上画出了一个带双横臂的独立悬架，这种情况下，从车轮传到车身的力不仅通过弹簧和减振器，而且还通过两个铰接点。由于噪声方面的原因，铰接点不是直接用金属与车架刚性连接，而是利用橡胶元件弹性地连接。图 54.3(f)上画出了汽车上更为普遍采用的悬架形式，即刚性车轴，它上面左右车轮刚性地连接在一起。常见的是把车轴装在一个副车架上，再把副车架和车身连接起来。如果考虑到降低噪声的传递，将副车架和车身弹性地连接起来，就会使得振动系统的自由度进一步增多。

上述所列举的各图说明，车辆的振动系统是十分复杂的，因为它有很多自由度。到现在为止，我们还仅仅只考虑了离散的振子，即刚性的单质量；还没有涉及连续振子，而它在比如解释货车车架弯曲振动时就必须考虑。轿车的车身固有频率：高级轿车不低于 25 Hz，篷顶轿车不低于 17 Hz，而货车车架高于 6 Hz。

为简化起见，这些构件的连续性振动可以忽略或另加考虑，不过用离散振子来处理振动问题只有在激励频率低于一定频率时才是可行的。这一频率界限对于不同问题需要分别估计。

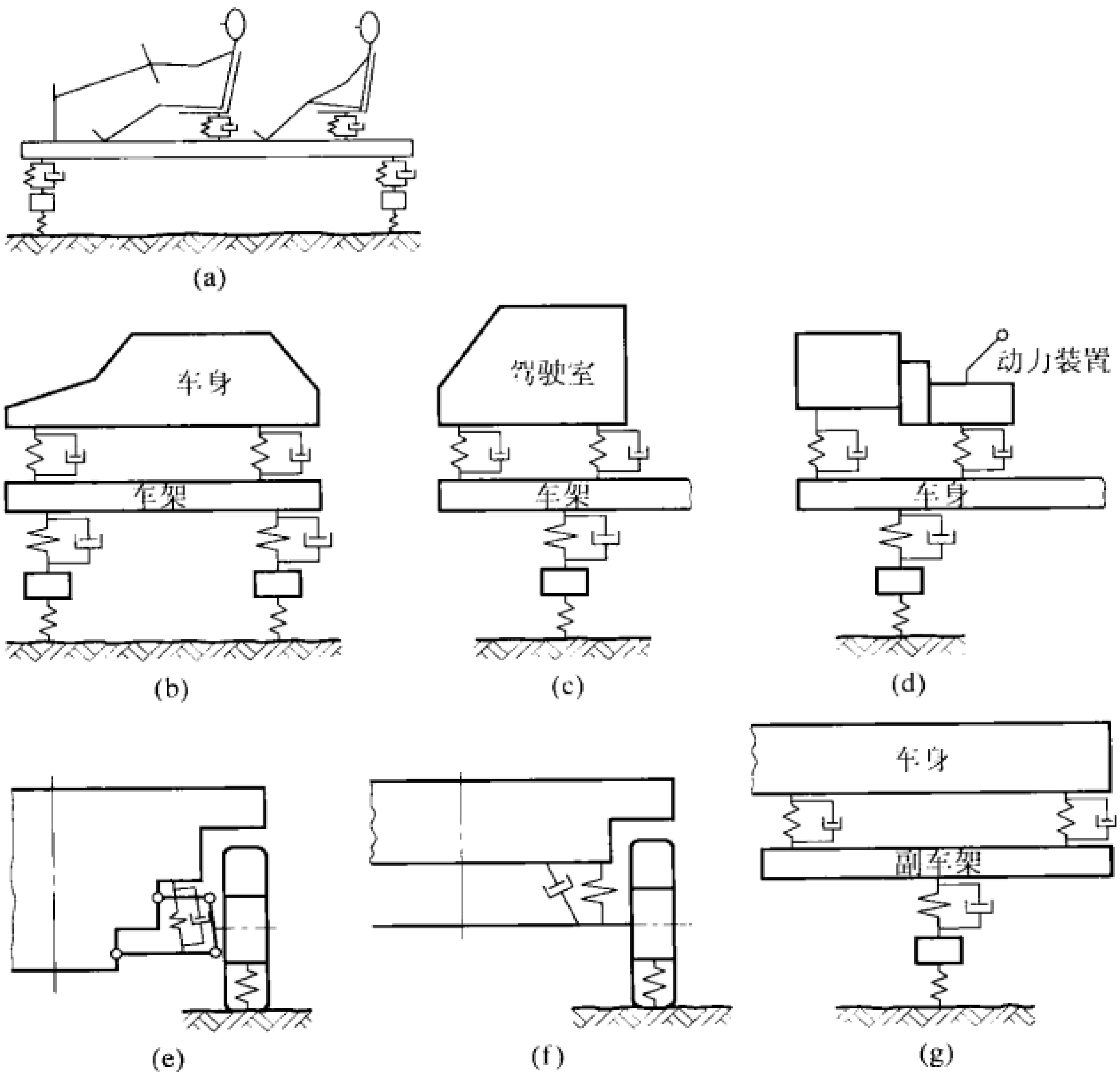


图 54.3 各种振动等效系统

(a)、(b)、(c) 车架上的车身；(d) 动力装置支撑在车身上；(e) 双横臂式独立悬架；(f) 刚性车轴(侧向导向装置未画出)；(g) 车轮悬挂在副车架上，再与车身弹性连接

54.1 简化的振动等效系统

用现代计算机，解算多自由度的复杂的振动系统是可能的，但是要把计算结果解释清楚却是很困难的。为了便于理解汽车振动特性，必须从尽可能简单的系统开始(即自由度尽可能少)，再逐步增加自由度。

基本假设是，车辆对称于它的纵轴 x_2(图 54.1)。这就很容易理解，为什么在路面纯垂直激励，即同一轴的左右车轮对应的路面不平度是相同的情况下，车身不出现侧倾 κ_2 和侧偏振动 y_2，而只出现垂直振动 z_2 和俯仰振动 φ_2。同理，在路面纯侧倾激励，即左轮向上位移量和右轮向下位移量相等的情况下，只出现 κ_2 和 y_2，而不出现 z_2 和 φ_2。也就是垂直振动/俯仰振动与侧倾振动/侧向振动彼此不是耦合的，互相没有影响。

这样，复杂的车辆系统可以分解为两个简单的振动系统：一个针对垂直振动/俯仰运动；另一个针对侧倾振动/侧向运动。这种做法的前提必须是先要把实际的路面

不平度分为纯垂直激励和纯侧倾激励，而这一点并不难做到，参看第 XIII 章。

当路面不平度呈纯垂直激励时，我们可以只考察车辆的侧视图(参看图 54.4)。为进一步简化，我们把图 54.4(a)所示的质量[3]为 m_2、转动惯量为 J_{2y}的车身代之以图 54.4(b)所示的三个点质量(m_{2V}和 m_{2H}在前后轴上，m_K 在车身重心上)，它们之间用一根无质量杆来连接。这三个质量的大小从下面三个条件求出。

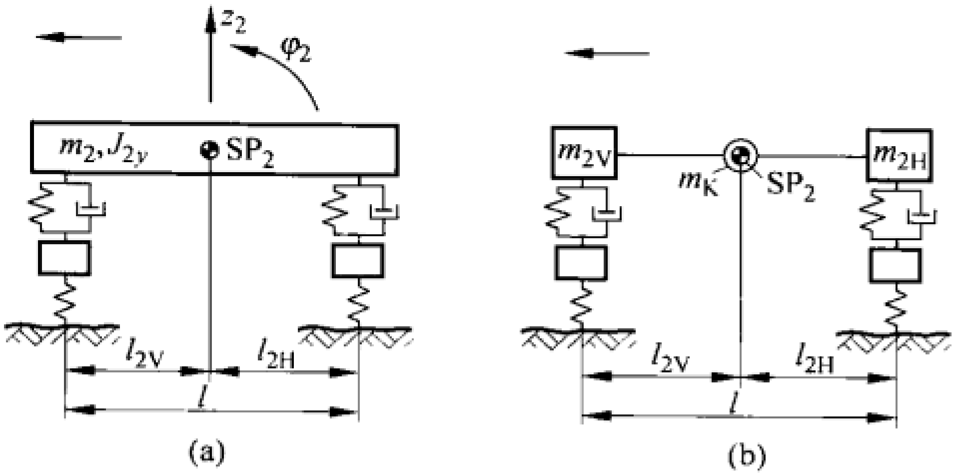


图 54.4　双轴车辆等效振动系统，无悬架

(a) 带质量 m_2 和转动惯量 J_{2y}的车身；(b) 用三个点质量 m_{2V}、m_{2H}和 m_K 取代质量 m_2 和转动惯量 J_{2y}

总质量保持不变

$$m_{2V} + m_K + m_{2H} = m_2 \tag{54.1}$$

重心位置保持不变

$$m_{2V} l_{2V} - m_{2H} l_{2H} = 0 \tag{54.2}$$

同时，转动惯量 J_{2y}也不变

$$J_{2y} = m_2 i_y^2 = m_{2V} l_{2V}^2 + m_{2H} l_{2H}^2 \tag{54.3}$$

式中引进了惯性半径 i_y。另外 l_{2V}、l_{2H}是车身重心到前后轮的水平距离，l 是轴距。由这三个方程式即可求出各个质量为

$$m_{2V} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2V}};\quad m_{2H} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2H}};\quad m_K = m_2 \left(1 - \frac{i_y^2}{l_{2V} l_{2H}}\right) \tag{54.4}$$

联系质量 m_K 的含义是很明显的：在特殊情况下 $m_K = 0$ 时，前后轴上的质量 m_{2V}和 m_{2H}的运动彼此无关，即汽车在前轴被激励时，质量 m_{2V}运动，而质量 m_{2H}不动，反之亦然。如果反过来，联系质量不等于零，则两者运动互相影响，就是说前轴受到冲击时，质量 m_{2V}依然运动，而质量 m_{2H}也运动。

需要注意的是，按照式(54.4)，联系质量也可能是负的。质量自然不能是负的，而 m_K 只是一个计算量，只不过它具有质量的量纲，所以我们把它也称为质量。

对轿车来讲，常常近似地认为符合特殊情况 $m_K = 0$。这时，可以做如下简化，用两个受一个不平度激励的相互不耦合的两自由度振动系统来取代一个在前后轮处同时受不平度激励的四自由度系统(两个自由度对于车身、两个自由度分别对于车轮)

[3] Marquard, E.: Schwingungsdynamik des schnellen Straßenfahrzeugs. Essen: Girardet 1952.

(参看图 54.4)。理解一个两自由度系统要比认识一个四自由度系统容易些。图 54.5 所示的是前面激励时的简化系统,它绕后面点质量摆动。这时,引进前面点质量 m_{2V} 的位移坐标 z_{2V} 是合理的,这样就不必再考虑重心坐标 z_2 或 φ_2 了(如果讨论后面点质量的振动系统,则绕前面点质量摆动)。

对于 $m_K=0$ 的特殊情况,还可以取前面或后面质量的一半,形成如图 54.6 所示的“四分之一车辆”模型。

如果需要计算车辆的俯仰运动,则必须由图 54.5 所示的简化模型回到图 54.4 所示的复杂模型。而如果需要讨论侧倾运动 κ_2,则必须回到图 54.1(b)所示的模型。

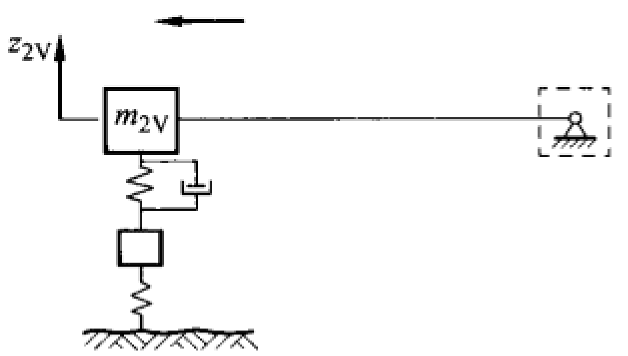


图 54.5 联系质量 $m_K=0$ 时前轴受激励的车辆等效振动系统

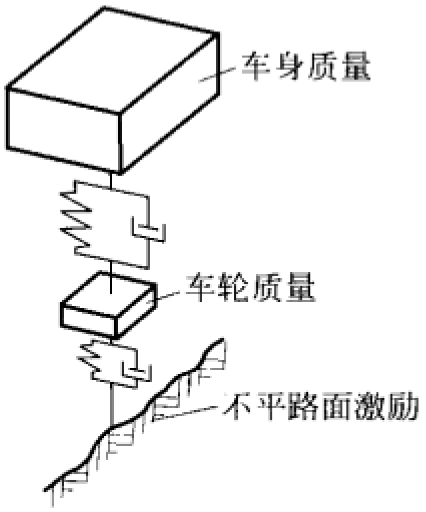


图 54.6 四分之一车辆模型

IX 导论，振动的激励，无规则振动

本章是为第 XI 章以后的研究和探讨做准备，同时也是对振动理论的一次粗略的复习。导论中以单质量系统为例，这种单质量系统可以视为座椅-人体，发动机支撑、农用车辆和建筑机械（仅靠轮胎减振）的等效系统，作为特殊的激励为地面不平度、车轮/轮胎和内燃机。接下来要涉及振动激励和特殊的、一般的路面不平度，此外还要阐述处理无规则振动的数学方法。

55 单质量系统

图 55.1 所示为一单质量系统，质量 m 在地面不平度函数 h 的激励下沿 z 方向运动，车轮假定是无质量的，并沿着路面不平度运动，即车轮不会从路面上跳离。$z=0$ 对应于静止状态，也就是说重量 mg 所引起的弹簧压缩已被考虑了。这样运动方程即为

$$m\ddot{z} = -F_{\mathrm{Fdyn}} - F_{\mathrm{D}} \qquad (55.1)$$

式中，弹簧力（动态附加力）为

$$F_{\mathrm{Fdyn}} = c(z-h) \qquad (55.2)$$

和阻尼力为

$$F_{\mathrm{D}} = k(\dot{z}-\dot{h}) \qquad (55.3)$$

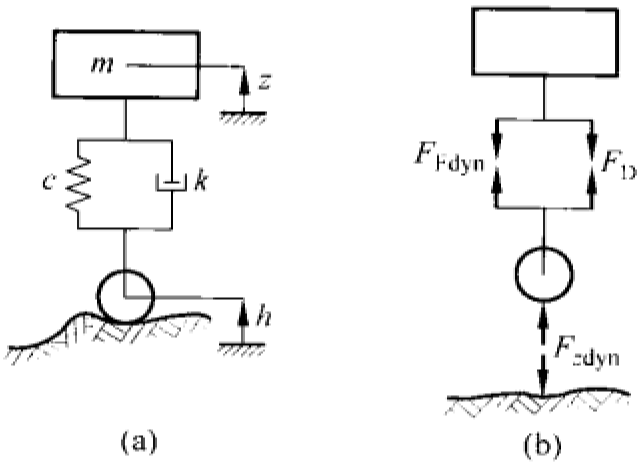


图 55.1 单质量系统

(a) 质量 m、弹簧常数 c 和阻尼常数 k 的简图；(b) 弹簧力 F_{Fdyn}、阻尼力 F_{D} 和车轮载荷 F_{zdyn}

弹簧力和阻尼力分别与相对位移 $\Delta z_{\mathrm{dyn}} = (z-h)$、相对速度 $\Delta\dot{z}_{\mathrm{dyn}} = (\dot{z}-\dot{h})$ 成正比，比例常数 c 为弹簧刚度，k 为阻尼系数，见图 55.2。所以这是一个线性系统，我们把式(55.2)和式(55.3)代入式(55.1)，得到一个线性微分方程

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + cz = k\dot{h} + ch \qquad (55.4)$$

方程右侧为与时间 t 有关的函数 h 激励系统引起的振动，即作为“激励函数”，以后称为不平度函数（障碍函数）。

上述非齐次方程的解是由两部分组成：右侧为零时的齐次方程的解 z_{hom} 和右侧

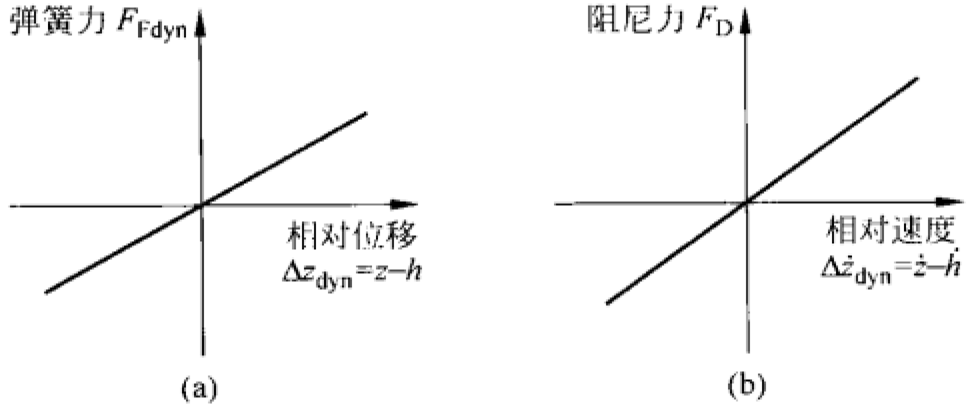


图 55.2 弹簧与减振器的线性特性

(a) 弹簧；(b) 减振器

不为零时的特解 z_{part}。这样，线性微分方程的通解为

$$z = z_{\text{hom}} + z_{\text{part}} \tag{55.5}$$

55.1 固有振动

这一节只求解齐次方程

$$m\ddot{z} + k\dot{z} + cz = 0$$

把方程除以 m，并引进符号（以后再命名）

$$\sigma = \frac{k}{2m} \tag{55.6}$$

和

$$\nu^2 = \frac{c}{m} \tag{55.7}$$

把齐次方程改写为

$$\ddot{z} + 2\sigma\dot{z} + \nu^2 z = 0 \tag{55.8}$$

这是一个在振动理论和控制技术中多次讨论过的方程。从数学上已经熟知，解的表达式为

$$z_{\text{hom}} = Z e^{\lambda t} \tag{55.9}$$

将该式以及它的导数 $\dot{z}_{\text{hom}} = Z\lambda e^{\lambda t}$ 和 $\ddot{z}_{\text{hom}} = Z\lambda^2 e^{\lambda t}$ 代入式(55.8)，即得

$$(\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \nu^2) Z e^{\lambda t} = 0 \tag{55.10}$$

因为这一方程中 $Ze^{\lambda t}$ 不能等于零，否则就根本不会出现位移 z，计算就没有意义了，所以只能是

$$\lambda^2 + 2\sigma\lambda + \nu^2 = 0 \tag{55.11}$$

从这个所谓“特征方程”得出两个解

$$\lambda_{1,2} = -\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - \nu^2} \tag{55.12}$$

所以，式(55.9)表示的位移由两部分组成

$$z_{\text{hom}} = Z_1 e^{\lambda_1 t} + Z_2 e^{\lambda_2 t} \tag{55.13}$$

位移随时间的变化过程是以 λ 值来表征的。在原则上可能的各种解中，实际上只有 $\sigma>0$，同时根式不是实数(即 $\nu^2>\sigma^2$)才是在研究振动时感兴趣的。令

$$\nu_{\text{d}} = \sqrt{\nu^2 - \sigma^2} \tag{55.14}$$

可以把解写成

$$\lambda_{1,2} = -\sigma \pm \mathrm{j}\nu_d$$

与共轭复根相对应的是共轭复数振幅

$$Z_{1,2} = \frac{1}{2}(B \pm \mathrm{j}C)$$

这样根据式(55.13)，可把位移表达式写为

$$z_{hom} = \frac{1}{2}(B+\mathrm{j}C)\exp[(-\sigma+\mathrm{j}\nu_d)t] + \frac{1}{2}(B-\mathrm{j}C)\exp[(-\sigma-\mathrm{j}\nu_d)t]$$

可改写成

$$z_{hom} = \frac{1}{2}B\exp(-\sigma t)[\exp(\mathrm{j}\nu_d t) + \exp(-\mathrm{j}\nu_d t)] + \frac{1}{2}\mathrm{j}C\exp(-\sigma t)[\exp(\mathrm{j}\nu_d t) - \exp(-\mathrm{j}\nu_d t)]$$

并借助欧拉公式

$$\exp(\pm \mathrm{j}\nu_d t) = \cos\nu_d t \pm \mathrm{j}\sin\nu_d t$$

齐次方程的解即可写成

$$z_{hom} = e^{-\sigma t}(B\cos\nu_d t - C\sin\nu_d t) \tag{55.15}$$

运动如图55.3所示，是一圆频率为 ν_d、振动周期为 $2\pi/\nu_d$ 的振动，其振幅按函数 $e^{-\sigma t}$ 衰减。式(55.15)可改写为

$$z_{hom} = Ae^{-\sigma t}\sin(\nu_d t + \alpha) \tag{55.16}$$

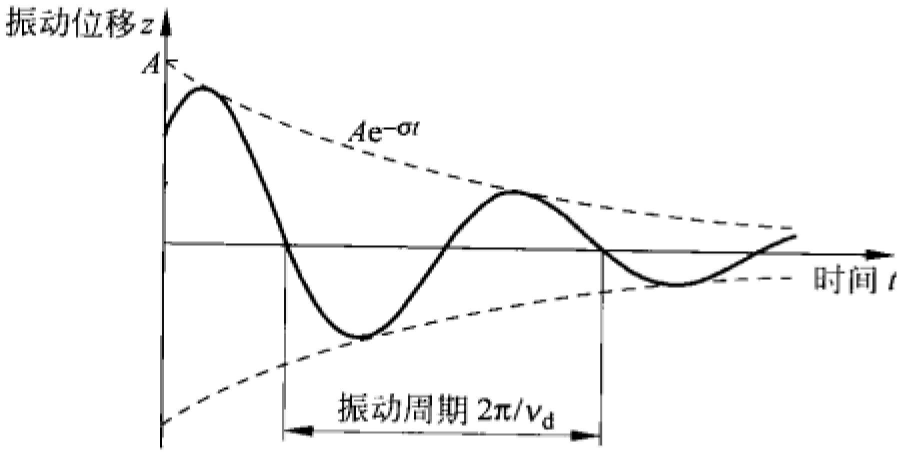


图 55.3 单质量系统有阻尼固有振动的特征值

式中，振幅

$$A = \sqrt{B^2 + C^2} \tag{55.17}$$

相角[4]

$$\tan\alpha = \frac{B}{-C} \tag{55.18}$$

这种衰减振动，一般称为“有阻尼的固有振动”，其特征参数为 σ 和 ν_d。σ 表征振动衰减的快慢，所以叫衰减常数。

---

〔4〕 分母中的负号表示 α 在第四象限。

$$\sigma = \frac{k}{2m} \tag{55.6}$$

ν_d 是有阻尼固有圆频率

$$\nu_d = \sqrt{\nu^2 - \sigma^2} \tag{55.14}$$

如果 $\sigma=0$，即无阻尼的振动不会衰减。这时 $\nu_d=\nu$，所以 ν 可作为无阻尼固有圆频率[5]，即

$$\nu = \sqrt{\frac{c}{m}} \tag{55.7}$$

再引进的量是无量纲的相对阻尼系数

$$D = \frac{\sigma}{\nu} = \frac{k}{2\sqrt{cm}} = \frac{k\nu}{2c} = \frac{k}{2m\nu} \tag{55.19}$$

这个参数以后要经常采用。将其代入式(55.14)，即得

$$\nu_d = \nu\sqrt{1-D^2} \tag{55.20}$$

从图 55.4 可知，这是一个圆（如果 $0<D<1$，则为有阻尼振动；$D>1$，则为蠕动）。

采用液力减振器时，汽车振动的 D 值一般为 0.25 左右，所以按照图 55.4，近似地有 $\nu_d \approx \nu$。

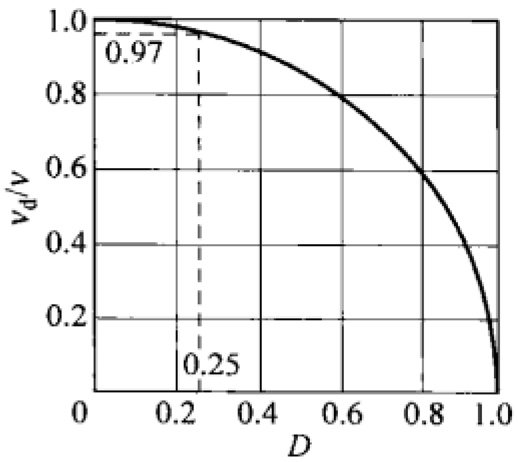


图 55.4 有阻尼固有圆频率 ν_d 与无阻尼固有圆频率 ν 之比随相对阻尼系数 D 的变化

55.2 强迫振动

现在研究式(55.5)中的特解 z_{part}，如果激励函数 h 持续时间比较长，那么 z_{part} 将比 z_{hom} 更为重要。因为随着时间增加，z_{hom} 将趋于零，这样系统的位移 z 经过一定时间后就只取决于 z_{part}。

最常用的激励或扰动函数是简谐函数，即

$$h = \hat{h}\sin(\omega t + \varepsilon) \tag{55.21}$$

式中，$\hat{h}$ 为激励振幅，ω 为激励圆频率，ε 为相位角。

通常，激励函数不是写成式(55.21)的形式，而是用复数形式，这样便于求解：

$$h = \underline{\hat{h}}e^{j\omega t} \tag{55.22}$$

[5] 固有频率的量纲为每秒的振动次数[Hz]，没有一个单独的符号描述，而是简单地选用 $\nu_d/2\pi$ 或 $\nu/2\pi$ 描述。

式中 $\hat{h}$ 为复振幅。[6] 因为在线性系统和简谐扰动的情况，强迫运动和力也是简谐的，这样，非齐次方程(55.4)的解可写成：

$$z_{\text{part}} = \underline{\hat{z}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{55.23}$$

质量的位移有着和扰动一样的圆频率 ω，不同的仅仅是其复振幅。

代入方程(55.4)，即得

$$(-m\omega^2 + \mathrm{j}k\omega + c)\,\underline{\hat{z}} = (\mathrm{j}k\omega + c)\,\underline{\hat{h}} \tag{55.24}$$

给定$\underline{\hat{h}}$，即可求出$\underline{\hat{z}}$；反之亦然。为直观起见，下面我们在高斯平面上说明这个过程。为此，先假设$\underline{\hat{z}}$已知，来求$\underline{\hat{h}}$。把$\underline{\hat{z}}$置于实轴上，并令该向量的长度$|\underline{\hat{z}}| = \hat{z}$（参见图 55.5）。按式(55.24)把$\underline{\hat{z}}$乘以 c。然后作一垂直于 $c\underline{\hat{z}}$的向量 $k\omega\underline{\hat{z}}$，其长度与 k 和所选定的 ω 有关。再垂直于 $k\omega\underline{\hat{z}}$，在实轴负方向上作向量 $m\omega^2\underline{\hat{z}}$，由式(55.24)，这三个向量之和应等于$(\mathrm{j}k\omega+c)\underline{\hat{h}}$。由于 $\mathrm{j}k\omega\underline{\hat{h}}$和 $c\underline{\hat{h}}$互相垂直，所以 $c\underline{\hat{h}}$和向量$\underline{\hat{h}}$很容易求得。

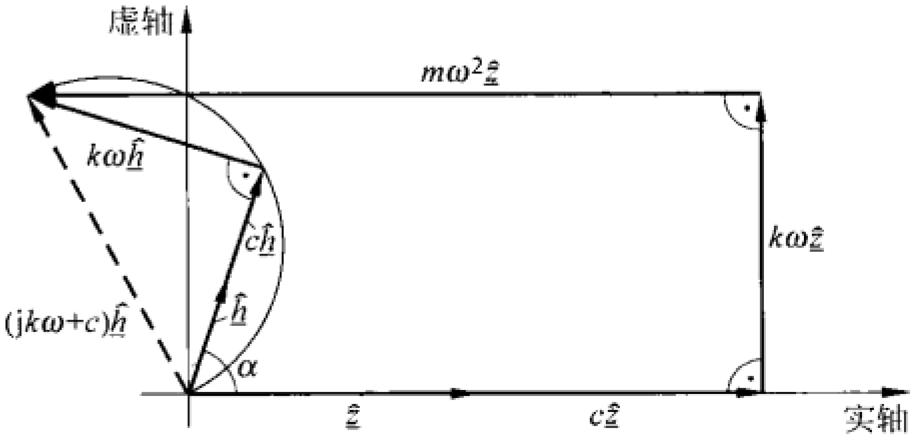


图 55.5　按照式(55.24)，说明单质量系统强迫振动的向量图

由此可以看出，向量长度$|\underline{\hat{z}}| = \hat{z}$ 和$|\underline{\hat{h}}| = \hat{h}$ 在高斯平面上是不相等的，同时在$\underline{\hat{z}}$和$\underline{\hat{h}}$之间存在着一个相位差 α。

图 55.6 画出了 ω 取不同值时，向量$\underline{\hat{z}}$和$\underline{\hat{h}}$的情况。

从这个向量场可以确定$\underline{\hat{h}}$和 α 值。而我们也可以分别考察幅值比$|\underline{\hat{z}}/\underline{\hat{h}}| = \hat{z}/\hat{h}$ 和相角 α 随激励圆频率变化的情况（图 55.7）。我们把对应于某一激励圆频率的 $\hat{z}/\hat{h}$ 称为放大因数（幅值比），而 $\hat{z}/\hat{h}$ 随 ω 变化的关系称为放大函数（幅频特性）。

当 $\omega=0$ 时，$\hat{z}=\hat{h}$，$\alpha=0$。ω 接近固有圆频率 ν 时（即 $\omega\approx\nu$），$\hat{z}$ 取得最大值，即所

---

〔6〕 式(55.22)中的实部为

$$h = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{h}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} = \mathrm{Re}\{\hat{h}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varepsilon}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} = \hat{h}\cos(\omega t + \varepsilon)$$

虚部为

$$h = \mathrm{Im}\{\underline{\hat{h}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} = \mathrm{Im}\{\hat{h}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varepsilon}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\} = \hat{h}\sin(\omega t + \varepsilon)$$

复数形式的幅值$\underline{\hat{h}} = \hat{h}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varepsilon}$包括实部幅值 $\hat{h}$ 和相角 ε.

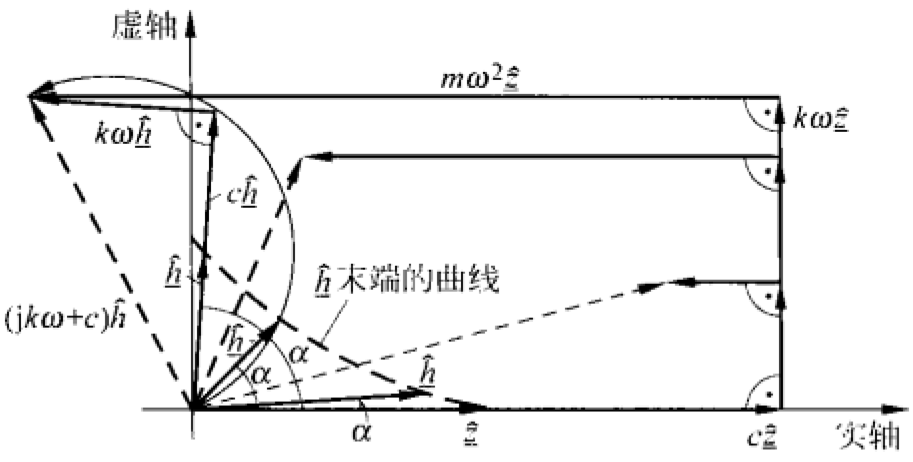


图 55.6 激励圆频率 ω 取不同值时，与图 55.5 相对应的向量图

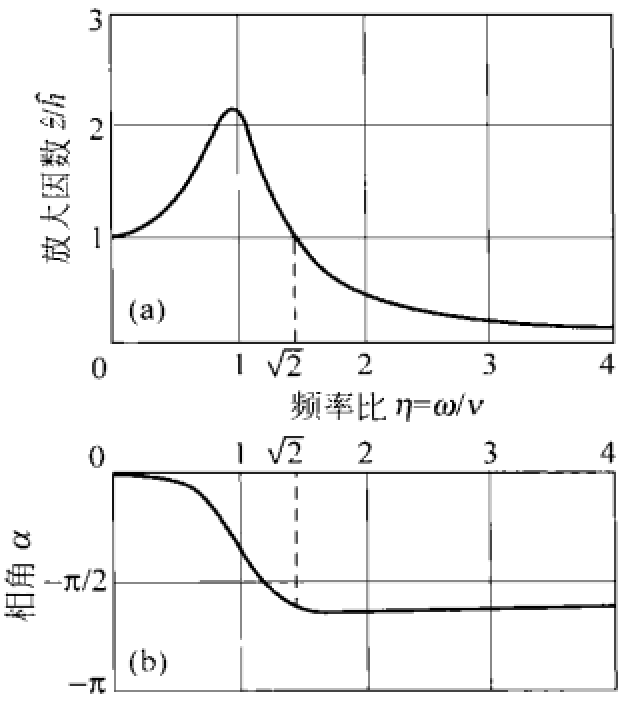


图 55.7 单质量系统振幅的放大因数 $\hat{z}/\hat{h}$ 和相角 α 随激励圆频率 ω 的变化

（相对阻尼系数 $D=0.27$，ν 为无阻尼固有频率）

谓共振工况。然后，随着 ω 的增加，$\hat{z}$ 值趋于零。

从式(55.24)可知，幅频特性和相角一般可由频率响应函数

$$\frac{\hat{\underline{z}}}{\hat{\underline{h}}}=\frac{c+\mathrm{j}k\omega}{(-m\omega^2+c)+\mathrm{j}k\omega} \tag{55.25}$$

求出。引进频率比

$$\eta=\omega/\nu \tag{55.26}$$

式中 $\nu=\sqrt{c/m}$ 为无阻尼固有圆频率，按式(55.7)决定。把式(55.25)右边的分子、分母除以 c，再代入 η 和相对阻尼系数 D（由式(55.19)决定），即可得到

$$\frac{\hat{\underline{z}}}{\hat{\underline{h}}}=\frac{1+\mathrm{j}2D\eta}{(1-\eta^2)+\mathrm{j}2D\eta} \tag{55.27}$$

这样一来，频率响应函数就只和两个无量纲的量——相对阻尼系数 D 和频率比 η 有关了。

一般情况下，如果写成

$$\frac{\hat{z}}{\underline{\hat{h}}} = \frac{A + jB}{C + jD}$$

即可得到幅频特性（频率响应函数的模）

$$\frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}} \quad (55.28)$$

和相角

$$\tan \alpha = \frac{BC - AD}{AC + BD} \quad (55.29)$$

56 车辆技术运用

利用最简单的振动系统即单质量系统和 55.2 节讨论的受激振动可以得到粗略的车辆技术方面结论。

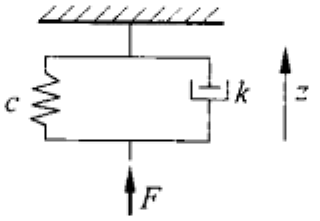
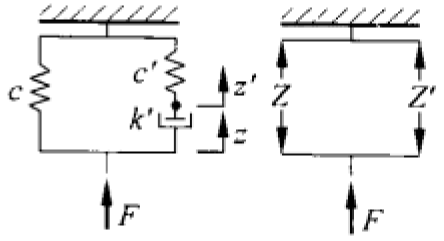
56.1 液力减振器与橡胶减振器的比较

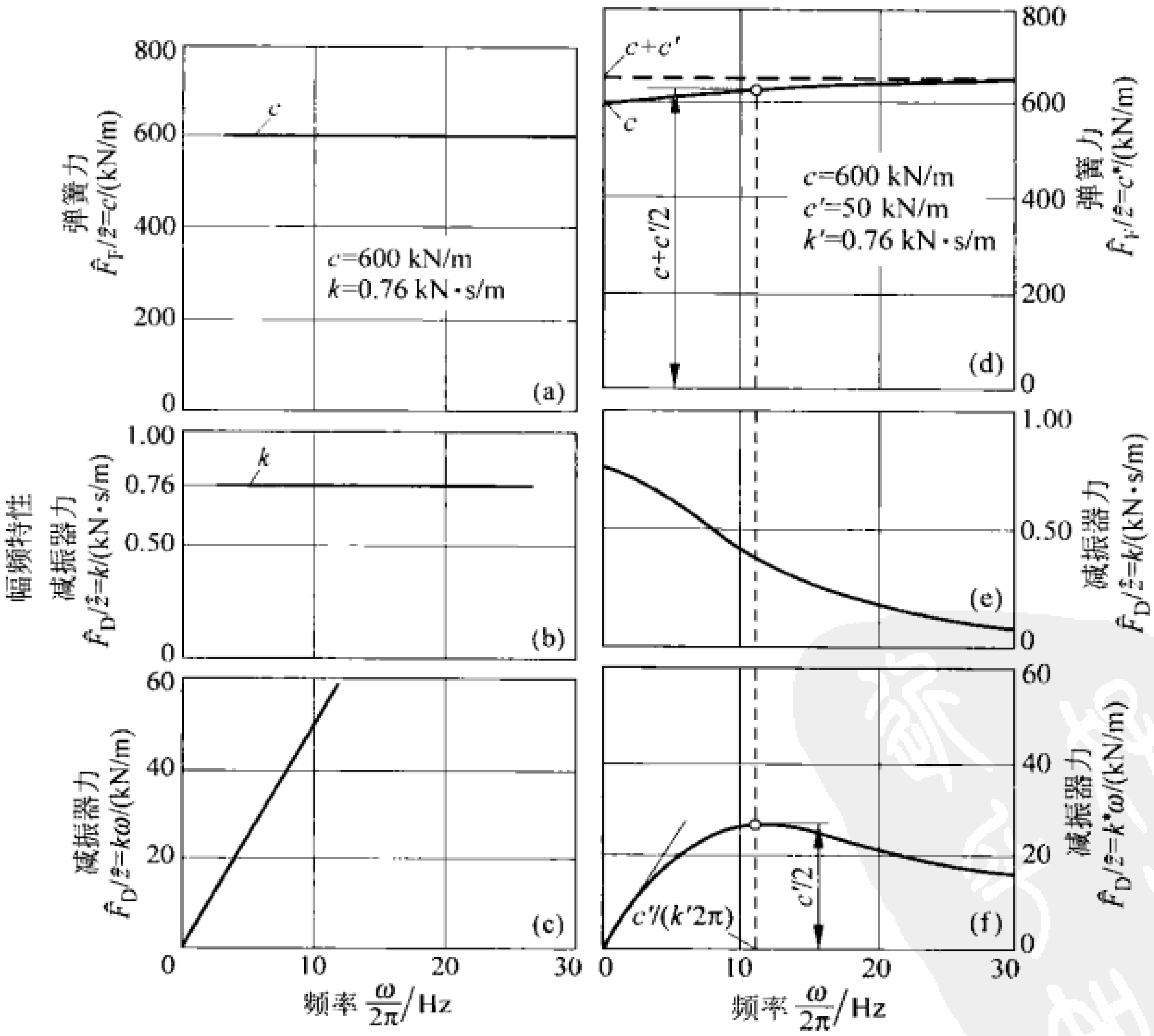
在图 55.1(a)描述了一个与（钢质）弹簧并联的减振器（液力减振器），即所谓的开尔文模型(Kelvin-Modell)，如表 56.1 中左列所示。现在在汽车的车轮、发动机和行驶系支撑中常用的元件是橡胶元件。它同样是弹簧和减振器[7]，但是它遵循一个另外的规律，可以用格曼模型(Gehmann-Modell)近似地描述，即减振器与一个附加弹簧串联，再与主弹簧并联的结构形式，如表 56.1 中右列所示。假设其特性均为线性时，两种结构比较的结果如下：

- 当弹簧与液力减振器联合工作时：
  —弹簧刚度为常数 c=const，见表 56.1 中曲线(a)；
  —减振器阻尼系数 k=const，它是减振器阻尼力与相对速度之比，见表 56.1 中曲线(b)；
  —而减振器阻尼力与相对位移之比 $k\omega$ 随 ω 变化关系见表 56.1 中曲线(c)。
- 对于橡胶元件
  —弹簧刚度 c^* 随频率的增加而增加，但是上升的幅度很小，见表 56.1 中曲线(d)；
  —阻尼系数 k^* 随频率的增加而减小，见表 56.1 中曲线(e)；
  —阻尼系数与频率的乘积 $k^*\omega$ 在给出的例子中频率在 6～20 Hz 范围内基本保持常数，见表 56.1 中曲线(f)。

〔7〕 Harris, C. H.; Crede, C. E.: Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw-Hill 1976.

表 56.1 弹簧和液力减振器与橡胶元件的比较

		弹簧和液力减振器(Kelvin-模型)	橡胶元件的近似描述(Gehmann-模型)
模型			
作用力		$F=cz+k\dot{z}$	$F=Z+Z'=cz+c'z'$ $Z'=c'z'=k'(\dot{z}-\dot{z}')$
频率响应函数	弹簧和减振器作用力	$\underline{\hat{F}}=(c+\mathrm{j}k\omega)\underline{\hat{z}}$	$\underline{\hat{F}}=(c^*+\mathrm{j}k^*\omega)\underline{\hat{z}}$ $c^*=c+c'\dfrac{(k'\omega/c')^2}{1+(k'\omega/c')^2}$ $k^*\omega=k'\omega\dfrac{1}{1+(k'\omega/c')^2}$
	弹簧力	$\hat{F}_F/\hat{z}=c$	$\hat{F}_F/\hat{z}=c^*$
	减振器力	$\hat{F}_D/\hat{\dot{z}}=k$ 和 $\hat{F}_D/\hat{z}=k\omega$	$\hat{F}_D/\hat{\dot{z}}=k^*$ 和 $\hat{F}_D/\hat{z}=k^*\omega$



由此可见液力和橡胶减振器阻尼力有很大区别，液力减振器的阻尼力 F_D 与相对速度 $\dot{z}$ 成正比，即

$$\hat{F}_D = k\hat{\dot{z}},\quad 其中\ k = \text{const},\quad 则：\hat{F}_D \propto \hat{\dot{z}} \tag{56.1}$$

而橡胶减振器的阻尼力尽管与相对速度有关，但是由于在上面讨论的 $k^*\omega \approx \text{const}$，所以阻尼力与相对位移成正比，即

$$\hat{F}_D = k^*\hat{\dot{z}} = k^*\omega\hat{z},\quad 其中\ k^*\omega = \text{const},\quad 则：\hat{F}_D \propto \hat{z} \tag{56.2}$$

还有重要的一点，即如果需要对振动进行强度比较大的衰减，可以通过液力减振器来实现，而不能通过橡胶减振器来实现，这是因为橡胶减振器的阻尼力过小。

对于橡胶减振器，人们常采用 3 个专门参数进行描述，即无量纲损失系数：

$$d = \frac{k^*\omega}{c^*} = \tan\delta \tag{56.3}$$

损失角 δ 是图 56.1 所示的复数平面的相角以及弹簧动态刚度 c_{dyn}（由弹簧作用力与减振器作用力的几何和与位移幅值之比得到）。

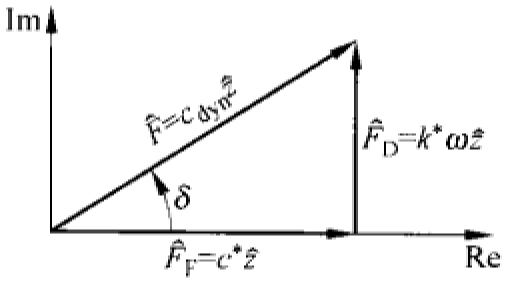


图 56.1　对橡胶元件的特别描述

在表 56.1 中图(f)描述的在一定频率范围内 $k^*\omega = \text{const}$ 的关系在第 7 节中作为轮胎阻尼系数来使用。

56.2　不同的激励形式

对于车辆来说，最重要的激励来自三个方面，人们又把它们分为汽车外部激励和内部激励两种形式，这三个方面的激励分别是：

- 路面不平度（外部激励）
- 车辆发动机（内部激励）
- 车轮/轮胎（内部激励）主要是由于
  - —车轮不平衡
  - —车轮冲击和轮胎质量不均匀。

它们对车辆产生的影响结果非常相似，在这里用表 56.2 进行了总结。

56.2.1　路面不平度的激励

在 55.2 节中已经讨论了路面不平度激励，并且计算了频率响应函数 $\underline{z}/\underline{h}$，从频率响应函数中得到了幅频特性 $\hat{z}/\hat{h}$ 和相频特性 α，见图 55.7。一般说来，从车辆技术角度来看，正如第 58 节的结论所指出的，重要的不是频率响应函数，而只是幅频特性。也就是说，相位角的值不起作用。另外，第 62 节还要说明，重要的是作为舒适性衡量尺度的车身加速度 $\ddot{z}$（而不是车身位移 z），以及用来评价行驶安全性的车轮载荷变化 F_{zdyn}。

根据式(55.23),车身加速度为

$$\ddot{z}_{\text{part}} = \hat{\ddot{\underline{z}}} e^{j\omega t} = -\omega^2 \hat{\underline{z}} e^{j\omega t} \tag{56.4}$$

而加速度的幅频特性由式(55.27)和式(55.28)给出:

$$\frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}} = \omega^2 \frac{\hat{z}}{\hat{h}} = \nu^2 \eta^2 \sqrt{\frac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}} \tag{56.5}$$

见图 56.2(a)。

车轮载荷由静态和动态分量组成:

$$F_z = F_{z\text{stat}} + F_{z\text{dyn}} \tag{56.6}$$

在车轮质量为零的单质量系统的简化情况下,式中

$$F_{z\text{stat}} = mg \tag{56.7}$$

由图 55.1(b)和式(55.1)

$$F_{z\text{dyn}} = -F_{\text{Fdyn}} - F_{\text{D}} = m\ddot{z} \tag{56.8}$$

考虑到

$$F_{z\text{dyn}} = \hat{\underline{F}}_z e^{j\omega t} \tag{56.9}$$

即可得到车轮载荷幅度 $\hat{F}_z$ 对不平度幅度 $\hat{h}$ 的比值($\hat{F}_z$ 的幅频特性)

$$\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} = m\frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}} = c\eta^2 \sqrt{\frac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}} \tag{56.10}$$

见图 56.2(a)。车轮载荷与车身加速度之间的这种正比例关系只有在单质量系统情况下才存在。

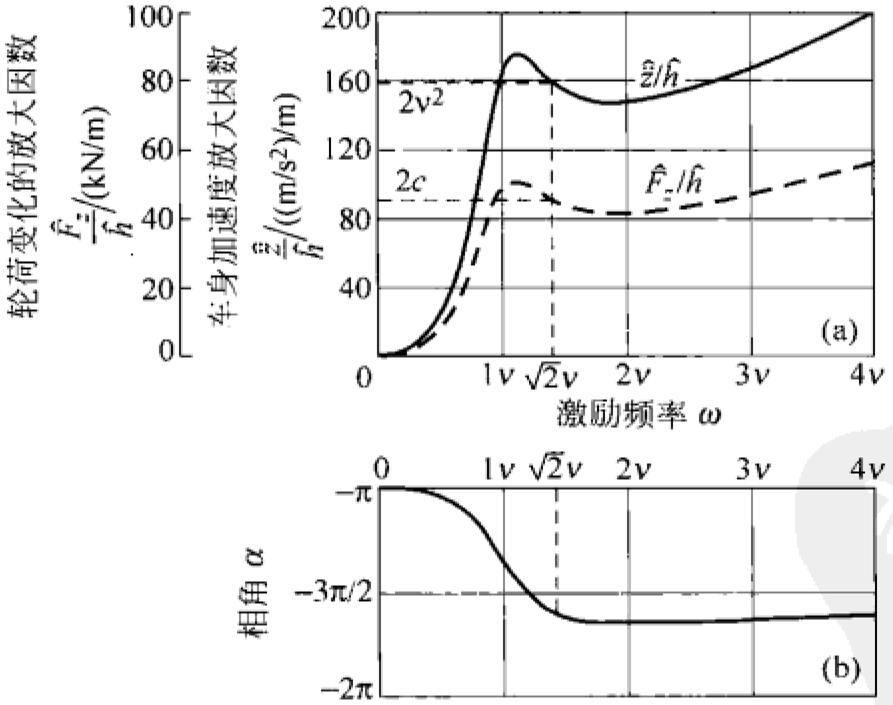
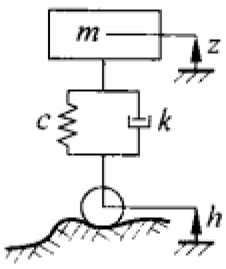
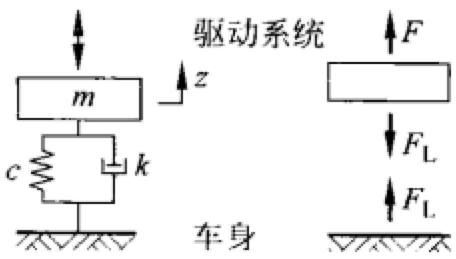
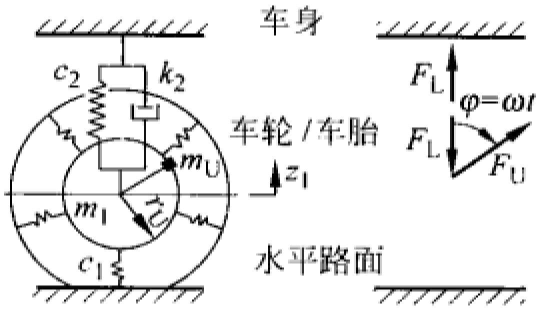
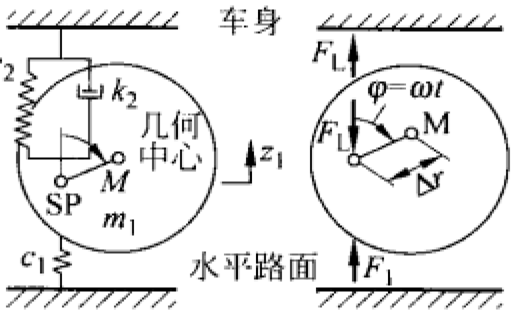
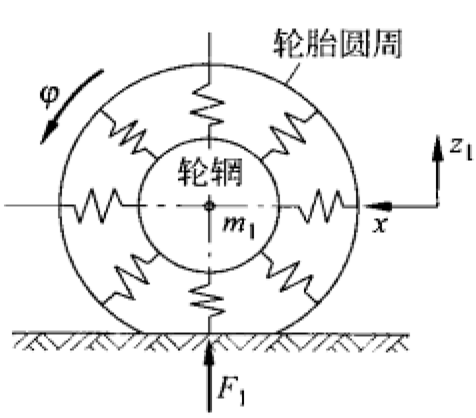


图 56.2 单位质量系统(图 55.1 所示)的加速度和车轮载荷波动的幅频特性和相频特性

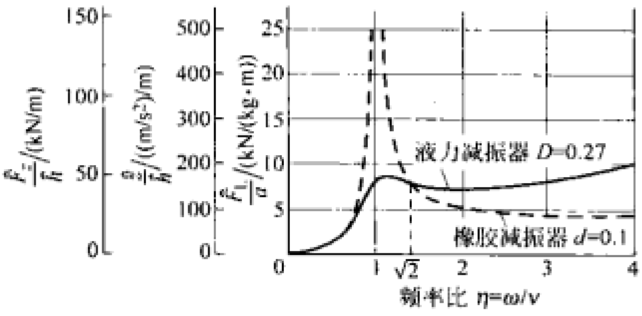
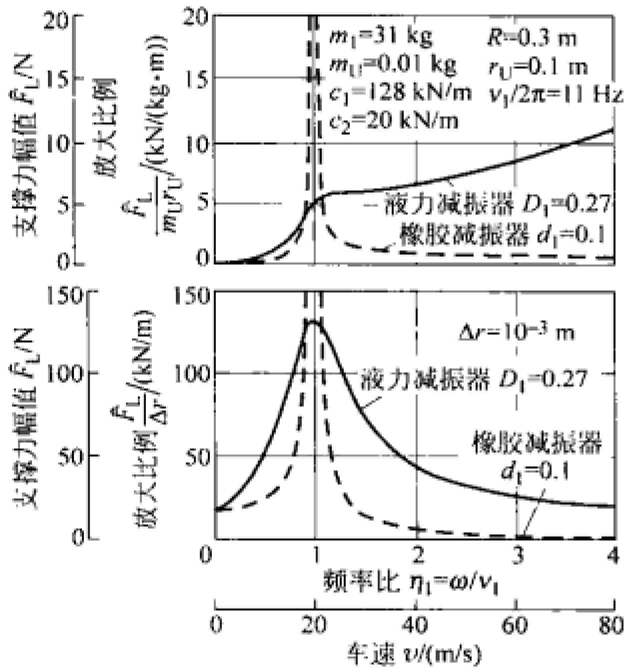
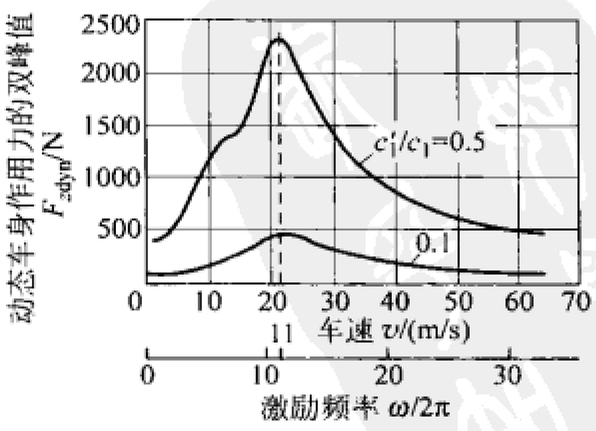
c=22.74 kN/m;m=288 kg;$\nu/2\pi=\sqrt{2}$ Hz;D=0.27

加速度的幅频特性$\hat{\ddot{z}}/\hat{h}$ 在 $\omega\approx\nu$ 时最大(被称为共振峰值),此后随频率 ω 的增长

表 56.2 不同阻尼形式的单质量系统在

	激励形式	模式	液力减振器幅频特性
	地面不平度 $h=\hat{h}\sin\omega t$		$\frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}}=\nu^2\eta^2\sqrt{\frac{1+4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}}$ $\hat{F}_z/\hat{h}=m\hat{\ddot{z}}/\hat{h}$
	发动机 $F=a\omega^2\sin\omega t$		$\frac{\hat{F}_L}{a}=\nu^2\eta^2\sqrt{\frac{1+4D^7\eta^2}{(1-\eta^2)^2+4D^2\eta^2}}$
车轮/轮胎	不平衡 $F_U=m_U r_U\omega^2\sin\omega t$		$\frac{\hat{F}_L}{m_U r_U}=\nu_1^2\eta_1^2\sqrt{\frac{\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}\right)^2+4D_1^2\eta_1^2}{(1-\eta_1^2)^2+4D_1^2\eta_1^2}}$
车轮/轮胎	冲击 $F_1=c_1\Delta r\sin\omega t$ （车轮绕质心 SP 转动）		$\frac{\hat{F}_L}{\Delta r}=c_1\sqrt{\frac{\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}\right)^2+4D_1^2\eta_1^2}{(1-\eta_1^2)^2+4D_1^2\eta_1^2}}$
车轮/轮胎	轮荷波动 $F_1=c_1z_1$ $c_1=\overline{c_1}+c'_1\sin\omega t$		

受到不同激励时的受激振动结果

橡胶减振器幅频特性	参　数	曲　线
$\frac{\hat{\ddot{z}}}{\hat{h}}=\nu^2\eta^2\sqrt{\frac{1}{(1-\eta^2)^2+d^2}}$ $\hat{F}_z/\hat{h}=m\hat{\ddot{z}}/\hat{h}$ $\frac{\hat{F}_L}{a}=\nu^2\eta^2\sqrt{\frac{1}{(1-\eta^2)^2+d^2}}$	$\nu=\sqrt{\frac{c}{m}}$； $\eta=\omega/\nu$ $D=\frac{k}{2\sqrt{cm}}$； $d=\frac{k^*\omega}{c}$ 例：地面不平度 $\nu/2\pi=\sqrt{2}$Hz $m=288$ kg 发动机　$\nu/2\pi=10$ Hz	
$\frac{\hat{F}_L}{m_U r_U}=\nu_1^2\eta_1^2\sqrt{\frac{\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}\right)^2}{(1-\eta_1^2)^2+\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}d_1\right)^2}}$ $\frac{\hat{F}_L}{\Delta r}=c_1\sqrt{\frac{\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}\right)^2}{(1-\eta_1^2)^2+\left(\frac{c_2}{c_1+c_2}d_1\right)^2}}$	$\nu_1=\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m_1}}$；$\eta_1=\omega/\nu_1$ $D_1=\frac{k_2}{2\sqrt{(c_1+c_2)m_1}}$ $d_1=\frac{k^*\omega}{c_2}$ $\omega=v/R$ v：车速 R：车轮动力半径	
		

下降。接着随频率 ω 的进一步增长又会上升，这一点与位移的幅频特性 $\hat{z}/\hat{h}$ 有很大的差别(根据式(56.5)，这时 ω^2 的上升幅度大于 $\hat{z}/\hat{h}$ 的下降幅度，将图 56.2(a)与图 55.7(a)相比较)。

在表 56.2 的第 2 行中导出了用液力减振器和橡胶减振器时的频率响应函数。这里 $4D^2\eta^2$ 由 d^2 替代，$1+d^2$ 用 1 替代。由幅频特性 $\hat{\ddot{z}}/\hat{h}$ 和 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 还可以看出，在 $\eta\approx1$ 时，用橡胶减振器的系统峰值比较大，而在超过极限值范围内，即 $\eta>\sqrt{2}$ 时，它的幅值反而相对比较小。

56.2.2 由发动机引起的受激振动

由于发动机中活塞的往复运动，驱动系统(发动机和变速器)的质量 m 产生相应的加速和减速运动，并由此产生相应的惯性力 $F=a\omega^2\sin\omega t$，因此，车辆会产生受激振动，如表 56.2 第 2 行所示(详细论述见第 XVI 章)。在这个力的作用下首先通过刚度为 c 的弹簧和阻尼为 k 的减振器组成的发动机支撑系统作用在车架和车身上，车身产生可以感觉到和听到的振动。$\hat{F}_L/a$ 的幅频特性和坐标曲线在表 56.2 中已给出。

另外，路面不平度引起车辆产生垂直加速度 $\ddot{z}$，发动机的质量会产生相应的惯性力，由此形成作用在发动机支撑上的力 F_L。而从汽车技术方面来看两者有着很大的区别：路面不平度激励频率 ω 比较小，当 $\omega=\nu$ 时出现共振，发动机激励的最低频率是由发动机怠速转速决定的，而传动系的合理设计会使得支撑上的 $\omega>\nu$。在 $\omega>\sqrt{2}\nu$ 的条件下橡胶减振器的特性优于液力减振器，在支撑上产生的作用力较小。

56.2.3 由车轮和轮胎引起的受激振动

转动的车轮和轮胎通过悬架系统引起车身的振动。利用前面谈到的简单的单质量系统模型(车轮质量 m_1 在悬架弹簧和车轮弹簧之间运动，其中悬架弹簧刚度为 c_2，车轮弹簧刚度为 c_1，车身处于静止状态，见图 56.5(a))，可以描述其主要特征。

a) 车轮不平衡

由表 56.2 第 3 行所示，如果车轮不平衡质量为 m_U，半径为 r_U，则产生垂直作用力 $F_U=m_U r_U\omega^2\sin\omega t$，这里激励频率为

$$\omega=\frac{v}{R} \quad \text{或者} \quad \frac{\omega}{2\pi}=\frac{v}{2\pi R} \tag{56.11}$$

(这里 v 为汽车行驶速度；R 为车轮动态半径，$2\pi R$ 为车轮周长)。

方程和坐标曲线描述了两种不同阻尼条件下的结果。因为汽车行驶速度由 0 变化到最大值 v_{max}，会通过共振区。这时液力减振器效果明显比较好，而在临界频率范围以上时，橡胶减振器的效果比较好。

b) 冲击

如表 56.2 中第 4 行所示，车轮和轮胎绕质心 SP 的轴转动，而车轮的几何中心 M 偏离旋转中心距离 Δr。

在车轮不平衡激励时，振动的激励随 ω^2 的增加而增加，液力减振器在频率比较高时幅频特性随 ω 的增加而增加。在冲击激励作用下，$\Delta r = \text{const}$，所以在超过临界频率范围时，液力减振器在支撑上的作用力幅值随频率的增加而不断减小。同时，车辆内的乘客只是在很窄的速度范围内可以感受到冲击，在表 56.2 列出的例子中速度为 22 m/s=79 km/h。在共振区内液力减振器的性能优于橡胶减振器。

这种冲击激励不仅在 1ω 频率下发生，还可能在 2ω 频率下发生，见图 56.3。

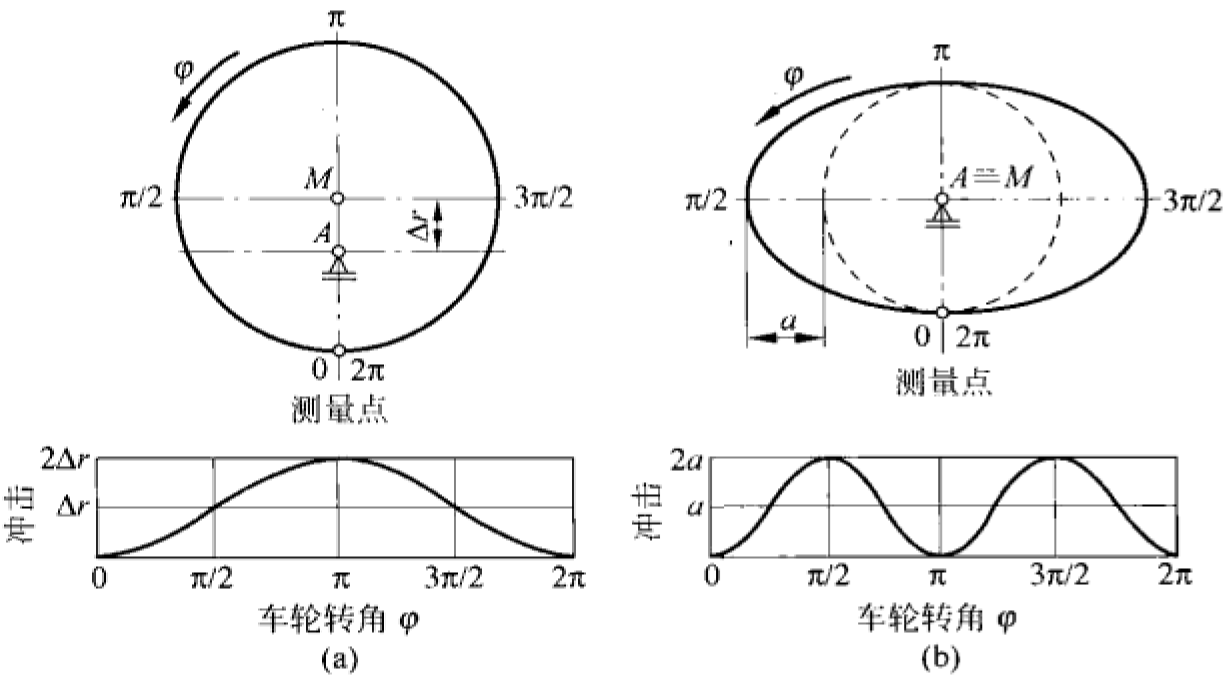


图 56.3 冲击

(a) 由于偏心引起的冲击；(b) 由于椭圆形引起的冲击

c) 径向力波动

安装精度会影响到轮胎的均匀性，在英语中称为：Tire Non Uniformity(TNU)。在这一节将针对由于轮胎不均匀在径向产生的影响，即所谓的径向力波动问题进行讨论。这个问题可以借助于一个如图 56.4(a)所示的简单"弹性车轮"模型进行分析。在轮辋与轮胎胎面之间是弹性单元，这个弹性单元具有轮胎的弹性特性。如果沿垂直方向进行测量，轮胎产生的压缩量为 z_1，在车轮和地面之间产生一个作用力：

$$F_1 = c_1 z_1 \tag{56.12}$$

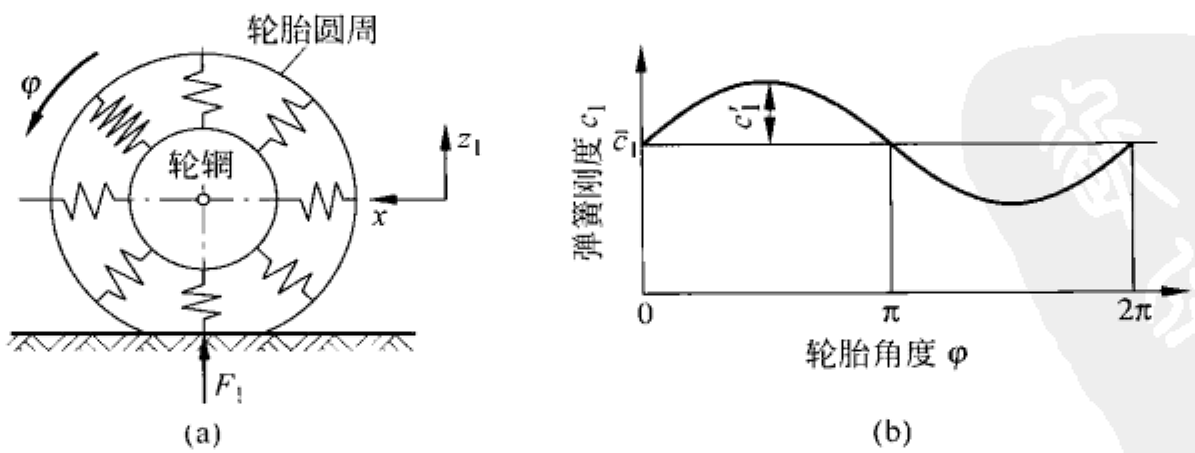


图 56.4 (a) 理想化的一个由于刚度不同弹性元件形成的轮胎不均匀模型以及由此形成的车轮载荷波动；(b) 简化的轮胎弹簧刚度 c_1 沿圆周分布情况

这里 c_1 为所有在接地印迹面上轮胎弹性元件的总弹簧刚度。如果车轮转动角度为 φ，并且弹簧刚度一致，则作用力 F_1 保持不变。但是，如果弹簧不均匀，由于车轴位置不变($z_1=\text{const}$)，则作用力随弹簧刚度的波动而周期性的变动，即形成一个“径向力的波动”。

如果将弹簧刚度的变化简化为如图 56.4(b)所示的正弦曲线形式：

$$c_1 = \bar{c}_1 + c_1' \sin\varphi \tag{56.13}$$

则产生的作用力为

$$F_1 = (\bar{c}_1 + c_1' \sin\varphi) z_1 \tag{56.14}$$

由于这个作用力的波动，使得轮轴产生振动($z_1 \neq \text{const}$)，同时也会引起车身的振动。在这里继续采用最简单的模型——单质量振动模型，由图 56.5 得到运动方程：

$$m_1 \ddot{z}_1 = -F_2 - F_1 - m_1 g \tag{56.15}$$

$$F_2 = F_{20} + c_2 z_1 + k_2 \dot{z}_1 = F_{20} + F_{2\text{dyn}} \tag{56.16}$$

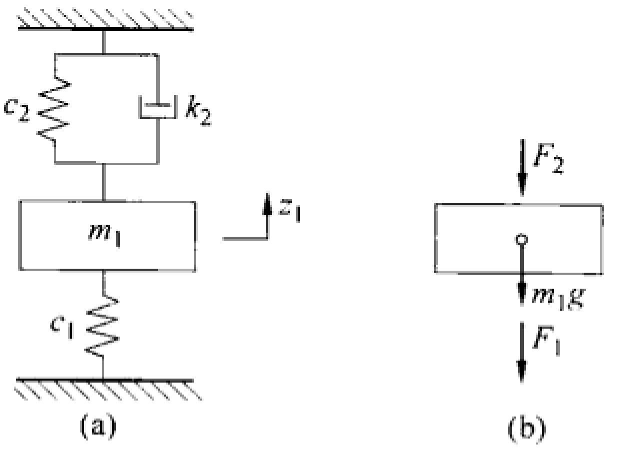


图 56.5　由于车轮径向力波动产生激励的单质量振动系统

(a) 模型；(b) 作用力

这里：F_2 为传递到车身的作用力；F_{20} 为车身质量在弹簧上产生的静态定常预紧力，$F_{2\text{dyn}}$ 为动态作用力。由式(56.14)、式(56.12)以及式(56.15)和式(56.16)得到微分方程：

$$m_1 \ddot{z}_1 + k_2 \dot{z}_1 + [c_2 + (\bar{c}_1 + c_1' \sin\omega t)] z_1 = -F_{20} - m_1 g \tag{56.17}$$

至此之前认为在微分方程中的各个系数都是常数，而在这里实际上 z_1 的比例系数是随时间变化的，所以这种微分方程描述了一个所谓的流变线性振动过程。

图 56.6 给出了一个计算实例。在此车轮滚动速度 $v=11\ \text{m/s}$，如图(a)所示，这时车轮动态半径 $R=0.31\ \text{m}$，激励频率为 $\omega/2\pi=5.65\ \text{Hz}$，即对应的一个振动周期为 $2\pi/\omega=0.18\ \text{s}$。这个振动系统由于车身质量形成的静态作用力 F_{20} 如图(b)所示。当轮胎不均匀程度比较小时，如 $c_1'/\bar{c}_1=0.1$ 时，在振动进入稳态之后，支撑上产生的动态作用力呈正弦变化的形式，如图(c)所示。而当轮胎不均匀程度比较大时，如 $c_1'/\bar{c}_1=0.5$ 时，动态作用力中出现了高阶的频率成分，即动态作用力为 $a_1\sin 1\omega t + a_2 \sin 2\omega t$，如图(d)所示。而因为高阶成分的频率 $2\omega/2\pi=11.3\ \text{Hz}$ 与车轮的固有频率 $\nu_1/2\pi=11.0\ \text{Hz}$ 基本一致，所以高阶成分的影响尤为突出。

在表 56.2 右下方描述了车身动态作用力 $F_{2\text{dyn}}$ 的双峰值(Spitze-Spitze-Wert)作为速度的函数，或者说作为第一阶激励频率 $\omega/2\pi=v/2\pi R$ 的变化情况。而到目前为止的共振曲线几乎没有很大的差别(除了随 ω^2 增长的激励力，比如由发动机质量和车轮不平衡产生的惯性力)。在车轮固有频率 $\nu_1/2\pi=11.0\ \text{Hz}$ 时产生最大的支撑力，例如：在一个特定的速度下——这里大约是 $22\ \text{m/s}\approx 79\ \text{km/h}$ 时——乘员将特

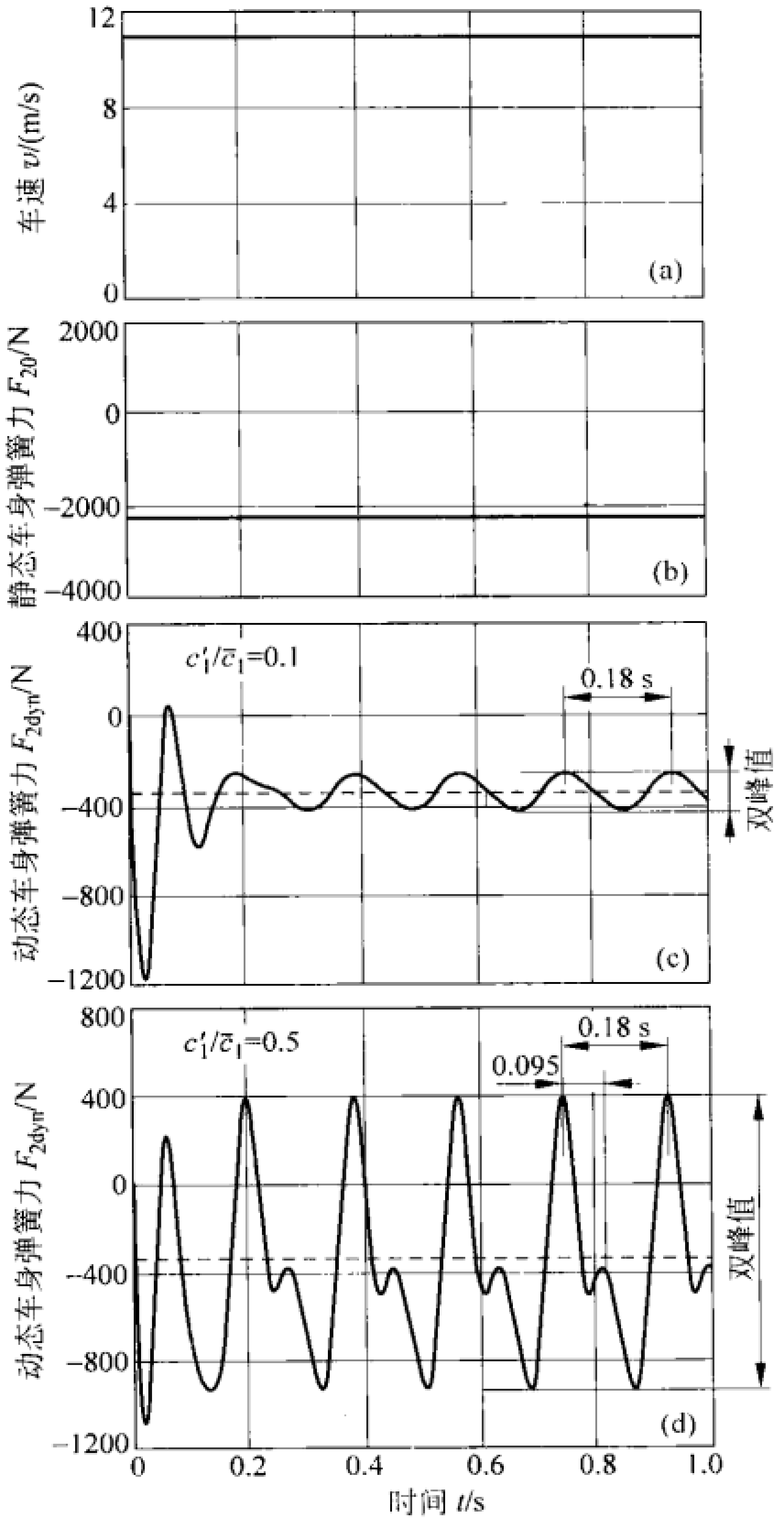


图 56.6 径向力波动对系统产生的影响.分析过程采用的系统如图 56.5 所示(采用的车辆参数见表 64.1 中车辆 1,即 $F_{20}=-m_2g=-2246$ N;$c_1'=\bar{c}_1=128$ kN/m;液力减振器)

(a) 速度一定时(这里 $R=0.31$ m;激励频率 $\omega/2\pi=5.65$ Hz,即周期为 $2\pi/\omega=0.18$ s);(b) 系统受到一个初始的静载荷 F_{20} 影响时的情况;(c)和(d)悬架系统中弹簧动态作用力受到不同车轮径向力波动影响的情况

别明显感觉到车轮不均匀产生的影响。

另外,由于车轮径向力波动还会引起高阶频率的激励。在式(56.13)中给出了二阶成分。

$$F_1 = (\bar{c}_1 + c'_{11}\sin 1\omega t + c'_{12}\sin 2\omega t)z_1$$

如果测量时保持车轮轴心位置不变，上式中 $z_1 = \text{const}$，则上式可以改写为

$$F_1 = F_{\text{stat}} + a_1 \sin 1\omega t + a_2 \sin 2\omega t$$

见图 56.7。[8]

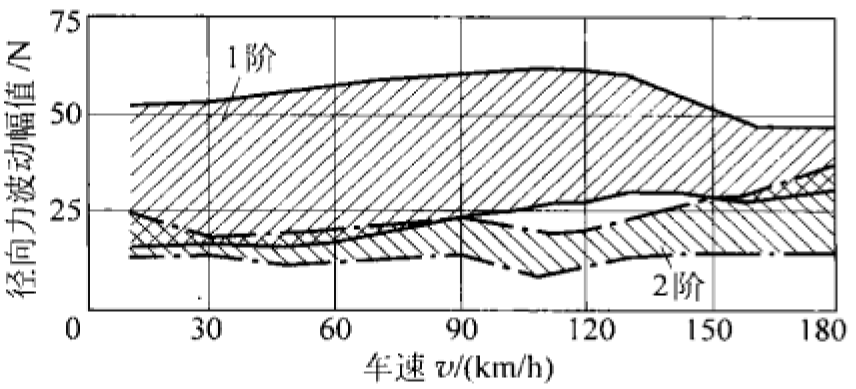


图 56.7　径向力波动的范围，车轮：185 SR 14；静载荷 4 kN；170 kPa

（来自 IfF 的测量结果）

56.3　“无减振”车辆

利用图 55.1(a)所示的单质量系统可以对行驶在不平路面、田间道路以及无路的旷野上的拖拉机和建筑机械进行分析。在这类车辆上一般不安装弹簧和减振器，车桥刚性地与车身连接，因此运行过程中只能通过轮胎减振。虽然它被称为“无减振”车辆，但是实际上并不是完全无减振的。在安装钢板弹簧的载货汽车上，如果钢板之间的摩擦力完全限制了车身和车轴之间的相对运动，则也可以利用无减振车辆对它进行分析，这种情况一般发生在空载的时候。同时挂车也可以用无减振车辆进行分析。简化模型如图 56.8 所示。

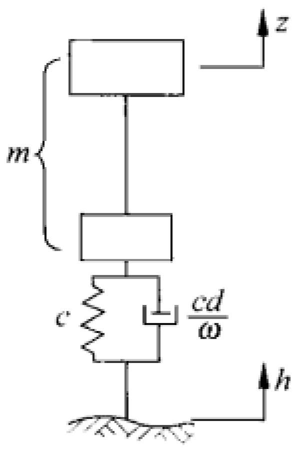


图 56.8　仅靠车轮减振的车辆等效系统

车身加速度（车辆舒适性的评价指标）的幅频特性和车轮载荷波动（行驶安全性评价指标）的幅频特性在表 56.2 中第 1 行第 4 列中给出。在相关的图 56.9 中给出了共振峰值以及渐进值的大小。由于共振峰值非常高（这时由于轮胎减振器的阻尼非常小造成的），所以上述的拖拉机和建筑机械不仅对驾驶员来说舒适性很差，而且由于车轮载荷波动很大，在公路上行驶时行驶安全性也得不到保障，因此，它的最高行驶车速被限制很低。根据图 56.9 可知，通过减小比值 c/d，即轮胎弹簧刚度与轮胎滞阻系数的比值，可以改善它的特性。但是这

[8] Siehe auch Ottl, D.; Römmich, C.: Schwingungen von Autorädern infolge mechanisch unrunder Reifen, ATZ 98 (1996) Heft 6, S. 351-357.

实际上是无法实现的，因为当轮胎阻尼增加时，相应的车轮滚动阻力和发热量都增加。而弹性常数 c 与次切距成反比，见式(7.5)，由图 7.3 可知，它的减小也很有限。原理上说，只有装用大容积的轮胎，即直径和宽度都比较大的低气压轮胎才可以达到上述目的。

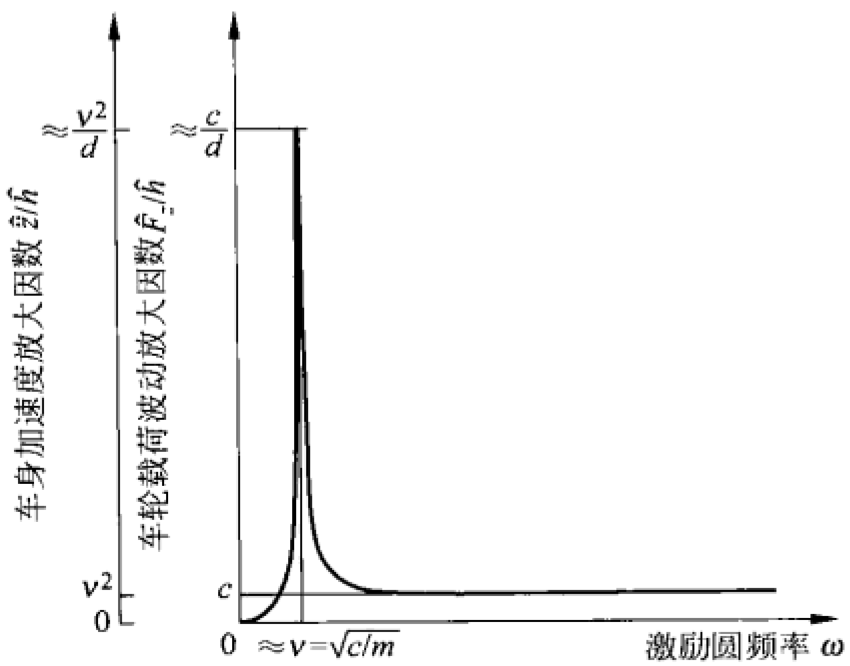


图 56.9 轮胎弹簧刚度为 c，滞阻系数为 d，无阻尼固有频率为 ν 的"无减振"车辆的幅频特性

用轮胎的次切距 s 代替 η 来描述系统无阻尼固有频率 ν，即

$$\nu=\sqrt{\frac{c}{m}}=\sqrt{\frac{c}{F_{zstat}}\frac{gm}{m}}=\sqrt{\frac{g}{s}} \tag{56.18a}$$

由此得到：

$$\frac{\nu/2\pi}{\mathrm{Hz}}\approx\sqrt{\frac{25}{s/cm}} \tag{56.18b}$$

因为轮胎的次切距 s 只能在很小范围内变化，所以对于只靠轮胎减振的车辆，固有频率 $\nu/2\pi$ 也限制在一个很窄的范围内。由图 7.3 可知，拖拉机轮胎的次切距 $s=(3.3\sim3.7)\mathrm{cm}$，对应的固有频率为 $\nu/2\pi\approx(2.8\sim2.6)\mathrm{Hz}$。

这种车辆舒适性差的问题已经进行了讨论(在建筑机械的驾驶员中常见的职业病是脊椎损伤)。这不仅仅是因为在共振区内的振幅非常大，而且因为其共振频率在 2.7 Hz 左右，接近坐姿人体 4～10 Hz 这个最敏感的频率范围(见第 62 节)。

另外，必须指出的是，在农用机械和建筑机械上装备充气轮胎的主要目的并不是为了改善车辆的振动特性，而是因为充气轮胎与实心轮胎相比，轮胎与地面之间压强较小，可以对道路或农田起到保护作用，并且由于接地印迹面增大，提高了作用力传递能力，降低了车轮的下陷和由此增加的滚动阻力。

56.4 座椅振动特性

车内人体几乎总是通过座椅减振。所以，如图 56.10(a)座椅上人体臀部的运动 z_{Sitz}是与座椅下面对应的车厢地板(所谓座椅导轨)的运动 z 不同的。为了能够对座椅上的人体上半身舒适性进行计算，我们必须用一个振动系统来近似地表示人体和座椅。

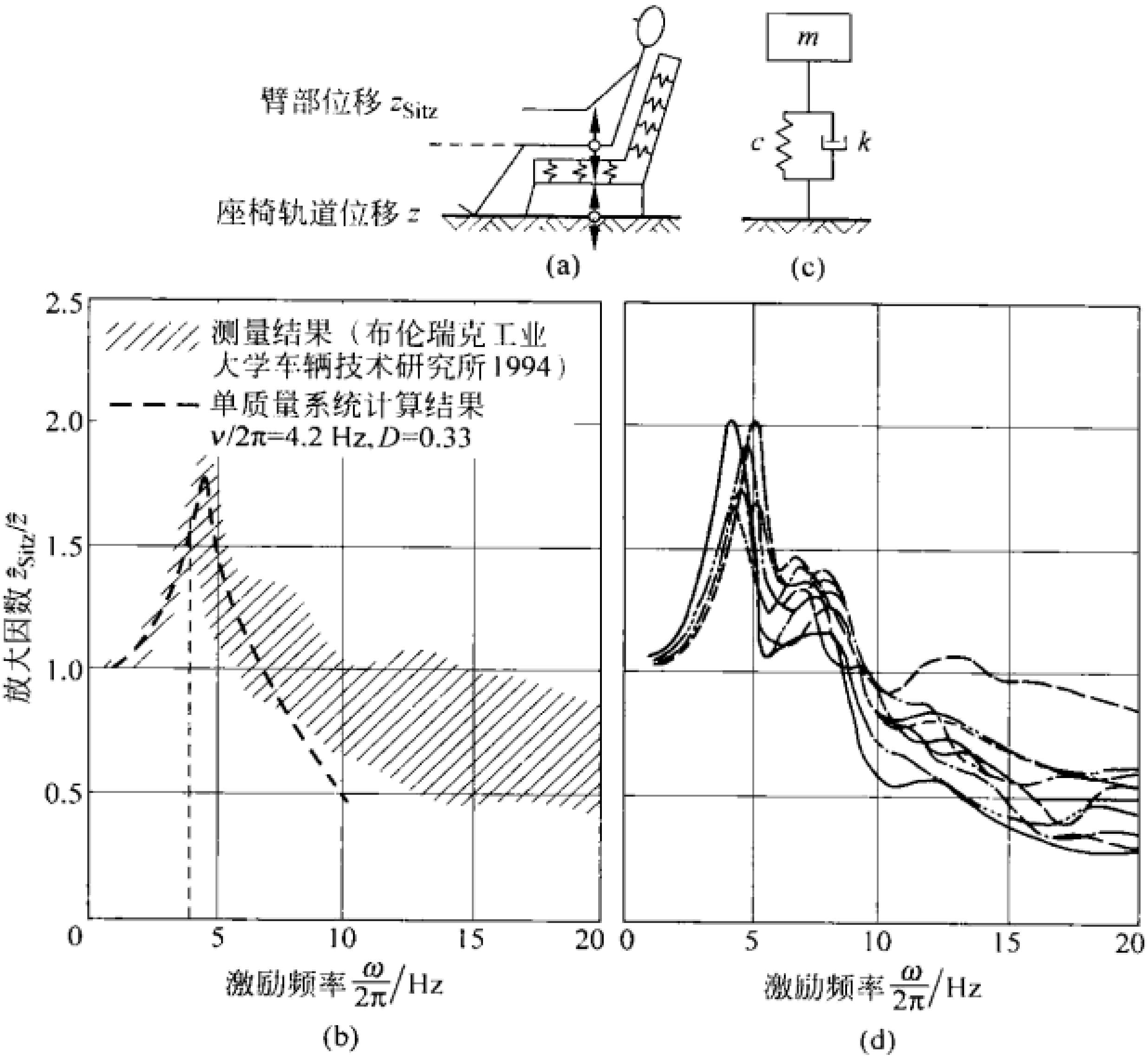


图 56.10 (a) 人体在座椅上；(b) 臂部和车辆座椅导轨运动的幅频特性测量和计算结果(以激励频率 $\omega/2\pi$ 为自变量)；(c) 针对(a)的振动等效系统；(d)同一驾驶员不同座椅的幅频特性(在(b)和(d)中驾驶员双手放在转向盘上)

图 56.10(b)给出了不同的人在同一个座椅上测量结果的分布范围。从图中可以看出，固有频率波动很小，在 4 Hz 附近，而幅频特性波动相对大一些。可以用图 56.10(c)上的简单的单质量系统来近似，至少频率在 8 Hz 之内是可行的。[9]

[9] 超过 8 Hz 时误差几乎不产生影响，这一点在 64.3 节中可以得到。

m 是座椅上面的人体质量，c 是座椅弹簧刚度，k 是(液力)阻尼系数[10]。运动方程如式(55.4)所示。在 $4\times\sqrt{2}\approx5.6$ Hz 之前，座椅增强了车辆运动的传递；超过它之后，又减弱了车辆运动的传递。

在图 56.10(d)中描述了对于同一乘员不同轿车座椅幅频特性的测量结果，可以看出无阻尼固有频率在 $\nu/2\pi=4.0\sim5.0$ Hz 之间，波动阻尼系数在 $D=0.27\sim0.42$ 之间波动。近年来，出现了座椅变硬，即固有频率 $\nu/2\pi$ 变大的情况。

图 56.11 给出了安全带对座椅上的人员影响情况的测量结果。可知，是否系安全带的影响很小，而当被测人员手放在转向盘上时，4 Hz 附近的峰值减小，但是在之后的 8 Hz 附近时又出现了一个峰值。

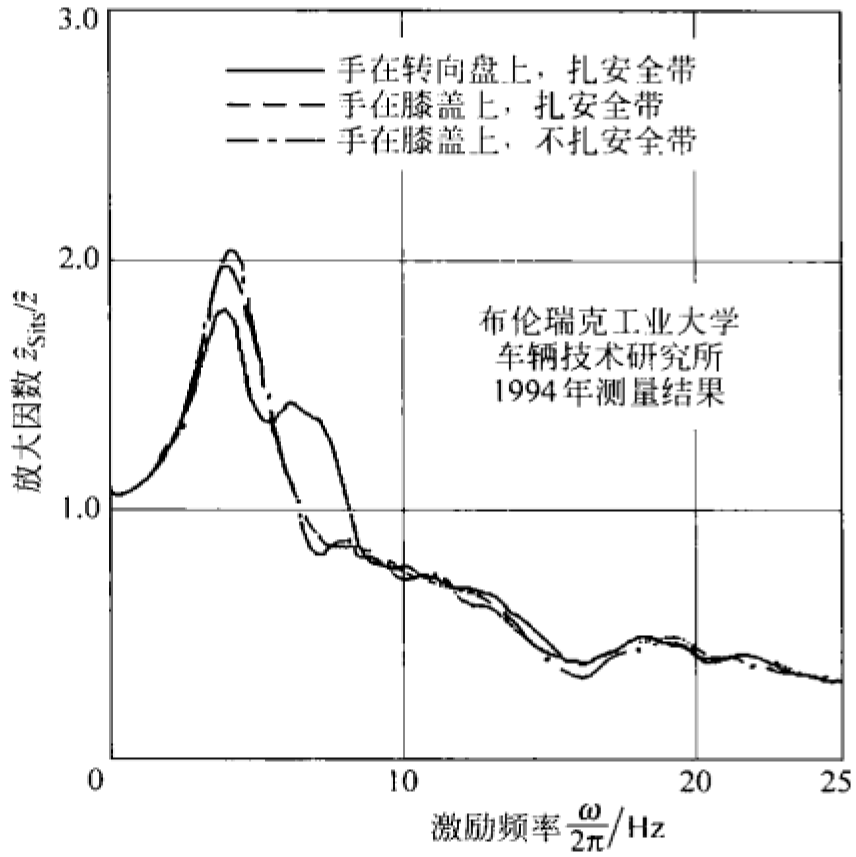


图 56.11 乘员状态对人体-座椅系统 z 方向的影响

座椅的隔振好坏不是唯一的，甚至还不是主要的判别性能的标准[11]，生理学的观点(冷热感觉，吸湿性)，座椅对人体几何形状上的匹配，以及对人体的支撑情况起着重要的作用。

在座椅 x 方向(行驶方向)的激励与座椅靠背(或者驾驶员后背)的响应 x_{Lehne} 之间形成的幅频特性 $\hat{x}_{Lehne}/\hat{x}$ 在图 56.12 中给出，它与图 56.10(d)中描述的 z 方向的幅频特性基本一致。

---

[10] Genauere Betrachtung der Dämpfung in: Winkelholz, E.-A.: Über eine mechanische Ersatzanordnung für das System Fahrersitz-Mensch. Diss. TU Braunschweig 1967. Siehe auch Griffin, M. J.: Handbook of Human Vibration, London: Academic Press 1994.

[11] Hontschik, H.; Kinkel, H. J.; Rasch, W.; Schmid, I.: Schwingungstechnische und arbeitsphysiologische Untersuchung von Fahrzeugsitzen verschiedener Bauart, ATZ 76 (1974) Heft 7, S. 216-222.

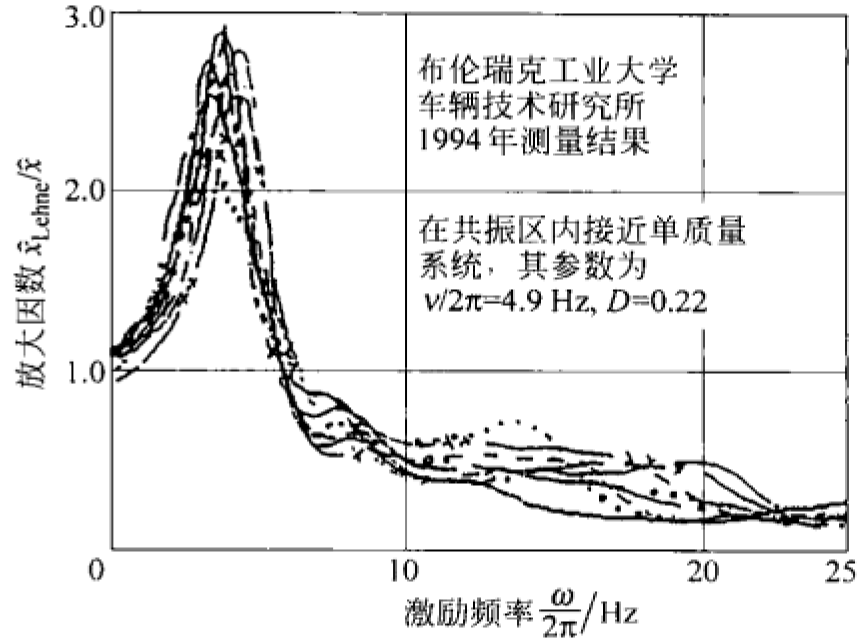


图 56.12　人体-座椅系统 x 方向的动力学特性(一个乘员，不同座椅，双手放在转向盘上)

57　正弦形式的激励

在此将对第 56 节中提出的激励函数进行准确的描述。地面不平度激励、发动机激励、不平衡激励都用函数 $f(t)$ 描述，系统相应的如车身加速度、驱动系统支撑力等用函数 $q(t)$ 表示。

57.1　简谐激励

纯正弦形式的激励，可以写成：

$$f(t) = \hat{f}\sin\omega t = \underline{\hat{f}}e^{j\omega t} \tag{57.1}$$

对于一个线性系统(流变线性(rheolinearen)系统也可以近似描述)，相应地有：

$$q(t) = \hat{q}\sin(\omega t + \alpha) = \underline{\hat{q}}e^{j\omega t} \tag{57.2}$$

车辆的振动可以区分为由圆频率为 ω[rad/s]或者频率为 $\omega/2\pi$[Hz]的激励作用于车辆产生的强迫振动(即所谓的车辆内部激励)和由地面不平度激励下的车辆产生的强迫振动(外部激励)两种。在后面的一些例子中也将利用单质量系统模型讨论不同激励形式与车辆参数的影响之间的关系。

a) 发动机激励

在发动机激励时，激励频率与发动机转速 n_M 成正比，当然发动机只能在一定的转速范围内工作：

$$\frac{\omega}{2\pi} \propto n_M, \quad n_{Mmin} \leqslant n_M \leqslant n_{Mmax} \tag{57.3}$$

根据图 57.1(c)可知，一台发动机的转速范围为 900～6000 r/min(15～100 r/s)，产生的二阶激励(四缸直列发动机产生的)成分频率范围为 30～200 Hz。图 57.1(b)给

出了装用橡胶支座时活塞往复运动惯性力激励的幅频特性曲线 $\hat{F}_L/a$。曲线通过表 56.2中第 2 行的表达式计算得到。当激励频率高于系统固有频率时，即振动系统受到超临界状态激励时，支撑力的幅值 $\hat{F}_L$ 随发动机转速变化很小。这里提出的要求很简单：a(与活塞质量相对应)应该比较小，这样就使得支撑力 F_L 相应比较小。

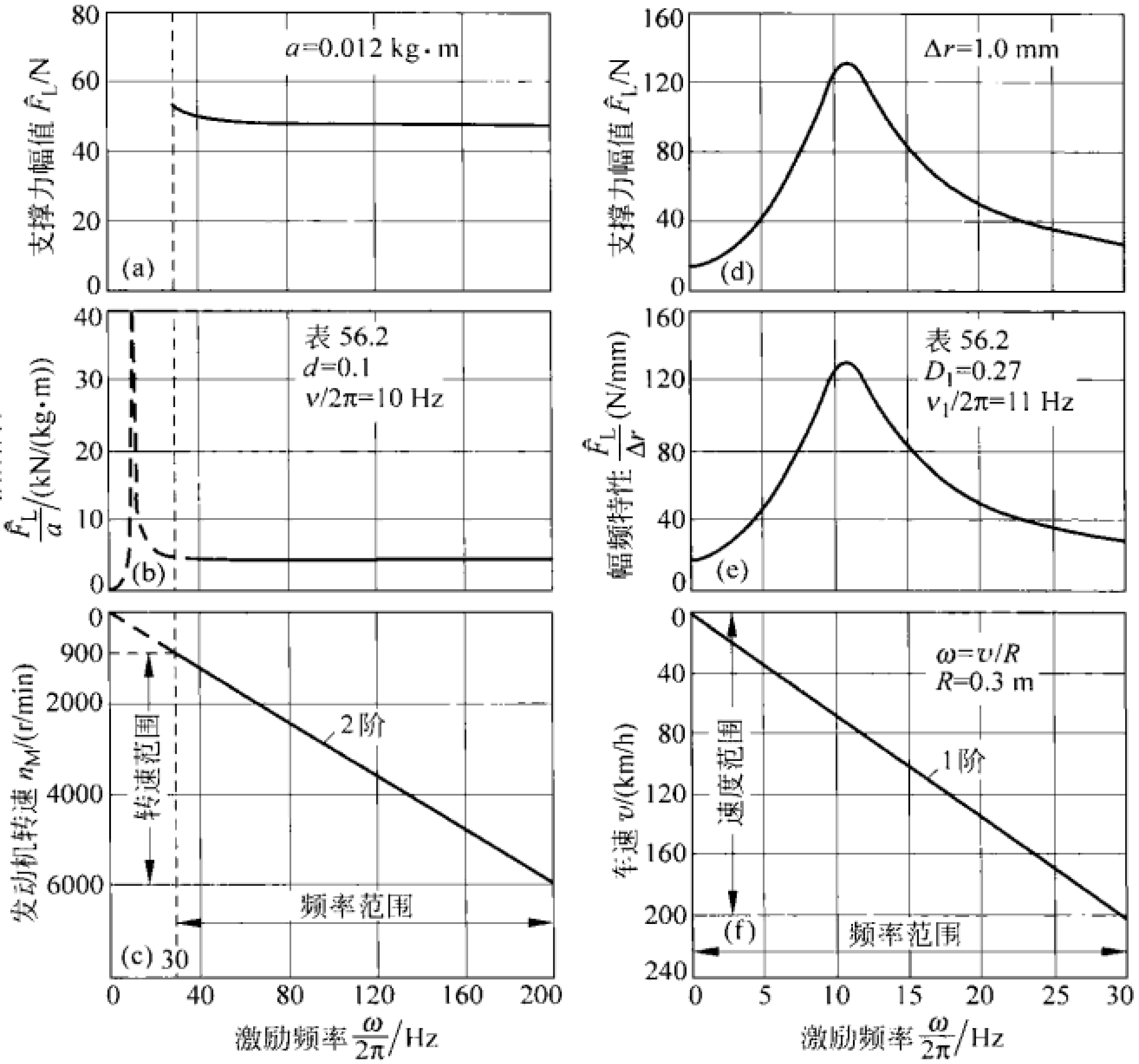


图 57.1 正弦激励

(a)～(c) 通过表 56.2 第 2 行给出的简单振动系统得到的发动机往复质量对支撑力 $\hat{F}_L$ 的影响，(a)支撑力；(b)幅频特性；(c)转速-频率范围内的关系。(d)～(f) 通过表 56.2 第 4 行给出的简单振动系统得到冲击 Δr 对支撑力 $\hat{F}_L$ 的影响；(d)支撑力；(e)幅频特性；(f)转速-频率范围内的关系

b）车轮/轮胎激励

由车轮和轮胎产生的强迫振动的频率与车轮转速 n_R 以及车辆行驶速度 v 成正比，见式(56.11)：

$$\frac{\omega}{2\pi} \propto v, \quad 0 \leqslant v \leqslant v_{\max} \qquad (57.4)$$

由于激励也可能由传动轴、万向节、齿轮等产生，考虑到传动系统的传动比，它们也正比于车轮转速 n_R 以及车辆行驶速度 v。这里式(57.4)也同样适用。

作为正弦激励的典型例子是车轮和轮胎的冲击 Δr，见 56.2.3 节中的(b)，图 57.1(d)～(f)描述了激励的特性曲线。当车速在 0～200 km/h 之间时，对应的激励中一阶成分的频率为 0～30 Hz，见图(f)。幅频特性 $\hat{F}_L/\Delta r$ 的表达式在表 56.2 中第 4 行给出，图(e)描述了它的变化曲线，图(d)描述了支撑力幅值 $\hat{F}_L$ 的变化曲线。在此与发动机激励不同的是，这里给出整个共振区的曲线，这是由于激励频率从零开始，最大的支撑力出现在车轮固有频率 11 Hz 处，对应的车速为 79 km/h。要求冲击的高度 Δr 应尽可能小。

c）地面不平度激励，波形路面

在地面不平度激励中各参数之间的关系不像式(57.3)和式(57.4)那样直观。

在式(55.21)和式(55.22)里，作为激励，我们已经引进了一个简谐函数(以实数和复数表示)：

$$h = \hat{h}\sin\omega t = \underline{\hat{h}}e^{j\omega t} \tag{57.5}$$

我们可以把这种扰动设想为所谓“波形路面”，如图 57.2(a)所示。车辆在它上面行驶并被激励。但是路面不平度 h 首先不是与时间 t 有关，而是和行程 x 有关；而只有通过车速才把两者联系起来。按图 57.2(b)，可写出与行程有关的不平度函数

$$h = \hat{h}\sin\Omega x = \underline{\hat{h}}e^{j\Omega x} \tag{57.6}$$

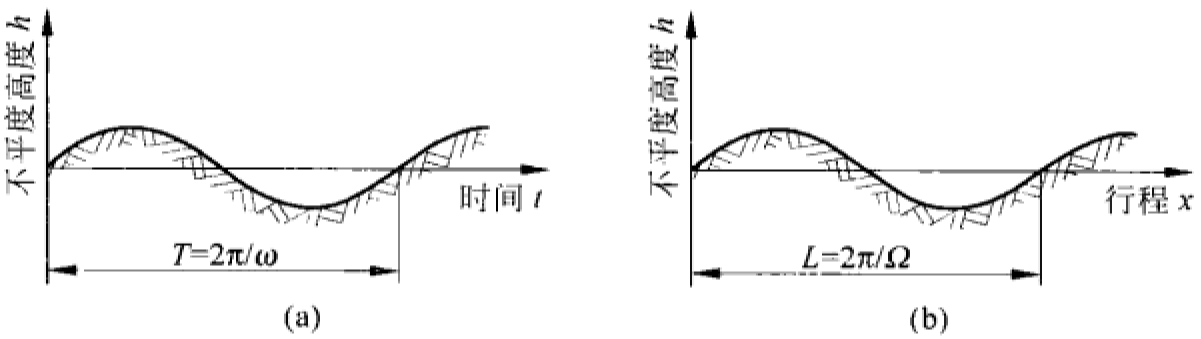


图 57.2　正弦不平度函数

(a) 与时间有关的；(b) 与行程有关的

式中“行程圆频率”

$$\Omega = 2\pi/L \tag{57.7}$$

L 为波长。

在以常速 v 行驶时，行程 x 和时间 t 之间的关系简化为

$$x = vt \tag{57.8}$$

令式(57.5)和式(57.6)相等，则 $\Omega x=\omega t$，即 $\Omega vt=\omega t$，这样“行程圆频率”Ω 和“时间圆频率”ω 之间的相应关系即可求出：

$$\omega = v\Omega = 2\pi\frac{v}{L} \tag{57.9}$$

当波长 L 为常值时，激励圆频率 ω 随车速提高而提高。对某一给定的波长 L，可以把幅频特性曲线(如图 56.2(a))的轮荷变化的幅频特性加以改写，将其横坐标 ω 换成车速 v(图 57.3(a))。对此，我们可以这样设想，简化为单质量系统的车辆相继以不

同速度驶过一定波长的正弦波形路面，对应于较低车速 v_1，振幅 $\hat{F}_z$ 是很小的；车速为 v_2 时，正好达到共振工况，激励圆频率 ω 约等于固有圆频率 ν，这时的动态轮荷的振幅要比激励的不平度振幅大。

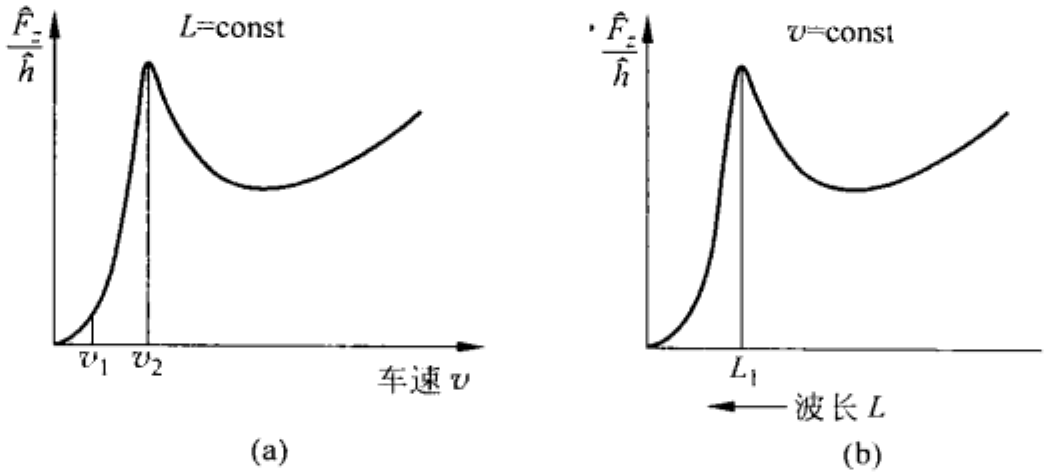


图 57.3 单质量系统轮荷变化的幅频特性

(a) 以不同车速驶过一定波长的波形路面；(b) 以一定车速驶过不同波长的波形路面

我们也可以把以激励圆频率 ω 为变量的幅频特性设想为车辆以一定速度驶过不同波长 L 的路面。由图 57.3(b) 可知，在波长为 L_1 时轮荷变化很大。

从上述可知，只有激励圆频率 ω(即车速 v 和波长 L 之比)对于振动激励来讲才是决定性的。[12] 当然激励振幅 $\hat{h}$ 的大小也是重要的，因为假如振幅为零，也就是路面是平的，我们就不需要研究由于地面不平度引起的振动问题了。

我们把 ω、v 和 L 的关系画在图 57.4 的双对数坐标系上。图中不是标出了一个单质量系统的固有频率，而是画出了汽车上一般存在的三个固有频率(参看第 XI 章)，即车身、座椅和车轮的固有频率。轿车上这三个固有频率的范围是 0.7～15 Hz。如果频率低限取 0.5 Hz，高限取 30 Hz，车速为 36～180 km/h(10～50 m/s)，那么由式(57.9)，研究振动时感兴趣的波长 $L=(10/30\sim50/0.5)=(0.3\sim100)$ m。

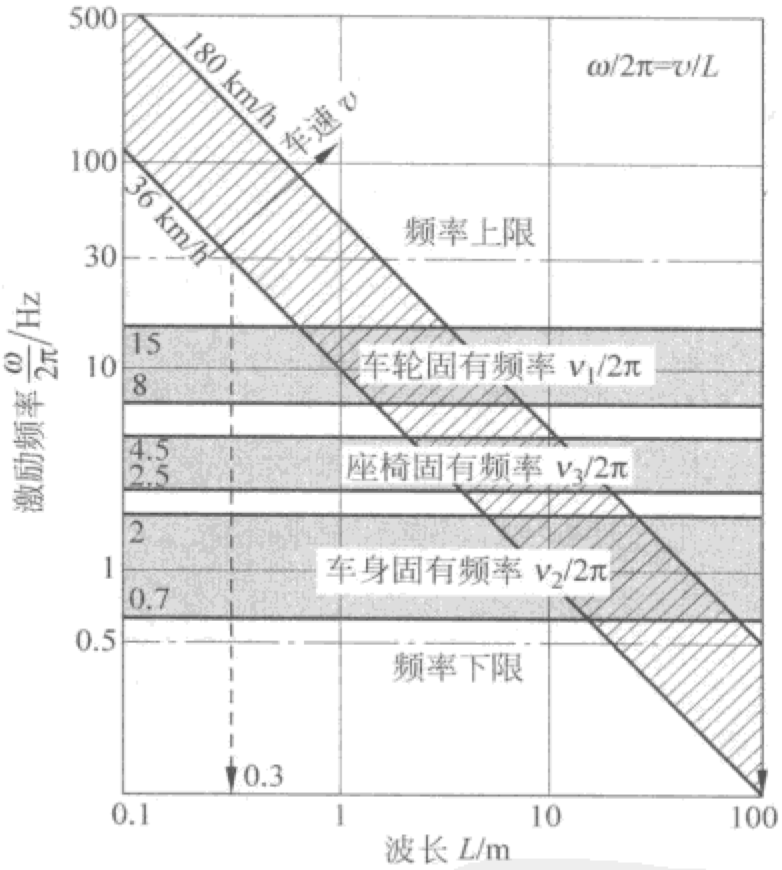


图 57.4 由固有频率和车速得到的激励频率和不平度波长的范围

一部正常的车辆在正常路面上行驶时，如果车速过低，波长过短，那么其振动值

---

[12] 从第 XII 章开始讨论双轴汽车时，不仅需要考虑 ω，还需要考虑轴距 l 和路面不平度波长 L。

就很小，讨论它就没有意义。另外，高于 180 km/h 的车速也是极为少见的。

57.2 周期性激励

在实际中周期性激励出现的几率远大于正弦形式的激励，其周期 T 在图 57.5(a)中给出。比如对于车轮和轮胎激励，其周期为车轮一转的时间；对于内燃机为曲轴一转的时间，而对于四冲程发动机为两转的时间。

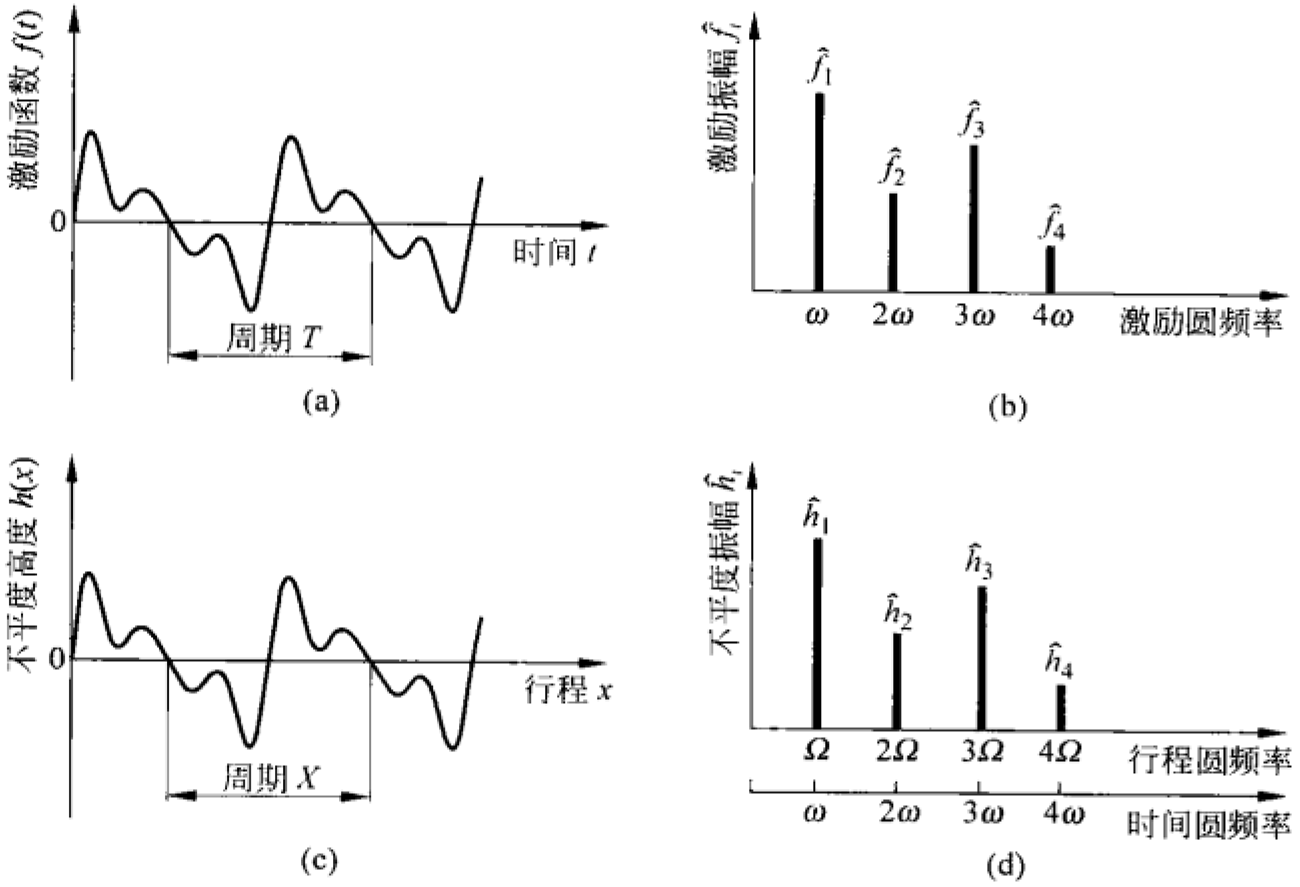


图 57.5 (a) 周期性激励函数；(c) 周期性不平度函数；(b)和(d) 相应的离散振幅谱

一个周期性激励函数可以写成正弦函数之和(傅里叶级数)

$$f(t)=f_0+\hat{f}_1\sin(\omega t+\varepsilon_1)+\hat{f}_2\sin(2\omega t+\varepsilon_2)+\cdots+\hat{f}_i\sin(i\omega t+\varepsilon_i)+\cdots \tag{57.10}$$

现在不仅是一个振幅，而是许多振幅 $\hat{f}_1,\hat{f}_2,\cdots$，一般项为 $\hat{f}_i$，分别对应于时间圆频率 $\omega_1=\omega,\omega_2=2\omega,\cdots$，一般项为 $\omega_i=i\omega$。式中

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \tag{57.11}$$

T 为周期长度。由此，我们可以按图 57.5(b)给出一个所谓离散振幅谱，图中各个振幅只对应于相应的各个激励圆频率。在此可以给出相应的响应函数：

$$q(t)=\hat{q}_1\sin(\omega t+\delta_1)+\hat{q}_2\sin(2\omega t+\delta_2)+\cdots+\hat{q}_i\sin(i\omega t+\delta_i)+\cdots \tag{57.12}$$

用圆频率 $\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_i,\cdots$ 对应的放大因数 $(\hat{q}/\hat{f})_1,(\hat{q}/\hat{f})_2,\cdots,(\hat{q}/\hat{f})_i,\cdots$ (见

图 57.6)乘以激励振幅 $\hat{f}_1,\hat{f}_2,\cdots,\hat{f}_i,\cdots$ 就可以得到响应振幅 $\hat{q}_i$。如果考虑到由图 56.2(b)中得到的相角 α_i,即可从式(57.12)得到[13]:

$$q(t)=(\hat{q}/\hat{f})_1\hat{f}_1\sin(\omega t+\varepsilon_1+\alpha_1)+(\hat{q}/\hat{f})_2\hat{f}_2\sin(2\omega t+\varepsilon_2+\alpha_2)+\cdots$$
$$+(\hat{q}/\hat{f})_i\hat{f}_i\sin(i\omega t+\varepsilon_i+\alpha_i)+\cdots \quad (57.13)$$

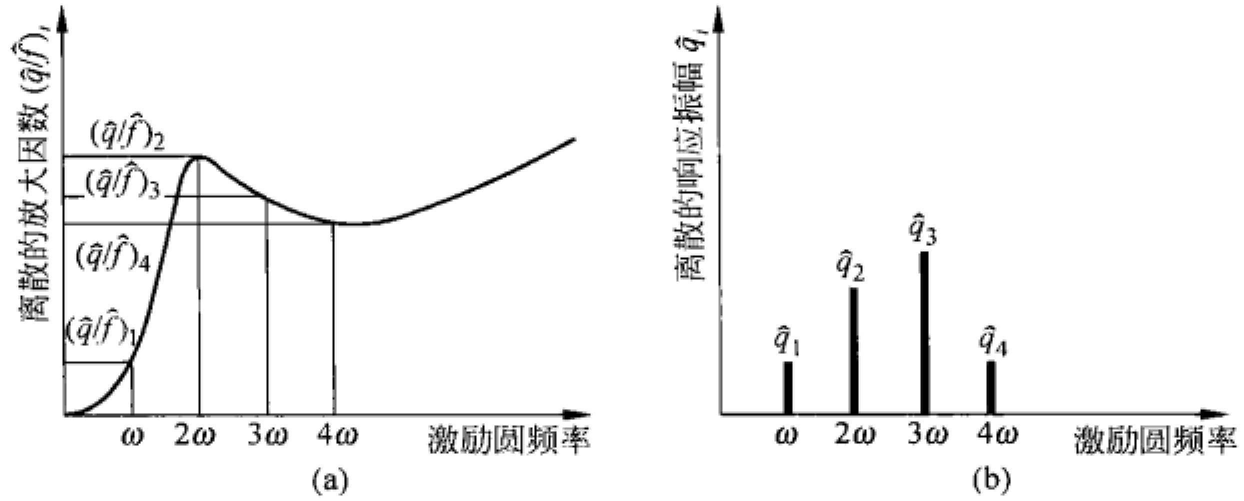


图 57.6 求轮荷变化振幅

(a) 取离散的激励圆频率 $i\omega$ 对应的放大因数 $(\hat{q}/\hat{f})_i$;

(b) 与相应的不平度振幅(见图 57.5(b))相乘得到振幅 $\hat{q}_i$

因为根据式(57.3)和式(57.4)激励圆频率 ω 与发动机转速以及车轮转速成正比,所以在图 57.7 用空间曲线描述了系统的响应,这个图被称为瀑布图(Wasserfalldiagramm)。在这个例子中三阶成分($i=3$)的幅值最大。

与道路长度相关的地面不平度函数 $h(x)$,周期长度为 X,见图 57.5(c)。可以用下式描述

$$h(x)=h_0+\hat{h}_1\sin(\Omega x+\varepsilon_1)+\hat{h}_2\sin(2\Omega x+\varepsilon_2)$$
$$+\cdots+\hat{h}_1\sin(i\Omega x+\varepsilon_i)+\cdots \quad (57.14)$$

式中

$$\Omega=\frac{2\pi}{X} \quad (57.15)$$

把式(57.8)和式(57.9)代入式(57.14),就可以从道路长度相关的不平度函数得到时间相关的不平度函数

$$h(t)=h_0+\hat{h}_1\sin(\omega t+\varepsilon_1)+\hat{h}_2\sin(2\omega t+\varepsilon_2)+\cdots$$
$$+\hat{h}_i\sin(i\omega t+\varepsilon_i)+\cdots \quad (57.16)$$

也就是说,在振动的车辆系统上同时作用着许多个激励圆频率 $\omega_1=\omega,\omega_2=2\omega,\cdots,\omega_i=i\omega,\cdots$(图 57.5(d))。关于激励响应的讨论与式(57.9)以后部分一致。

---

〔13〕 单个振动的叠加只是对于线性系统才成立(即所谓的 Superpositionsgesetz)。

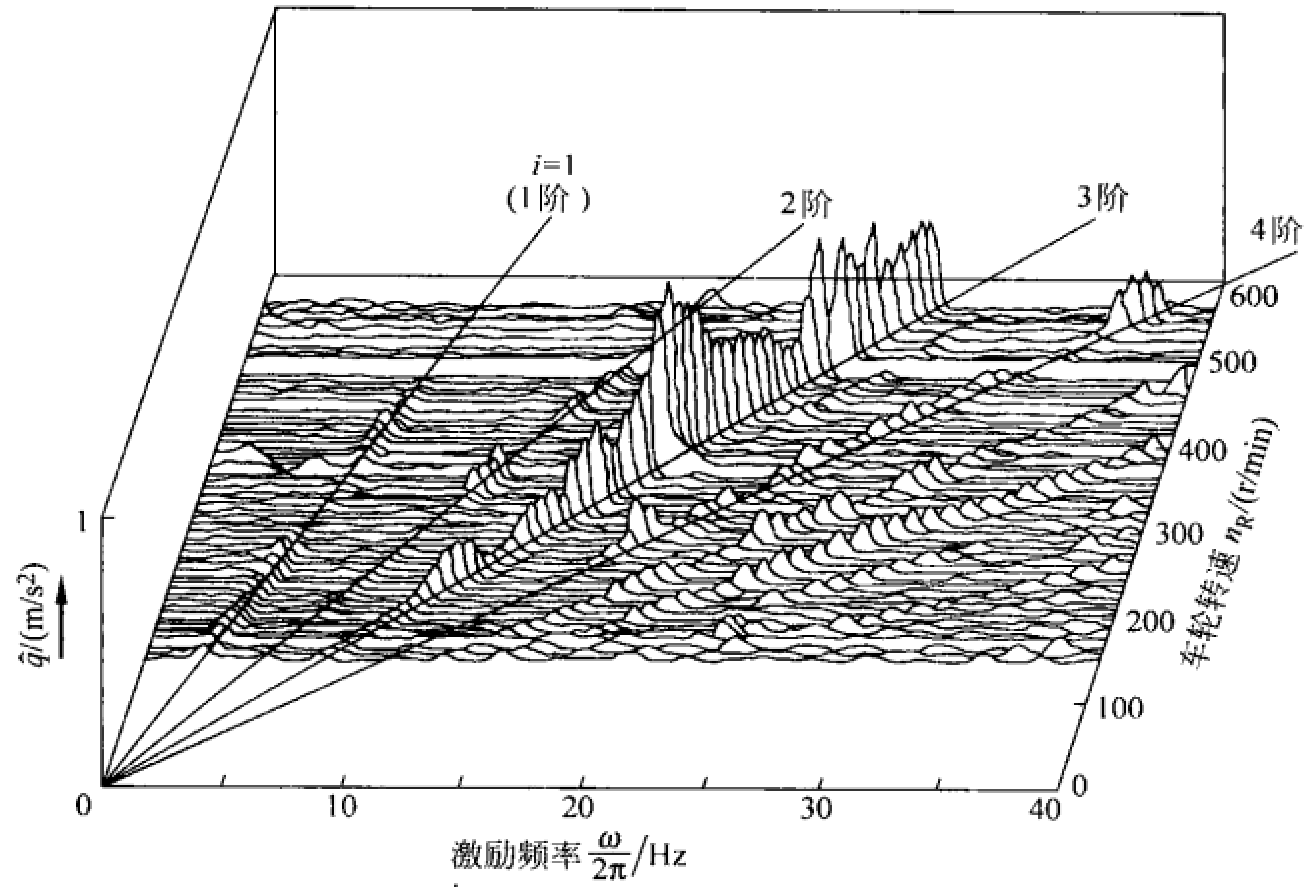


图 57.7 瀑布图：幅值(这里是一个加速度，单位：m/s^2)随激励频率以及车轮转速变化关系

一个周期性激励的例子是水泥混凝土路面，两伸缩缝之间间距为 5 m。假设地面不平度为锯齿形函数，见图 57.8，可以用下式描述：

$$h(x)=\frac{\Delta h}{2}-\frac{\Delta h}{\pi}\left(\frac{\sin \Omega x}{1}+\frac{\sin 2\Omega x}{2}+\cdots+\frac{\sin i\Omega x}{i}\right) \tag{57.17a}$$

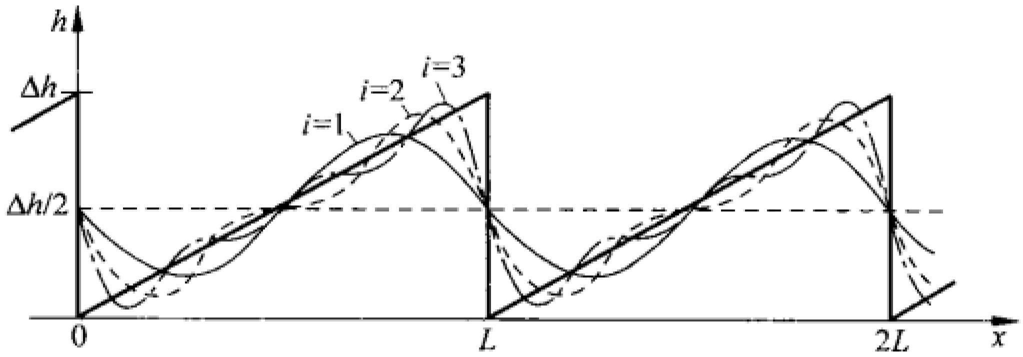


图 57.8 近似描述水泥混凝土路面周期函数的锯齿函数

或者：

$$h(t)=\frac{\Delta h}{2}-\frac{\Delta h}{\pi}\left(\frac{\sin \omega t}{1}+\frac{\sin 2\omega t}{2}+\cdots+\frac{\sin i\omega t}{i}\right) \tag{57.17b}$$

借助于图 57.9 在此同时对前三阶激励成分进行处理：基波(一阶成分)的波长为 $L_1=5$ m，二阶和三阶成分波长分别为 $L_2=2.5$ m，$L_3=1.67$ m。见图(e)。图(d)中给出了车速在 10～50 m/s(36～180 km/h)范围内的激励频率，图(c)给出了激励各阶成分的幅值大小，图(b)为简单的单质量系统的幅频特性$\hat{z}/\hat{h}$，图(a)给出了系统中质量的加速度幅值，由此可知，在这个例子中系统受到的锯齿函数前三阶激励都处于

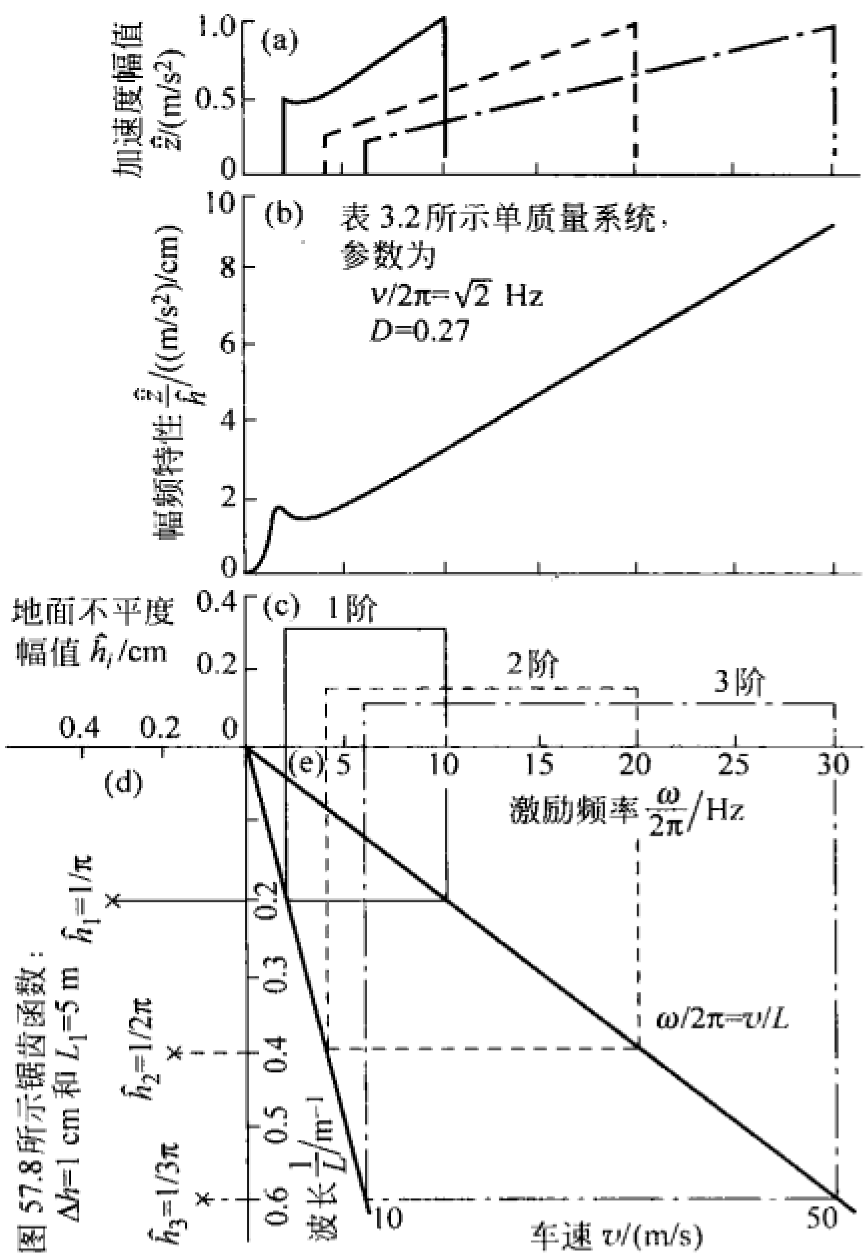


图 57.9 周期性不平度对振动系统的影响

(a) 加速度幅值；(b) 幅频特性；(c) 不平度幅值随激励频率变化关系；(d) 不平度幅值随波长变化关系；(e) 波长-车速-激励频率之间关系

超临界状态。

按式(57.14)和式(57.16)给出的激励函数以及按式(57.12)和式(57.13)给出的解也可以用复数形式写出：

$$h(x) = \sum_{i=1}^{n} \underline{\hat{h}}_i e^{ji\Omega x} \tag{57.18}$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} \underline{\hat{h}}_i e^{ji\omega t} \quad f(t) = \sum_{i=1}^{n} \underline{\hat{f}}_i e^{ji\omega t} \tag{57.19}$$

和

$$q(t) = \sum_{i=1}^{n} \underline{\hat{q}}_i e^{ji\omega t} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\underline{\hat{q}}}{\underline{\hat{f}}}\right)_i \underline{\hat{f}}_i e^{ji\omega t} \tag{57.20}$$

58 随机不平度，统计参数，功率谱密度

尽管人们能够成功地分析车辆激励（内部激励）这种周期性激励对车辆振动的影响，但是，道路不平度与上面激励情况有很多差别。实际上，几乎不存在波形路面和周期性不平度函数，而一般的路面不平度是无规则的。为此需要其他的计算方法进行分析。

58.1 随机不平度

前面所作的探讨不是没有用处的，因为由此可以对任意的不平度推导出一个数学表达式。从周期性不平度到完全无规则的，或所谓随机性不平度的转换，只需把周期长度 X 设想成很大，几百米或几千米长即可。而按照式(57.15)，这时的频率 Ω_1，Ω_2，…，Ω_i 之间的间隔就会很小。极限情况下，周期长度 X 趋于无限大时，我们可以把离散谱（图 57.5(d)）转换成连续谱（图 58.1(b)）。

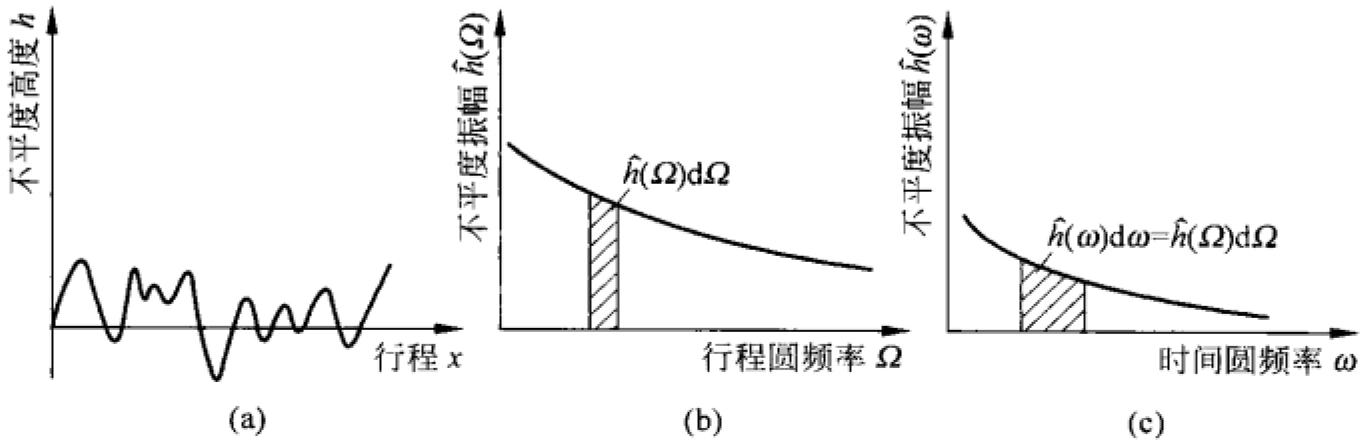


图 58.1 (a) 无规则不平度函数；(b) 作为行程圆频率函数的连续谱；(c) 作为时间圆频率函数的连续谱

从数学上看，这一步意味着从求和公式(57.18)转换成积分[14]：

$$h(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}\underline{\hat{h}}(\Omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Omega x}\,\mathrm{d}\Omega \tag{58.1}$$

振幅谱可写成

$$\underline{\hat{h}}(\Omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}h(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Omega x}\,\mathrm{d}x$$

在文献中，有时在式(58.1)的积分式前还乘以 $1/2\pi$，这样一来，振幅谱的因数为 1；也有人采用对称写法，在行程函数和振幅函数前都乘以因数 $1/\sqrt{2\pi}$[15]。

---

[14] Siehe Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1960, S. 126, oder DIN 1311, Blatt 1.

[15] 见前一个参考文献。

再把式(57.8)和式(57.9)代入式(58.1)，即可求得与时间有关的不平度函数

$$h(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{\underline{h}}(\Omega)e^{j\omega t}\frac{d\omega}{v}=\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{\underline{h}}(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{58.2}$$

式中

$$\hat{\underline{h}}(\omega)=\frac{1}{v}\hat{\underline{h}}(\Omega) \tag{58.3}$$

或

$$\hat{\underline{h}}(\omega)d\omega=\hat{\underline{h}}(\Omega)d\Omega \tag{58.4}$$

我们必须根据式(58.3)来区分行程圆频率有关的谱$\hat{\underline{h}}(\Omega)$(图 58.1(b))和时间圆频率有关的谱$\hat{\underline{h}}(\omega)$(图 58.1(c))。

此外，要注意$\hat{\underline{h}}(\Omega)$和$\hat{\underline{h}}(\omega)$的量纲不同。在式(57.14)和式(57.16)以及式(57.18)和式(57.19)中，$\hat{\underline{h}}_i$ 的量纲是长度，因为不平度的高度 h 的量纲总是长度。所以式(58.1)和式(58.2)中，乘积$\hat{\underline{h}}(\Omega)d\Omega$ 和$\hat{\underline{h}}(\omega)d\omega$ 的量纲也都是长度。而 Ω 的量纲是 1/长度，所以$\hat{\underline{h}}(\Omega)$量纲为(长度)^2；而 ω 的量纲为 1/时间，所以$\hat{\underline{h}}(\omega)$的量纲为长度×时间。

车辆对不平度的响应相应地可以写成

$$q(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\hat{\underline{q}}(\omega)e^{j\omega t}d\omega=\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{\hat{\underline{q}}}{\hat{\underline{h}}}\right)\hat{\underline{h}}(\omega)e^{j\omega t}d\omega \tag{58.5}$$

58.2 统计参数

现在通常我们并不关心在某一完全确定的时刻振动系统对一个激励如何响应，而是通过统计手段，从一个较长时间间隔来看，这一系统是如何被激励的。用这种方法就可以来回答图 54.2 提出的关于舒适性、安全性程度等问题。

在统计参数中，主要的是均值和均方值，以及由此导出的标准差。在一定条件下，这些参数可以计算出来[16]。但这里不去详细加以探讨，而只是列出对以后处理振动问题来说十分重要的一些结论。

对于一足够长的时间 T 来说，其均值的定义是

$$\bar{q}=\frac{1}{T}\int_0^T q(t)dt \tag{58.6}$$

作为例子，在图 58.2(a)中画出了轮荷变化 F_z 的情况。$\bar{F}_z$ 以上和以下的面积是相等的。均值一般可以事先求得，比如，车身加速度的均值等于重力加速度，弹簧行程(挠度)的均值等于弹簧静挠度，而轮荷的均值等于车轮静载。

---

[16] Siehe Literaturstellen[4.6/1] bis [4.6/11] in Klotter, K.: Technische Schwingungslehre, Bd. Ⅰ, 3. Aufl., Teil A. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1981. -Schlitt, H.: Systemtheorie für regellose Vorgänge. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1960, Kap. Ⅳ. -Bendat, J. S.; Piersol, A. G.: Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis. New York: J. Wiley&Sons 1980.

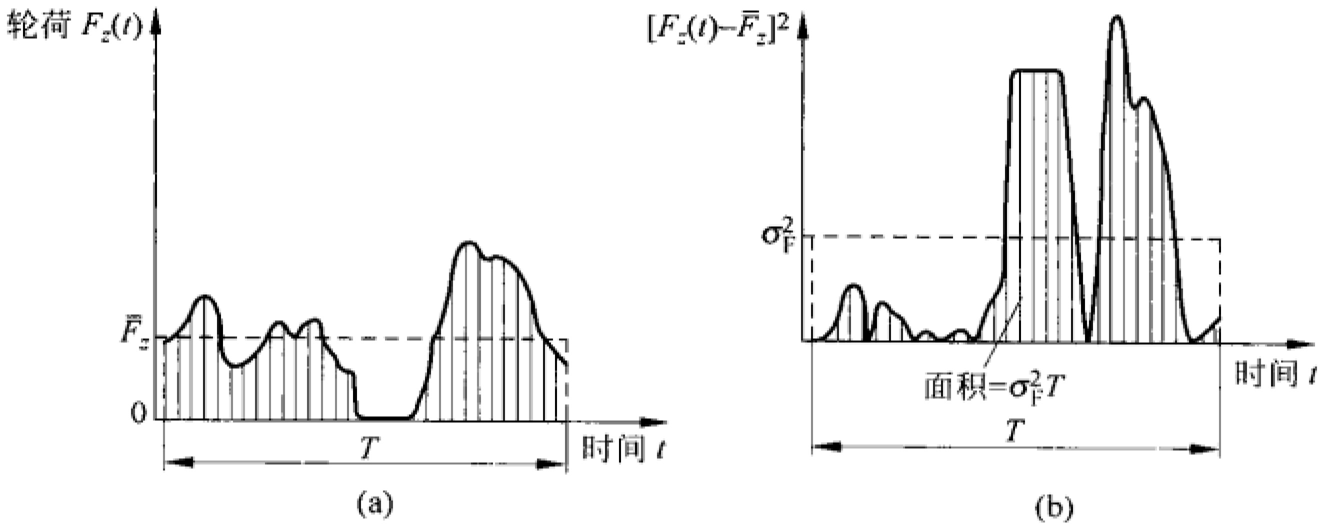


图 58.2 由轮荷-时间笔录曲线 $F_z(t)$ 求取

(a) 对时间的均值 $\bar{F}_z$；(b) 方差 σ_F^2 和标准差 σ_F

因此，重要的是均方根值(即有效值)：

$$\tilde{q}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T q^2(t)\mathrm{d}t}=q_{\mathrm{eff}} \tag{58.7}$$

和标准差

$$\sigma_q=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [q(t)-\bar{q}]^2\mathrm{d}t} \tag{58.8}$$

后者表征了 $q(t)$ 相对于均值 $\bar{q}$ 的变化情况(参看图 58.2(b))。由式(58.6)和式(58.7)可得到

$$\sigma_q=\sqrt{(\tilde{q})^2-(\bar{q})^2} \tag{58.9}$$

即 σ_q 可由均方值和均值求出，σ_q^2 亦称方差，或离散度。

均值和标准差用其他方式来表示也许更为直观一些。在图 58.3(a)上画出了轮荷-时间笔录曲线(原则上和图 58.2(a)是一样的)，并且在轮荷最大值和最小值之间，以 ΔF_z 为间距加以等分。令它们的纵坐标高度为 F_{z1}, F_{z2}，一般为 F_{zk}。我们再数出曲线 $F_z(t)$ 和坐标为 F_{zk} 的直线的交点数。把这些点数(称为 f_k)表示在图 58.3 的频次线图上[17]。

均值可以由坐标 F_{zk} 与频次 f_k 乘积之和被交点总数相除得到：

$$\bar{F}_z=\frac{1}{N}[F_{z1}f_1+F_{z2}f_2+\cdots+F_{zk}f_k+\cdots] \tag{58.10}$$

式中

$$N=f_1+f_2+\cdots+f_k+\cdots=\sum_{k=1}^{n} f_k \tag{58.11}$$

均值可缩记为

$$\bar{F}_z=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{n} F_{zk}f_k \tag{58.12}$$

方差为

$$\sigma_F^2=\frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{n} (F_{zk}-\bar{F}_z)^2 f_k \tag{58.13}$$

[17] In diesem Beispiel werden nur die Schnittpunkte mit der nach oben gehenden F_z-Kurve gezählt (sog. Klassendurchgangsverfahren). Je nach Aufgabenstellung werden noch andere “Klassierverfahren” verwendet, s. DIN 45667.

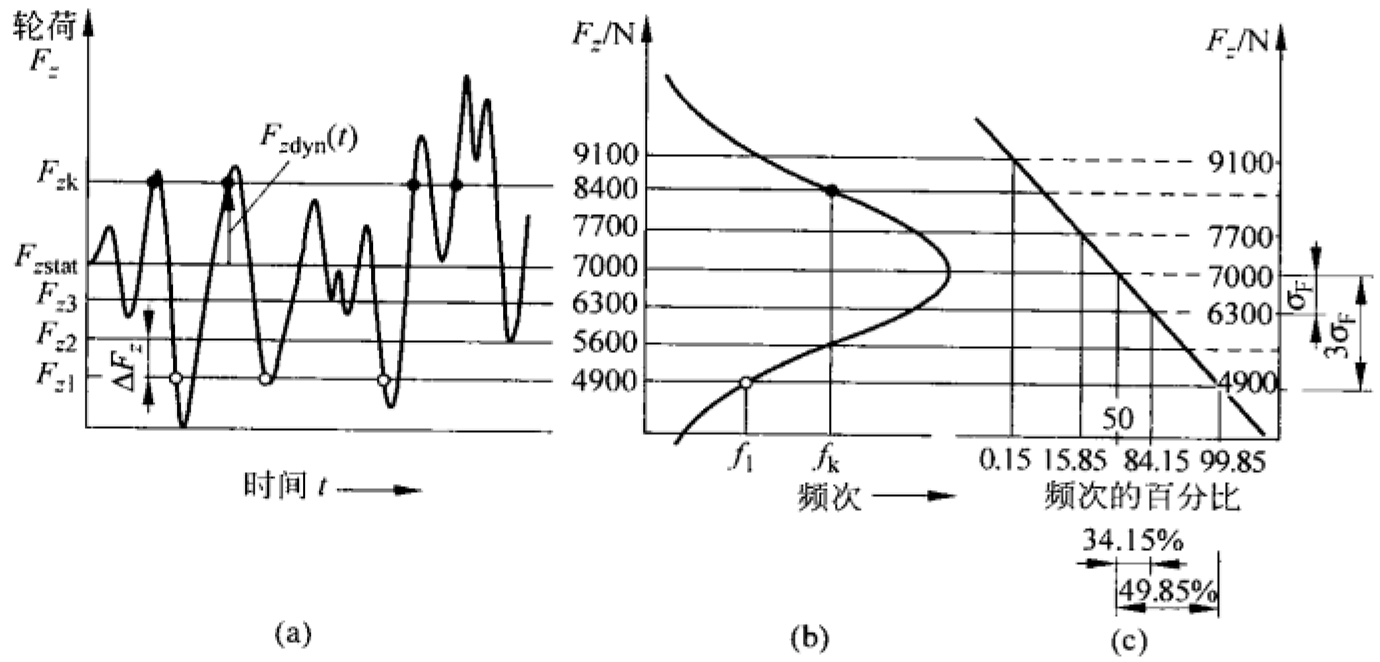


图 58.3 (a) 轮荷-时间笔录曲线 $F_z(t)$，等分间距为 ΔF_z；(b) 轮荷-频次曲线，按正向交点数画出；(c) 在“正态概率纸”上表示轮荷与频次百分比的关系

因为通常统计现象可以用高斯分布（即所谓正态分布）来描写，所以我们可以用正态概率纸来评价[18]。这时，取交点载荷 F_{zk} 为纵坐标，累积的概率为横坐标，如图 58.3 所示。横坐标是非等分的，以使高斯分布的各评价点在一条直线上。如果是这样（像这里轮荷分布的情况），那么均值和标准差可以马上就读出来。

在累积概率 50%处，我们可以读出均值 $\bar{F}_z=7000$ N，84.15%处读到轮荷值 6300 N，由此即可求出标准差 $\sigma_F=7000\ \text{N}-6300\ \text{N}=700$ N。

只要服从高斯正态分布，就可用标准差直观地评价无规则的振动量。处于 $\bar{q}+\lambda\sigma_q$ 和 $\bar{q}-\lambda\sigma_q$ 之间的振动量 $q(t)$ 的概率为 $1-S$，而大于 $\bar{q}+\lambda\sigma_q$ 和小于 $\bar{q}-\lambda\sigma_q$ 的 $q(t)$ 的概率即为 S。λ 和 S 的关系如表 58.1 所列。

表 58.1 高斯分布情况下处于标准差 σ 的倍数 $\pm\lambda\sigma$ 以外的概率 S

λ	1	2	2.58	3	3.29
S	31.7%	4.6%	1%	0.3%	0.1%
$1-S$	68.3%	95.4%	99%	99.7%	99.9%

为了解释上表，我们再回到图 58.3 上来：均值 $\bar{F}_z=7000$ N，标准差 $\sigma_F=700$ N。就可以估计出在 $7000+1\times700=7700$ N 到 $7000-1\times700=6300$ N 之间的轮荷概率为 68.3%，而超过 7700 N 以及低于 6300 N 的轮荷概率为 31.7 %。例如 $\lambda=3$，则超过 $7000+3\times700=9100$ N 和低于 $7000-3\times700=4900$ N 的轮荷概率为 0.3%。这些值，我们可以从图 58.3(c)中立刻查出。

58.3 功率谱密度函数

把式(58.5)代入式(58.7)后，即可求出重要的均方根值 $\bar{q}$（即有效值）[19]

[18] Zurmühl, R.: Praktische Mathematik, 5. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1965.

[19] Ableitung s. Literatur in Fußnote 16.

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} (\hat{q}(\omega))^2 \mathrm{d}\omega \qquad (58.14)[20]$$

$\lim\limits_{T\to\infty}$意味着，对函数 $q(t)$ 来讲，时间间隔 T 很大时（数学上是无穷大），被积函数才有意义。我们把被积函数记为

$$\Phi_q(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} (\hat{q}(\omega))^2 \qquad (58.15)$$

称之为“谱密度”（或根据 DIN 1311，第一章“功率谱函数”，称为“功率谱”；英语称为“power-spectrum”或“power-spectral-density”，缩写为 PSD）。函数 q 的谱密度是与圆频率 ω 有关的，因为振幅 $\hat{q}$ 的大小与 ω 有关。$\hat{q}$ 的出现还表示，在计算均方值时起作用的仅仅是实振幅 $|\underline{\hat{q}}| = \hat{q}$，而不是复振幅；因而相角在这时不起作用。把式(58.15)代入式(58.14)，可以缩写成

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \Phi_q(\omega) \mathrm{d}\omega \qquad (58.16)[21]$$

由此，建立了振幅谱 $\hat{q}(\omega)$ 和均方值 $\tilde{q}^2$ 之间的关系。

只需把 $[\hat{h}(\omega)]^2$ 引进式(58.14)，就很容易地把上式用于受到道路不平度激励的汽车振动系统：

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]^2 [\hat{h}(\omega)]^2 \mathrm{d}\omega$$

改写后得到：

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]^2 \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}(\omega)]^2 \mathrm{d}\omega \qquad (58.17)$$

参阅式(58.15)，可把表达式记为

$$\Phi_h(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}(\omega)]^2 \qquad (58.18)$$

因为激励圆频率 ω 与道路不平度和车速有关，所以这是道路不平度和车速有关的谱密度。

比值 $[\hat{q}(\omega)/\hat{h}(\omega)]^2$，在第 55 节以后的相关章节中探讨强迫振动时我们已经熟悉了。$[\hat{q}(\omega)/\hat{h}(\omega)]^2 = \hat{V}^2(\omega)$ 是放大因数的平方，例如轮荷变化，相应地如图 56.2(a)所示。在道路不平度和车速形成的谱密度 $\Phi_h(\omega)$（系统输入）与车辆运动的谱密度 $\Phi_q(\omega)$（系统输出）之间存在着如下关系：

---

[20]　以前把 $\tilde{q}^2 = (\tilde{q})^2$ 经常用 $\overline{q}^2$ 代替。

[21]　在 0 到 $+\infty$ 进行积分得到有效值的功率谱密度函数 $\Phi_q(\omega)$ 被称为“单边功率谱密度函数”，它在后面经常用到。有时作者也用到“双边功率谱密度函数”，它在 $-\infty$ 到 $+\infty$ 之间积分得到有效值。由于两者得到的有效值应该相等，所以双边功率谱密度函数是单边功率谱密度函数的一半，即：

$$\tilde{q}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\mathrm{qzweiseitig}} \mathrm{d}\omega = \int_0^\infty 2\Phi_{\mathrm{qzweiseitig}} \mathrm{d}\omega = \int_0^\infty \Phi_{\mathrm{qeinseitig}} \mathrm{d}\omega.$$

见参考文献 16。

$$\Phi_q(\omega) = \hat{V}^2(\omega)\Phi_h(\omega) \tag{58.19}$$

这样，从前三个算式即可得到

$$\tilde{q}^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{q}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]^2 \Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega = \int_0^\infty \hat{V}^2(\omega)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{58.20}$$

我们还是回到轮荷变化的例子上来，把式(58.20)表示在图 58.4 上。

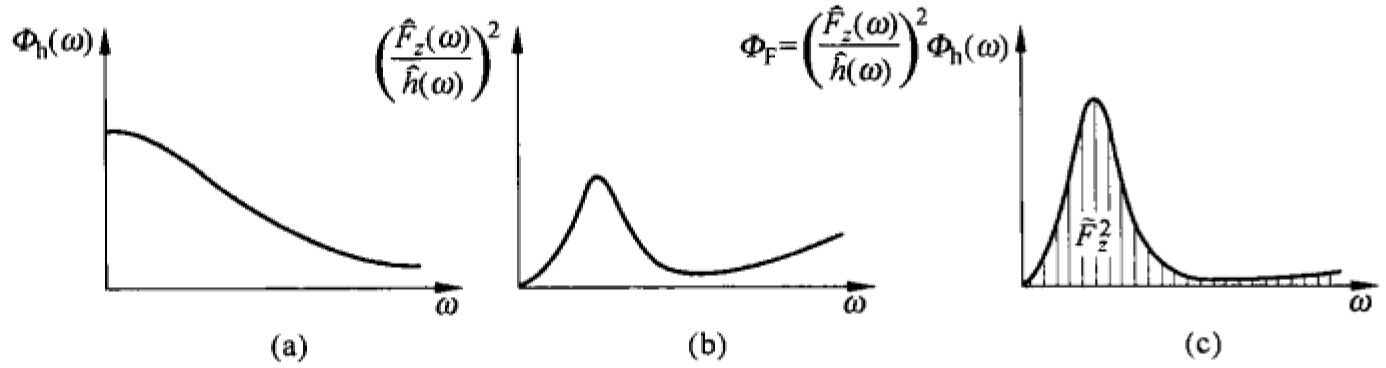


图 58.4 由图(a)所示的路面不平度和车速形成的谱密度 $\Phi_h(\omega)$，图(b)所示的轮荷波动的幅频特性 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 以及图(c)所示的轮荷变化谱密度 Φ_F 来求取轮荷变化的有效值 $\hat{F}_z$。各图均以激励圆频率 ω 为自变量

59 路面不平度的谱密度

式(58.18)表示的谱密度 $\Phi_h(\omega)$ 与路面的不平度以及车辆的速度有关。为此，我们先要定义出仅与不平度有关的谱密度 $\Phi_h(\Omega)$，再类似于式(58.3)求出与 $\Phi_h(\omega)$ 的关系。

$\Phi_h(\omega)$ 的定义为(由式(58.18))

$$\Phi_h(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}[\hat{h}(\omega)]^2 \tag{59.1}$$

与此相应地，行程圆频率有关的谱密度为

$$\Phi_h(\Omega) = \lim_{X\to\infty}\frac{4\pi}{X}[\hat{h}(\Omega)]^2 \tag{59.2}$$

这里，时间间隔 T 被路段长度 X 所取代，而 $\hat{h}(\omega)$ 用 $\hat{h}(\Omega)$ 取代。

引进车速后得到 X 的关系式

$$X = vT \tag{59.3}$$

把关于 X 的式(59.2)和关于 $\hat{h}(\Omega)$ 的式(58.3)代入式(59.2)，再把式(59.2)与式(59.1)相比较，即可得到

$$\Phi_h(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_h(\Omega) \tag{59.4}$$

图 59.1 画出了时间圆频率有关的谱密度 $\Phi_h(\omega)$ 和行程圆频率有关的谱密度 $\Phi_h(\Omega)$ 之间的关系。给定车速 v，可由式(57.9)从 Ω 得到 ω，并由已知的谱密度 $\Phi_h(\Omega)$ 按式(59.4)求出 $\Phi_h(\omega)$。

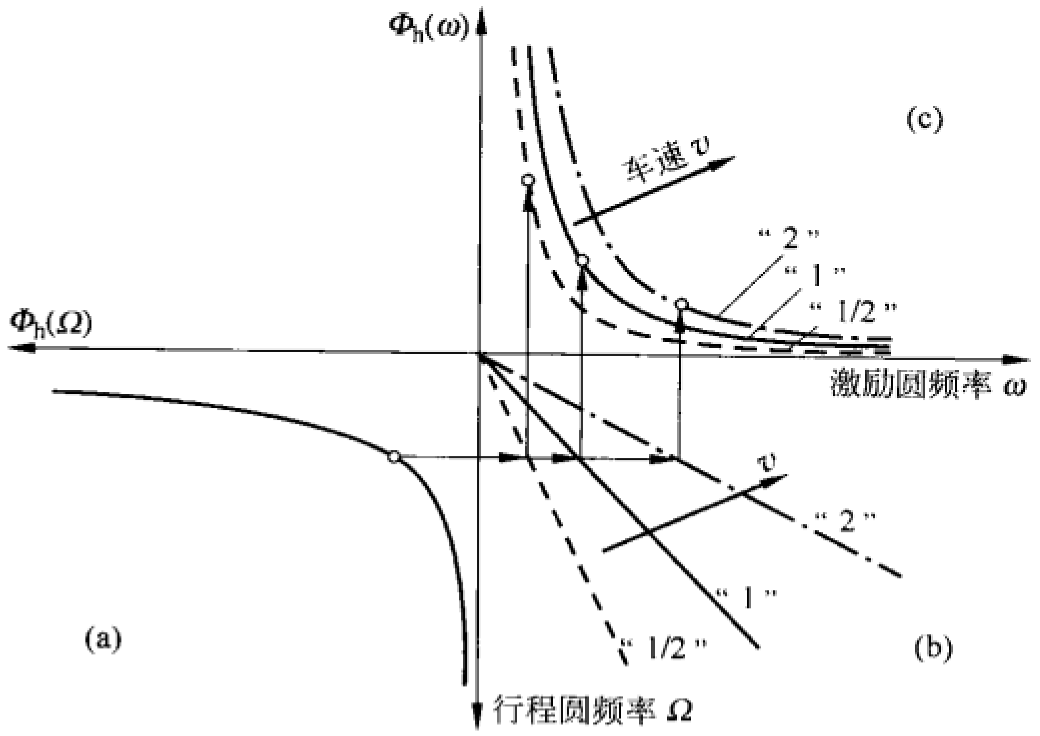


图 59.1 行程圆频率有关的谱密度与时间圆频率有关的谱密度之间关系

(a) 不平度的谱密度 $\Phi_h(\Omega)$与行程圆频率 Ω 的关系；(b) 不同车速 v 对应的与行程圆频率与激励圆频率之间关系；(c) 与激励圆频率 ω 有关的不平度和车速的谱密度 $\Phi_h(\omega)$

把图 59.1 和图 58.4 联系起来，即可得到例子中轮荷变化的有效值 $\tilde{F}_z$。

59.1 $\Phi_h(\Omega)$的测量结果

双对数坐标表示的一些道路谱 $\Phi_h(\Omega)$如图 59.2 所示。大致上，不平度谱密度的数值随着道路行程圆频率 Ω 的增长或不平度波长 L 的减小而减小，也就是说，长的不平度波长对应大的谱密度，短的波长有较小的谱密度，但在短波长区域内出现了谱密度的突起（特别是石块路面和可以塑性变形的路面），这是在无规则的不平度函数上叠加了周期性分量的缘故[22]。

如果不考虑这些分量，在双对数坐标系中，谱密度曲线近似为直线，并可以用下式表示：

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0)\left[\frac{\Omega}{\Omega_0}\right]^{-w} \tag{59.5}$$

式中 Ω_0 是标准的行程圆频率；$\Phi_h(\Omega_0)$作为"不平度的尺度"，说明道路的好坏；w 是"波度性"的尺度，说明主要是长波，或者是还有谱密度相当大的短波。

表 59.1 给出了一些平均值，不平度的尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$变化是很大的，而波度性的尺度 w 在 2 左右。在表 59.2 里列出了关于不平度分级的建议，它们都是从 $w = 2$ 出发提出的。

---

[22] Braun, H.: Untersuchung von Fahrbahnunebenheiten und Anwendung der Ergebnisse. Diss. TU Braunschweig 1969.

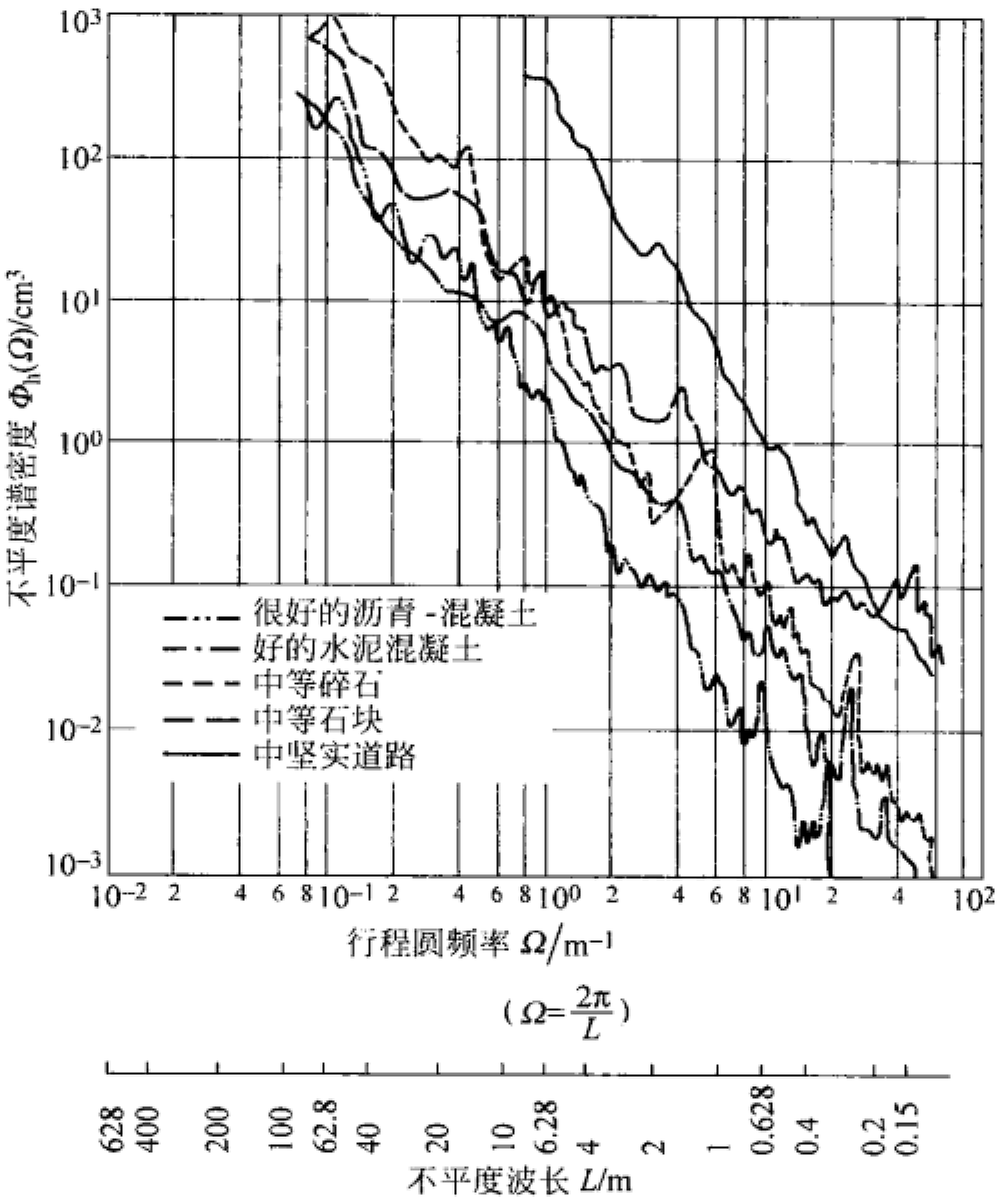


图 59.2 与行程圆频率 Ω 和不平度波长 L 有关的不平度的谱密度 $\Phi_h(\Omega)$[23]

表 59.1 按式(59.5)来描述的联邦德国道路路面谱

参 数	道路等级(测量的路段数)	数值范围		
		最小值	平均值	最大值
不平度的尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$，单位 cm³，$\Omega_0=2\pi/L_0=1\ \text{m}^{-1}$	联邦高速公路(240)	0.3	1.0	7.8
	联邦公路(70)	0.4	2.1	9.5
	联邦州公路(35)	0.4	5.3	29.0
	环路(30)	0.7	12.2	62.0
w 是"波度性"的尺度	联邦高速公路(240)	1.5	2.0	2.6
	联邦公路(70)	1.7	2.3	2.9
	联邦州公路(35)	1.9	2.4	2.9
	环路(30)	1.8	2.3	2.9

(Braun, H.: Meßergebnisse von Straßenunebenheiten, VDI-Berichte Nr. 877(1991), S. 47-80)

〔23〕 见参考文献 22。

表 59.2 根据单边功率谱密度道路不平度分级的建议

等级	不平度的尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$，单位 cm^3，$\Omega_0=2\pi/L_0=1\ m^{-1}$ $w=2$			不平度的主观评价
	下限	中间值	上限	
A	0	1	2	很好
B	2	4	8	好
C	8	16	32	中
D	32	64	128	差
E	128	256	512	很差

(Mechanical Vibration-Road Surface Profiles-Reporting of Measured Data，ISO 8608：1995(E))

近似公式(59.5)还有"美中不足"：当 $\Omega\rightarrow 0$，即在波长 $L\rightarrow\infty$ 时，谱密度不再保持一个有限值，而是趋于无限，而它本应是有限的。为此，Parchilowskij 提出[24](参看图 59.3)：

$$\Phi_h(\Omega)=\frac{\alpha}{\beta^2+\Omega^2} \tag{59.6}$$

与式(59.5)比较后说明，上式仅当 $w=2$ 时才是有效的。测量结果表明，其界限远大于对于车辆重要的波长，见表 59.1 中的参考文献。

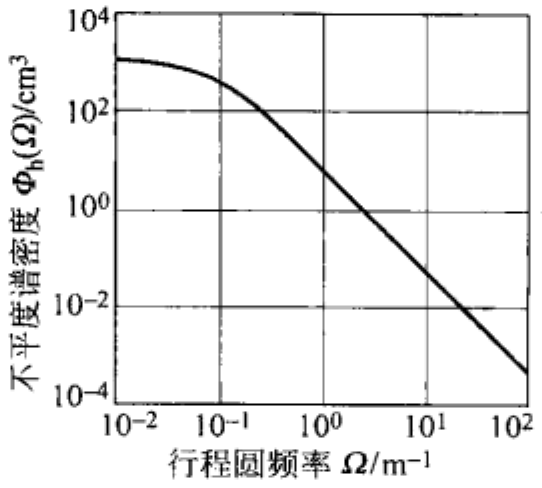


图 59.3 按式(59.6)画出的不平度谱

59.2 $\Phi_h(\Omega)$的直观解释

谱密度不太直观，为了容易想象，我们作下列变换[25]。

谱密度的定义是由式(58.1)导出的，该式中的不平度函数 $h(x)$ 是无限多个正弦振动函数之和，这些正弦函数的行程圆频率 Ω 和波长 L，以及振幅谱 $\hat{h}(\Omega)$ 各不相同，而且 $\hat{h}(\Omega)$ 的量纲是(长度)。比较直观的是由一些(而不是无限多个)正弦振动函数来构成不平度函数，波长区间应该集中，幅度的量纲应为长度。

为此，用波长有关的谱密度来取代行程圆频率有关的谱密度。由于不平度的有效值 $\tilde{h}$ 必须保持不变，所以有

$$\tilde{h}^2=\int_0^{\infty}\Phi_h(\Omega)\mathrm{d}\Omega=\int_{\infty}^{0}\Phi_h(L)\mathrm{d}L \tag{59.7}$$

根据式(57.7)，得到 $L=2\pi/\Omega$，导出 $\mathrm{d}L=-2\pi/\Omega^2\cdot\mathrm{d}\Omega$，并由式(59.7)以及近似式(59.5)，即可得到

$$\Phi_h(L)=\frac{\Omega^2}{2\pi}\Phi_h(\Omega)=\frac{\Omega^2}{2\pi}\left(\frac{\Omega_0}{\Omega}\right)^w\Phi_h(\Omega_0)$$

如令 $w=2$(从表 59.1 可知，这是取其平均值)，即

$$\Phi_h(L)=\frac{\Omega_0^2}{2\pi}\Phi_h(\Omega_0)=\text{const} \tag{59.8}$$

即波长有关的谱密度不随波长 L 改变。

---

[24] Parchilowskij，J. G.：Spektrale Verteilungsdichte der Unebenheiten des Mikroprofils der Straßen und die Schwingungen des Kraftfahrzeuges. Automobilnaja Promischlenost (russ.) XXVII. Jahrg.，Nr. 10 (Okt. 1961).

[25] 见参考文献 22。

这样一来，现在我们可以来作对应于波长区间 ΔL 的所谓不平度的部分有效值 $\widetilde{\Delta h}$，再把 $\widetilde{\Delta h}$ 换算为对应于 ΔL 中间值 $\bar{L}$ 的、幅度为 $\hat{b}_{\text{abs}}$ 的一个单一简谐函数（这里，在简谐函数的幅值和有效值换算时，必须考虑因数 $\sqrt{2}$）。

$$\widetilde{\Delta h}=\sqrt{\int_{\bar{L}-\Delta L/2}^{\bar{L}+\Delta L/2}\Phi_{\text{h}}(L)\,\mathrm{d}L}=\sqrt{\Phi_{\text{h}}(\bar{L})\Delta L}=\frac{\hat{b}_{\text{abs}}}{\sqrt{2}}$$

式(59.8)代入，得

$$\hat{b}_{\text{abs}}=\sqrt{\frac{\Omega_0^2}{\pi}\Phi_{\text{h}}(\Omega_0)\Delta L} \tag{59.9}$$

这就是说，在波长区间 ΔL 为定值时（绝对带宽为定值时），幅度 $\hat{b}_{\text{abs}}$ 也是定值（例如，$\Delta L=\pi[m]$、$\Omega_0=1[\text{m}^{-1}]$、$\Phi_{\text{h}}(\Omega_0)=4[\text{cm}^3]$（良好路面），则 $\hat{b}_{\text{abs}}\approx0.2[\text{cm}]$，即，如对于不平度波长在 $10-\pi/2=8.43$ m 到 $10+\pi/2=11.57$ m 区间内时，幅度为 0.2 cm；而波长在 98.4～101.6 m 区间内时，幅度同样为 0.2 cm）。

我们取相对带宽（即波长区间除以平均波长），也许更为直观一些。为此，把上式变换为

$$\hat{b}_{\text{rel}}=\sqrt{\frac{\Omega_0^2}{\pi}\Phi_{\text{h}}(\Omega_0)\frac{\Delta L}{\bar{L}}}\cdot\sqrt{\bar{L}} \tag{59.10}$$

如果，上限 $\bar{L}+\Delta L/2$ 是下限 $\bar{L}-\Delta L/2$ 的 2 倍，那么在音乐声学里称为一个八度，而音乐声学里三度音(T_{erz})的频率比为 $\sqrt[3]{2}$。如果我们采用三度音的频率比，那么 $\Delta L/\bar{L}=0.23$，幅度 $\hat{b}_{\text{Terz}}$ 的计算如下：当 $\bar{L}=10$ m 时，$\Delta L=2.3$ m 即在 $10-2.3/2\approx8.9$ m 到 $10+2.3/2\approx11.2$ m 的区间内，按照式(59.10)求出 $\hat{b}_{\text{Terz}}=0.17$ cm。而当 $\bar{L}=100$ m 时，$\Delta L=23$ m，得到 $\hat{b}_{\text{Terz}}\approx0.54$ cm。$\hat{b}_{\text{Terz}}$ 和 $\bar{L}$ 的关系如图 59.4 所示。

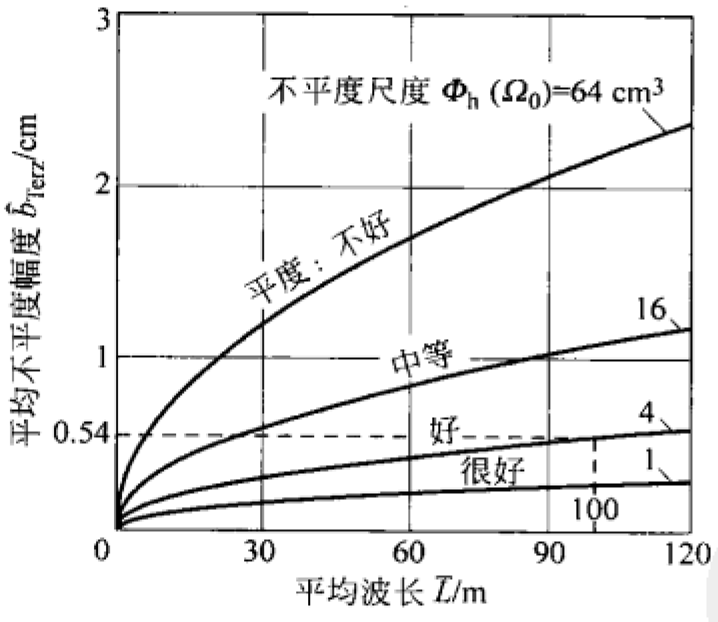


图 59.4 作为各种不平道路平均波长 $\bar{L}$ 函数的不平度幅度 $\hat{b}_{\text{Terz}}$
（采用三度音——T_{erz} 的频率比，数值取自表 59.2）

这种考虑，我们不仅可以用于输入谱密度，也可以用于输出谱。

59.3 单个障碍

在正弦道路（即所谓的波形道路）上、周期性不平度和随机性不平度出现的同时，

还存在着单个障碍，比如：道路过渡段、下水道盖、桥梁过渡段和路面修补处。在很平的道路上，它的出现会产生很大的影响。这种单个障碍一般采用一个正弦波、半正弦波、斜坡函数或者阶跃函数来描述。最好是采用(1－cos)函数来描述，见图 59.5，因为这个函数在起始点和结束点处的斜率为零。

$$h(x)=\begin{cases}0 & x\leqslant 0 \text{ 或者 } x\geqslant L\\ \hat{h}\left(1-\cos\dfrac{2\pi}{L}x\right)=\hat{h}\,(1-\cos\Omega x) & 0\leqslant x\leqslant L\end{cases}\tag{59.11}$$

或者

$$h(t)=\begin{cases}0 & t\leqslant 0 \text{ 或者 } t\geqslant L/v\\ \hat{h}\left(1-\cos\dfrac{2\pi v}{L}t\right)=\hat{h}(1-\cos\omega t) & 0\leqslant t\leqslant L/v\end{cases}\tag{59.12}$$

式中，行程圆频率 $\Omega=2\pi/L$，时间圆频率 $\omega=2\pi v/L$。

如果采用第 7 节提出的简单轮胎模型，因为模型中轮胎与地面之间是点接触，所以要求障碍的长度 L 至少大于四倍的接地印迹长度。

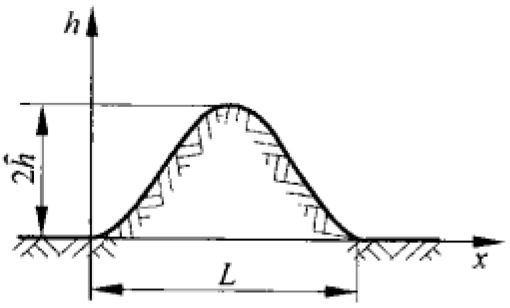


图 59.5 用(1－cos)函数近似描述的单个障碍

X 评价尺度及其计算

根据图 54.2,振动性能必须通过评价尺度来评价。评价标准是车轮载荷的变化和作用于乘员的振动,还有车轮和座位的总挠度。后者对于乘员来说不是直接的评价尺度,但是足够大的弹簧挠度正是达到高舒适性的结构上的前提,它是间接的评价尺度。

困难在于,如何把几个评价尺度综合成一个"数",以便可以用它从振动技术方面来表征车辆。目前这一点还没有解决,只能简略地讨论一下这一问题[26]。比如,如果把作为行驶安全性尺度的车轮载荷变化的有效值 $\tilde{F}_z$,以及将在 66.2 节中涉及的,用于舒适性评价的振动强度 K 取作评价值,那么参考控制技术中系统优化时采用的质量数形式,总的评价可以用

$$Q = g_F \tilde{F}_z^2 + g_K K^2$$

来表征。当然,这里加权因数 g_F 和 g_K 应该是已知的。比如对于赛车,行驶安全性可能是重要的,而舒适性几乎是次要的(g_F 大,g_K 小);而轿车则必须在行驶安全性和舒适性之间进行协调。对于一部用途已经确定的车辆,只要加权因数已知,就可以对它的弹簧和减振器进行优化设计[27]和布置。

正如前面所说的,加权因数是难以确定的,所以下面各个评价尺度不再综合,而是并列阐述。

60 轮荷变化,行驶安全性,道路应力

作为车辆振动的第一个评价尺度是车轮载荷 F_z。它将涉及行驶安全性和道路应力。

F_z 由静态和动态两部分组成(图 60.1):

$$F_z(t) = F_{zstat} + F_{zdyn}(t) \tag{60.1}$$

---

[26] Helms, H.: Grenzen der Verbesserungsfähigkeit von Schwingungskomfort und Fahrsicherheit von Kraftfahrzeugen. Diss. TU Braunschweig 1974.

[27] Oberdieck, W.; Richter, B.; Zimmermann, P.: Evolutiosstrategie-ein Hilfsmittel bei der Lösung fahrzeugtechnischer Aufgaben, ATZ 84 (1982) Heft 7/8, S. 331-337.

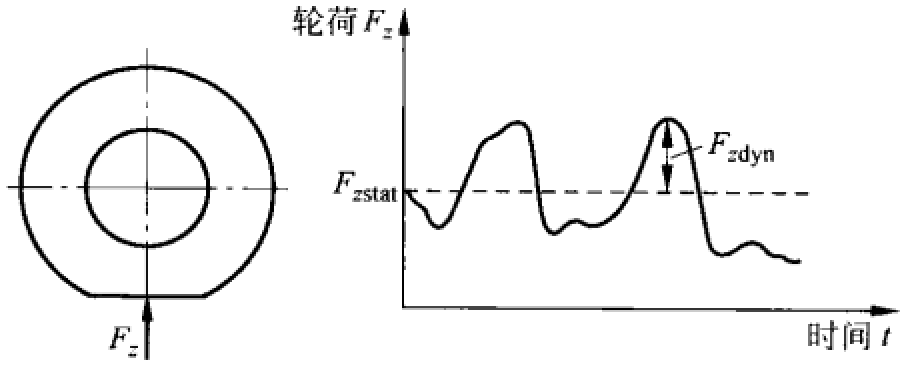


图 60.1　静态轮荷 F_{zstat} 和动态轮荷 F_{zdyn} 的说明

由于车轮载荷 F_{zdyn} 只有车辆在不平路面上行驶时才会产生比较大的值，所以仅针对它需要讨论激励的影响。轮荷标准差的平方，即轮荷的方差或离散度可按式(58.8)给出，并把式(60.1)代入，即得

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{T}\int_0^T [F_z(t) - \bar{F}_z]^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T [F_{zstat} + F_{zdyn}(t) - \bar{F}_z]^2 \mathrm{d}t$$

因为轮荷的线性平均值一般应等于静态轮荷，即

$$\bar{F}_z = F_{zstat} \tag{60.2}$$

所以

$$\sigma_F^2 = \frac{1}{T}\int_0^T F_{zdyn}^2(t)\mathrm{d}t$$

由式(58.7)可得到

$$\sigma_F = \tilde{F}_{zdyn} \tag{60.3}$$

就是说，轮荷变化的标准差等于其有效值。

引进轮荷变化的实振幅 $\hat{F}_z$，由式(58.15)，得到轮荷变化的谱密度为

$$\Phi_F(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T}[\hat{F}_z(\omega)]^2 \tag{60.4}$$

由式(58.16)和式(60.3)，得到方差为

$$\sigma_F^2 = \int_0^\infty \Phi_F(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{60.5}$$

如果再把式(58.17)到式(58.20)中不平度和车速的谱密度 $\Phi_h(\omega)$ 引入，则有

$$\sigma_F^2 = \int_0^\infty \left[\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}\right]^2 \Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{60.6}$$

用行程圆频率的不平度谱密度 $\Phi_h(\Omega)$ 来描述 $\Phi_h(\omega)$，则

$$\Phi_h(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_h(\Omega) \qquad \text{见(59.4)}$$

考虑到

$$\omega = v\Omega \qquad \text{见(57.8)}$$

这样，就得到了图 60.2 所示的车辆—道路—车速之间的重要关系。

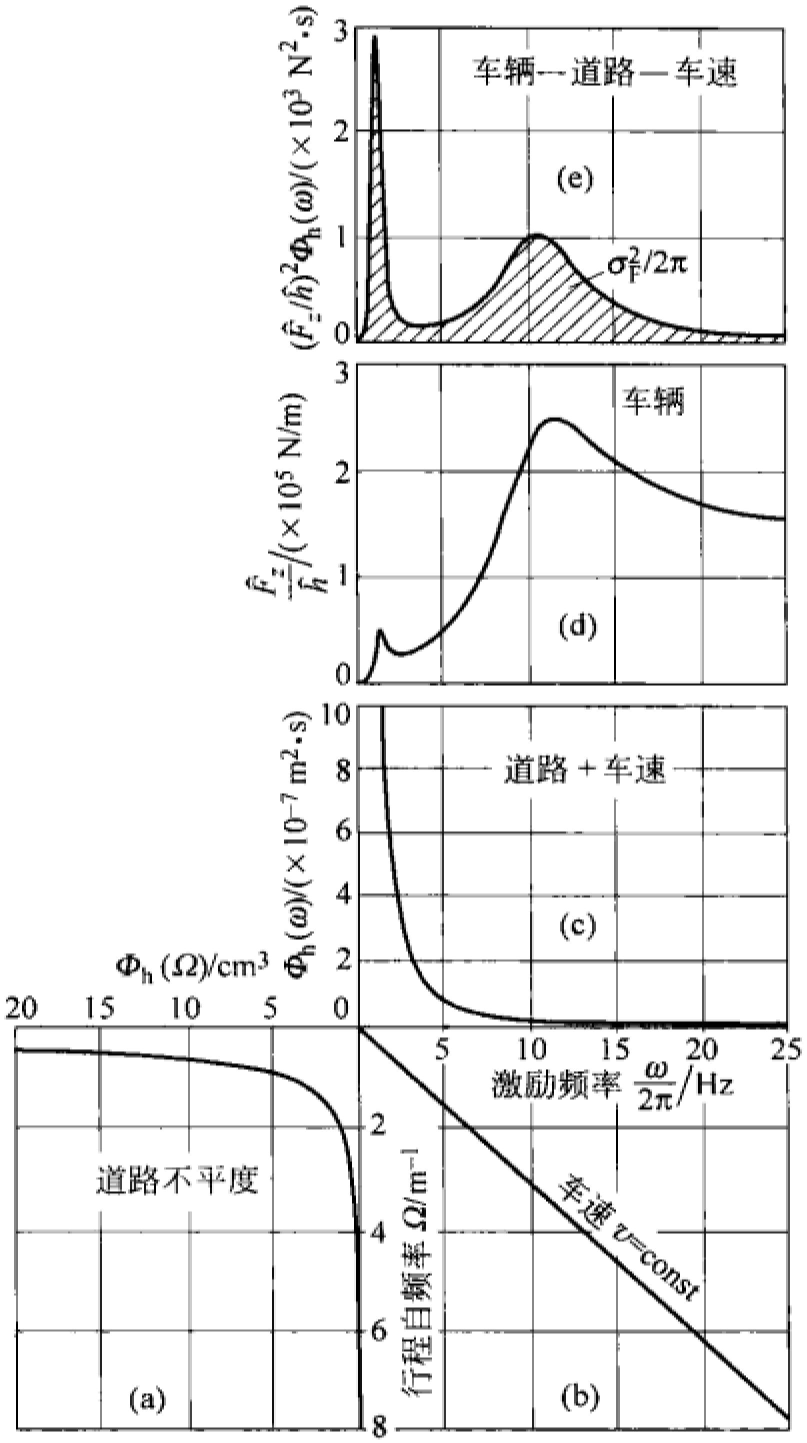


图 60.2 求取轮荷变化的标准差 σ_F

(a)、(b)、(c) 与行程和时间圆频率有关的不平度和车速的谱密度之间的关系(参看图 6.1)；(d) 轮荷波动的幅值比 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 随激励频率 $\omega/2\pi$ 的变化；(e) 轮荷变化的谱密度 $\Phi_F=(\hat{F}_z/\hat{h})^2\Phi_h(\omega)$

如果道路不平度谱密度近似表示为

$$\Phi_h(\Omega)=\Phi_h(\Omega_0)\left[\frac{\Omega}{\Omega_0}\right]^{-w} \quad \text{见(59.5)}$$

并将此式代入到式(60.6)，得

$$\sigma_F^2=v^{w-1}\Omega_0^w\Phi_h(\Omega_0)\int_0^\infty\left[\frac{\hat{F}_z(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]^2\frac{1}{\omega^w}\mathrm{d}\omega \tag{60.7}$$

表达式(60.6)、式(60.7)和图 60.2 形成了下面计算轮荷变化的基础。

这里先要讨论 σ_F 在车辆技术中的意义。

60.1 行驶安全性

由图60.1可知，轮荷的动态部分F_{zdyn}可能是正的，也可能是负的，特殊情况下$F_{zdyn}=-F_{zstat}$则瞬时总的轮荷$F_z=0$，也就是车轮不能传递水平力(切向和侧向)。如果这种情况在车辆所有车轮上同时出现，那么就丧失了驾驶的可能性。

准确地说，轮荷波动不是直接评价车辆安全性的参数，而重要的是可以评价车辆上的水平力，或者说由此引发的车辆运行状态，更准确地说可以评价车辆在水平路面和不平路面上行驶特性的变化[28]。

水平方向的力分为切向力和侧向力。轮荷波动会使得车轮与地面之间可以传递的切向力减小，不过对车辆制动距离影响很小[29]。但是对于侧向力的影响则完全不同。由于在侧向力不变的条件下根据轮胎特性侧偏角将增大[30]。这样就使得车辆的横向行驶特性发生变化，车辆的不足转向趋势降低，还有可能出现过多转向的情况，使车辆处于不稳定状态。因为对于车辆横向动力学特性重要的频率范围是0～2 Hz，而轮荷波动在这个频率范围也非常明显，因为这个频率范围处于车身的共振区附近[31,32]，见第XI章。

为了在B篇中不涉及车辆行驶特性的内容，这里简单地理解为车轮的载荷波动越小，车辆行驶安全性越高。并且用小的轮荷波动标准差σ_F来表征。

σ_F的绝对值的影响随静态轮荷F_{zstat}的不同而有很大差异；例如，标准差$\sigma_F=1000$ N时，对于$F_{zstat}=20\ 000$ N的货车不会损害其行驶安全性，而对于轮荷为3000 N的轿车，则有显著影响。为考虑这一影响，在评价行驶安全性时，把轮荷波动标准差除以静态载荷(即所谓变化系数)，并要求尽可能小。

$$\frac{\sigma_F}{F_{zstat}} \tag{60.8}$$

对已经给定的一部车辆，静态轮荷F_{zstat}是随载荷而变化的，所以为了使得在各种载荷情况下，行驶安全性大致相同，应提出下列要求：

$$\sigma_F \propto F_{zstat} \tag{60.9}$$

---

〔28〕 Siehe Mitschke, M.: Fahrverhaten von Pkw auf unebener Straβ, ATZ 85 (1983) Heft 11, S. 695-698.

〔29〕 Mitschke, M.; Thesenvitz, M.: Bremskraftverluste auf unebenen Fahrbahnen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 58 (1985) Düsseldorf: VDI-Verlag.

〔30〕 Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei schnellen Radlastschwankungen. Diss. TU Braunschweig 1985, und Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12. Nr. 73, (1986) Düsseldorf: VDI-Verlag.

〔31〕 Mühlmeier, M.: Bewertung von Radlastschwankungen im Hinblick auf das Fahrverhalten von Pkw. Diss. TU Braunschweig 1992.

〔32〕 Alberti, V.: Beurteilung von Fahrzeugen mit adaptiver Fahrwerksdämpfung. VDI-Bericht 916 (1991), S. 469-489. Düsseldorf: VDI-Verlag.

即空载车辆的轮荷变化应比满载为小。

利用上面所述的变化系数 σ_F/F_{zstat} 和表 58.1 给出的概率就可以直观地描述车辆的行驶安全性。

当 $\sigma_F=1000$ N、$F_{zstat}=3000$ N 时，$F_z=0$，也就是说 $\lambda\sigma_F/F_{zstat}=1$，这时 $\lambda=3$，即出现的概率为 0.3%/2=0.15%。这意味着每 1/0.0015=667 次载荷波动峰值中有一次轮荷为 0。对于轿车，车轮固有频率在 15 Hz 左右，车辆平均每 44 s 出现一次轮荷为 0 的情况，当车速为 72 km/h=20 m/s 时，每行驶 889 m 出现一次。如果标准差增加，即 $\sigma_F=1500$ N，根据表 58.1，λ 值也相应减小到 $\lambda=2$，这样，每行驶 58 m 车轮就会跳离地面一次。

60.2 道路应力

道路应力和残留变形不仅是由动态轮荷造成的，而是和总的轮荷有关。根据美国公路工作者协会(AASHO)的道路试验结果[33]和一些假设，道路应力可以用影响系数来表征[34]

$$\theta=(\eta_{\mathrm{I}}\eta_{\mathrm{II}}F_z)^4 \tag{60.10}$$

从这一所谓“四次方准则”还可导出，造成一定道路损坏时所通过的车轴数与轮荷的四次方成反比。因数 η_{I} 和 η_{II} 是考虑到车轮与路面不是点接触，轮荷是通过一块或两块面积(视单胎或双胎而定)作用于路面的；同时接地印迹面的面积又可能随车轮尺寸和胎压等的不同有很大变化。

把式(60.1)代入式(60.10)，得到

$$\theta=(\eta_{\mathrm{I}}\eta_{\mathrm{II}}F_{zstat})^4\left(1+\frac{F_{zdyn}}{F_{zstat}}\right)^4 \tag{60.11}$$

根据图 58.3(c)所示的概率分布，上式中第二个括号中的值可以小于或大于 1。而对道路应力来讲，大于 1 的值才是重要的。

最大的道路应力是在最大的动态轮荷 $F_{zdyn\,max}$ 时出现的。通常把 $3\sigma_F$ 取作最大值。一般如表 58.1 称为 $\lambda\sigma_F$，代入后即得[35]

$$\theta_{max}=(\eta_{\mathrm{I}}\eta_{\mathrm{II}}F_{zstat})^4\left[1+\lambda\left(\frac{\sigma_F}{F_{zstat}}\right)\right]^4 \tag{60.12}$$

除了在某一地点上出现的最大应力外，还可以定义平均值[36]

$$\bar{\theta}=(\eta_{\mathrm{I}}\eta_{\mathrm{II}}F_{zstat})^4\left[1+6\left(\frac{\sigma_F}{F_{zstat}}\right)^2\right] \tag{60.13}$$

---

〔33〕 AASHO: American Association of State Highway Officials.

〔34〕 Forschungsgesellschaft für Straßen-und Verkehrswesen e. V. Köln, Bemerkungen zur Erhöhung der zulässigen Gesamtgewichte von Nutzfahrzeugen aus der Sicht der Straßenbeanspruchung. Heft 99, Bonn-Bad Godesberg, Kirschbaun-Verlag 1983.

〔35〕 Mitschke, M.: Verminderung der vertikalen Straßenbeanspruchung durch schwere Nutzfahrzeuge, Automobil-Industrie 24 (1979) Heft 1, S. 19-26.

〔36〕 Eisenmann, J.: Dynamische Radlastschwankungen-Straßenbeanspruchung, Straße und Autobahn 26 (1975), S. 127-128; s. a. vorige Fußnote.

实际的道路应力，随汽车车轴数以及车辆数的增加而上升，它在上述最大值和平均值之间。根据试验[37]，一部汽车或固有频率相近的各种汽车的一根车轴几乎在路面上相同部位引起最大垂直载荷，所以平均值太小，而最大值太大（只有在精确的同一部位路面上出现最大载荷时才会得到最大应力）。

静态载荷对道路应力有很大意义。动态轮荷正如行驶安全性里讲的，是通过σ_F/F_{zstat}，即变化系数来表征的。

60.3 轮荷冲击系数

最大轮荷F_{zmax}的知识不仅对道路应力是重要的，而且对比如计算车轮和车轮轴承的使用强度、使用寿命也是重要的。为此，我们常常引进所谓轮荷冲击系数n，它是最大轮荷与静态轮荷之比：

$$n = \frac{F_{zmax}}{F_{zstat}} = 1 + \frac{F_{zdyn\,max}}{F_{zstat}} \tag{60.14}$$

而且，正如60.2节中对道路应力讨论时说过的，在车辆制造业中常取$F_{zdyn\,max} = 3\sigma_F$，这样，

$$n = 1 + \frac{3\sigma_F}{F_{zstat}} \tag{60.15}$$

这就是说，按照表58.1，只有$(1-S)/2=0.15\%$的概率出现比按式(60.15)求取的力还要大。

n值与其他参数的关系在第71节的式(71.1)中给出。

61 弹簧挠度

与轮荷的定义(60.1)式相适应，总的弹簧挠度Δz也由静挠度Δz_{stat}和动挠度Δz_{dyn}所组成

$$\Delta z(t) = \Delta z_{stat} + \Delta z_{dyn}(t) \tag{61.1}$$

下面要讨论两个例子——座椅弹簧挠度（对高速行驶的汽车不很重要）以及悬架弹簧挠度。与车轮动载荷相似，地面不平度激励仅仅对于弹簧动挠度来说是很重要的。

61.1 座椅弹簧挠度

在图61.1所示的例子里，乘员座椅上，Δz_{stat}表示身体重量引起的弹簧压缩量，

---

〔37〕 Koeβler, P.; Mitschke,. M.; Beermann, H. J.; v. Bruchhausen, H.: Messungen der dynamischen Radlasten und Entwicklung eines Prüfstandes zur Feststellung straβenschonender Fahrzeugbauweise. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik Heft 127(1959), Düsseldorf: VDI-Verlag.

Δz_{dyn}表示不平度激励引起振动位移。当线性弹簧的弹簧刚度为 c，座位上承担静载质量为 m 时，有静态压缩量

$$\Delta z_{stat} = \frac{mg}{c} \tag{61.2}$$

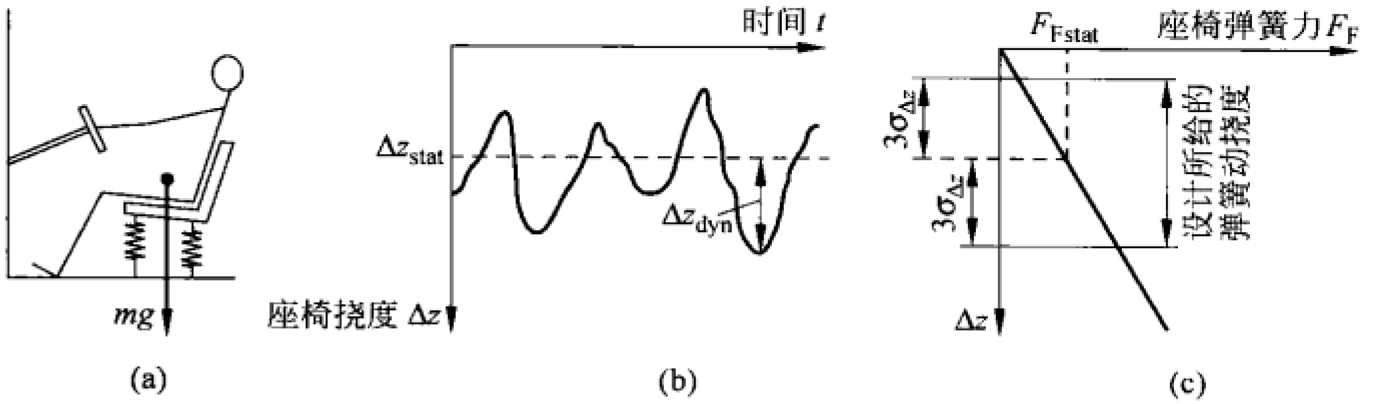


图 61.1 (a) 座椅承受人体载荷；(b) 座椅弹簧的静态和动态挠度 Δz_{stat}、Δz_{dyn}；(c) 结构设计时预留的动态弹簧挠度 $6\sigma_{\Delta z}$，$\sigma_{\Delta z}$ 为标准差

在引入式(55.7)所示的无阻尼固有圆频率 $\nu = \sqrt{c/m}$后，

$$\Delta z_{stat} = \frac{g}{\nu^2} = \frac{g/4\pi^2}{(\nu/2\pi)^2} \tag{61.3a}$$

由此导出

$$\frac{\Delta z_{stat}}{\text{cm}} \approx \frac{25}{(\nu/2\pi/\text{Hz})^2} \tag{61.3b}$$

当 $\nu/2\pi = 1$ Hz 时，算出压缩量 $\Delta z_{stat} = 25$ cm。当 $\nu/2\pi = 0.5$ Hz 时，$\Delta_{zstat} = 100$ cm (!)，4.5 Hz 时(与当前车辆座椅的相一致)仅大约 1.2 cm。

如果还是取三倍的标准差，并按图 61.1(c)考虑到弹簧的压缩和伸长，那么最大的动态相对位移即可求出。

$$\Delta z_{dyn\,max} = 6\sigma_{\Delta z} \tag{61.4}$$

座椅上的驾驶员身体上部与转向盘上的双手或踏板上的双脚之间的相对运动不允许太大，否则会出现误操作[38]。

相对位移的标准差 $\sigma_{\Delta z}$，按照式(60.5)和式(60.6)可由谱密度 $\Phi_{\Delta z}$ 或相对位移的放大因数 $\Delta\hat{z}/\hat{h}$ 和不平度与车速形成的谱密度 $\Phi_h(\omega)$ 求出：

$$\sigma_{\Delta z}^2 = \int_0^\infty \Phi_{\Delta z}\,d\omega = \int_0^\infty \left(\frac{\Delta\hat{z}}{\hat{h}}\right)^2 \Phi_h(\omega)\,d\omega \tag{61.5}$$

[38] In Plezcynski, W.; Christ, E.; Dupuis, H.: Steuerfelder unter Schwingungseinfluß, ATZ 75(1973) Heft 8, S. 281-283, wird empfohlen, Schwingwege zwischen Fahrersitz und Lenkrad größer 150 mm zu vermeiden. Allerdings wurden die Untersuchungen in einem Frequenzbereich von 0,5 bis 1,5 Hz durchgeführt, während die Sitz-Mensch-Eigenfrequenz heute bei etwa 4 bis 5 Hz liegt.

61.2 悬架挠度

第二个例子如图 61.2 所示，表示了车轮和车身之间的悬架弹簧挠度，这是在预留车轮空间(翼子板下面的)时必须考虑的。考虑到空车的弹簧压缩量可以通过弹簧预紧来解决，无需预留，所以只有空车与满载车辆之间的静态弹簧压缩量才是重要的。总的弹簧挠度由图 61.2(c)求出：

$$\Delta z_{\max} = \Delta z_{\text{stat bel}} - \Delta z_{\text{stat leer}} + 3\sigma_{\Delta z\,\text{leer}} + 3\sigma_{\Delta z\,\text{bel}} \tag{61.6}$$

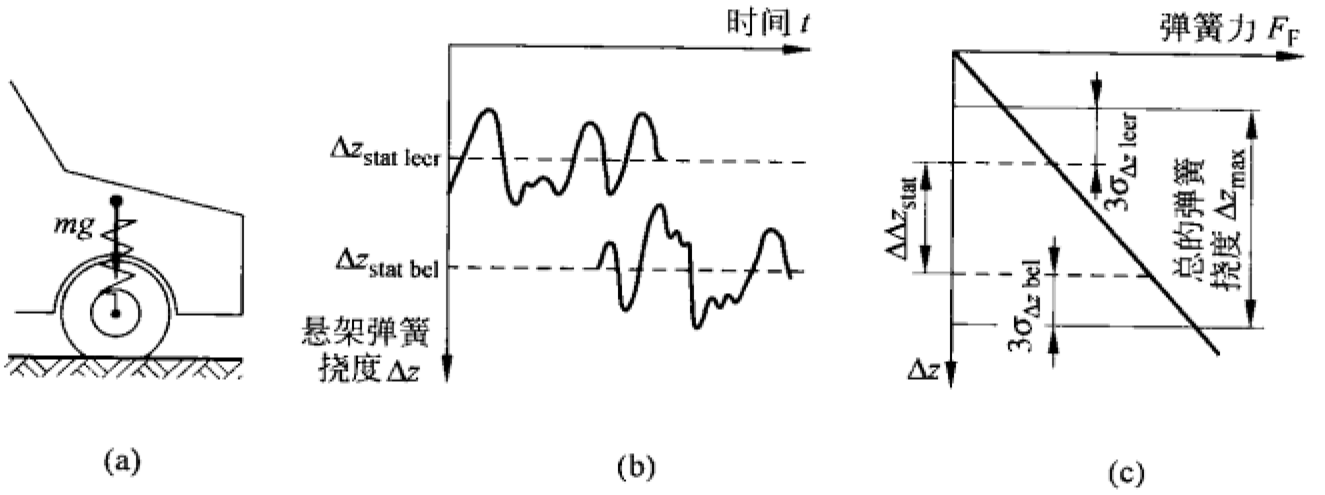


图 61.2 (a) 车轮和车身间弹簧所受静载荷；(b) 空车和满载车辆围绕静态平衡位置的弹簧位移；(c) 用空车与满载车辆间静态弹簧压缩量差值 $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$ 和标准差 $\sigma_{\Delta z}$ 来表示总的弹簧挠度

式中注脚 bel 和 leer 分别表示满载车辆和空车。静态弹簧压缩量之差

$$\Delta\Delta z_{\text{stat}} = \Delta z_{\text{stat bel}} - \Delta z_{\text{stat leer}}$$

可以由车轮与车身间悬架弹簧刚度 c，空车质量 m_{leer}，满载车辆质量 $m_{\text{bel}} = m_{\text{leer}} + \Delta m$ (Δm 系允许承载量)以及空车的无阻尼固有圆频率 ν_{leer} 求出：

$$\Delta\Delta z_{\text{stat}} = \frac{m_{\text{bel}}\,g}{c} - \frac{m_{\text{leer}}\,g}{c} = \frac{\Delta m}{m_{\text{leer}}}\frac{g}{\nu_{\text{leer}}^2} \tag{61.7a}$$

$$\frac{\Delta\Delta z_{\text{stat}}}{\text{cm}} \approx \frac{\Delta m}{m_{\text{leer}}}\frac{25}{(\nu_{\text{leer}}/2\pi/\text{Hz})^2} \tag{61.7b}$$

例如 $\Delta m/m_{\text{leer}} = 1$，$\nu_{\text{leer}}/2\pi = 1.4$ Hz，则 $\Delta\Delta z_{\text{stat}} \approx 12.3$ cm；当 1.0 Hz 时为 25 cm。在带高度控制器的车辆上(如装用空气悬架的市内公共汽车)，没有静态弹簧压缩量差值。

相对位移的标准差 $\sigma_{\Delta z\text{bel}}$ 和 $\sigma_{\Delta z\text{leer}}$ 还是可用式(61.5)求得。

62 坐姿人体上振动作用的评价

汽车上的乘员主要是坐着的，振动将通过不同位置、不同方向和不同强度对他产生影响。由图 62.1 可见，在 z 坐标方向振动是通过臀部和大腿传到靠在座椅上的上

身 z_{Sitz}，通过车底板传到双脚和小腿 $z_{Fuβ}$，通过转向盘和操纵杆传到双手和臂部 z_{Hand}，这个传递形式在图中没有描述。一般说来，这里传递的位移 z_{Sitz}、z_{Hand}和 $z_{Fuβ}$大小是不同的(注释：Sitz 表示座椅，Hand 表示手，Fuβ 表示脚)。除了在 z 方向这些平行位移外，还有沿 x 和 y 方向的平移运动，比如座椅和装有软垫的座椅靠背的运动 x_{Sitz}、y_{Sitz}、x_{Lehn}和 y_{Lehn}，以及在平移激励的同时出现的俯仰角位移 φ 和侧倾角位移 κ 和横摆角位移 ψ。

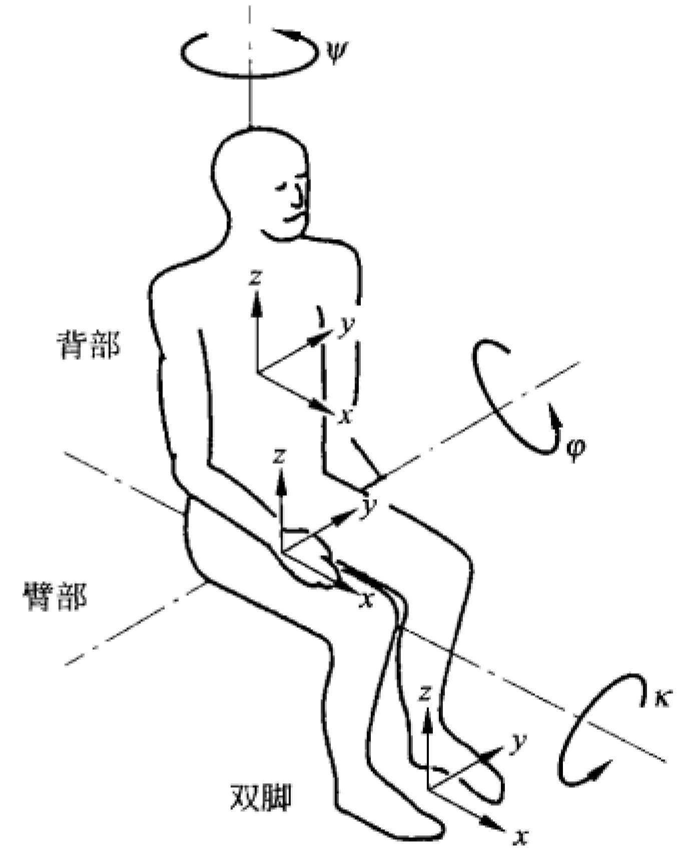


图 62.1 坐姿人体受到不同方向影响的坐标系

(出自 VDI-Richtlinie 2057，见参考文献 40)

车辆的振动越大，对车内乘员的激励也越大，车辆的舒适性也就越差。但是根据振动形式和持续时间可以将它划分为：

—瞬态和短时间的作用：见固有衰减振动，车辆通过单个障碍和车辆窜动，见 55.1 节和第 66 节、第 99 节；

—简谐的和周期的、长时间作用：见第 57 节，单独的波形路面、发动机激励以及车轮和轮胎激励；

—随机的和长时间的作用：见第 58 节。

因为人是一个各部分可以相对振动的机体，所以他对某一振动作用的评价不是只根据它的强度，比如不是单单根据加速度振幅的大小，而是对于同样强度，不同频率的振动有不同的感受。这就意味着，在物理测量值和主观感觉之间存在着一种与频率有关的评价关系[39]。

[39] Cucuz, S.: Schwingempfindung von Pkw-Insassen, Auswirkungen von stochastischen Unebenheiten und Einzelhindernissen der realen Fahrbahn. Diss. TU Braunschweig 1992.

为了评价车辆振动的舒适性，必须认识人们对振动的感受。在主观评价"感受"和影响车内乘员的机械振动的客观参数之间必须建立一个关系。这样才可能从舒适性的角度对车辆振动进行正确的设计。

尽管近几十年来在振动对乘员的影响评价、振动对乘员造成的负担以及乘员的要求等方面进行了大量的研究，但是提出的问题多于得到的答案，特别是在车辆上的应用方面。因此在这里对这个问题仅作一些了解。首先从简单的情况，即全身振动入手，全身振动已列入最新的标准[40]。

62.1 全身振动

仅仅通过单个位置作用在人体上的机械振动进行整体的评价，就是所谓的整个全身振动[41-44]。振动在一定时间 T 内对人体产生的影响用频率加权的加速度 $a_w(t)$ 的有效值 $\tilde{a}_{wT}$ 来评价[45]：

$$\tilde{a}_{wT} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T a_w^2(t)\,dt} \tag{62.1}$$

频率加权的加速度 $a_w(t)$ 是由未加权的加速度 $a(t)$ 经过频率滤波器，即不同的 W 函数（W＝weighting≐重要性）滤波后得到。W 函数是用与激励频率相关的幅值来定义的。即

$$W(\omega) = \frac{\hat{a}_w(\omega)}{\hat{a}(\omega)} \tag{62.2}$$

图 62.2 描述了在频率为 $\omega/2\pi$＝(0.1～20) Hz 范围内 $W(\omega)$ 的趋势以及一些重要的点[46]，其中 $W(\omega^*)\approx 1$ 对应的频率 $\omega^*/2\pi$ 对于每条曲线各不相同。通过座椅在 z 方向的激励用函数 $W_{\ddot{z}\,\mathrm{Sitz}}$ 评价，乘员对频率在 4～10 Hz 之间的激励最敏感，在这个频率范围之上或之下，乘员的敏感度都下降。频率低于 0.5 Hz 的低频振动会引起 Kinetosen（运动疾病、健康损害、晕车），用 W_{Seekrank} 评价。对于通过座椅在 x 方向、y 方向的激励用 $W_{\ddot{x}\,\mathrm{Sitz}}=W_{\ddot{y}\,\mathrm{Sitz}}$ 评价，它在 0.8～1.5 Hz 之间比较大。对于座椅靠背 x 方向的激励用 $W_{\ddot{x}\,\mathrm{Lehn}}$ 评价，它在 0.8～8.0 Hz 之间比较大。对于绕座椅上坐标的三个角振动（俯仰、侧倾和横摆）用 $W_{\ddot{\varphi}}=W_{\ddot{\kappa}}=W_{\ddot{\psi}}=W_{\mathrm{Rot}}$ 评价，其敏感范围在

〔40〕 VDI 2057：Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen，Ganzkörperschwingungen，Blatt 1，Entwurf 1999.

〔41〕 Griffin，M. J.：Handbook of Human Vibration. London：Academic Press，2. Printing 1994.

〔42〕 British Standard 6841：Measurement and Evaluation of Human Exposure to Whole-body Mechanical Vibration and Repeated Shock，1987.

〔43〕 ISO 2631-1：Mechanical Vibration and Shock-Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration-Part 1：General Requirements，1997.

〔44〕 见参考文献 40。

〔45〕 In den früheren VDI 2057-Richtlinien："Beurteilung der Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen"，bestehend aus：Blatt 1 "Grundlagen"，(1983)；Blatt 2 "Schwingungseinwirkung auf den menschlichen Körper"，(1981)；Blatt 3 "Schwingungsbeanspruchung des Menschen"(1979) wurde zur Beurteilung ein K-Wert (K=Komfort) verwendet.

〔46〕 见参考文献 40。

0.6～1.0 Hz 之间。

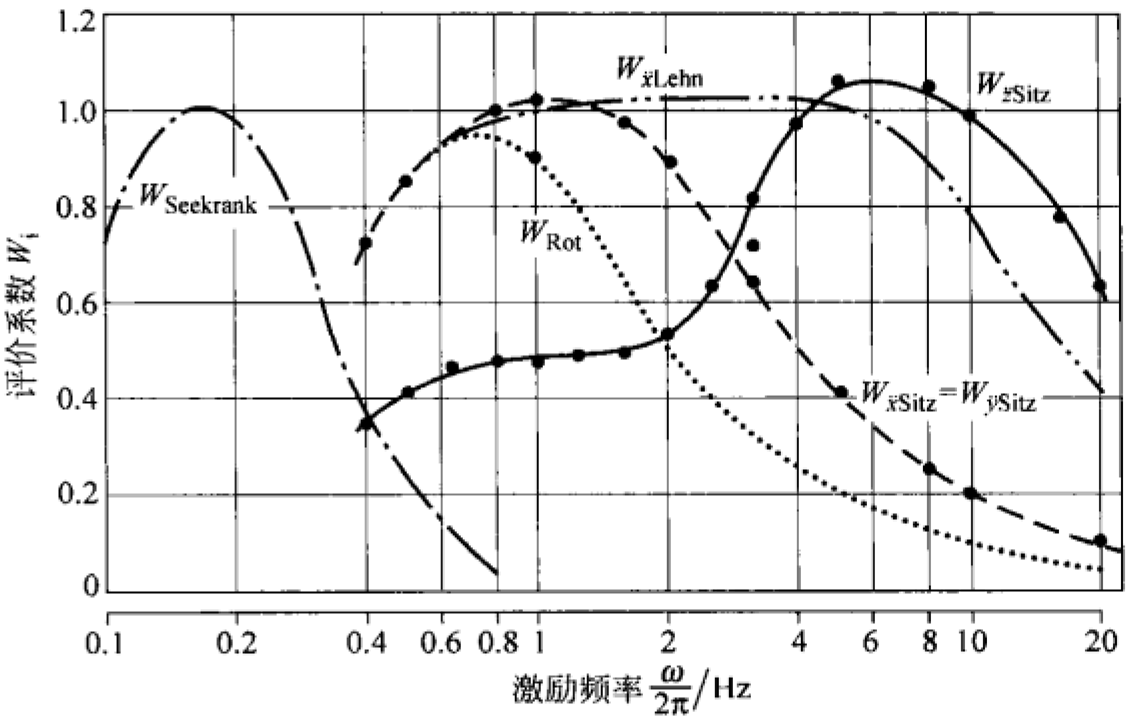


图 62.2　坐姿人体评价函数 $W_{\ddot{z}\,Sitz}$、$W_{\ddot{x}\,Sitz}$、$W_{\ddot{y}\,Sitz}$、$W_{\ddot{x}\,Lehn}$、W_{Rot}和 $W_{Seekrank}$随激励频率变化关系

（出自 VDI-Richtlinie 2057，见参考文献 40）

把在时域中描述的部分（式(62.1)）和频率域内描述（式(62.2)）的部分综合起来，用频率 ω 的函数来描述。对于随机激励，与式(58.16)相适应，可以写成：

$$\tilde{a}_w^2 = \int_0^\infty \Phi_{aw}(\omega)\mathrm{d}\omega = \int_0^\infty W^2(\omega)\Phi_a(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{62.3}$$

式中 $\Phi_{aw}(\omega)$为频率加权的加速度激励的功率谱密度，$\Phi_a(\omega)$为未经过加权的加速度激励的功率谱密度。

如果知道激励的加速度随时间变化的函数（根据定义它不是一个随机激励[47]），建议用“振动量值（VDV）”（vibration dose value）评价，即 4 次方准则[48,49]：

$$\mathrm{VDV} = \sqrt[4]{\int_0^T a_w^4(t)\mathrm{d}t} \tag{62.4}$$

（对于线加速度，其量纲为 $m/s^{1.75}$）。

62.2　多位置激励的振动评价

在第 62 节开始时谈到，乘员受到来自不同位置激励的作用产生振动，在 62.1 节

〔47〕　见第 IX 章的参考文献 16。

〔48〕　见参考文献 41。

〔49〕　angewendet in Hennecke, D.: Zur Bewertung des Schwingungskomforts von Pkw bei instationären Anregungen, Diss. TU Braunschweig 1995, VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12 Verkehrs-/Fahrzeugtechnik, Düsseldorf 1995.

中对于由一个位置激励引起的全身振动问题进行了简单讨论，尽管如此，已经得到了很重要的结论：振动对人体形成的负担不仅与加速度大小有关，还与频率有关。

布伦瑞克工业大学车辆技术研究所对多位置(座椅、靠背、脚、手)、不同的直线运动和旋转运动的激励对乘员作用的评价进行了研究[50,51]。在早期的西德工程师协会标准[52]中采用了“用以评价的振动强度”的 K 值。相同的 K 值表示相同的感受。K 值的增加用“无感觉，刚刚有感觉，有感觉，感觉强烈，感觉非常强烈”来描述。因为 K 值与作用在乘员上的振动有效值成正比关系，可以引入一个评价函数 B。在座椅上 z 方向激励的评价函数可以写成：

$$B_{z\mathrm{Sitz}} = \frac{K_{z\mathrm{Sitz}}}{\ddot{\tilde{z}}_{z\mathrm{Sitz}}} \tag{62.5a}$$

图 62.3 给出了在周期性激励(简谐激励!)下各种不同的评价函数 B_i(i 为不同位置、不同方向的激励)。评价函数与 62.1 节讨论的 W 函数相似，都与频率有关。由各图的纵坐标可知，尽管最大值总是 $W_{\max}\approx 1$，但是 B_i 值大小各不相同。这意味着，比如 z 方向的振动，通过座椅的要比通过双脚的感觉更强烈一些。

式(62.5a)可以表示成幅值之间关系：

$$B_{z\mathrm{Sitz}} = \frac{\hat{K}_{z\mathrm{Sitz}}}{\hat{\ddot{z}}_{z\mathrm{Sitz}}} \tag{62.5b}$$

62.2.1　正弦形式/周期性激励

在此首先从简单振动的评价开始。比如已知一个 z 方向通过座椅的正弦振动激励 $\ddot{z}_{\mathrm{Sitz}}=\hat{\ddot{z}}_{\mathrm{Sitz}}\sin\omega t$，从图 62.3(b)可以读出 $B_{z\mathrm{Sitz}}$ 的值，并通过式(62.5b)求得“用以评价的振动强度”$\hat{K}_{z\mathrm{Sitz}}$ 的值。

根据 57.2 节，一个周期性激励，是由不同幅值和不同频率的正弦振动组成，对于每一个部分振动都可以求得相应的 K 值。总的用以评价的振动强度可以通过如下表达式求得[53,54]：

$$K_{i\mathrm{ges}}^2 = K_{i1}^2 + K_{i2}^2 + \cdots + K_{ik}^2 + \cdots = \sum_{k=1}^{n} K_{ik}^2 \tag{62.6}$$

表达式同样说明，对振动感觉来说，重要的是各个振动的振幅以及频率，而它们的相角并不重要。

---

〔50〕　见参考文献 39。

〔51〕　Klingner, B.: Einfluß der Motorlagerung auf Schwingungskomfort und Geräuschanregung im Kraftfahrzeug, Diss. TU Braunschweig 1996; Mitschke, M.; Klingner, B.: Schwingungskomfort im Kraftfahrzeug, ATZ 100 (1998) Heft 1, S. 18-24.

〔52〕　见参考文献 45。

〔53〕　见参考文献 40。

〔54〕　VDI-Richtlinie 2057: “Beurteilung der Einwirkung mechanischer Schwingungen auf den Menschen” besteht aus: Blatt 1 “Grundlagen”, (1983); Blatt 2 “Schwingungseinwirkung auf den menschlichen Körper”, (1981); Blatt 3 “Schwingungsbeanspruchung des Menschen” (1979).

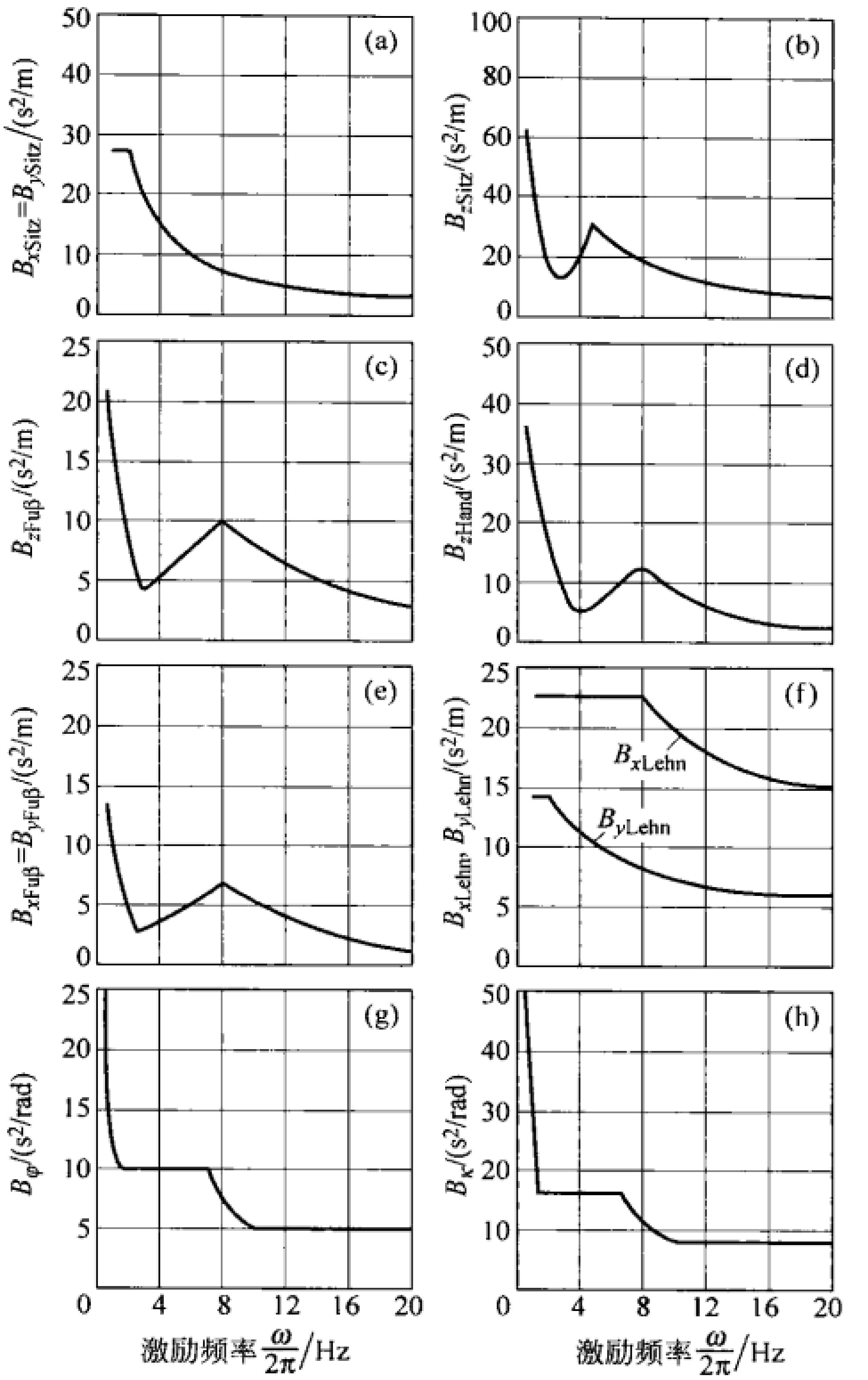


图 62.3 对周期性激励的评价函数

(a) 座椅纵向；(b) 座椅垂直方向；(c) 双脚垂直方向；(d) 双手垂直方向；(e) 双脚纵向和横向；(f) 靠背纵向和横向；(g) 俯仰方向；(h) 侧倾方向(出自参考文献 51)

实际试验过程中，简谐振动的谱密度并不是像图 57.5(b)或者图 57.5(d)所示的在一个频率下一条线的形式，而是在一个比较窄的频带 $\Delta\omega$ 上出现一个峰值，对应的频率为 ω_1，则 K 值可以通过下式求得：

$$K^2_{\text{harm }z\text{Sitz}} = \int_{\omega_1-\Delta\omega/2}^{\omega_1+\Delta\omega/2} B^2_{z\text{Sitz}}(\omega)\,\Phi_{\text{harm}\,\ddot{z}\,\text{Sitz}}(\omega)\,\mathrm{d}\omega \qquad (62.7)$$

这里 $\Phi_{\text{harm}\,\ddot{z}\,\text{Sitz}}(\omega)$为座椅加速度的谱密度。

对于周期性振动必须对于每个峰值求出 K 值，然后通过式(62.6)求出总的 K 值。

62.2.2 随机激励

随机振动(频率很宽)比简谐振动或者周期振动(频率很窄)让人感到更不舒服。

所以必须引入一个修正系数 G_{stoch}，这样随机评价函数可以写成

$$B_{stoch\,i} = G_{stoch\,i} B_i \tag{62.8}$$

表 62.1 列出了 $G_{stoch\,i}$ 的值，由此可以看出，随机振动比简谐/周期振动的影响大 25%。

表 62.1 修正系数(出自参考文献 51)

振动作用点和方向	随机修正系数 G_{stoch}	多坐标修正系数 G_{ma}
座椅 z 方向	1.26	1.1
脚的位置上 z 方向	1.26	1.3
手的位置上 z 方向	1.26	0.75
座椅 x 和 y 方向	1.23	1.47
脚的位置上 x 和 y 方向	1.28	1.28
座椅靠背 x 方向	1.25	1.09
座椅靠背 y 方向	1.23	1.085
俯仰运动 φ	1.23	1.16
侧倾运动 κ	1.23	0.98

参照式(62.7)，得到座椅上对应于随机振动的 K 值：

$$K^2_{stoch\,zSitz} = \int_0^\infty B^2_{stoch\,zSitz}(\omega)\Phi_{\ddot{z}\,Sitz}(\omega)\mathrm{d}\omega = G^2_{stoch\,zSitz}\int_0^\infty B^2_{zSitz}(\omega)\Phi_{\ddot{z}\,Sitz}(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{62.9}$$

根据式(58.19)，用幅频特性 $\left[\dfrac{\hat{\ddot{z}}_{Sitz}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]$ 以及由地面不平度功率谱和行驶速度决定的 $\Phi_h(\omega)$ 代替 $\Phi_{\ddot{z}\,Sitz}(\omega)$，得：

$$K^2_{stoch\,zSitz} = G^2_{stoch\,zSitz}\int_0^\infty B^2_{zSitz}(\omega)\left[\frac{\hat{\ddot{z}}_{Sitz}(\omega)}{\hat{h}(\omega)}\right]^2\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{62.10}$$

表达式以及相应的图 62.4 描述了对于车辆行驶平顺性非常重要的

车辆 — 乘员 — 道路 — 车速

之间的关系(对于轮荷波动，即对于行驶安全性也给出了相似的图 60.2)。

62.2.3 多种激励

如果在一个作用点、一个方向上(脚标 i 相同)同时有随机振动和简谐振动作用在乘员上时，其总的评价与前面的求和表达式相似：

$$K_i^2 = K^2_{stoch\,i} + K^2_{harm\,i} \tag{62.11}$$

如果作用在乘员上的振动通过不同的位置，并且方向各不相同(脚标 i 不同)，即所谓的“多坐标”形式，这时振动的叠加就需要考虑多坐标修正系数 G_{mai}。通过下式可以得到总的评价值：

$$K^2_{ges} = \sum_{i=1}^{n} G^2_{mai} K_i^2 \tag{62.12}$$

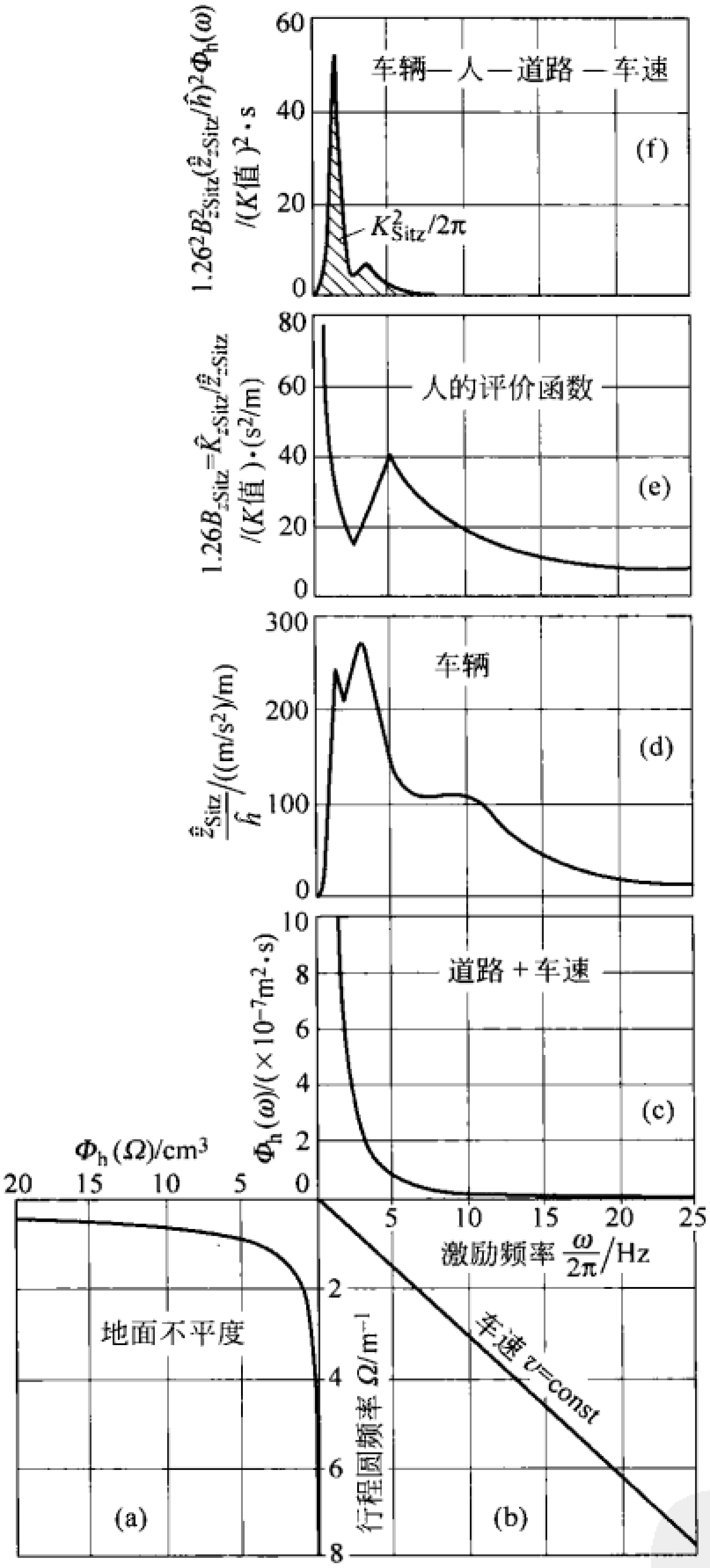


图 62.4 求取座椅减振的人体承受的振动强度 K_{Sitz}

(a)、(b)、(c)与行程和时间频率有关的不平度和车速的谱密度之间的关系(参看图 59.1);(d)座椅加速度的幅频特性$\hat{\ddot{z}}_{Sitz}/\hat{h}$;(e)座椅上落座的,承受垂直激励的人体部分的评价函数;(f)用以评价的振动强度的谱密度 $\Phi_{KSitz}=1.26^2 B^2_{\ddot{z}Sitz}(\hat{\ddot{z}}_{Sitz}/\hat{h})^2\Phi_h(\omega)$,图中曲线下面包围的面积即为以评价的振动强度的平方

在表 62.1 中列出了系数 $G_{ma\,i}$ 的值。

如果乘员受到座椅、手和脚三个不同位置在 z 方向的随机激励的作用,其振动

强度的评价可以用式(62.12)。利用式(62.10)和表62.1列出的值,可以得到总的评价值 K_{ges}:

$$K_{ges}^2 = 1.1^2 K_{zSitz}^2 + 0.75^2 K_{zHand}^2 + 1.3^2 K_{zFu\beta}^2 \tag{62.13a}$$

$$\begin{aligned} K_{ges}^2 = {} & 1.1^2 \times 1.26^2 \int_0^{\infty} B_{zSitz}^2(\omega)\Phi_{\ddot{z}Sitz}(\omega)\mathrm{d}\omega \\ & + 0.75^2 \times 1.26^2 \int_0^{\infty} B_{zHand}^2(\omega)\Phi_{\ddot{z}Hand}(\omega)\mathrm{d}\omega \\ & + 1.3^2 \times 1.26^2 \int_0^{\infty} B_{zFu\beta}^2(\omega)\Phi_{\ddot{z}Fu\beta}(\omega)\mathrm{d}\omega \end{aligned} \tag{62.13b}$$

62.3 车辆通过单个障碍的评价

在第66节中将针对各种不同的单个障碍计算出 $\ddot{z}_{Sitz}(t)$ 和 $\ddot{z}_{Fu\beta}(t)$。针对这种时间函数的舒适性评价没有相应的计算方法,仅仅有一些提示[55-57]。

〔55〕 见参考文献43。
〔56〕 见参考文献40。
〔57〕 见参考文献39。

XI 汽车，地面不平度单点激励

现在从第 IX 章车辆简单振动系统过渡到高速行驶汽车的复杂系统。正如 B 篇开始时所指出的，一部四轮车辆由于四个不平度函数的激励，引起了各个方向的振动。

在 54.1 节中还说明了如何巧妙地选择坐标，可以把复杂的“汽车”振动系统分为局部系统。

本章将从图 54.5 和图 54.6 所示的局部系统开始。对于局部系统的假设条件在此再一次阐述如下：

1. 左、右轮辙的不平度是一样的，汽车对其纵轴线左右对称。这两点就意味着，车辆没有侧倾振动（绕 x 轴的角运动），没有侧向位移（y 方向的位移），没有横摆振动（绕 z 轴的角运动），参看图 54.1。
2. 车身的联系质量 m_K 为零，也就是说，前后车身部分质量 m_{2V} 和 m_{2H}（图 54.4(b)）是彼此独立的。或者，直观地来讲，如果只有前轴上的车身有位移，我们就可以想象为车身绕后轴转动，参看图 54.5。
3. 还认为乘员坐在前轴或后轴的正上方位置。这差不多相应于货车驾驶员和轿车后排乘客的情况。这一点在图 54.5 和图 54.6 中没有画出来。

通过这三个假设，由图 54.1 的汽车复杂系统经过图 54.5 和图 54.6 变成了图 63.1(a)所示的相对比较简单的系统。由于车辆以其纵轴线对称，我们还可以取前面的车身质量和人体质量之半来构成一个只与单边车轮有关的关系。因为只有一个车轮受到不平度的激励，所以称为单点激励。

如果我们再给出下面的假设：

4. 轴距 l 是无限长的，没有俯仰振动（绕 y 轴的角振动）。

那么，我们可以得到图 63.1(b)所示的三质量系统，也被称为“四分之一车辆”模型。m_2 是一个车轮上对应的车身质量（比如轿车上包括发动机和行李在内的车身）[58]，m_3 是一个车轮上对应的人体质量，c_2 为车身悬架弹簧刚度，k_2 为车身悬架阻尼系数，m_1 是车轮质量（包括与其一起振动的制动器，转向杆系等），c_3 和 k_3 是座椅弹性常数和阻尼系数之半，c_1 为轮胎弹性常数。正如 7.2 节所指出的，在装备完善的减振器的汽车上，轮胎阻尼相对车身减振器阻尼来说，小到可以忽略。

本章将要讨论车辆参数 m_1、c_1、k_2 等对轮荷变化，弹簧挠度以及舒适性的影响。

---

[58] 在图 54.4 中质量用 m_{2V} 或者 m_{2H} 表示，在本章中去掉了 V 和 H。

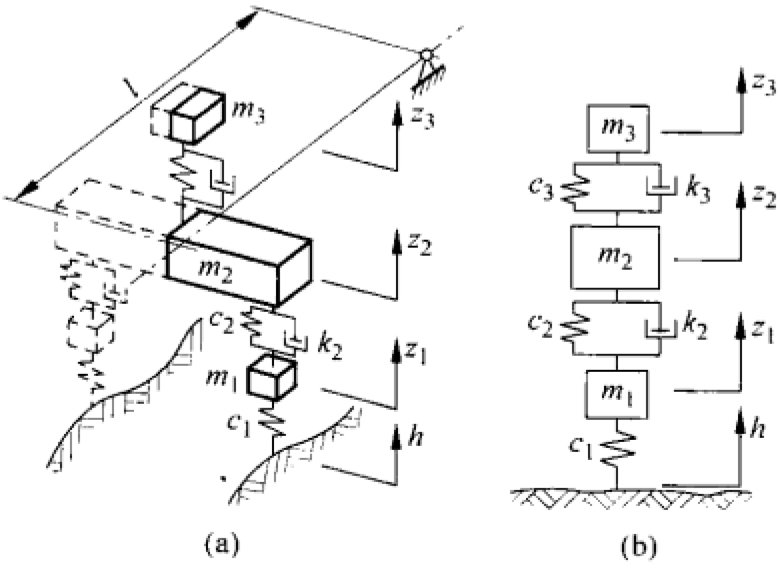


图 63.1 (a) 联系质量为零，左右车辙不平度相同的车辆简图；(b) 轴距无限大时，质量只有垂直运动，这样得到三质量系统，也成为"四分之一车辆"

63 运动方程，有关参数

对图 63.1(b)所示的三质量系统，列写微分方程：

$$m_3\ddot{z}_3+k_3(\dot{z}_3-\dot{z}_2)+c_3(z_3-z_2)=0 \tag{63.1}$$

$$m_2\ddot{z}_2-k_3(\dot{z}_3-\dot{z}_2)-c_3(z_3-z_2)+k_2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+c_2(z_2-z_1)=0 \tag{63.2}$$

$$m_1\ddot{z}_1-k_2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)-c_2(z_2-z_1)+c_1z_1=c_1h \tag{63.3}$$

如果除以质量，就可以把 8 个常数 $m_1, m_2, m_3, c_1, c_2, c_3, k_2$ 和 k_3 减少为 7 个有关参数。它们一般被称为

- 无耦合、无阻尼固有圆频率

  车轮

$$\nu_1=\sqrt{\frac{c_1+c_2}{m_1}}\approx\sqrt{\frac{c_1}{m_1}} \tag{63.4}$$

  车身

$$\nu_2=\sqrt{\frac{c_2}{m_2}} \tag{63.5}$$

  座椅-人体

$$\nu_3=\sqrt{\frac{c_3}{m_3}} \tag{63.6}$$

- 相应的相对阻尼系数

  车轮

$$D_1=\frac{k_2}{2m_1\nu_1}=\frac{k_2}{2\sqrt{(c_1+c_2)m_1}}=\frac{m_2\nu_2}{m_1\nu_1}D_2 \tag{63.7}$$

车身

$$D_2=\frac{k_2}{2m_2\nu_2}=\frac{k_2}{2\sqrt{c_2m_2}} \tag{63.8}$$

座椅-人体

$$D_3=\frac{k_3}{2m_3\nu_3}=\frac{k_3}{2\sqrt{c_3m_3}} \tag{63.9}$$

- 质量比

  座椅/车身 m_3/m_2

  车轮/车身 m_1/m_2

- 轮胎次切距(见式(7.7))

$$s_1=\frac{F_{z\text{stat}}}{c_1} \tag{63.10}$$

由式(63.1)到式(63.3)可求出对行驶安全性十分重要的轮荷变化

$$F_{z\text{dyn}}=c_1(h-z_1)=m_1\ddot{z}_1+m_2\ddot{z}_2+m_3\ddot{z}_3 \tag{63.11}$$

64 随机振动，幅频特性，评价尺度

根据第 IX 章，用宽频带的不平度谱密度，车速以及各个振动参数的幅频特性可以求出作为评价尺度的标准差。这里再列写如下(为了省去写根号的麻烦，写成方差=(标准差)^2)：

- 行驶安全性的尺度，即单位轮荷变化(参看式(60.5)、式(60.6)和式(60.7))：

$$\left[\frac{\sigma_F}{F_{z\text{stat}}}\right]^2=\frac{1}{F_{z\text{stat}}^2}\int_0^{50\pi}\Phi_F\,\mathrm{d}\omega=\frac{1}{F_{z\text{stat}}^2}\int_0^{50\pi}\left[\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}\right]^2\Phi_h(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{64.1}$$

- 舒适性的尺度，根据式(62.13)：

$$K_{\text{ges}}^2=1.1^2K_{\text{Sitz}}^2+0.75^2K_{\text{Hand}}^2+1.3^2K_{\text{Fuß}}^2 \tag{64.2}$$

其中各个评价振动强度为

$$K_{\text{Sitz}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{\text{KSitz}}\,\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Sitz}}^2\left[\frac{\hat{\ddot{z}}_3}{\hat{h}}\right]^2\Phi_h(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{64.3a}$$

$$K_{\text{Hand}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{\text{KHand}}\,\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Hand}}^2\left[\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\right]^2\Phi_h(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{64.3b}$$

$$K_{\text{Fuß}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{\text{KFuß}}\,\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Fuß}}^2\left[\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\right]^2\Phi_h(\omega)\,\mathrm{d}\omega \tag{64.3c}$$

(根据替代图 63.1(b)仅出现沿 z 方向的振动，所以为了书写简单，式(64.2)和式(64.3)中去掉了脚标 z)。

- 空间需要的尺度，即弹簧动挠度(参看式(61.5))，

对座椅

$$\sigma^2_{\Delta z_{32}}=\int_0^{50\pi}\Phi_{\Delta z_{32}}\,d\omega=\int_0^{50\pi}\left(\frac{\Delta\hat{z}_{32}}{\hat{h}}\right)^2\Phi_h(\omega)\,d\omega \tag{64.4}$$

对车轮

$$\sigma^2_{\Delta z_{21}}=\int_0^{50\pi}\Phi_{\Delta z_{21}}\,d\omega=\int_0^{50\pi}\left(\frac{\Delta\hat{z}_{21}}{\hat{h}}\right)^2\Phi_h(\omega)\,d\omega \tag{64.5}$$

在上面方程式中，替代模型用积分上限频率 $\omega/2\pi=25$ Hz，即 $\omega=50\pi$ 替代了∞；而当频率高于 25 Hz 时车身不能再看作刚性体了。

表 64.1 中所列出的车例 1[59]，其频率曲线如图 64.1 所示，我们将在下面讨论。汽车驶过的道路不平度谱密度 $\Phi_h(\Omega)$按式(59.5)确定，其中不平度的尺度 $\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3，波度性尺度 $w=2$（按表 59.2 可知，属于良好道路）；另外，车速 $v=20$ m/s。不平度和车速对应的谱密度 $\Phi_h(\omega)$由图 64.1(a)给出。

64.1 轮荷变化，行驶安全性

图 64.1(b)中，轮荷变化的幅频特性 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 是作为激励频率 $\omega/2\pi$ 的函数给出的。该曲线有两个峰值，位于 $\omega\approx\nu_2$ 和 $\omega\approx\nu_1$ 处。而在三质量系统中，我们在 $\omega\approx\nu_3$ 处原来所预料的第三峰值，这里没有看到。由此可见，座椅上人体的振动对于轮荷变化实际上没有作用。幅频特性的渐近值是 c_1，这一点由式(63.11)以及 55.2 节中阐述的有关强迫振动的知识是很容易确定的：车轮载荷的振幅是$\underline{\hat{F}}_z=c_1(\underline{\hat{h}}-\underline{\hat{z}}_1)$，当激励频率 ω 很大时，车轮质量实际上不运动，$\underline{\hat{z}}_1\approx0$，结果$\underline{\hat{F}}_z(\omega\to\infty)=c_1\underline{\hat{h}}$，因而 $\hat{F}_z/\hat{h}(\omega\to\infty)=c_1$。

轮荷变化的谱密度 $\Phi_F(\omega)=(\hat{F}_z/\hat{h})^2\Phi_h(\omega)$ 如图 64.1(c)所示。可通过图 64.1(a)中曲线与图 64.1(b)中曲线之平方两者相乘得到。左边的共振峰区正如前面指出的，约位于车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 处，由于相对于幅频特性来讲，不平度的谱密度很大，结果轮荷谱密度被突出了；右侧共振峰区在车轮固有频率 $\nu_1/2\pi$ 附近，由于不平度谱密度很小，因而峰值减小了。

轮荷变化的方差 σ_F^2 可按式(64.1)对图 64.1(c)中的曲线积分得到。曲线下的面积包括两个共振峰区，它们大致相等。左边的区域（车身固有频率附近）是高而窄；而右侧的（车轮固有频率附近）低而宽。

此例中，轮荷变化标准差 $\sigma_F=257$ N，按式(64.1)求得表征行驶安全性尺度的单位值 $\sigma_F/F_{zstat}=257/2820\approx0.09$($F_{zstat}=2820$ N)。如果我们取标准差的 3 倍作为评价，则根据表 58.1 可见，在 $2820-3\times257=2049$ N 和 $2820+3\times257=3591$ N 之间的轮荷概率为 99.7%。所以，车轮跳离路面的危险几乎是不存在的，对于仅以 $v=20$ m/s$=72$ km/h 的车速行驶在良好道路上的车辆而言，这一点也不足为奇。

---

[59] 其绝对值对应的是一个中型轿车，相对值适应于所有级别的车辆。

表 64.1 所用车例的有关振动参数数据(确定质量时,从空车为 1000 kg 起算。重心在轴距中点,空载时前后轴荷均为 500 kg。加上坐在车轴中点的人体,质量为 74 kg,其中椅上承受 56 kg,下肢 18 kg 计入车身质量。因为所有的数值是针对车轮的,所以表列数值都取其半,例如 $m_3=(74-18)/2=28$ kg)

车例	绝对数值									振动参数								备注
	轮荷	质量			弹性常数			阻尼系数										
	F_{zstat} kN	m_1 kg	m_2 kg	m_3 kg	c_1 kN/m	c_2 kN/m	c_3 kN/m	k_2 kN·s/m	k_3 kN·s/m	$\nu_1/2\pi$ Hz	$\nu_2/2\pi$ Hz	$\nu_3/2\pi$ Hz	D_2 1	D_3 1	m_3/m_2 1	m_1/m_2 1	s_1 cm	
1	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	1.14	0.26	11.0	1.5	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	c_2 和 ν_2 变化
2	2.82	31	229	28	128	5.1	9.9	1.14	0.26	10.4	0.8	3.0	0.53	0.25	0.12	0.14	2.2	
3	2.82	31	229	28	128	10.1	9.9	1.14	0.26	10.6	1.1	3.0	0.37	0.25	0.12	0.14	2.2	
4	2.82	31	229	28	128	40.4	9.9	1.14	0.26	11.7	2.1	3.0	0.19	0.25	0.12	0.14	2.2	
5	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	0.68	0.26	11.0	1.5	3.0	0.16	0.25	0.12	0.14	2.2	D_2 变化
6	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	1.59	0.26	11.0	1.5	3.0	0.37	0.25	0.12	0.14	2.2	
7	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	2.05	0.26	11.0	1.5	3.0	0.48	0.25	0.12	0.14	2.2	
8	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	0.23	0.26	11.0	1.5	3.0	0.05	0.25	0.12	0.14	2.2	
9	2.82	31	229	28	128	5.1	9.9	0.57	0.26	10.4	0.8	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	D_2 = const 时 c_2 改变
10	2.82	31	229	28	128	10.1	9.9	0.80	0.26	10.6	1.1	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	
11	2.82	31	229	28	128	40.4	9.9	1.61	0.26	11.7	2.1	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	
12	2.82	31	229	28	128	20.2	6.9	1.14	0.26	11.7	1.5	2.5	0.27	0.3	0.12	0.14	2.2	ν_3 变化
13	2.82	31	229	28	128	20.2	17.7	1.14	0.26	11.7	1.5	4.0	0.27	0.18	0.12	0.14	2.2	
14	2.82	31	229	28	128	20.2	2.5	1.14	0.26	11.7	1.5	1.5	0.27	0.5	0.12	0.14	2.2	
15	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	1.14	0.11	11.7	1.5	3.0	0.27	0.1	0.12	0.14	2.2	D_3 变化
16	2.82	31	229	28	128	20.2	9.9	1.14	0.32	11.7	1.5	3.0	0.27	0.3	0.12	0.14	2.2	

续表

车例	绝对数值									振动参数								备注
	轮荷	质量			弹性常数			阻尼系数										
	F_{zstat} kN	m_1 kg	m_2 kg	m_3 kg	c_1 kN/m	c_2 kN/m	c_3 kN/m	k_2 kN·s/m	k_3 kN·s/m	$\nu_1/2\pi$ Hz	$\nu_2/2\pi$ Hz	$\nu_3/2\pi$ Hz	D_2 1	D_3 1	m_3/m_2 1	m_1/m_2 1	s_1 cm	
17	2.82	31	229	28	128	20.2	6.9	1.14	0.22	11.7	1.5	2.5	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	D_3=const 时 ν_3 变化
18	2.82	31	229	28	128	20.2	17.7	1.14	0.35	11.7	1.5	4.0	0.27	0.25	0.12	0.14	2.2	
19	2.75	24	229	28	128	20.2	9.9	1.14	0.26	12.5	1.5	3.0	0.27	0.25	0.12	0.10	2.2	m_1 变化
20	3.12	62	229	28	128	20.2	9.9	1.14	0.26	7.8	1.5	3.0	0.27	0.25	0.12	0.27	2.4	
21	2.82	31	229	28	188	20.2	9.9	1.14	0.26	13.0	1.5	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	1.5	s_1 变化
22	2.82	31	229	28	94	20.2	9.9	1.14	0.26	9.7	1.5	3.0	0.27	0.25	0.12	0.14	3.0	
23	2.45	31	219	0	128	20.2	9.9	1.14	0.26	11.0	1.5	—	0.27	—	0	0.14	1.9	无乘员
24	3.54	31	246	84	128	20.2	29.8	1.14	0.79	11.0	1.4	3.0	0.26	0.25	0.34	0.13	2.8	3 名乘员
25	4.41	31	335	84	128	20.2	29.8	1.14	0.79	11.0	1.2	3.0	0.22	0.25	0.25	0.09	3.5	3 名乘员
26	4.41	31	391	28	128	20.2	9.9	1.14	0.26	11.0	1.1	3.0	0.20	0.25	0.07	0.08	3.5	+行李 1 名乘员 +行李
27	2.82	31	228	28	128	16.8	9.9	1.14	0.26	10.9	1.4	3.0	0.29	0.25	0.12	0.14	2.2	装载情况的匹配
28	4.41	31	335	84	128	27.5	29.8	1.14	0.79	11.3	1.4	3.0	0.19	0.25	0.25	0.09	3.8	
29	2.82	31	228	28	128	16.8	9.9	0.81	0.26	10.9	1.4	3.0	0.21	0.25	0.12	0.14	2.2	
30	2.82	31	228	28	80	16.8	9.9	0.81	0.26	8.6	1.4	3.0	0.21	0.25	0.12	0.14	3.5	

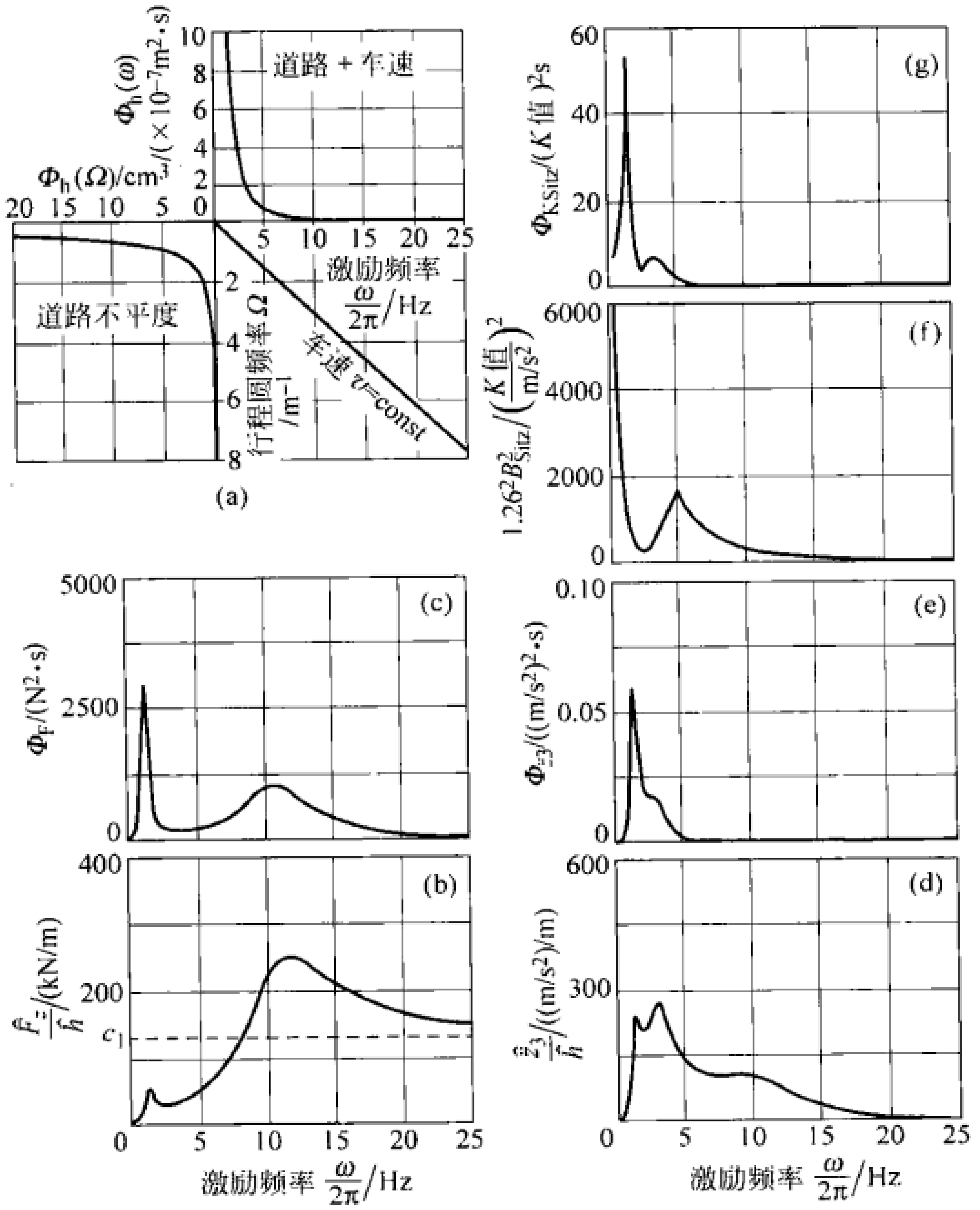


图 64.1 计算评价尺度的曲线图

(a) 不平度谱密度和车速的关系(参看图 60.2(a)～(c))；(b)、(d)、(h)、(m)、(p) 幅频特性；(c)、(e)、(i)、(n)、(q) 谱密度；(f)、(k) 用以评价的振动强度；(g)、(l) 振动强度的谱密度；(b)、(c) 用以计算轮荷变化；(d)～(g) 用以求取座椅振动强度；(h)～(l) 用以求取手和脚的振动强度；(m)、(n) 用以计算座椅挠度；(p)、(q) 计算悬架弹簧挠度(表 64.1 所列车例 1，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$\Omega_0=1$ m⁻¹，$w=2$，$v=20$ m/s)

64.2 车身加速度，手和脚的用以评价的振动强度

图 64.1(h)表示了车身加速度的幅频特性$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$。这里在 $\omega\approx\nu_2$ 和 $\omega\approx\nu_1$ 处又出现了两个峰值。而对于人体部分的第 3 个自由度的固有频率 $\omega\approx\nu_3$ 附近(对应于 4 Hz)未出现峰值。也就是说，座椅-人体系统对车身加速度有所影响，但不显著。

图 64.1(i)上可以看到车身加速度的谱密度 $\Phi_{\ddot{z}_2}$。与轮荷变化的谱密度不同的是，只有在车身固有圆频率 ν_2 处才能见到明显的峰值。而座椅-人体以及车轮固有频率处的峰值大为减小了。

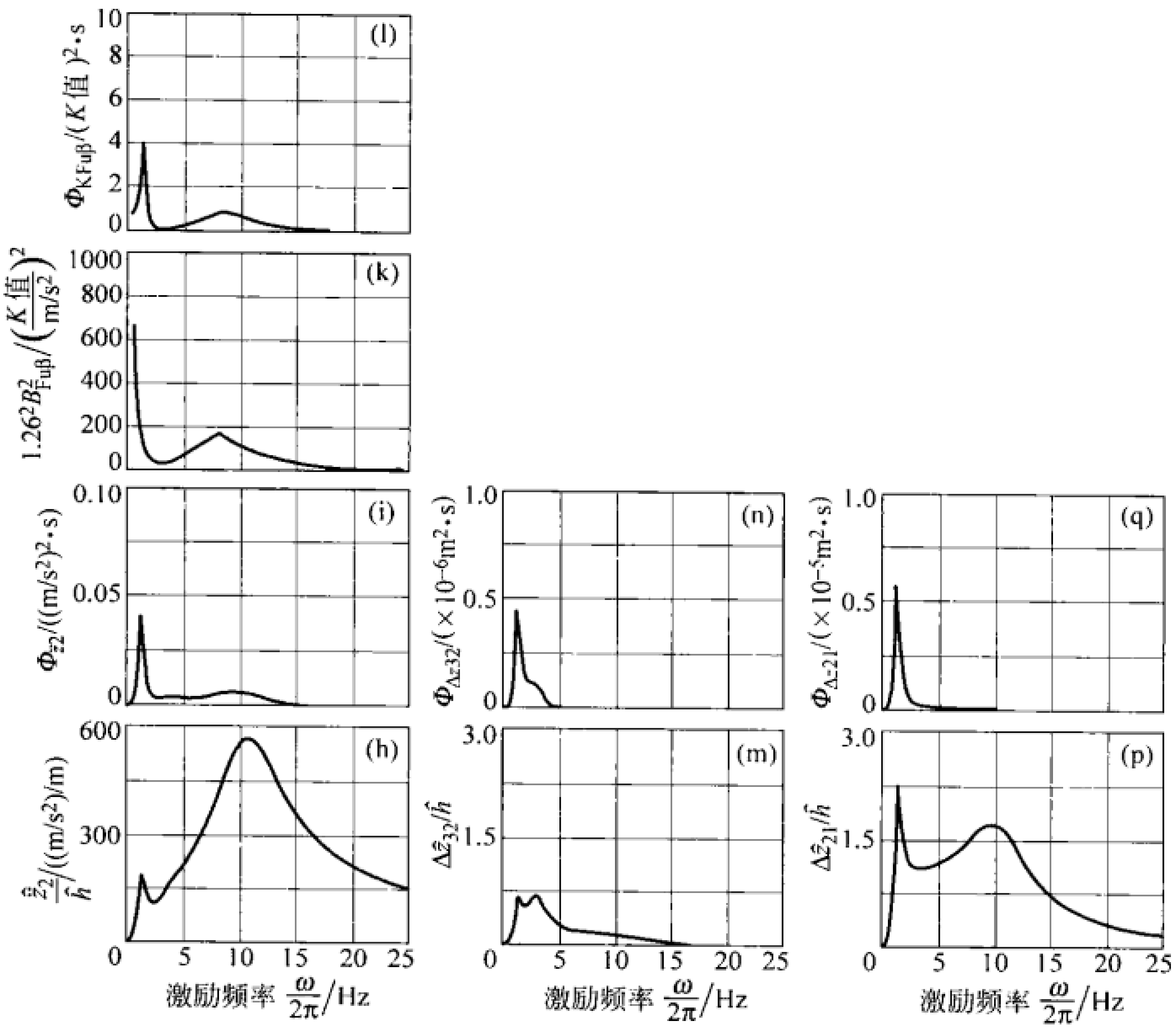


图 64.1（续）

但是，这两个峰值区域对人体的振动作用是很重要的，因为这两个频率范围内，手脚是最敏感的（参看图 62.3(c)和(d)）。图 64.1(k)是评价函数 $B_{Fu\beta}$的平方，图 64.1(l)是谱密度 $\Phi_{K_{Fu\beta}}$（对比式(64.3c)）。从计算可知，用以评价的振动强度 $K_{Fu\beta}=5.9$。

振动通过手对人体的影响的计算与上面一致（对比式(64.3b)）。

车身加速度的有效值（标准差）为 $\tilde{\ddot{z}}_2$（$=\sigma_{\ddot{z}_2}$）$\approx 0.73\ \mathrm{m/s^2}$（根据图 64.1(i)由面积单位计算得到）。

64.3 座椅加速度，座椅用以评价的振动强度

为了解释座椅加速度以及座椅用以评价的振动强度，我们还是从幅频特性开始讨论，即从图 64.1(d)的$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$ 曲线开始。图中可以看到三个质量的影响。曲线在车身和座椅的固有圆频率 ν_2 和 ν_3 处有两个尖峰，同时在车轮固有圆频率 ν_1 处有一个隆起。与车身加速度的幅频特性相比，ν_2 处座椅加速度的放大因数较大，ν_3 处更要大些，而只有在 ν_1 附近的区域内才真正明显地减小了。也就是说，由于座椅的作用，使得座椅加速度 $\ddot{z}_3$与车身加速度 $\ddot{z}_2$相比，在低频时有所增加，高频时降低。由

图 64.1(e)可见，实际上只有在 0～5 Hz 左右频带内，存在座椅加速度的谱密度 $\Phi_{\ddot{z}_3}$。

图 64.1(f)画出了针对座椅减振的人体部分的评价函数 B_{Sitz} 的平方，通过 B_{Sitz}，我们在图 64.1(g)中给出了振动强度的谱密度 Φ_{KSitz}。与 ν_2 相比，在座椅-人体固有圆频率 ν_3 附近 Φ_{KSitz} 峰值增强较大，因为在 ν_3 附近人体比 ν_2 附近要敏感得多。

求得 $K_{\text{Sitz}}=18.5$。这就意味着乘员对振动的感觉是“很强烈”的[60]，虽然车辆从振动技术上看是不坏的。道路的不平度标示还是“好”的，行驶车速也只有 72 km/h。

在此必须说明，上述舒适性描述适应于一般情况（由房间内坐着的读报者开始），并不是针对车内乘员形成的。比如对于“感觉很强烈”应该理解为，人在车上几乎不能写字。

座椅加速度有效值为

$$\tilde{\ddot{z}}_3=\tilde{\ddot{z}}_{\text{Sitz}}\approx 0.7\ \text{m/s}^2$$

64.4 动挠度

图 64.1(m)和(p)是座椅相对位移幅频特性 $\Delta\hat{z}_{32}/\hat{h}$ 和车轮相对位移幅频特性 $\Delta\hat{z}_{21}/\hat{h}$，图 64.1(h)和(q)是相应的谱密度。就座椅挠度来说，车身和座椅固有圆频率 ν_2 和 ν_3 附近的频率范围内影响较大，起主要作用；而车轮固有圆频率 ν_1 处，幅频特性曲线只是稍有隆起。与此相反，车身-车轮的相对位移很少受座椅-人体系统的影响；主要由车身和车轮固有圆频率 ν_2 和 ν_1 附近的频带决定。

此外，座椅的动挠度明显的小于车轮，它们的标准差分别为 $\sigma_{\Delta z_{32}}=1.8$ mm 和 $\sigma_{\Delta z_{21}}=5.6$ mm。按照式(61.4)，从平均值两侧各 6 倍标准差为基础来考虑，即可得到动态总挠度 $\Delta z_{32}\approx 1$ cm，以及 $\Delta z_{21}\approx 3.4$ cm，这一点必须估计到。

65 不平度和行驶车速的影响

评价“轮荷变化”，“振动强度”以及“弹簧动挠度”时所用的标准差可根据式(64.1)到式(64.5)给出：

$$\sigma_q^2=\int_0^{50\pi}(\cdots)^2\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{65.1}$$

式中，q 为某一评价的参数；括号内为幅频特性，比如轮荷幅频特性、弹簧挠度幅频特性；而对于振动强度，则括号内应为评价函数与幅频特性之积。

我们把不平度与车速的谱密度近似式(59.5)以及式(59.4)、式(57.9)代入，则可由式(65.1)得出

$$\sigma_q^2=\Phi_h(\Omega_0)v^{w-1}\Omega_0^w\int_{\approx 0}^{50\pi}\frac{(\cdots)^2}{\omega^w}\mathrm{d}\omega \tag{65.2}$$

由此可见，所讨论的三个参数的离散程度与下列因素有关：

[60] 见参考文献 54。

1. 车辆行驶速度(根据第XI章开始所假定的，车辆参数与车速无关，就像双轴汽车(参看第XII章)一样)。这样，就有

$$\sigma_q \propto v^{\frac{w-1}{2}} \tag{65.3}$$

图65.1(a)以轮荷变化为例，说明在不同的波度性 w 情况下(参阅表59.1)，σ_q 随车速 v 提高而增加。可以看出，w 的影响是不大的。按照在表59.2列出的ISO标准规定，取 $w=2$，那么由式(65.3)可得到

$$\sigma_q \propto \sqrt{v} \tag{65.4}$$

也就是说，轮荷变化，弹簧动挠度或 K 值差不多随车速 v 平方根的增加而增加。

2. 根据式(65.2)，标准差总是与不平度尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$ 的平方根成正比：

$$\sigma_q \propto \sqrt{\Phi_h(\Omega_0)} \tag{65.5}$$

图65.1(b)表示了表59.2列出的各种道路不平度尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$ 的影响。

3. 车辆参数的影响可根据下式估计：

$$\sigma_q \propto \sqrt{\int_{\approx 0}^{50\pi} \frac{(\cdots)^2}{\omega^w} d\omega} \tag{65.6}$$

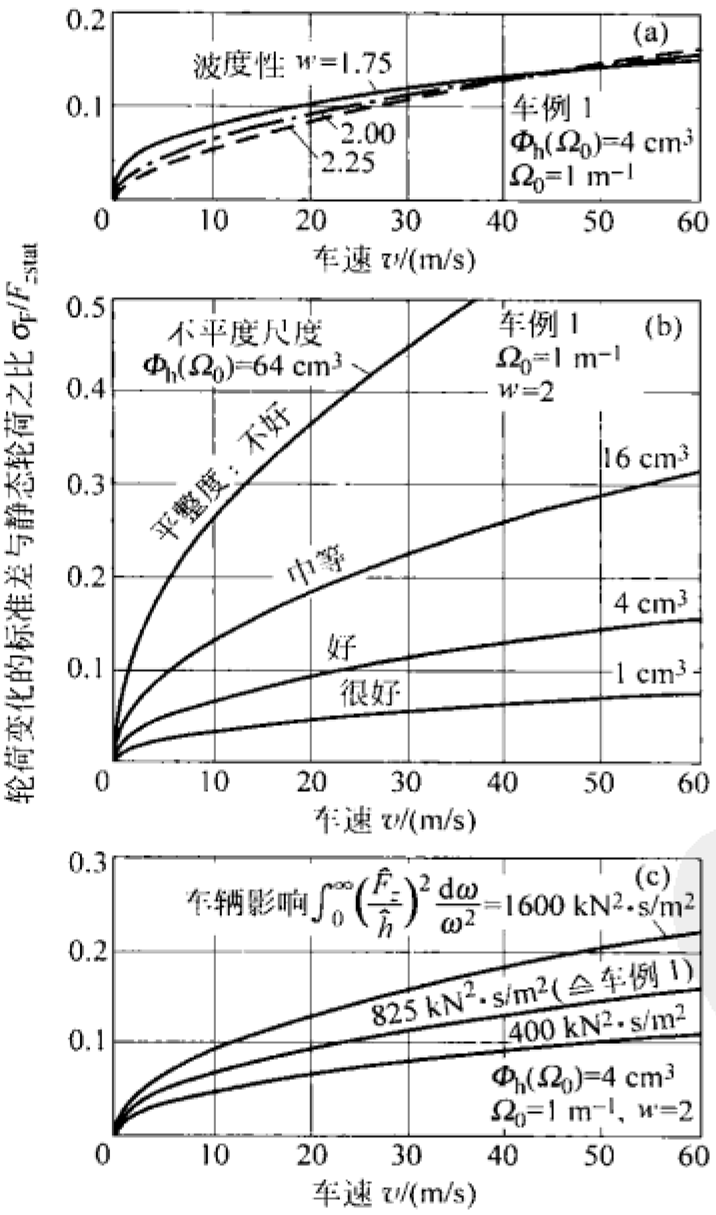


图65.1　车速 v 以及不平度波度性 w(图(a))，不平度尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$(图(b))，车辆参数(图(c))对轮荷相对变化 σ_F/F_{zstat} 的影响。车辆参数参看表64.1中的车例1

取 $w=2$ 时，以轮荷变化为例，如图 65.1(c)所示。

65.1 与车辆行驶安全性相关的最高车速

在图 65.1(b)的例子中，我们可以估计出，车辆在各种不平度的道路上允许以多高车速行驶，这时轮荷变化不致过大而影响安全性。参看第 60 节，64.1 节，可取 3 倍标准差为界限，即 $3\sigma_F/F_{zstat}=1$。这样即可确定出各种道路不平度对应的允许最高车速。其结果见图 65.2。可见，在很好的、好的，直到中等不平度的道路上，车辆 1 实际上车速不受限制，车轮都不会跳离路面。这就是说，附着率的大小(指水平力与轮荷之比，参见第 11 节)在常用车速下几乎不会受轮荷变化的影响，而主要受到水平力的影响。而在不好的道路上情况就不同了。低速时就出现了车轮频繁跳离路面，因而丧失附着能力的危险。

车速 v 和不平度尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$ 之间的关系可按式(65.2)用下式给出。

$$\Phi_h(\Omega_0)v = \text{const} \tag{65.7}$$

在此取 $w=2$。

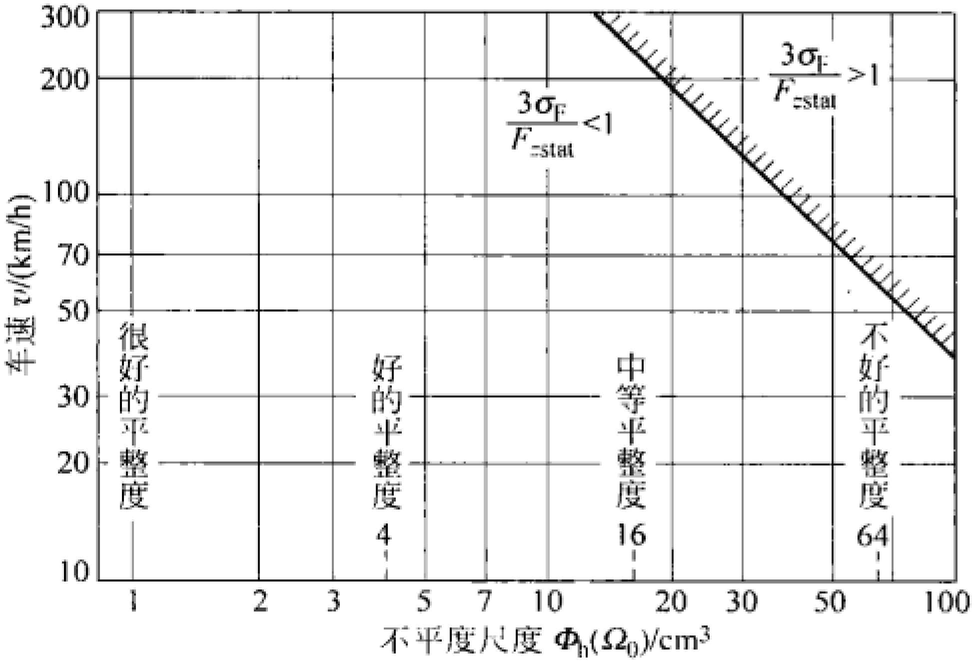


图 65.2 “行驶安全区”($3\sigma_F/F_{zstat}<1$)和“行驶非安全区”(>1)在车速和不平度尺度坐标系中的表示(表 64.1 中的车例 1，$w=2$，$\Omega_0=1\ \text{m}^{-1}$，道路平整情况说明参看表 59.2，$\sigma_F/F_{zstat}$是轮荷变化标准差与静轴荷之比)

66 汽车通过单个障碍

在 59.3 节已经提到，如果汽车在很平的道路上行驶时(即道路不平度的功率谱密度函数 $\Phi_h(\Omega_0)$很小)，乘员对汽车突然通过单个障碍引起的振动感觉非常明显，并且有深刻的记忆。

下面讨论汽车通过单个障碍时座椅加速度 $\ddot{z}_3=\ddot{z}_{\text{Sitz}}$、车身加速度以及乘员脚上的加速度、车轮动载荷的时间历程，这里单个障碍取为

$$h(t)=\hat{h}(1-\cos\omega t) \qquad \text{见(59.12)}$$

这里：

$$\omega=2\pi v/L \qquad \text{见(57.9)}$$

而单个障碍的高度 $2\hat{h}$ 随波长 L 的变化应满足地面不平度随机变化的 1/3 倍频程的表达式：

$$\hat{h}\equiv\hat{b}_{\text{Terz}}=\sqrt{0.23\frac{\Omega_0^2}{\pi}\Phi_h(\Omega_0)}\cdot\sqrt{L} \qquad (66.1)$$

也就是说，长的单个障碍高度大于短的单个障碍。

实例：$\Omega_0=1\ \text{m}^{-1}$，$\Phi_h(\Omega_0)=512\ \text{cm}^3$（根据表 59.2 列出的“感受非常差”道路的“上限”取值），$L=\dfrac{v}{\omega/2\pi}$，$v=30\ \text{m/s}$，$\omega/2\pi$ 等于三个固有频率，$\nu_2/2\pi=1.5\ \text{Hz}$；$\nu_3/2\pi=3.0\ \text{Hz}$；$\nu_1/2\pi=11.0\ \text{Hz}$（表 64.1 中车辆 1），另外还取一个较高的频率 25 Hz。（这里要求车内乘员不允许从座位上弹离，即 $\ddot{z}_3\leqslant+1.0\,g$，同时车轮不允许离开地面，即 $F_{z\text{dyn}}\geqslant-F_{z\text{stat}}$。否则运动方程式(63.1)至式(63.3)不再适用）

由上述参数得到表 66.1 列出的值。

表 66.1 各个单个障碍的数据

$\hat{h}$/m	L/m	v/(m/s)	$\frac{\omega}{2\pi}$/Hz
0.062	20.0	30	$1.5=\nu_2/2\pi$
0.043	10.0	30	$3.0=\nu_3/2\pi$
0.018	2.72	30	$11.0=\nu_1/2\pi$
0.013	1.20	30	25.0

图 66.1 给出了结果，第 1 行为不同单个障碍的曲线 $h(t)$，由左侧最长、最高的障碍开始（$\omega/2\pi=1.5$ Hz），直到右侧最低、最短的障碍。

从中间行曲线可知车辆通过不同障碍时车轮载荷 F_z 在静载荷 $F_{z\text{stat}}$ 水平上首先上升，即动载荷 $F_{z\text{dyn}}$ 为正值，之后不断衰减，最终到零，在比较长的障碍上（$\omega/2\pi=1.5$ Hz和 3.0 Hz）衰减过程频率接近车身固有频率 $\nu_2/2\pi$，而在比较短的障碍上（$\omega/2\pi=11$ Hz 和 25 Hz），衰减过程开始频率接近车轮固有频率 $\nu_1/2\pi$，而后接近车身固有频率。在这个衰减振荡过程中第一个负的半波幅值在 4 种激励状态下都不是很大，不会产生车轮载荷为零的情况，而动载荷 $F_{z\text{dyn}}$ 最大的情况出现在 $\omega/2\pi=\nu_1/2\pi$ 时，见图(h)中曲线。

在图 66.1 的最下面一行描述了对乘员上身产生影响的座椅加速度 $\ddot{z}_3=\ddot{z}_{\text{Sitz}}$ 以及车身加速度 $\ddot{z}_2=\ddot{z}_{\text{Fuß}}$ 随时间变化的曲线。（它们无法用 62.3 节的方法进行评价）

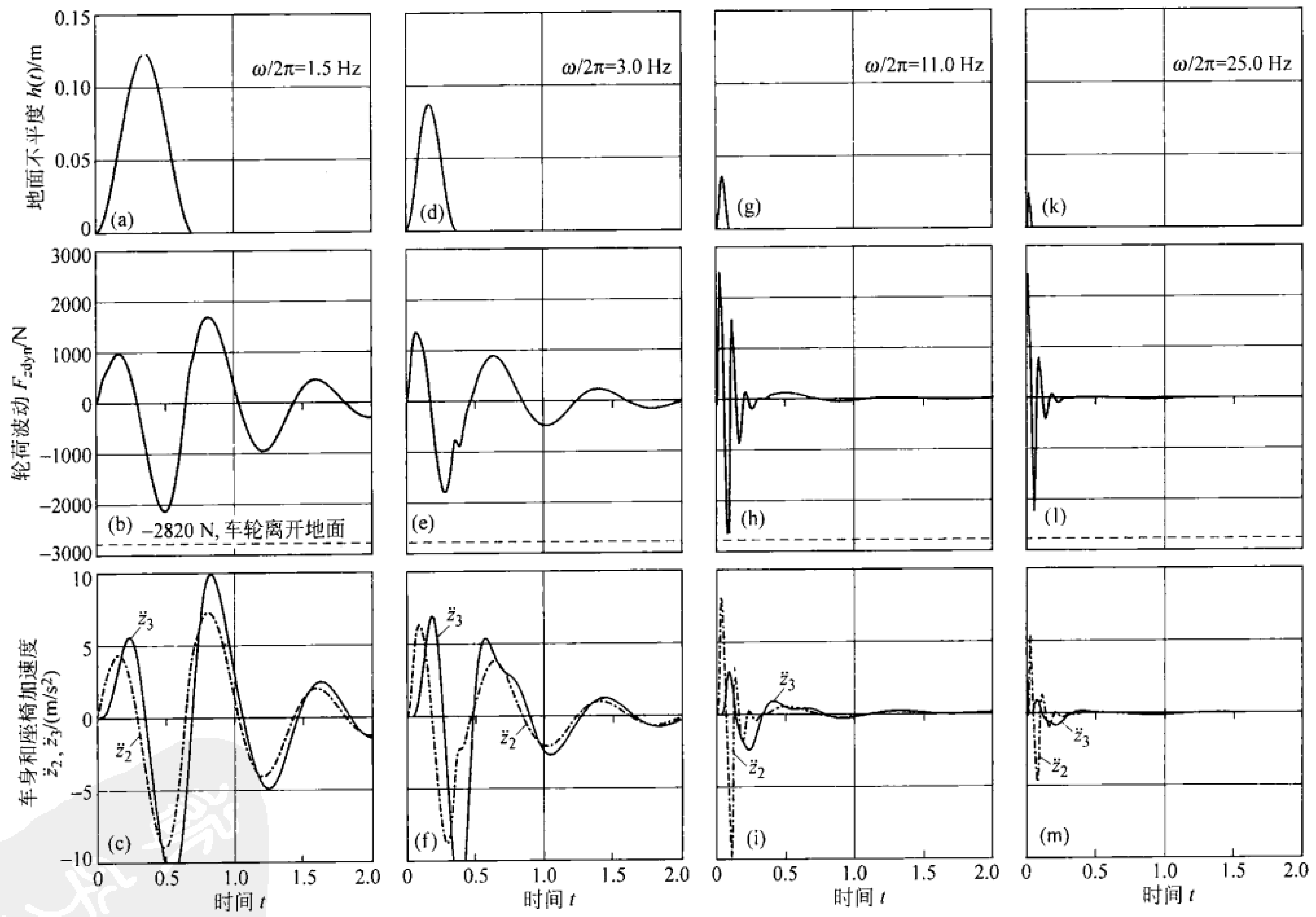


图 66.1 当汽车通过不同大小、长度的单个障碍(见表 66.1)时车轮载荷、车身加速度和座椅加速度随时间变化情况，计算时选择车速 $v=30$ m/s，车例 1(见表 64.1)

当单个障碍比较长时，即激励频率比较小时，座椅加速度大于车身加速度。而当单个障碍比较短时，即激励频率比较大时，正好相反，即车身加速度大于座椅加速度。但是，无论哪种情况，最大座椅加速度 $\ddot{z}_{Sitzmax}$ 和车身加速度 $\ddot{z}_{Fu\beta max}$ 都小于重力加速度 g，也就是说振动过程中乘员不会弹离座椅，乘员的脚也不会跳离地板。

对于负的单个障碍，即地面凹陷或单个的洞，激励为 $h(t)=-\hat{h}(1-\cos\omega t)$，其结果通过对时间轴的对称处理就可以简单地得到。

67 车身固有频率的影响

下面从第 67 节到第 71 节，将要改变三质量系统所代表的汽车的参数，并探讨它们对被评价的振动强度，轮荷变化以及弹簧挠度的作用情况。计算的车例参数如表 64.1 所列。

这一节里，将要变动车身与车轮间的弹簧（螺旋弹簧，钢板弹簧）的常数，即所谓车身弹簧常数 c_2，分别如车例 1，2，3 和 4。按式(63.5)，这时对应的车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 在 2.1 Hz 和 0.8 Hz 之间变动。较高的频率 2.1 Hz 是在空载的小型（因而是轻的）轿车以及在货车上遇到的，1 Hz 则对应于大型和满载的轿车（参看图 67.1），而低频 0.8 Hz 则是指装有车身水平可调弹簧的车辆，这样弹簧可使车身保持某一高度，不受装载情况的影响，参看第 73 节。

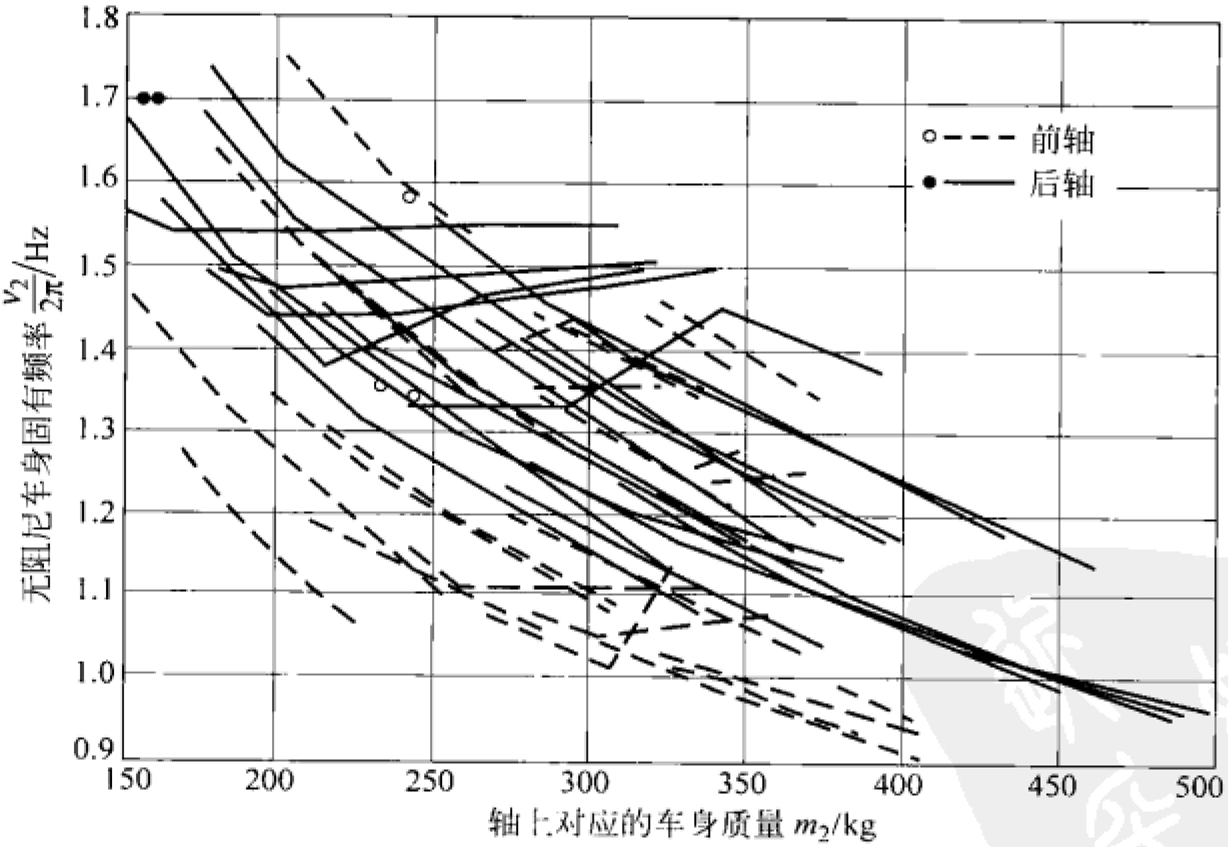


图 67.1 轿车从空载到满载，车身质量增加时，无阻尼车身固有频率（$\nu_2=\sqrt{c_2/m_2}$）的变化过程。每条曲线左端对应空载，右端对应满载

（Mitschke，M.；Helms，H.：Ergebnisse einer Umfrage zu Daten von Personenwagen-Schwingungssystemen，ATZ 78（1976），Heft 5，S. 227-228，und neuere Daten）

下面不仅给出 c_2 和 ν_2 对于作为评价尺度的各参数(式(64.1)到式(64.5)所示)的影响结果,而且还详细说明各参数对应的幅频特性以及谱密度随频率的变化过程(如图 64.1),以便理解这些结果。

随 c_2 变化的主要是 ν_2,而 ν_1 几乎没有变化(参看式(63.5)和式(63.6)),所以主要是 $\omega \approx \nu_2$ 的车身共振峰值区域的变化。装用的弹簧较软时,c_2 值较小,因而 ν_2 较低,峰值向左移。而重要的是过高的峰值将会降低,像车身加速度、座椅加速度和轮荷变化的幅频特性 $\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$、$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$ 和 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 曲线的变动,如图 67.2(a)～(c)所示。频率较低 $\nu_2/2\pi = 0.8$ Hz 时,共振区仅能看到隆起。在座椅加速度曲线上,c_2 也对座椅固有频率处的峰值有影响。ν_2 越大,即 ν_2 越向 ν_3 靠近,则 $\omega \approx \nu_3$ 处的加速度也较大。此外,c_2 在高频区对幅频特性影响较小,弹簧较硬时,车身加速度在 $\omega \approx \nu_1$ 处将有所增大,而轮荷变化有所减小,座椅加速度实际上保持不变。

图 67.2(d)～(f)表示了车身加速度的谱密度 $\Phi_{\ddot{z}_2} = (\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$,座椅加速度的谱密度 $\Phi_{\ddot{z}_3} = (\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$ 和轮荷变化谱密度 $\Phi_F = (\hat{F}_z/\hat{h})^2 \Phi_h(\omega)$。正如在第 64 节中已经谈到的那样,由于幅频特性的平方与不平度谱密度相乘,在低频区,上述数值将要增加,因而,车身弹簧和车身固有频率的作用现在就更加明显了。

最下一列图画的是作为舒适性尺度的谱密度,图 67.2(g)是对于脚的,即 $\Phi_{KFu\beta} = 1.26^2 B_{Fu\beta}^2 \Phi_{\ddot{z}_2}$,图 67.2(h)是座椅上的,即 $\Phi_{KSitz} = 1.26^2 B_{Fu\beta}^2 \Phi_{\ddot{z}_3}$。

我们把曲线积分,按式(64.1)到式(64.3),就得到轮荷变化的标准差以及身体上部和手、脚的用以评价的振动强度。作为车身固有频率的函数,上述结果如图 67.3(a)和(b)所示(图中的实线,车身阻尼系数 $k_2 = \mathrm{const}$)。

由图 67.3(a)可见,K_{Sitz} 值随车身固有频率增加而急剧增加。而 K_{Hand} 值和 $K_{Fu\beta}$ 值增加很小,并且两者与 K_{Sitz} 值相比也比较小,通过式(64.2)算出的 K_{ges} 值主要是由 K_{Sitz} 值决定,所以 K_{ges} 值随车身固有频率增加也急剧增加。

图 67.3(b)所示的是作为行驶安全性尺度的轮荷变化标准差与静态轮荷之比 σ_F/F_{zstat}。车身固有频率的影响是不大的,这些车例参数构成了平坦的曲线,其最小值在 $\nu_2/2\pi \approx 1.3$ Hz 处。

图 67.3(c)上是车轴与车身之间的相对位移(悬架弹簧动挠度)$\sigma_{\Delta z_{21}}$ 以及座椅和车身相对位移(座椅弹簧动挠度)$\sigma_{\Delta z_{32}}$。前者几乎与 ν_2 无关;而后者随车身固有频率增加而明显增加,但其绝对值总是小到不起作用。

小结,软的车身弹簧,即较低的车身固有频率主要改善了座椅减振的部分人体的舒适性。而对轮荷变化、车身和座椅弹簧挠度影响很小。

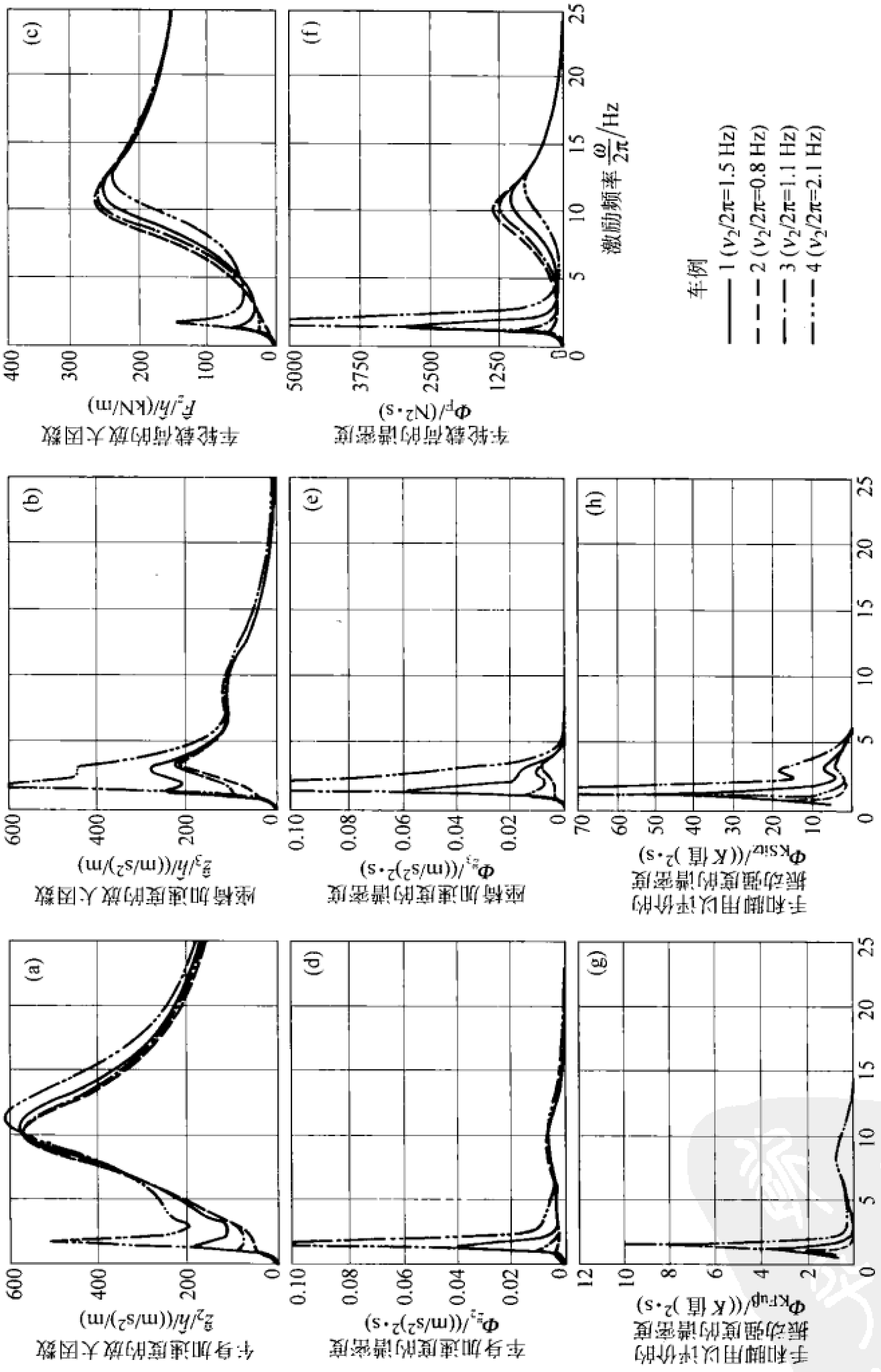


图 67.2 车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 不同时的幅频特性和谱密度

(车例 1 至 4，参看表 64.1，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$，$v=20\ m/s$)

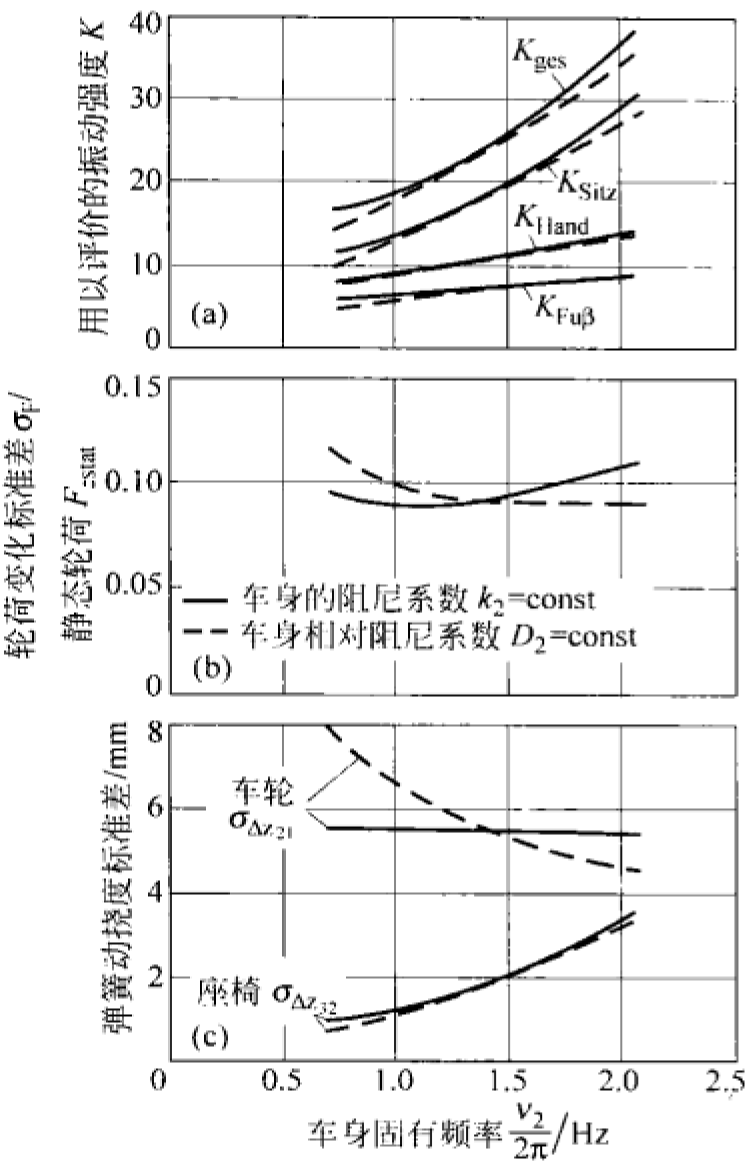


图 67.3 作为车身固有频率的函数的评价尺度(车例 1 至 4，以及 9 至 11，参看表 64.1，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ \text{cm}^3$，$\Omega_0=1\ \text{m}^{-1}$，$w=2$，$v=20$ m/s)

68 车身相对阻尼系数的影响

在这一节里，车身和车轮间的振动阻尼器的常数(汽车技术中，现在还常称为减振器)，即所谓车身阻尼常数 k_2 是变化的。因而根据式(63.8)，车身相对阻尼系数：

$$D_2 = k_2/2\sqrt{c_2 m_2} = k_2/2m_2\nu_2$$

也是变化的。从图 68.1 上可以清楚地看出，相对阻尼系数实际的选择范围。

我们先把表 64.1 中所列的车辆 1 和 5 到 8 进行比较。这些车辆的其他参数都保持不变，也就是说 ν_2 是常数；而只有阻尼常数 k_2，因而相对阻尼系数 D_2 是变化的。图 68.2 画出了座椅和车身加速度以及轮荷变化的幅频特性。

$\omega\approx\nu_2$ 对应的第一个共振峰值随阻尼增加而减小。对于较高的相对阻尼系数 $D_2=0.48$，几乎看不到峰值。$\omega\approx\nu_3$ 对应的第二个共振峰值，只在座椅加速度上可以看得很明显，而且与第一峰值的情况相反，随车身阻尼的增强而增大。$\omega\approx\nu_1$ 对应的

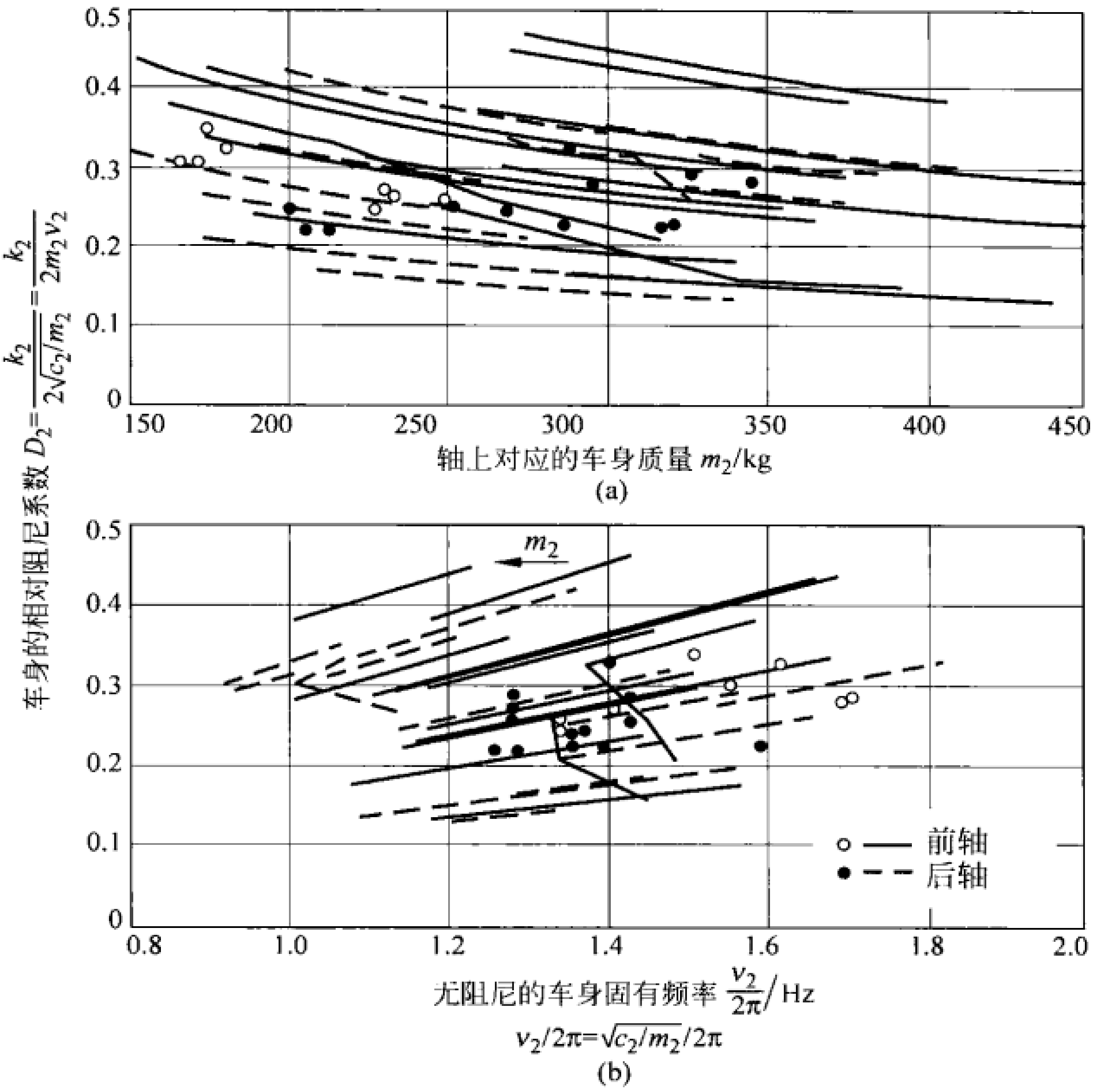


图 68.1 车身相对阻尼系数分别作为

图(a)各种轿车车身质量 m_2 的函数，以及图(b)车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 的函数。每条线属于一部轿车。图(a)中线的左端。图(b)中线的右端对应"空载"车辆；而"满载"车辆则与之相反（Mitschke, M.; Helms, H.: Ergebnisse einer Umfrage zu Daten von Personenwagen-Schwingungssystemen, ATZ 78(1976) Heft 5, S. 227-228, c_2, k_2 和 m_2 在这里是指相应轴上的数值）

第三个峰值，对轮荷变化来讲，随阻尼增加而减小；而对于车身加速度则基本保持不变[61]，对于座椅加速度也同样。在共振区内，即在 ν_2 到 ν_3 以及 ν_1 之间，随着 D_2 的增加，幅频特性曲线更饱满一些，这一点也适应于在 $\omega>\nu_1$ 时的车身加速度。

在图 68.3 上给出了在随机地面不平度情况下相对阻尼系数 D_2 对评价尺度起的作用。按照图 68.3(a)，K_{Sitz}值在较低和较高的相对阻尼系数时都有所增加。对于本节所涉及的几个车例来讲，其最小值约位于 $D_2\approx0.3$ 处，也就是说，这时坐在座椅上的部分身体的舒适性最好。这一点也基本适应于手和脚的用以评价的振动强度，所以 K_{ges}曲线变化过程与轮荷波动非常相似，见图 68.3(b)。只是行驶安全性最优

〔61〕 对于 $k_2=0, D_2=0$ 的极端情况和值特别小的情况上面分析不适应，因为在 $\omega=\nu_1$ 时 $\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$ 的峰值非常大。共振峰值应该在一个相对较小的阻尼下有一个最小值。

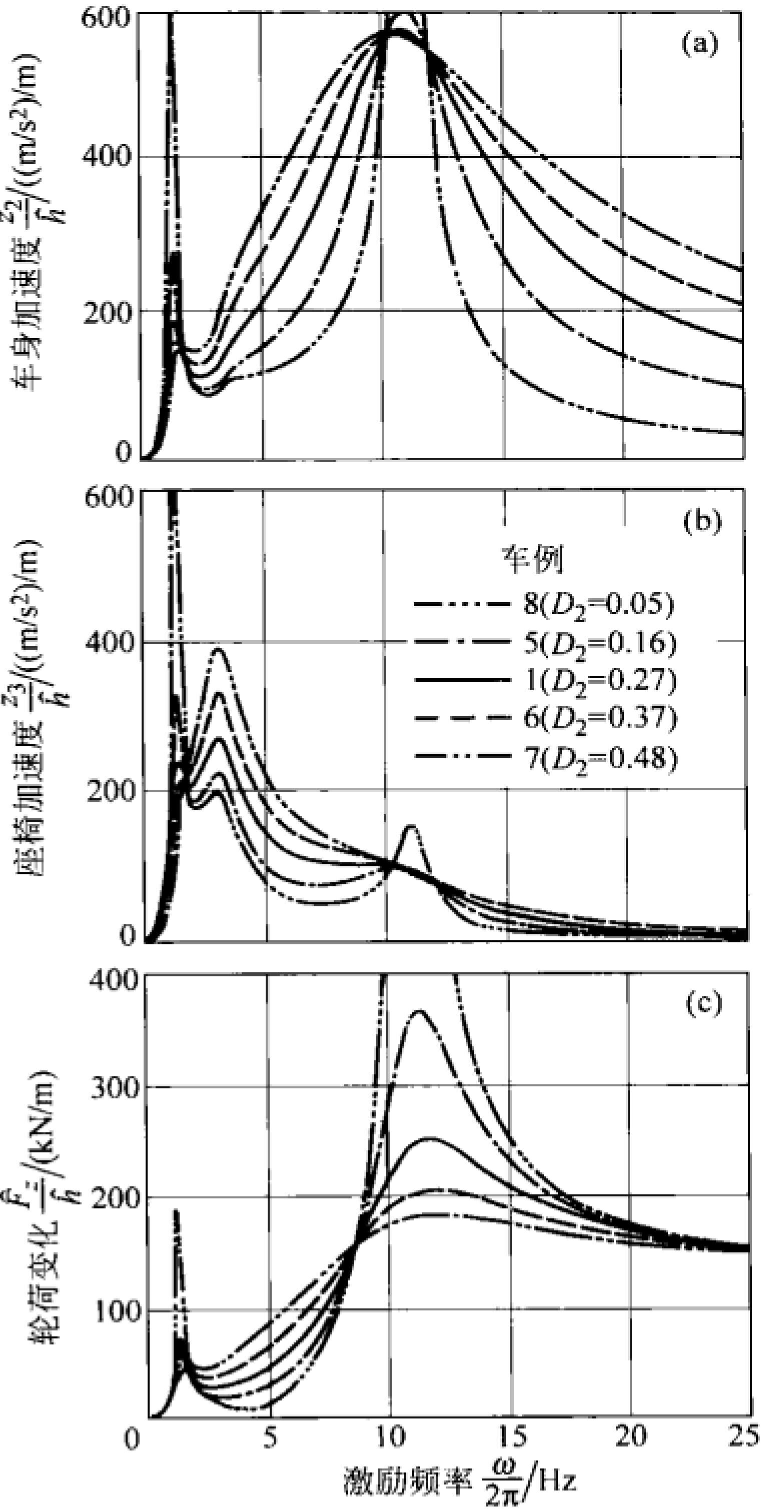


图 68.2 车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 相同，而车身相对阻尼系数 D_2 不同的各种车辆的幅频特性（车辆参数参看表 64.1）

点对应的 $D_2 \approx 0.4$。

车身和车轮间的动态相对位移，即悬架动挠度 $\sigma_{\Delta z_{21}}$ 随阻尼增加而急剧降低（图 68.3(c)），而座椅-车身间的动态相对位移 $\sigma_{\Delta z_{32}}$ 在常见的相对阻尼系数范围内几乎不变化。

这样一来，我们必须在舒适性要求（最佳值 $D_2 \approx 0.3$）与轮荷变化（最佳值 $D_2 \approx 0.4$）以及动挠度要求之间进行协调。

68.1 悬架弹簧和减振器优化，协调图

根据图 68.3 可以看出在随机激励作用下，汽车平顺性最优点对应的减振器阻尼

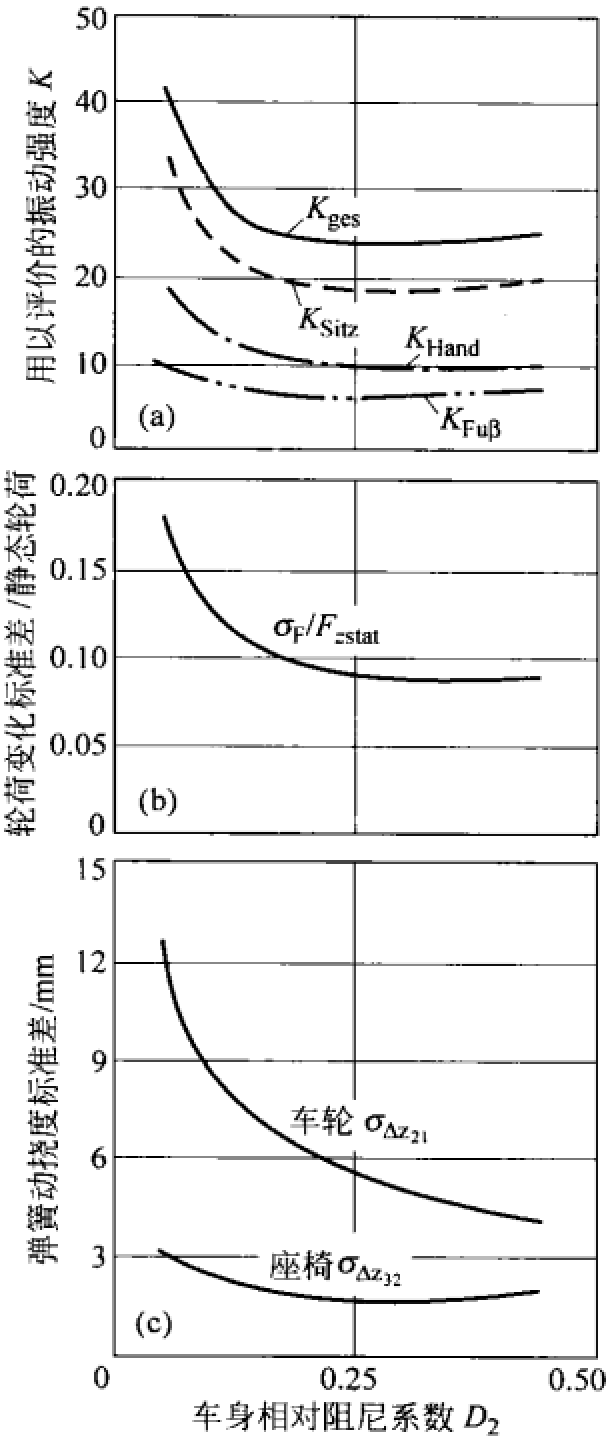


图 68.3 在随机激励时评价尺度随车身相对阻尼系数的变化

（表 64.1 所列车例 1,5 到 8。$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^2$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$\omega=2$，$v=20\ m/s$）

与行驶安全性最优点对应的阻尼不一致。在图 67.3 上，针对某一确定的弹簧刚度，两者进行折中。下面说明优化过程。

当 c_2 有变化时，也就是装用软些或硬些的弹簧时，我们应该检验一下，怎样通过 k_2 对 c_2 的适应，来使振动性能得到优化。为此，我们再回过头来看图 67.3 上的曲线变化。该图上 c_2 是变化的，因而 $\nu_2/2\pi$ 在 0.8～2.1 Hz 之间变化；但阻尼常数 k_2 如保持不变，这样由表 64.1(车例 1 到 4)可以知道，D_2 将相应地在 0.19～0.53 范围内变化。为了进行比较，我们再取车例 9 到 11，这时车身固有频率变化的幅度是一样的，而阻尼也相应地变化，以保持相对阻尼系数 D_2 不变，保持为 0.27。在图 67.3 上以标准差的形式表示的结果说明，设计时采用软弹簧以保持相对阻尼系数 D_2 不变的做法，可望乘坐舒适性会有进一步改善；但动挠度要增大，另外轮荷变化将会提高，使行驶安全性降低。我们还看到，弹簧越软，寻求舒适性和轮荷变化要求之间折中的 D_2 值就越困难。就以上述车例来说，$\nu_2/2\pi=0.8$ Hz 时，折中值位于 $D_2=0.27$～

0.53 之间；而当 $\nu_2/2\pi=2.1$ Hz 时，可以只在 0.19～0.27 之间求取折中值。

根据图 68.4 可以得到一个一般性的结论，图中描述了振动强度 K_{ges} 随车轮动载荷标准差 σ_F/F_{zstat} 变化的关系。在图(a)中给出了 c_2 保持不变，k_2 变化时的曲线和 k_2 保持不变，c_2 变化时的曲线。在图(b)中给出了不同车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 时的曲线和不同相对阻尼系数 D_2 时的曲线。

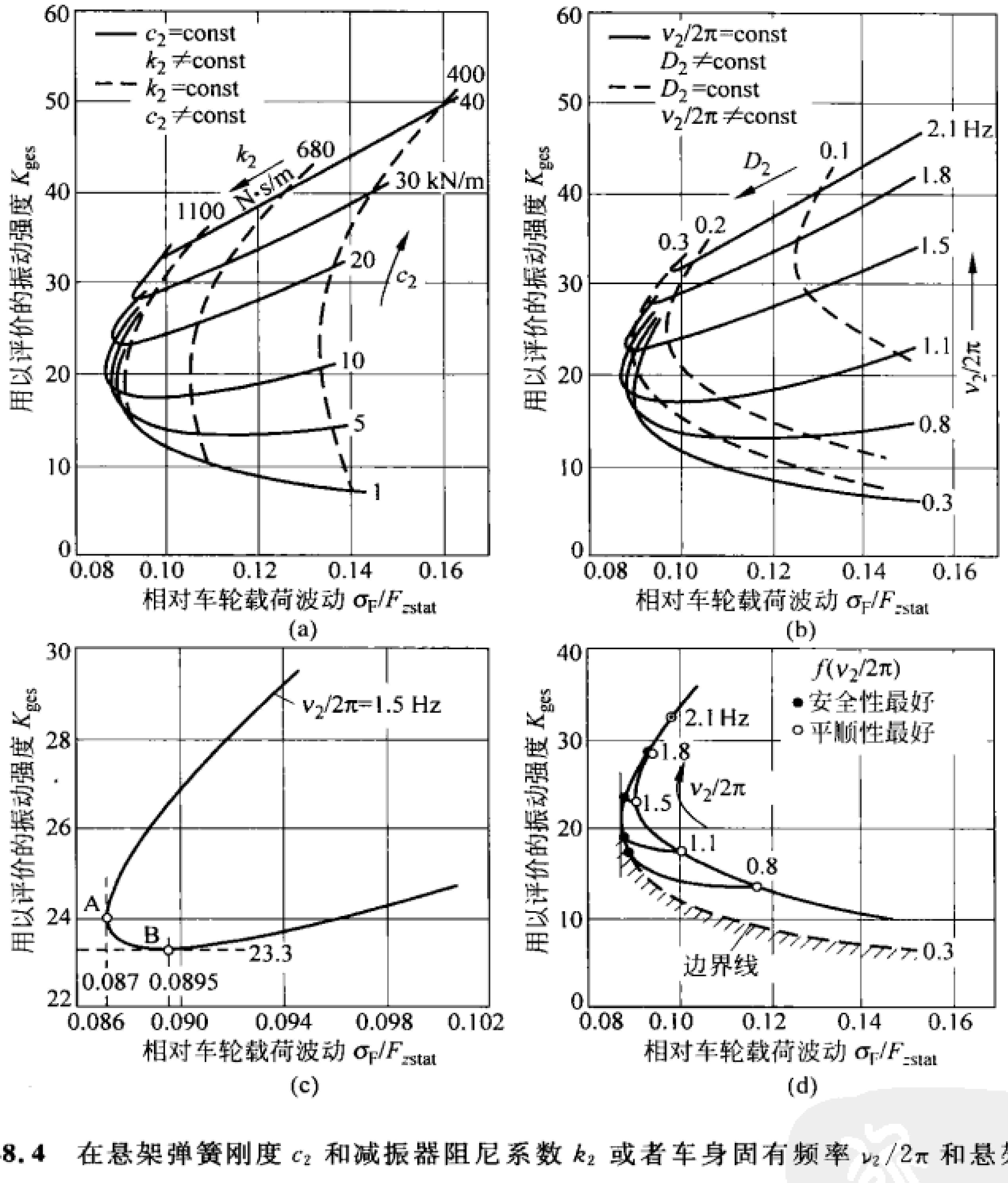


图 68.4 在悬架弹簧刚度 c_2 和减振器阻尼系数 k_2 或者车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 和悬架相对阻尼系数 D_2 作为参变量变化时车辆平顺性（用振动强度评价）和行驶安全性（用相对车轮载荷波动量评价）之间关系曲线。（界限值曲线是通过确定一个振动强度，通过合理选择弹簧刚度和减振器阻尼系数使得车轮载荷波动达到最小（或者相反）而得到的）。计算过程中涉及的其他车辆参数见表 64.1 中车辆 1，道路条件：$\Phi_h(\Omega_0)=4\ \text{cm}^3$，$w=2$，$v=20$ m/s

为了进一步讨论，选择图(b)中车身固有频率 $\nu_2/2\pi=1.5$ Hz 时的情况，如图(c)所示。最小的车轮载荷波动出现在图中曲线与垂直线的切点 A 处，而最小的振动强

度出现在曲线与水平线的切点 B 处。为了协调行驶平顺性或行驶安全性的恶化，优化过程限制在曲线的 A 和 B 之间进行，在曲线的 A 点以上和 B 点右侧两个评价指标同时变差。

图(d)是图(b)中不同车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 下曲线的 A 点到 B 点段。在频率为 2.1 Hz 时 A 点和 B 点重合，这就意味着在这个频率下对于平顺性和行驶安全性之间不需要寻求折中。这一点对于 1.8 Hz 和 1.5 Hz 也基本适用。这样车身固有频率在 2.1 Hz 到 1.5 Hz 之间时，随着频率的减小，行驶平顺性和行驶安全性都变好，即这个固有频率的降低是值得采用的。在固有频率为 1.1 Hz 和右侧的 0.8 Hz、0.3 Hz 时，如果 K_{ges} 减小，即平顺性得到改善，必然要以较高的车轮载荷波动，即牺牲安全性为代价。因此，一方面需要在平顺性和安全性之间作出选择；另一方面，需要找到正确的折中。

在图 68.4(d)中还给出了最低的界限，即无论 c_2 和 k_2 或者 $\nu_2/2\pi$ 和 D_2 如何进行组合都不可能低于这个界限。这个界限对于传统的振动系统是不可能逾越的(进一步的改善可以通过所谓的“可控的”或“电子的”行驶系统来实现，见第 75 节)。

为与理论计算的比较，图 68.5 汇集了目前的中级轿车和轻型客车的 K_{ges} 和 σ_F/F_{zstat} 的测量值，同时绘出了在图 68.4(b)中车身固有频率分别为 $\nu_2/2\pi=1.5$ Hz 和 0.3 Hz 的曲线。测量值集中在 1.5 Hz 曲线附近。另外，在 73.1 节描述了高度可调的悬架系统，而这些测量点也会远离这里的界限值曲线，因为被测车辆还未装备这个系统。

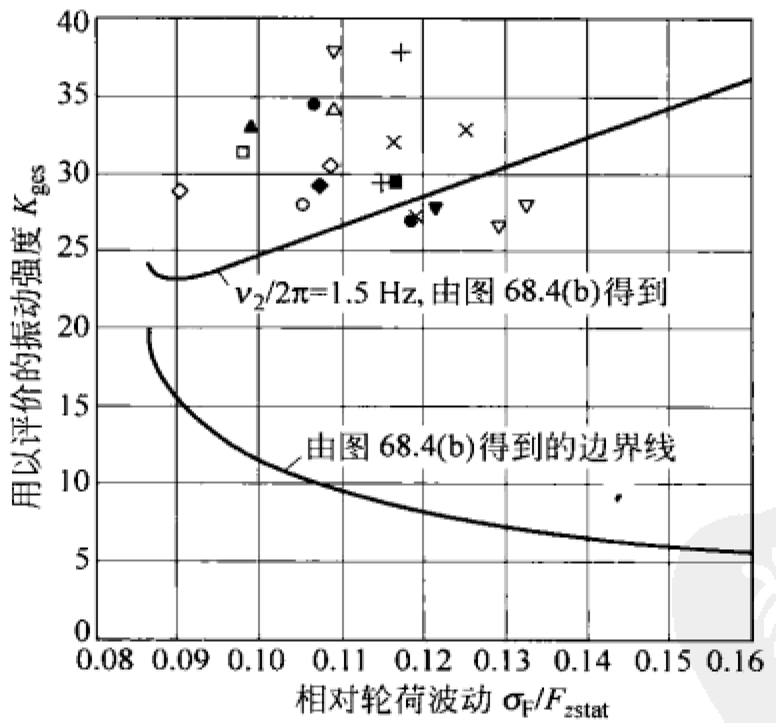


图 68.5 理论计算曲线与测量值之间比较。计算结果来自图 68.4(b)，测量值来自 IfF 1994，测量时选择不同的轿车，车内只有驾驶员(在轿车的前后轴上加纯垂直方向激励，激励参数为 $\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$，$v=20$ m/s，K_{ges} 值在驾驶员位置测量，σ_F/F_{zstat} 在前轮测量)

68.2 小结

这一节的结论是减振器阻尼应在舒适性和行驶安全性(轮荷波动)之间进行优化。

这个优化不仅与最高车速和道路的地面不平度状态有关。车辆装载状态和可用的弹簧行程还会对其形成新的约束,见第 72 节和 73 节。

69 座椅固有频率和座椅相对阻尼系数的影响

因为根据 64.3 节和 64.4 节的讨论,座椅-人体系统实际上只影响座椅加速度和座椅弹簧挠度,所以也只要对这两个参数进行讨论。

先来考察座椅阻尼常数 $k_3=\text{const}$,座椅-人体系统的固有频率 $\nu_3/2\pi$ 从 2.5 Hz 变化到 4.0 Hz(车例 12,1,13)。再增加一个很低的固有频率——1.5 Hz(车例 14),这时 $\nu_3\approx\nu_2$,实际上这种情况是不存在的。$\omega\approx\nu_2$ 对应$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$ 的第一个共振峰值随 ν_3

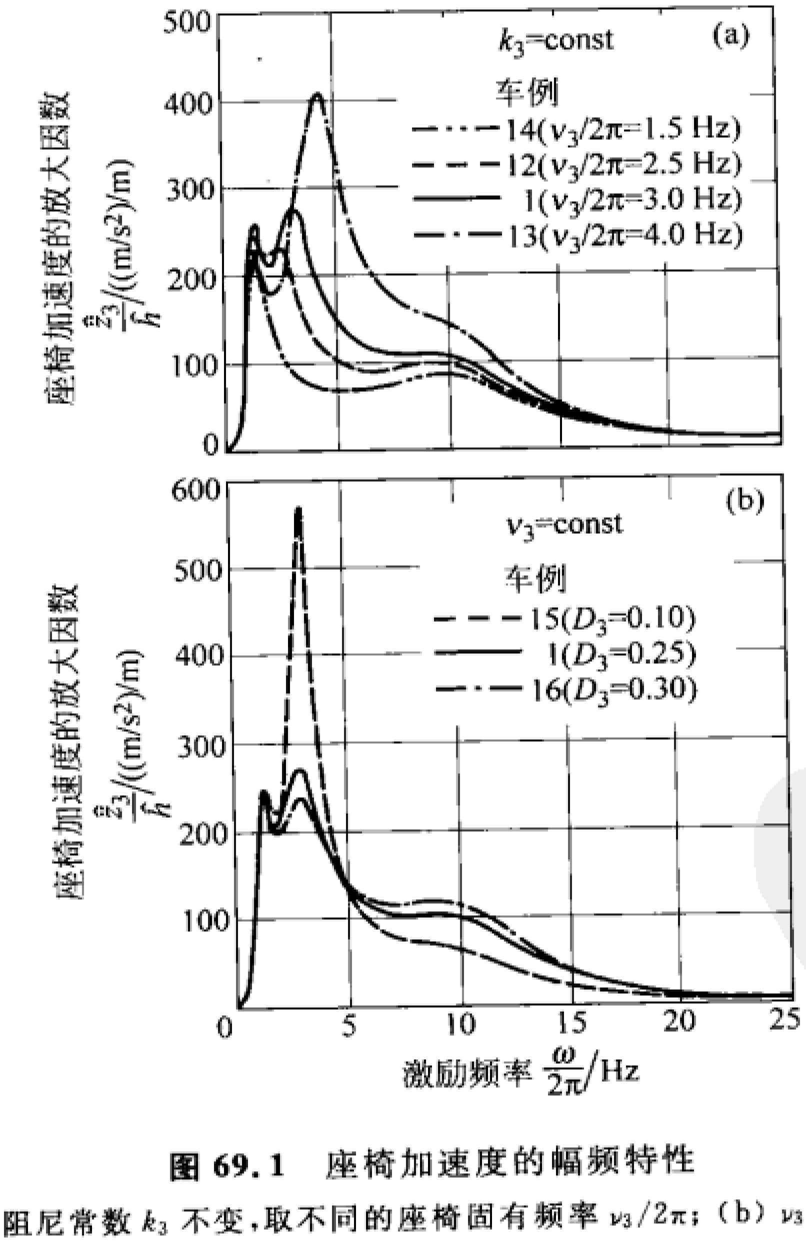


图 69.1 座椅加速度的幅频特性

(a) 座椅阻尼常数 k_3 不变,取不同的座椅固有频率 $\nu_3/2\pi$;(b) $\nu_3/2\pi$ 不变,取不同的 D_3 值(车辆数据参看表 64.1)

的变化，差别不大，见图 69.1(a)。$\omega\approx\nu_3$ 对应的第二个共振峰值随 ν_3 的增加而上升，在特殊情况 $\nu_3\approx\nu_2$ 时，第二个峰值不再出现。$\omega\approx\nu_1$ 对应的第三个共振峰值总是随 ν_3 增加而增大。由幅频特性的变化可知，比较硬的座椅产生的加速度较高，因而图 69.2(a)所示的用以评价的振动强度 K_{Sitz} 也较大。由于 K_{Hand} 值和 $K_{Fuß}$ 值几乎没有变化，所以 K_{ges} 值曲线平行并高于 K_{Sitz}。

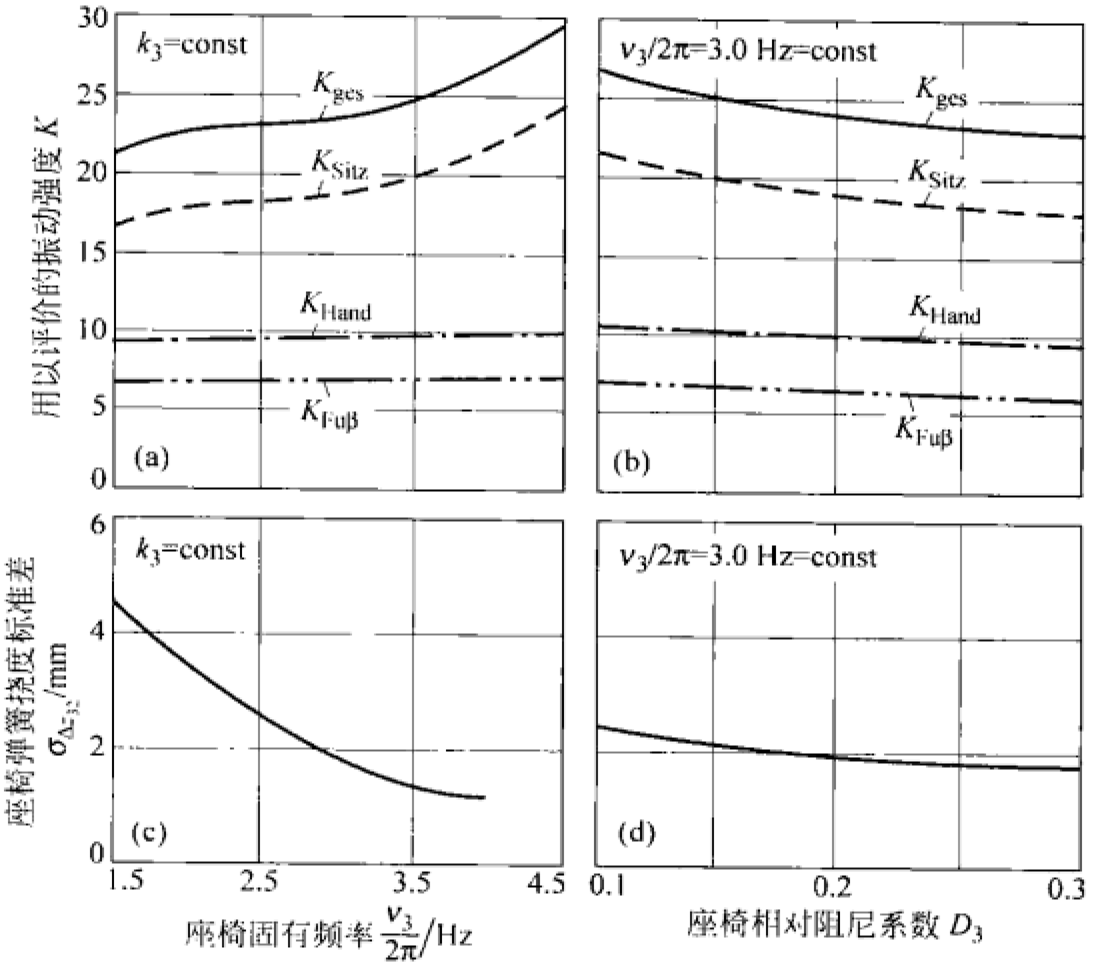


图 69.2　用以评价的振动强度 K_{Sitz}(a、b)和座椅弹簧动挠度(mm)(c、d)，作为座椅固有频率 $\nu_3/2\pi$ 和座椅阻尼系数 k_3 以及座椅相对阻尼系数 D_3 的函数(车辆参数见表 64.1。$\Phi_h(\Omega_0)=4\ \text{cm}^3$，$\Omega_0=1\ \text{m}^{-1}$，$w=2$，$v=20\ \text{m/s}$，见图 69.1)

在图 69.1(b)上，座椅固有频率不变，取 $\nu_3/2\pi=3.0$ Hz 情况下，改变座椅相对阻尼系数 D_3。随着 D_3 的增大，只有 $\omega\approx\nu_3$ 对应的共振峰值下降，因而 K_{Sitz} 的变化如图 69.2(b)所示。

座椅弹簧动挠度，在图 69.2(c)和(d)上用标准差来表示，随着座椅固有频率 $\nu_3/2\pi$ 的减小而增大；而随座椅阻尼的增加动挠度有所减小。

结论：当座椅相对阻尼系数比较大时，舒适性有所改善；而当座椅固有频率比较高时[62]，即座椅比较硬时，在 56.4 节上所指出的目前所用的范围内，舒适性明显变差。

因而还要来说明一下，座椅固有频率变化幅度再增大时，会起什么作用。由图 69.2(a)可见，$\nu_3/2\pi=1.5$ Hz 的固有频率(仅用于计算)会使舒适性明显改善，但在弹簧挠度方面付出代价比较高。按照式(61.3)，座椅静挠度在 1.5(3.0) Hz 时达到 11.1(2.8) cm；根据式(61.4)和图 69.2 (c)，在给定的激励条件下，座椅的动挠度

[62]　所谓“硬的”座椅是指车辆在弯道行驶时座椅的侧向刚度比较大。但是这里并不是指这一点，而是指座椅在垂直方向的特性。

为 $6\sigma_{\Delta z_{32}}=2.7(1.1)$ cm。我们还没有探讨过座椅-人体的固有圆频率 ν_3 比车身固有圆频率 ν_2 还低的情况，比如 $\nu_3/2\pi=0.9$ Hz（车身最低固有频率 $\nu_2/2\pi=1.5$ Hz），当然，这种情况还未进行试验。这时，座椅弹簧静挠度约为 30 cm，为此要装用座椅水平面调节器[63]，才能使体重不同的驾驶员相对于操纵部件有一个大致相同的乘坐位置。所以，一般来讲座椅固有频率要比最高的车身固有频率还要高些。但比车身固有频率高出太多（如上面已讨论过的）并不合适，我们不予推荐；因为这时 K_{Sitz} 值比较大。此外，这时将会达到人体的主要共振频率（根据图 62.3(b)，高于 4 Hz；根据图 62.2，在 4～8 Hz 之间）。

座椅-人体的固有频率超过人体共振频率，或者甚至超过车轮固有频率 $\nu_1/2\pi$，不会有任何好处：在这种情况下，既不能减小以车身固有频率所作的运动，也不能减小以车轮固有频率所作的运动。图 69.3 表示各个固有频率应该所处的相互位置。

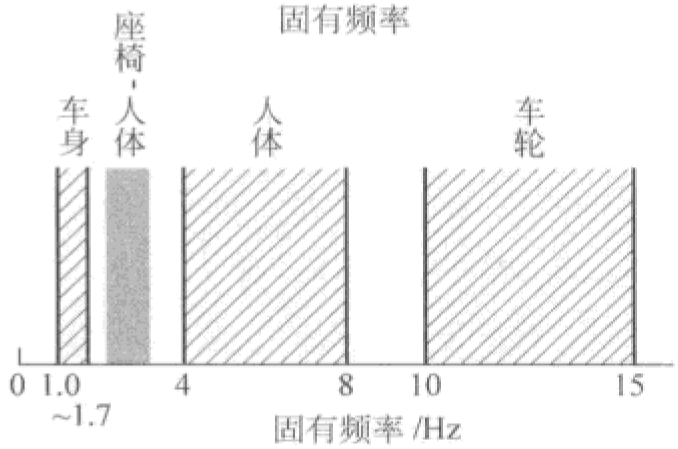


图 69.3 考虑到座椅弹簧动挠度情况下，相对于其他的重要车辆和人体共振区域，座椅-人体系统固有频率应取的适当位置

最后，还要加以提醒[64]，除了隔振以外，不要忘记座椅弹簧的主要功用是减小单位面积压力，支撑身体的各个部分。

70 车轮质量的影响

轿车的车轮质量 m_1 的大小可从图 70.1 上查出。图中的车轮质量 m_1，车身质量 m_2 和车轮固有圆频率 ν_1 之间的关系式可由式(63.4)得到

$$\nu_1^2=\frac{c_1+c_2}{m_1}\approx\frac{c_1}{m_1}=\frac{(m_1+m_2+m_3)g}{m_1}\frac{c_1}{F_{\mathrm{zstat}}}$$

$$\frac{\nu_1/2\pi}{\mathrm{Hz}}\approx\sqrt{25\left(1+\frac{m_2+m_3}{m_1}\right)\frac{\mathrm{cm}}{s_1}} \qquad (70.1)$$

式中，轮胎次切距 s_1，按式(63.10)确定。

车轮质量对振动性能的影响可从车例 1、19 和 20 上看出。与车例 1 相比，车例

[63] 对于重型商用汽车，驾驶员座椅采用高度可调节的空气弹簧几乎已成为标准配置。

[64] 见 56.4 节。

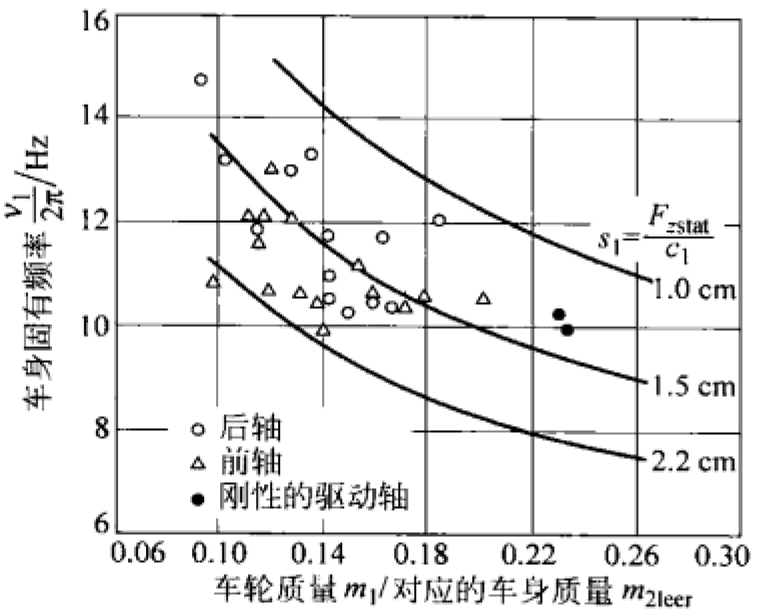


图 70.1　轿车车轮固有频率和相应的车轮质量/有关的部分车身质量(空载)的关系，以轮胎次切距 s_1 作为参数

(Mitschke, M.; Helms H.: Ergebnisse einer Umfrage zu Daten von Personenwagen-Schwingungssystemen. ATZ 78(1976) Heft 5, S. 227-228)

19 上的车轮质量从 31 kg 减轻为 24 kg。车轮质量这么大的变化不是只靠轻量化所能达到的，而主要是通过选用另外的车轴方式才实现的(例如，在驱动轴上由刚性轴改用独立悬挂或者在独立悬挂上把制动器从车轮上移装到主减速器上)。在车例 20 上，车轮质量增加到 62 kg。

根据式(70.1)，车轮质量减轻将提高车轮固有圆频率 ν_1，所以在图 70.2 上，幅频特性的共振峰值位置在更高的激励频率处。轮荷波动的共振峰值随车轮质量 m_1 减小而减小，车身加速度峰值实际保持不变(m_1 比较小也意味着车轮相对阻尼系数 D_1 比较大。与第 68 节中对 D_2'的结论相似，对 D_1 也有效，在 $\omega\approx\nu_1$ 区域内$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$ 受 D_1 的影响很小，而 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 受的影响比较强烈)。为了求得标准差，必须确定曲线下面的面积。这样，不仅峰值，而且幅频特性曲线的整个走向都是重要的。所以要指出，车轮固有频率附近的共振曲线随着 m_1 减小而变得更为丰满。

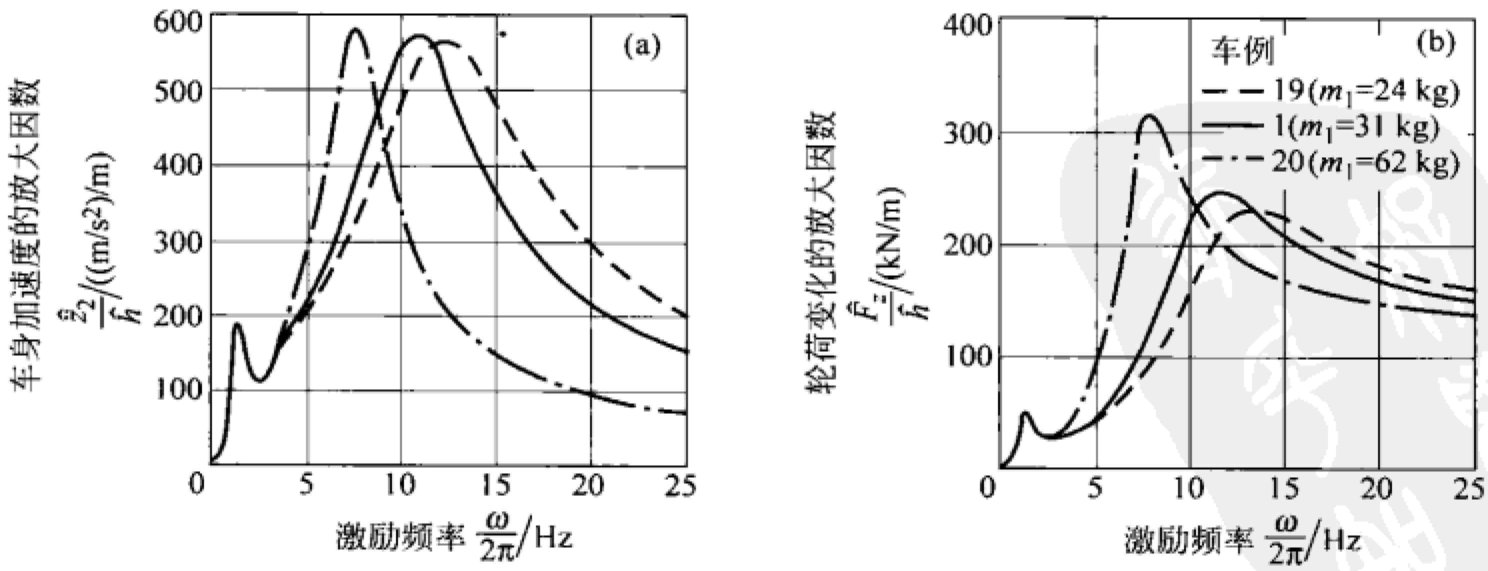


图 70.2　不同的车轮质量 m_1 对应的车身加速度和轮荷变化的幅频特性

(车辆数据参看表 64.1)

在图 70.3 上画出了评价尺度与车轮相对质量 $m_1/(m_2+m_3)$ 的关系。从图(a)可以看出,用以评价的振动强度随车轮质量 m_1 的增加而略有增加,即舒适性有所下降。而轮荷变化随 m_1 增加以百分比增加,行驶安全性随之下降。所以,对于高速车辆(赛车),像人们所说的那样,非悬挂质量较小。

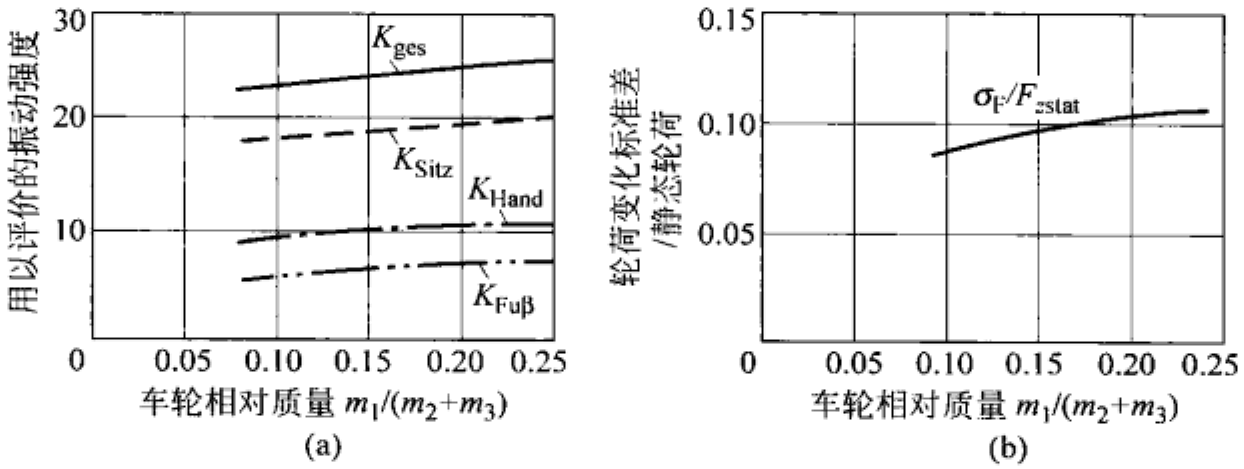


图 70.3 用以评价振动强度和轮荷变化相对值随车轮相对质量的变化关系

($\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$, $\Omega_0=1\ cm^{-1}$, $w=2$, $v=20\ m/s$)

71 轮胎弹性的影响

根据第 7 节里的振动模型,轮胎特性是用弹性常数 c_1 和次切距 s_1,以及滞阻系数 $d=k'\omega/c_1$ 来描写。因为相对于减振器的阻尼来说,轮胎的阻尼是很小的(在图 63.1 上的汽车等效系统中就已经忽略了轮胎阻尼),所以只探讨轮胎弹性对振动的作用。现代轮胎的 s_1 数值可由图 7.3 查出。

装用比较软的轮胎后,由图 71.1(a)和(b)可见,$\omega\approx\nu_1$ 对应的车身加速度和轮荷的共振峰值差不多与 c_1 成比例下降。而轮荷变化的幅频特性渐近值(参见 64.1 节)则与 c_1 完全成比例。另外,因为车轮固有频率随 c_1 的减小而下降,所以注意到车轮共振峰值向 ω 较小的方向移动。在 $\omega\approx\nu_2$ 频带附近的第一个峰值范围内,实际没有影响;$\omega\approx\nu_3$ 对应的情况也没有变化。

类似于软的车身弹簧可以降低车身共振峰值的幅度一样,软的轮胎也可以在车轮共振峰值范围内明显地降低放大因数的幅度。而 K_{Sitz} 值几乎保持不变,如图 71.2(a)所示,这是因为座椅的放大因数在车轮固有频率范围内以及更高频率几乎被完全压抑(比较图 56.10(b))。

非常重要的一点是从振动角度来看,软的轮胎既提高了行驶安全性,又改善了舒适性。这样在安全与舒适两者之间就无需协调。采用软轮胎(这里指垂直方向)是从结构上加大轮胎体积,也就是采用大的或宽的轮胎设计,而不是把现有轮胎降低它的轮胎气压来实现,不然的话将使得车轮的侧向特性以及车辆的行驶特性变差(见 C 篇)。

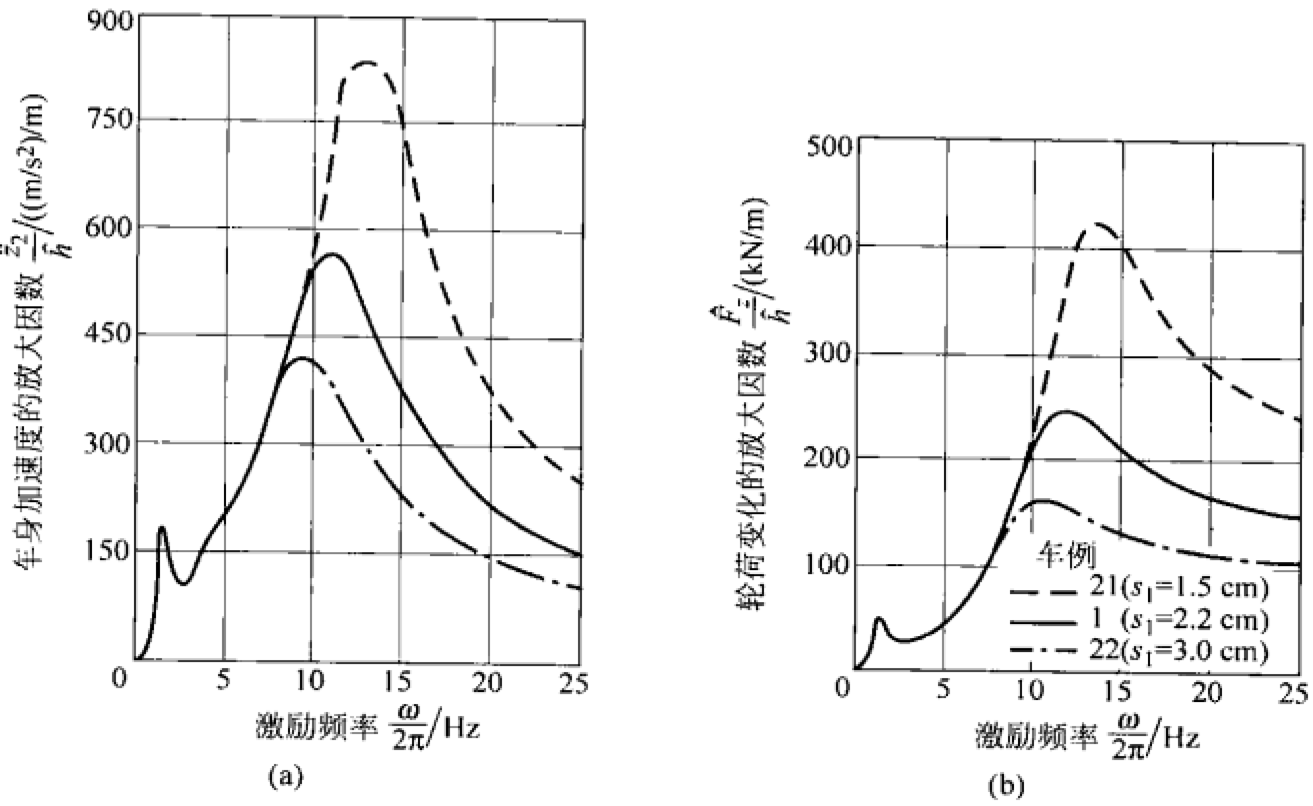


图 71.1 轮胎次切距 $s_1=F_{zstat}/c_1$ 对车身加速度(a)和轮荷(b)变化的幅频特性的影响（c_1 为轮胎弹性常数；F_{zstat} 为静态轮荷；车辆参数见表 64.1）

在 60.3 节中，式(60.14)里已引进了轮荷冲击系数。根据测量[65,66]，该系数可近似由下式求得：

$$n=\frac{F_{zmax}}{F_{zstat}}=1+\frac{F_{zdyn\,max}}{F_{zstat}}\approx 1+a\frac{c_1}{F_{zstat}}=1+\frac{a}{s_1} \tag{71.1}$$

这是和图 71.2(b)上的曲线变化情况相符的。其中[67]，在很差的坑洼不平路段上 $a=2.6$ cm ±20%；在很好的道路上 $a=0.3$ cm±20%。

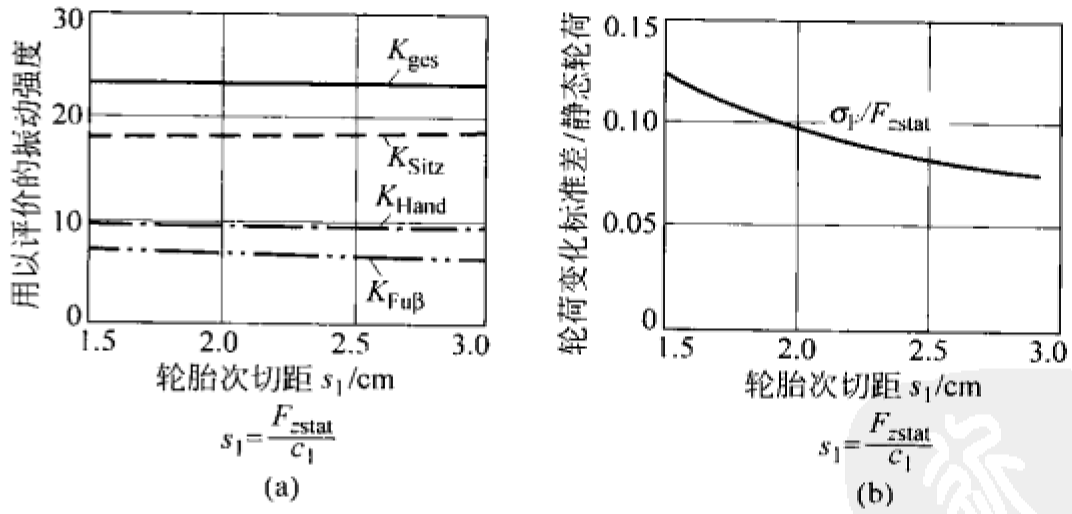


图 71.2 振动评价尺度与轮胎次切距之间的关系（F_{zstat} 为静态轮荷；c_1 为轮胎弹性常数；车辆数据见表 64.1 车例 1、21、22；$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$，$v=20$ m/s）

〔65〕 见参考文献 37。

〔66〕 Svenson, O.: Untersuchung über die dynamischen Kräfte zwischen Rad und Fahrbahn und ihre Auswirkung auf die Beanspruchung der Straße. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik Heft 130, Düsseldorf 1959.

〔67〕 见前一个参考文献。

72 与装载情况的关系

72.1 装载情况的影响

装载不同会改变车身质量 m_2，乘员人数不同会改变质量 m_3（有时也会改变车身弹簧常数 c_2，这一点我们以后在 72.2 节中才做讨论）。

下面，我们要把三质量系统想象成双轴轿车后轴上的情况（参看图 63.1(b)）。

我们一共分析五个例子，参看图 72.1 上的横坐标。空车（车例 23）—没有乘客和行李—后部一侧车轮上总的质量为 $m_1+m_2+m_3=31+219+0=250$ kg。车例 1 后排有 1 名乘客，质量 74 kg，其中座椅上为 56 kg，腿部质量 18 kg 作用在车身上（参看表 64.1 的说明），车轮上作用的质量 $m_1+m_2+m_3=31+228+28=287$ kg。车例 26 上 m_2 包括了 163 kg 的行李，即与前面相比 m_2 增加了 163 kg，所以 $m_1+m_2+m_3=31+391+28=450$ kg。与空车 23 相比，这时车轮上总的装载质量为 200 kg。车例 24 和 25 后排载有 3 名乘客；25 还加装 89 kg 行李，结果车轮上总质量也达到 450 kg。因为 3 名乘客是互相挨着乘坐的，所以 c_3 和 k_3 的数值也必须是原来的 3 倍。

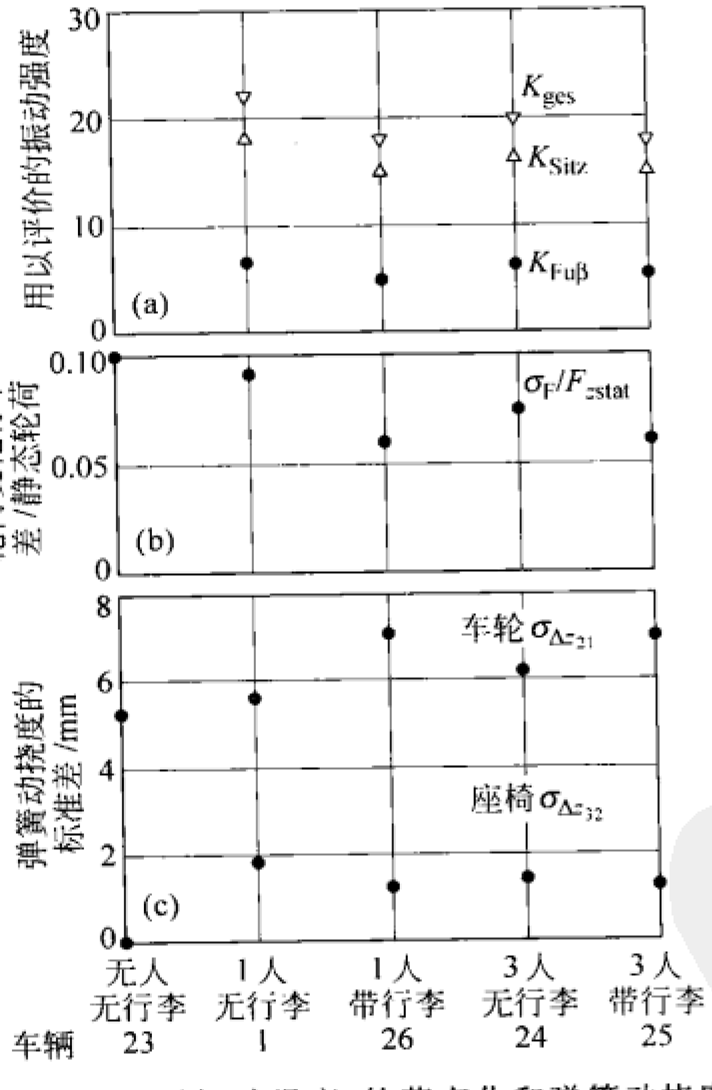


图 72.1 装载情况对振动强度、轮荷变化和弹簧动挠度的影响

（车辆数据参看表 64.1，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$\Omega_0=1$ m⁻¹，$w=2$，$v=20$ m/s）

这一次我们不是从频率曲线，而是从评价尺度（图 72.1）开始讨论。由图 72.1(a)可见，随装载增加，K_{Sitz} 和 $K_{Fuß}$ 值下降，也就是双脚和支撑在座椅上的部分

身体的舒适性将会改善(因为后排乘客没有放在转向盘上，所以在评价中没有取 K_{Hand})。轮荷变化的相对值 $\sigma_F/F_{\mathrm{zstat}}$ 从图 72.1(b)可见，将随装载增加而一直下降，因而行驶安全性提高。车轮的相对动态挠度 $\sigma_{\Delta z_{21}}$ 将要增大；在座椅上的 $\sigma_{\Delta z_{32}}$ 几乎不变，总是很小，如图 72.1(c)所示。

为了说明由装载引起的重要变化，再来讨论图 72.2 上的幅频特性 $\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$，$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$ 和 $\hat{z}/h$。

从图 72.2(a)和(b)上，就车身加速度和座椅加速度方面来看，$\omega\approx\nu_2$ 对应的第一个共振峰值是变化的。一方面，峰值将要左移，因为由于装载而使 ν_2 减小(按式(63.5))；另一方面，振幅比也减小了。座椅固有频率 $\nu_3/2\pi$ 对应的第二个共振峰值只在图 72.2(b)上可以明显看出。它的位置不因装载而变化，而其幅度将要下降。

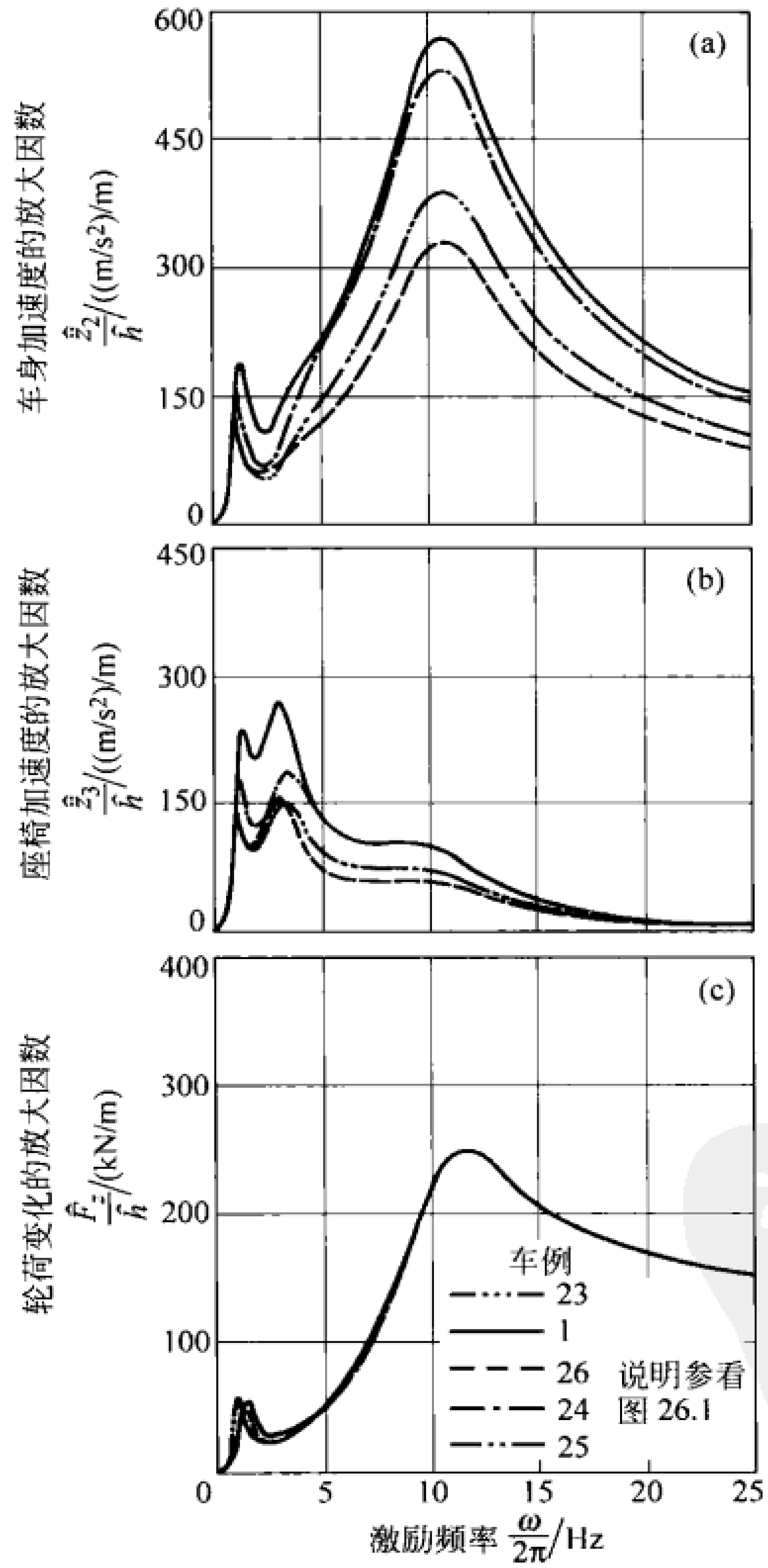


图 72.2 装载情况对幅频特性的影响(车辆数据参看表 64.1)

$\omega \approx \nu_1$对应的第三个共振峰值不因装载而改变其位置(参看式(63.4));而随着装载增加,车身加速度的幅度将要下降。

轮荷变化的幅频特性随装载情况很少变化(参见图 72.2(c));而相对的有效值σ_F / F_{zstat}将随之减小(参见图 72.1(b)),这主要是由于轮荷 F_{zstat}提高的缘故。

72.2 车辆参数对装载情况的适应性

由上面的分析可知,相对于满载车辆,空载车辆的特性是非常不利的,K 值比较大、相对轮荷波动也比较大。下面需要讨论相对于满载车辆,空载车辆的性能可以有多大的改善,而这个改变对于满载车辆性能会产生多大的不利影响。车身和座椅加速度以及轮荷波动的幅值,根据第 67 节、71 节分析,可以通过在频率范围 $\omega \approx \nu_2$ 处减小悬架弹簧刚度 c_2 和在频率范围 $\omega \approx \nu_1$ 处减小车轮弹簧刚度 c_1 来改善。另外,根据第 68 节分析,在上述两个频率范围内,悬架减振器阻尼系数 k_2 会产生很大的影响。对于装载量比较小的车辆,可以采用与装载量相关的:

a) 悬架弹簧;

b) 悬架减振器;

c) 轮胎弹簧。

关于 a)

对于悬架弹簧我们要求其刚度近似地正比于装载质量变化,

$$c_2 \propto (m_2 + m_3)g \tag{72.1a}$$

即根据式(63.5)定义的车身固有频率:

$$\nu_2' = \sqrt{\frac{c_2}{m_2 + m_3}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_2 + m_3}}\nu_2 = \text{const} \tag{72.1b}$$

这一点可以比如通过具有高度调节系统的空气弹簧近似实现。当然,这样系统的主要优点不是车身固有频率为常数,而是高度调节系统。这个系统可以消除不同装载状态下弹簧的静挠度,使得整个弹簧变形范围都可以被振动过程利用,为空载状态和满载状态的车辆舒适性改善提供了手段,见第 73 节。

另外,没有高度调节系统的车辆也可以通过指数形式的弹簧特性实现载荷变化时,ν_2'为常数的要求。下面将讨论空载车辆较差的振动特性相对于满载车辆会有多大改善。

取弹簧刚度 c_2 作为弹簧力随相对变形 $F_F = f(\Delta z)$斜率(见图 72.3(a)),希望的弹簧特性曲线可以通过式(72.1b)很容易算出:

$$c_2 = \frac{dF_F}{d\Delta z} \tag{72.2}$$

弹簧力为

$$F_F = (m_2 + m_3)g$$

得到:

$$\nu_2'^2 = \frac{dF_F}{d\Delta z}\frac{g}{F_F}$$

引入常数 $F_{\text{Fleer}}=F_{\text{F}}(\Delta z=0)$，得到固有频率为常数时弹簧特性曲线为

$$F_{\text{F}}=F_{\text{Fleer}}\exp\left(\frac{\nu_2'^2}{g}\Delta z\right) \tag{72.3}$$

图 72.3(a)给出了指数形式的特性曲线，并且给出了空载状态和满载状态点的斜率，对应的是弹簧刚度 $c_{2\text{leer}}$ 和 $c_{2\text{bel}}$。两个次切距必然相等，这是由于：

$$s_2=\frac{F_{\text{F}}}{c_2}=\frac{m_2+m_3}{c_2}g=\frac{g}{\nu_2'^2} \tag{72.4}$$

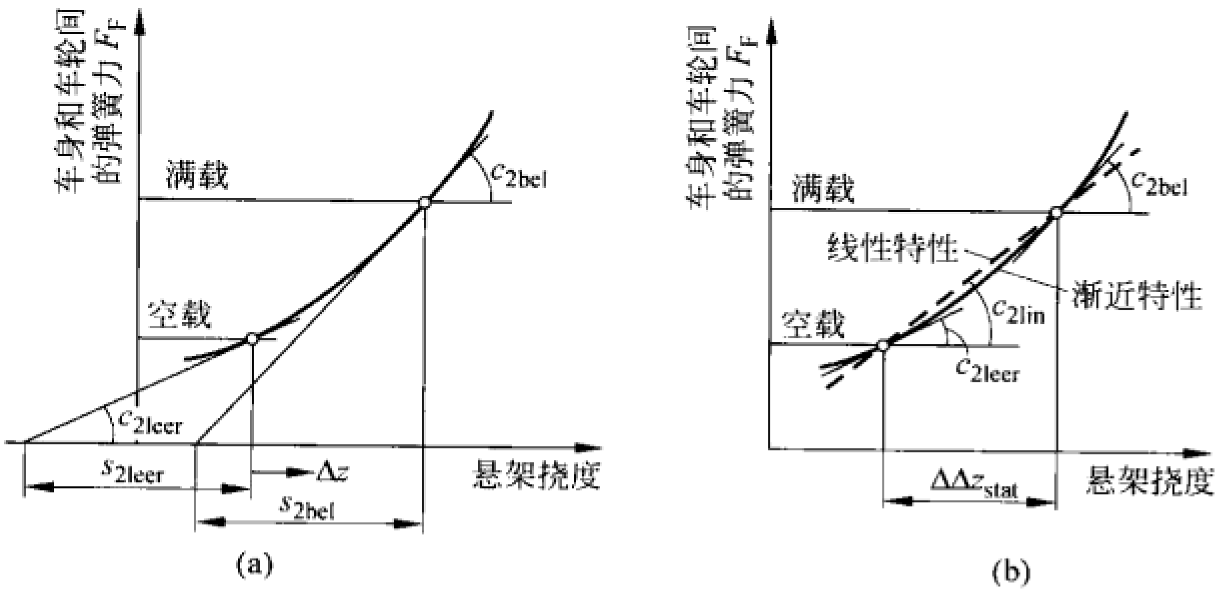


图 72.3　弹簧力-挠度曲线

(a) 指数特性，对应的车身固有频率 $\nu_2'/2\pi=\text{const}$，因而次切距 $s_{2\text{leer}}=s_{2\text{bel}}$；(b) 在给定静挠度差值 $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$ 的情况下，线性特性与指数特性的比较

而如果 ν_2' 为常数，则次切距也一定等于常数，$s_2=\text{const}$。

递增增加的弹簧特性与线形弹簧特性相比，其优缺点可以从图 72.3(b)中给出的满载和空载状态之间的弹簧挠度 $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$ 出发得到。递增特性的弹簧空载时的刚度 $c_{2\text{leer}}$ 小于线形弹簧的刚度 $c_{2\text{lin}}$，而满载时正好相反，$c_{2\text{bel}}>c_{2\text{lin}}$，也就是说在给定弹簧挠度条件下，递增特性的弹簧在空载时车身固有频率小于线形弹簧，而在满载时车身固有频率大于线形弹簧。具有递增特性的弹簧可以改善空载时车辆的舒适性，但是会使满载时车辆的舒适性变差。

常数的固有频率可以通过给出的静态挠度差 $\Delta\Delta z_{\text{stat}}$，并根据式(72.3)得到：

$$F_{\text{Fbel}}=F_{\text{Fleer}}\exp\left(\frac{\nu_2'^2}{g}\Delta\Delta z_{\text{stat}}\right)$$

由此导出：

$$\left(\frac{\nu_2'/2\pi}{\text{Hz}}\right)^2=\frac{25\ln\,(F_{\text{Fbel}}/F_{\text{Fleer}})}{\Delta\Delta z_{\text{stat}}/\text{cm}} \tag{72.5}$$

通过图 73.1 可知，常数的车身固有频率 $\nu_2'/2\pi=1.29$ Hz，这时线性弹簧的车身固有频率为 $(\nu_2'/2\pi)_{1\text{Insasse}}=1.41$ Hz(车例 1)，$(\nu_2'/2\pi)_{\text{bel}}=1.16$ Hz(车例 25、26)。

表 72.1 给出了安装递增特性弹簧和线形弹簧的车辆在“空车＋1 个乘员”和“满载”状态下评价指标之间的对比。空载车例 27 装有递增特性弹簧，所有舒适性，特别是 K_{Sitz} 值由于装线形弹簧的车例 1。但是满载状态的车例 28 舒适性比车例 25 要

差。这一点与图 72.3(b)一致，但是不满足这一节开始时提出的在所有装载状态下相同舒适性的要求。这一点对于轮荷相对波动也是同样的。两种条件下车轮弹簧的动挠度差别很小。

表 72.1 车辆数据(参看表 64.1)与装载情况的匹配

($\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$, $\Omega_0=1\ m^{-1}$, $w=2$, $v=20$ m/s)

车例	简单说明	K_{Sitz}	$K_{Fuß}$	σ_F/F_{zstat}	$\sigma_{\Delta z_{21}}$/cm	$\sigma_{\Delta z_{32}}$/cm
1	空车+1 名乘员，线性弹簧	18.4	6.9	0.091	0.56	0.18
25	满载，线性弹簧	15.1	5.5	0.061	0.7	0.12
27	同 1，渐进特性弹簧	16.8	6.7	0.09	0.56	0.16
28	同 25，渐进特性弹簧	18.2	6.1	0.066	0.69	0.16
29	同 27，但 D_2' 与 25 一样	17.5	6.5	0.095	0.66	0.16
30	同 29，但 s_1 与 25 一样	17.9	6.1	0.07	0.66	0.16

关于 b)

根据第 68 节的讨论，较小的阻尼可以改善车辆的舒适性，所以对于空载车辆应减小车身阻尼常数，而它的减小与式(72.1(b))相适应，即

$$D_2' = \frac{k_2}{2\sqrt{c_2(m_2+m_3)}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_2+m_3}}D_2 \tag{72.6}$$

使得空载车辆(车例 29)与满载车辆(车例 25)相等[68]。

这样，空载车辆 29 的平顺性接近满载车辆 28，但是相对轮荷波动将变大，车辆行驶安全性变差，这一点在第 68 节中已经讨论过。

关于 c)

在频率 $\omega\approx\nu_1$ 附近产生的共振峰值的大小根据第 71 节所述由轮胎弹簧刚度 c_1 决定，车轮载荷波动的幅频特性 $\hat{F}_z/\hat{h}$ 的渐进值也是如此。为了在这个频率区域内也能实现与载荷相关的特性，看起来满足下式是非常有意义的：

$$c_1/F_{zstat} = 1/s_1 = \text{const} \tag{72.7}$$

对于空车 30 轮胎刚度 c_1 应该减小，使得轮胎次切距与车例 25 的次切距 $s_1=3.5$ cm 相等。这种轮胎刚度 c_1 的适应与车例 29 相比对于用以评价的振动强度 K_{Sitz} 值几乎没有改善，也就是说实际上对于由座椅减振的身体其舒适性没有影响，但是对于双脚舒适性的改善，特别是对于相对轮荷波动 σ_F/F_{zstat} 的降低是非常有效的。所以通过车例满足式(72.7)的要求来改善性能的方法是值得推荐的。

车辆轮胎弹簧刚度 c_1 随装载状态改变一般通过要求轮胎气压随装载状态改变来实现。一个自动控制的适应系统完全是可能的。而通过被动的轮胎弹性特性也可以实现轮胎弹簧刚度 c_1 对装载条件的适应，根据式(72.7)只要保证轮胎次切距 s_1=const就可以了，见图 72.4。

---

[68] Klanner, R.: Kraftfahrzeuge mit belastungsunabhängigem Fahrverhalten, ATZ 69 (1967), Heft 3, S. 67-73.

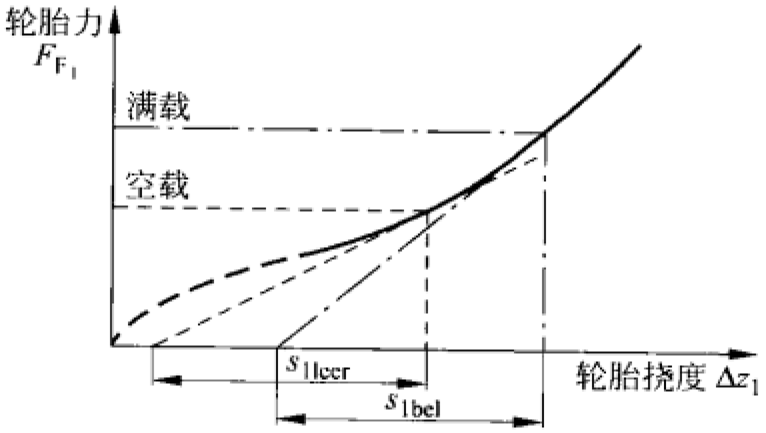


图 72.4　次切距大小与装载无关的轮胎渐进特性（如 $s_{1leer}=s_{1bel}$）

根据描述悬架弹簧的表达式(72.2)可以导出轮胎弹性力与相对变形量之间关系的特性曲线 $F_{F_1}=f(\Delta z_1)$：

$$c_1=\frac{dF_{F_1}}{d\Delta z_1}$$

以及

$$\frac{c_1}{F_{zstat}}=\frac{dF_{F_1}}{d\Delta z_1}\frac{1}{F_{F_1}}=\frac{1}{s_1}$$

由此可得：

$$F_{F_1}=F_{F_1 leer}\exp\left(\Delta z_1/s_1\right) \tag{72.8}$$

总结以上各点，我们可以得到，通过车辆参数随装载状态的改变，可以实现对空载车辆性能的改善。但是不是通过某一个措施，而是三个措施同时实施，才可以达到空载车辆性能改善的目标：

—车身固有圆频率 $\nu_2'=\text{const}$；

—车身相对阻尼系数 $D_2'=\text{const}$；

—轮胎次切距 $s_1=\text{const}$。

73　关于振动系统设计的提示

在第 67～72 节中我们讨论了 ν_2、D_2、ν_3、D_3、m_1、s_1 以及装载情况的影响，现在可以对汽车设计做一些提示，这些在以后章节中还要详细讲述。表 73.1 上列出了主要的影响参数。

73.1　对于悬架弹簧的提示

根据表 73.1 和图 67.3(a)，一副比较软的车身弹簧，也就是车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 比较低可以改善舒适性，因而是值得推荐的。

但是，前提条件是车身和车轮之间[69]具有足够大的弹簧挠度，特别是相对于空载时载荷的增加比较大的轴。按照式(61.6)和图 61.2，总的弹簧挠度为

---

[69] "运动型硬弹簧"使得弹簧行程减小，舒适性变差！但是它可以降低车身高度，这一点从运动型轿车来看是非常必要的。

表 73.1 第 67～72 节的结果汇总

	改善	舒适性		安全性
	也就是减小	K_{Sitz}	K_{Hand}、$K_{Fuß}$	σ_F/F_{zstat}
主要可以通过	车身固有频率 $\nu_2/2\pi$	小	小	中等
	车身相对阻尼系数 D_2	中等	—	中等
	座椅固有频率 $\nu_3/2\pi$	小	—	—
	座椅相对阻尼系数 D_3	大	—	—
	车轮质量 m_1	小	—	小
	轮胎次切距 $s_1=F_{zstat}/c_1$	—	—	大

注：—表示没有影响或影响很小。

$$\Delta z_{21\max}=\Delta z_{21\text{stat bel}}-\Delta z_{21\text{stat leer}}+3\sigma_{\Delta z_{21}\text{leer}}+3\sigma_{\Delta z_{21}\text{bel}}$$
$$=\Delta\Delta z_{21\text{stat}}+3\sigma_{\Delta z_{21}\text{leer}}+3\sigma_{\Delta z_{21}\text{bel}} \quad (73.1)$$

上式可以借助图 73.1 上的弹性曲线以及第 72 节中引用的数字实例加以说明。在空车 23 上弹簧所受载荷为 $m_2g=219\times9.81=2.15$ kN；满载的车例 25 或 26 的弹簧载荷为 $(m_2+m_3)g=419\times9.81=4.11$ kN。有效载荷所产生的静挠度差值 $\Delta\Delta z_{21\text{stat}}=(4.11-2.15)/c_2=9.7$ cm。根据图 72.1(c)，空载车例 23 的动挠度为 $3\sigma_{\Delta z_{21}\text{leer}}\approx1.6$ cm，而满载车例 25 的为 $3\sigma_{\Delta z_{21}\text{bel}}\approx2.2$ cm。这都是在良好路面上($\Phi_h(\Omega_0)=4\text{cm}^3, w=2$)，以相对来讲较低的车速(20 m/s)行驶时出现的。如果以 40 m/s 行驶，按照式(65.4)，上述数值将乘以$\sqrt{2}$，也就是约为 2.3 cm 和 3.1 cm。总的弹簧挠度 $\Delta z_{21\max}=15.1$ cm。

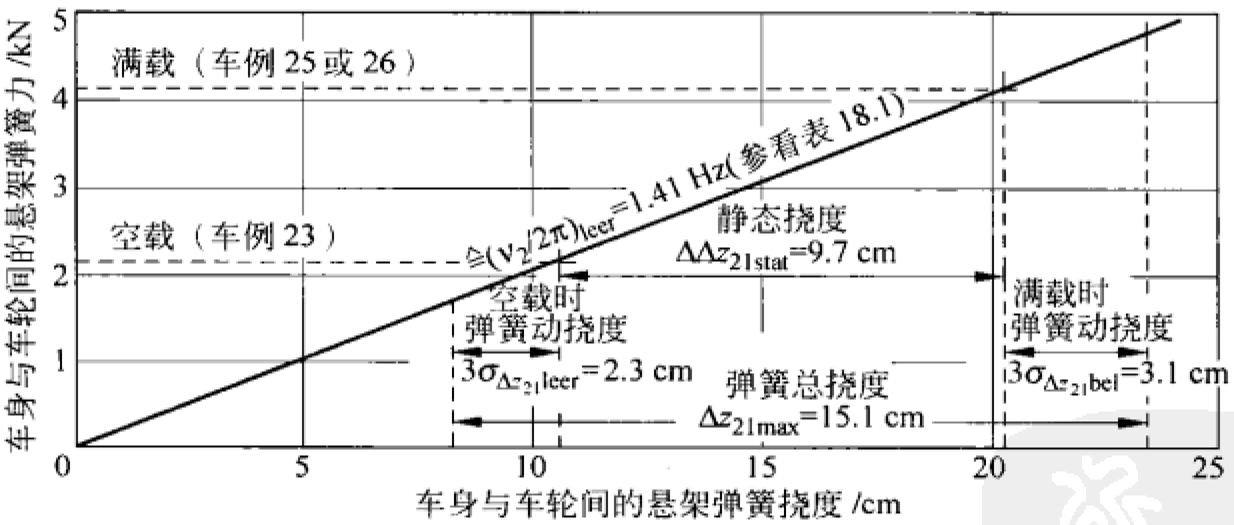


图 73.1 车身和车轮间悬架弹簧总挠度的确定(参看 73.1 节中小号字体的叙述部分)

如果这一弹簧挠度无法满足(比如，图 73.1 所示的 $\Delta z_{21\max}=15.1$ cm)，则悬架弹簧刚度必须增加。这样，车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 要提高，舒适性将恶化。反过来，为得到较好的舒适性，弹簧挠度必须增加。这种关系可以通过图 73.2 上的例子说明。这个例子里，后排座椅上只有一名乘客。随着车身固有频率 $\nu_2/2\pi$ 的降低，K_{ges} 值随之减小，而弹簧总挠度急剧增加，其中静挠度起决定性作用。如果，比方只能提供 12 cm的悬架弹簧挠度，则这部车辆后轴上的车身固有频率至少为 1.6 Hz(1 名乘

客时为 1.6 Hz)。而 0.7 Hz 时，即安装了一个非常舒适的弹簧，弹簧挠度几乎达到 43 cm，其中弹簧静挠度达到 38 cm。

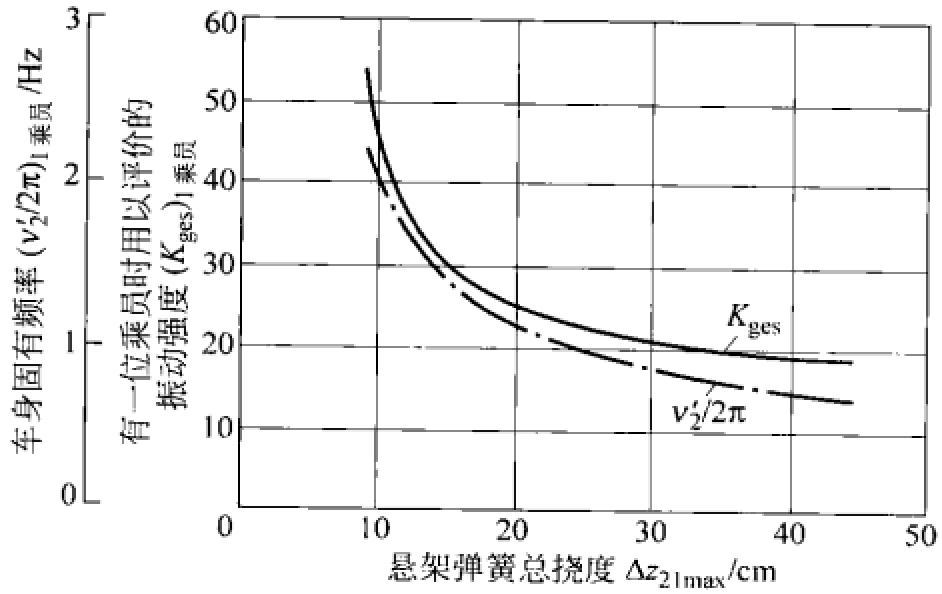


图 73.2 车身固有频率、后排座椅(无 K_{Hand})的用以评价的振动强度以及作用时间与车身、车轮间悬架弹簧总挠度的关系(空车 23，满载车例 25 或 26，动态数值参看表 64.1 中的车例 1 到 4，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$，$v=40\ m/s$)

如果达不到上面提出的弹簧静挠度(对于公路行驶车辆确实是这种情况)，同时又希望实现较低的车身固有频率，我们必须在车辆上装备"水平高度调节器"。

图 73.3 描述了具有水平高度调节器的空气弹簧示意图。在装载时载货汽车的车架高度下降。这时水平高度调节阀 a 打开，压缩气体从储气筒 b 充入空气弹簧 e，直到车架与车轮之间的距离回到原来的状态为止。在卸载时载货汽车的车架高度上升，这时另外一个水平高度调节阀 a 打开，空气弹簧 e 中多余的压缩空气通过这个调节阀直接排入大气[70-72]。

在水平高度可调节的液压弹簧中也利用气体作为"弹性元件"[73]，但是高度的调节是通过油柱来实现的。在这种情况下车身固有频率不会像水平高度调节的空气弹簧那样与装载状况无关，基本保持常数，而是在空载状态下车身固有频率比较小，并随装载量的增加而升高(与线性螺旋弹簧的特性正好相反)。

通过水平高度调节装置可以将载荷变化引起的静挠度 $\Delta\Delta z_{21stat}$ 变化降低到零，这样就可以实现在车辆上装备软的、舒适的弹簧的目的。根据 68.1 节的协调图可以在图 73.4 中给出未装高度调节装置和装有高度调节装置的边界，这里假设车身固有频率为 1.4 Hz，并且系统提供与之相应的总的弹簧挠度。

---

〔70〕 几乎所有的城市客车和长途客车都采用高度可调节的空气弹簧，并且部分货车也采用这种弹簧形式，这不仅是为了提高舒适性，或者说保护货物不受损害，而且由于货车车厢高度可以随意调节，可以更好适应不同高度的装卸平台，并且对于半挂车牵引车，更容易更换拖挂车。

〔71〕 Römer, M.; Scheerer, H.: Von Luft getragen. Das Federungs-und Dämpfungssystem, ATZ 100 (1998), Sonderheft Mercedes-Benz S-Klasse, S. 154-159.

〔72〕 Breuer, N.; Kock, J.: Die pneumatische Niveauregelanlage des Audi A6, ATZ 99 (1997), Sonderheft Audi A6, S. 38-43.

〔73〕 Henning, H.: Citroeen XM V6, ATZ 92 (1990) Heft 1, S. 22-27.

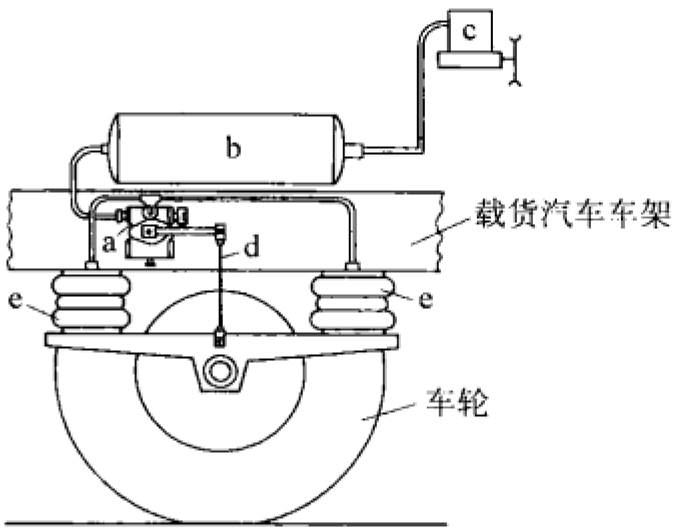


图 73.3 空气悬架系统简图

(a) 高度调节阀；(b) 储气罐；(c) 压缩机；(d) 连接杆；(e) 空气弹簧气囊

(出自 Lueger:Lexikon der Technik. Bd. 12, Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt 1967, S. 439)

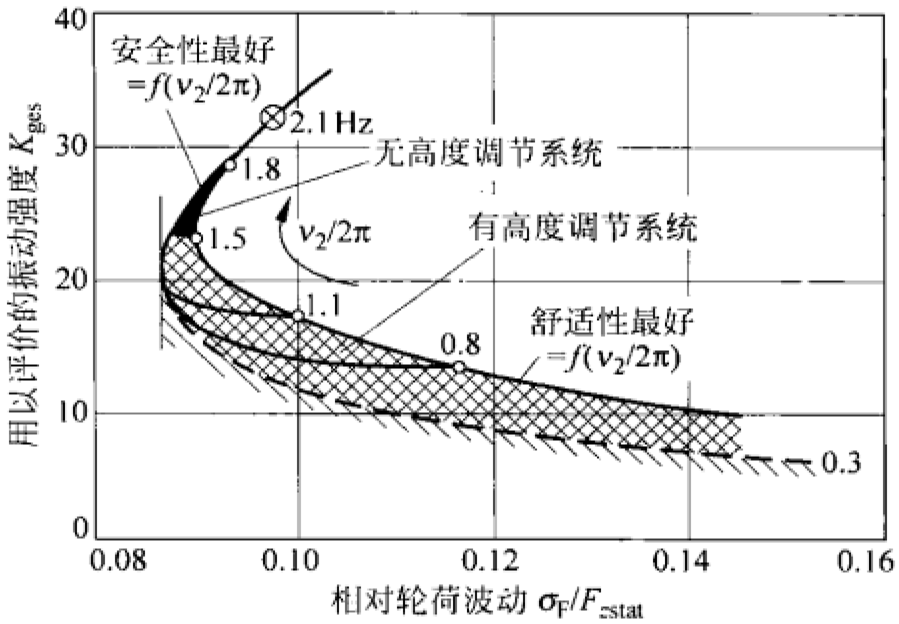


图 73.4 协调图，与图 68.4(d)对应。假设弹簧挠度正好满足车身固有频率为 1.4 Hz 时位移的要求，图中特性区域可以分为无高度调节和有高度调节系统两部分

最后，在结束关于车身悬架弹簧常数的讨论之前，我们还要提醒一下，构成总的弹簧常数 c_z 的，除了钢质弹簧（螺旋弹簧，钢板弹簧，扭杆弹簧）、空气弹簧和液压弹簧的弹簧常数外，还包括在悬架上的许多橡胶支撑的弹簧常数，这一点不要忘记。

73.2 对于阻尼、舒适性和行驶安全性的其他界限的提示

由图 73.4 可知，利用水平高度调节装置可以降低用以评价的振动强度，使舒适性提高，但是它是以轮荷波动增加，行驶安全性降低为代价的。

轮荷波动允许上升到多大，与以下因素有关：

a) 安全/不安全的界限；

b) 地面不平度以及车辆行驶速度。

针对 a)

在第 65 节图 65.2 中提出在 $\sigma_F/F_{zstat}=1/3$ 时，车辆还基本处于安全状态。在图 73.5中画出了这个安全界限。

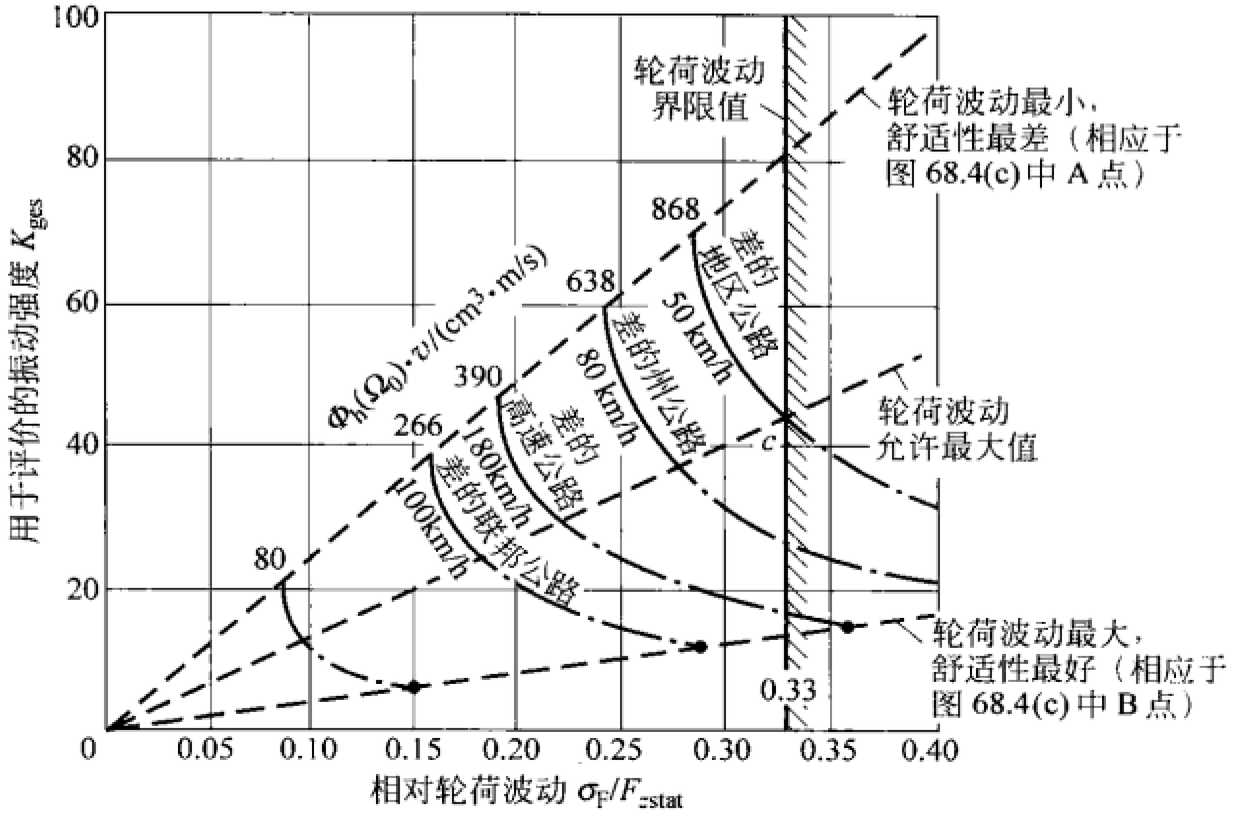


图 73.5 在不同 $\Phi_h(\Omega_0)\cdot v$ 条件下协调图的界限

针对 b)

图 73.4 中用阴影线标识出了临界曲线，对于传统的弹簧和减振器组成的系统，如果没有两者之间的组合，可能会穿越这个临界曲线。这条曲线选择的地面不平度尺度为：$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$；车速为 $v=20\ m/s$；波度性尺度 $w=2$，即根据式(65.7)不平度尺度与车速的乘积为 $\Phi_h(\Omega_0)\cdot v=80\ cm^3\cdot m/s$。在图 73.5 中画出了这个临界曲线的同时，针对不同的 $\Phi_h(\Omega_0)\cdot v$ 值画出了相应的曲线。它的值通过表 59.1 给出的最大地面不平度尺度和表 73.2 给出的速度确定。

如果车辆在路况很差的县、乡道路上行驶，其轮荷波动达到了界限值，见图中(c)点，这时车辆只允许在实线部分行驶，而不允许达到点画线部分。这就意味着出于行驶安全性的考虑，平顺性只能在一定的界限值之内改善。如果把图 73.5 中曲线的实线部分与图 68.4(b)中的曲线进行比较，就可以看出在减振器设计时应选择相对比较大的相对阻尼系数 D_2。

表 73.2 不同道路上路面不平度与车速的组合

	$\Phi_h(\Omega_0)$最大值 (cm^3)(见表 59.1)	选用的最大车速 v (m/s(km/h))	$\Phi_h(\Omega_0)\cdot v$ ($cm^3\cdot m/s$)
联邦高速公路	7.8	50(180)轿车	390
联邦公路	9.5	28(100)	266
联邦州公路	29	22(80)	638
区域公路	62	14(50)	868

如果我们在其他道路不平度-车速组合下保持较大的相对阻尼系数 D_2，这时会白白损失平顺性，因为行驶安全性根本没有达到界限值 $\sigma_F/F_{zstat}=1/3$。因此我们希望，当相对轮荷波动达到一定值之后，减振器阻尼才应该增加[74]。

在图 73.5 中还描述了另外一个界限值，即平顺性的下限。如果我们选择 $K_{ges}=60$，那么调和图中的临界曲线将受到进一步限制。

73.3 对于车轮质量、轮胎、座椅和装载状况的提示

大的轮荷波动还可以通过其他措施降低。由表 73.1 和图 70.3 可知，较小的车轮质量 m_1 对上述问题解决是非常有利的。它不是通过减轻重量来实现的，因为它本身是车辆的一部分，而是通过采用轻质材料来实现的，比如铝材，或者通过采用相应的悬架形式，见第 70 节。

另外，通过装用径向比较软的轮胎，大容积的，占用空间较大的轮胎可以减轻轮荷波动，参见表 73.1。而在第 71 节中已经谈到，在 C 篇“行驶的操纵稳定性”中要求轮胎的侧向刚度必须大。侧向硬和径向软形成了矛盾，但这一矛盾可以比如通过选用高宽比小的轮胎来缓和。涉及滚动阻力和高速行驶时的发热，就又需要进行协调，因为根据 4.1 节的分析，径向比较软的轮胎滚动阻力和发热量都比较大。或者反过来讲，滚动阻力小的，高速行驶的轮胎，由于它的 c_1 值较高，自然会产生较大的轮荷变化。

对于座椅-人体的固有频率和座椅弹簧挠度，原则上与车身固有频率以及悬架弹簧挠度有相同的关系，只是在现代汽车上一般的频率范围 $\nu_3/2\pi=(2.5\sim4.5)$ Hz 内弹簧挠度实际上是很小的，不重要的。因而再把它作为振动系统设计的要求来考虑是多余的。座椅固有频率取得较低($\nu_3/2\pi\approx2.5$ Hz)，座椅相对阻尼系数取得较高($D_3\approx0.25$)。

关于车辆参数与装载状态匹配的问题，在 72.2 节中进行了详细的讨论。通过具有水平高度调节器的空气弹簧可以保持车身固有频率不变，通过改变减振器阻尼常数可以保持车身相对阻尼系数不变，比如通过液压空气弹簧的压力改变减振器的影响[75]。

74 关于非线性特性的说明

到现在为止我们只讨论了图 55.2 所示的线性弹簧特性和减振器特性，因为这种特性在车辆上是存在的(或多或少是近似的线性特性)；而且相应的运动方程解起来是十分简单的。在这种情况下，由于叠加原理有效，我们可以分别单个地考察对系统的每一个激励，再最终把全部结果加起来。对车辆振动计算来讲，这一点是很用的，

---

[74] Hinweis auf eine-in diesem Sinne adaptive-Verstelldämpfung mittels eines speziellen Skyhook-Algorithmus: s. Fußnote 71.

[75] 见参考文献 72。

因为正如第 58 节中通过式(58.1)所讨论的那样，道路的不平度可以认为是无限多个正弦振动的叠加。

在非线性系统中，叠加原理不再有效，也就是讲，我们不得不让所有的激励同时作用到这个系统上。所以，针对非线性振动系统来建立数学方程，其困难程度是线性振动系统所无法比拟的。因此，下面我们也不是从理论上去理解非线性振动动系统的问题；而是一方面借助于近似方法对非线性的弹簧和减振器特性的作用趋势进行估计；另一方面对一些结果进行讨论。

74.1 非线性弹簧和减振器特性的线性化

为了了解一个概况，我们在模拟计算机上对一个图 63.1(b)所示的双质量系统(没有座椅-人体自由度)，在它的车轮、车身间装了非线性弹簧以后的情况进行了计算[76]。计算时的干扰量分别采用谐调振动和随机过程(其谱密度分布类似于中等质量的路面)。并对例如作为时间函数的车身加速度值等计算结果进行了频率分析。把它和线性系统的计算结果作了相应的比较，如图 74.1 所示。具有图 74.1(a)所示的线性弹簧的系统在受正弦激励时，引起的共振曲线是“直的”，如图 74.1(c)所示，这是众所周知的。图 74.1(b)上是一个非线性的渐进弹簧的特性曲线，它是由一个线性分量加上一个三次方分量构成的。带这种弹簧的非线性系统所产生的共振曲线是“歪斜”的，如图 74.1(d)所示，偏向高频方向。另外，随着不平度幅值 $\hat{h}$ 的增大，其放大因数也随之增大；而在线性弹簧系统中，幅频特性是不变的。第三点，我们在共振曲线的突出部分，可以发现跳跃现象。在激励频率缓慢变大时，车身加速度的幅值跳跃式的从 1 下降到 2(参看图 74.1(e))。如果我们慢慢地降低激励频率，幅值将跳跃式的从 3 增加到 4。也就是说，虚线部分是不出现的[77]。这三个和线性系统之间的差别只是在激励频率 $\omega/2\pi$ 处于车身固有频率附近时才明显。而在车轮固有频率附近的第二个共振区域内就消失了，这是由于车轮和车身间的弹簧的影响主要是在车身共振区域内才是明显的缘故，见第 67 节。

在随机激励(即无限多个正弦振动同时激励)的情况下，线性弹簧系统继续保持“直的”幅频特性的特征，只是随不平度谱密度的变化而有所“样子改变”。如果路面更为不平，比如不平度增加到原来的 2 倍，则加速度的幅值也增大到原来的 2 倍，参看图 74.1(f)。

与单一谐调激励结果相比，非线性弹簧系统在受到随机激励时的差别是十分显著的，参看图 74.1(g)。可见，再看不到“歪斜”的共振曲线，这些曲线又变成“直”的，和线性振动系统的一样了。而只有当路面不平时，我们才能在车身共振区域内看到非线性系统与线性系统的差别。这时，不仅加速度幅值增大，而且其最大值还向较高激励频率移动。如果我们把非线性系统的共振曲线和图 67.2(d)相比较(该图上画出了不同刚度的线性弹簧的影响情况)，我们也可能这样来理解图 74.1(g)上曲线；随着不平度的增加，似乎弹簧越来越硬了。这一点是容易明了的，因为路面不平度越加剧，弹簧挠度 $\Delta z_{21}=z_2-z_1$ 也越大，结果弹簧特性中的渐进分量就越发挥作用。

---

[76] Mitschke, M.: Nichtlineare Feder-und Dämpferkennungen im Kraftfahrzeug, ATZ 71(1969) Heft 1, S. 14-21. -Mühe, P.: Der Einfluß von Nichtlinearitäten in Feder-und Dämpferkennlinie auf die Schwingungseigenschaften von Kraftfahrzeugen. Diss. TH Braunschweig 1968.

[77] Klotter, K.: Technische Schwingungslehre, 1. Band, 3. Aufl., Teil B. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1980.

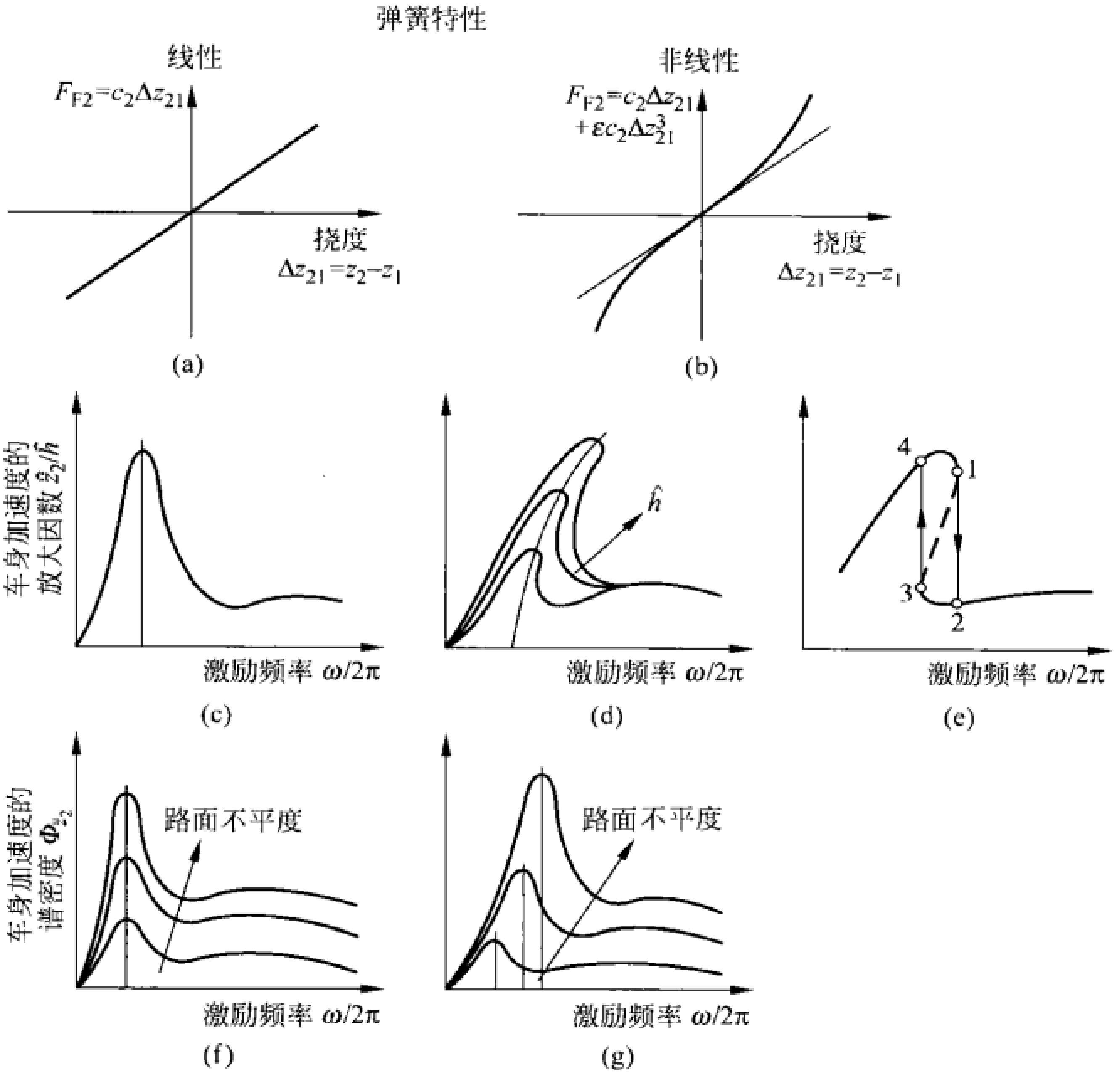


图 74.1 线性和非线性弹簧特性对振动加速度频率特性的影响[78]

(a)、(b) 弹簧特性；(c)～(e) 幅值为 $\hat{h}$，频率为 $\omega/2\pi$ 的单个正弦激励时车身加速度的幅频特性；

(f)、(g) 随机激励时车身加速度谱密度与激励频率的关系

基于上述结果，按照图 74.1(f)把非线性系统进行线性化是可能的。为此，我们把弹簧力和阻尼力之和用一个函数来表示：

$$F_{F_2} + F_{D_2} = g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) \tag{74.1}$$

即可列出双质量系统(参阅式(63.2)和式(63.3)，但不带座椅-人体系统)的运动方程：

$$m_2 \ddot{z}_2 + g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = 0 \tag{74.2}$$

$$m_1 \ddot{z}_1 - g(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = c_1(h - z_1) \tag{74.3}$$

如果把这两个方程线性化，也就是写成如式(63.2)和式(63.3)的形式，那么就要出现一个误差项[79] $e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21})$。把线性化了的弹簧常数和阻尼常数分别记为 $c_{2\text{lin}}$ 和 $k_{2\text{lin}}$，以区别于线性系统；并把 $e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21})$ 引入，就得到

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_{2\text{lin}} \Delta \dot{z}_{21} + c_{2\text{lin}} \Delta z_{21} + e(\Delta z_{21}, \Delta \dot{z}_{21}) = 0 \tag{74.4}$$

---

[78] 见参考文献 76。

[79] Crandall, St. H.: Random Vibration, Vol. 2. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass. 1963.

$$m_1\ddot{z}_1 - k_{2lin}\Delta\dot{z}_{21} - c_{2lin}\Delta z_{21} - e(\Delta z_{21},\Delta\dot{z}_{21}) = c_1(h - z_1) \tag{74.5}$$

如果，总的误差 $e(\Delta z_{21},\Delta\dot{z}_{21})$——在一个选定的，相当长的时间间隔 T 上取均方值——是最小的，那么上述的等效常数 k_{2lin} 和 c_{2lin} 就认为是被正确确定了[80]。由此，即可导出：

$$k_{2lin} = \frac{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta\dot{z}_{21}\,g(\Delta z_{21},\Delta\dot{z}_{21})\,dt}{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta\dot{z}_{21}^2\,dt} \tag{74.6}$$

$$c_{2lin} = \frac{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}\,g(\Delta z_{21},\Delta\dot{z}_{21})\,dt}{\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^2\,dt} \tag{74.7}$$

这两个式子也就是把非线性问题转化为线性问题的表达式。

举两个例子来说明上述表达式的应用：

如果弹簧特性是线性的，$g(\Delta z_{21},\Delta\dot{z}_{21}) = c_2\Delta z_{21}$，则有，

$$c_{2lin} = c_2\frac{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^2\,dt}{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^2\,dt} = c_2$$

如果弹簧特性如图 74.1(b)所示，$g(\Delta z_{21}) = c_2\Delta z_{21} + \epsilon c_2\Delta z_{21}^3$，则可得到

$$c_{2lin} = \frac{\int_{-T/2}^{+T/2}(c_2\Delta z_{21} + \epsilon c_2\Delta z_{21}^3)\Delta z_{21}\,dt}{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^2\,dt} = c_2 + \epsilon c_2\frac{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^4\,dt}{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta z_{21}^2\,dt}$$

假设在采用上述表达式后所得到的最小误差值可以小到忽略不计，那么式(74.2)和式(74.3)的等效方程就可写成

$$m_2\ddot{z}_2 + k_{2lin}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_{2lin}(z_2 - z_1) = 0 \tag{74.8}$$

$$m_1\ddot{z}_1 - k_{2lin}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_{2lin}(z_2 - z_1) = c_1(h - z_1) \tag{74.9}$$

这样我们在忽略了误差项以后，难以处理的非线性问题成功地又回到简单的线性问题上来了。因为到现在为止，我们还没有对激励的种类作出任何假设，所以上述这种变换对于随机的不平度激励 $h(t)$ 也同样是有效的。

遗憾的是，只有在一些特殊情况下，式(74.6)和式(74.7)才能解出。但通过上述讨论我们毕竟对非线性问题有所了解了。下面我们将把这些知识用于几个重要例子的讨论上去。

74.2 非线性弹簧特性

我们先从一个由线性和二次分量组成的非线性弹簧开始讨论，即

$$F_{F_2} = c_2\Delta z_{21} + \epsilon c_2\Delta z_{21}^2 \tag{74.10}$$

并和前面一样，取 $\Delta z_{21} = 0$ 为静态零位，参看图 74.2。这种弹簧特性可以近似地看成是比如固有圆频率 ν_2 为常数的弹簧(式(72.3))和空气弹簧的特性。

按式(74.7)，上述非线性特性的线性化弹簧常数 c_{21in} 由下式给出：

---

[80] 在第 IX 章中采用均方值是为了对行驶平顺性和行驶安全性进行评价，而这里采用均方值是为了保证得到的数值均为正值。

$$c_{2\mathrm{lin}} = c_2 + \varepsilon c_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^3 \,\mathrm{d}t}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta z_{21}^2 \,\mathrm{d}t} \tag{74.11}$$

如果我们预先设作为时间 t 的函数的挠度 Δz_{21} 大致对称于 t 轴，那么就有 $\int \Delta z_{21}^3 \approx 0$。这就意味着，线性化的弹簧常数 $c_{2\mathrm{lin}}$ 差不多与其线性分量相等，即

$$c_{2\mathrm{lin}} \approx c_2 \tag{74.12}$$

也就是二次分量不起作用。

再来讨论由线性和三次分量组成的非线性弹簧特性：

$$F_{\mathrm{F}_2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3 \tag{74.13}$$

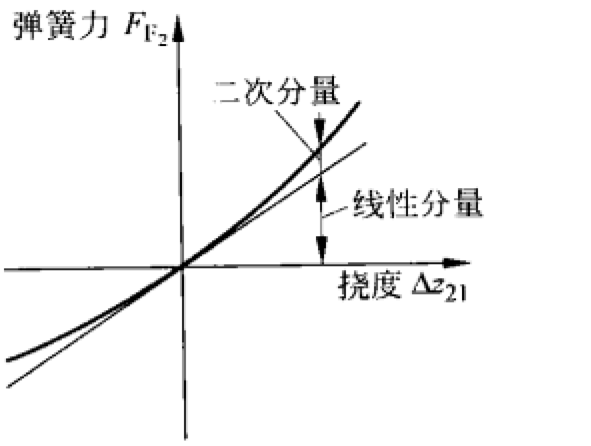


图 74.2 由线性和二次分量组成的非线性弹簧特性，$F_{\mathrm{F}_2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^2$

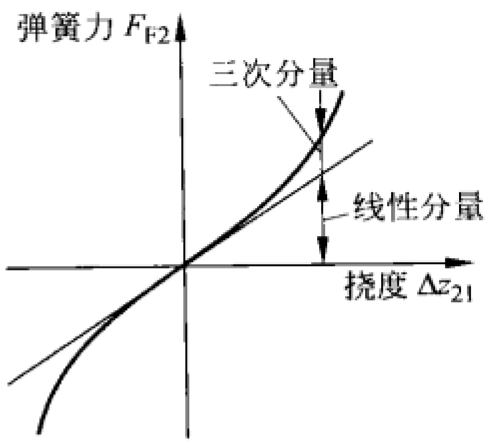


图 74.3 由线性和三次分量组成的非线性弹簧特性，$F_{\mathrm{F}_2} = c_2 \Delta z_{21} + \varepsilon c_2 \Delta z_{21}^3$

由图 74.3 可见，它是反对称的。这种渐进特性（$\varepsilon > 0$）可以在比如带特殊形状活塞的空气弹簧以及带附加橡胶弹簧的线性钢板弹簧上看到。这种特性与线性弹簧特性相比可以减小振幅，在某种程度上它是装有止动缓冲器的软弹簧的特性。由式（74.7），我们能够求出上述非线性弹簧特性的线性化弹簧常数[81]：

$$c_{2\mathrm{lin}} \approx c_2 + 3\varepsilon c_2 \,(\tilde{\Delta} z_{21})^2 \tag{74.14}$$

挠度的有效值平方 $(\tilde{\Delta} z_{21})^2$ 越大，弹簧就变得越硬。而挠度又是随路面好坏和车速变化的。由第 67 节中对线性系统讨论的结果，我们可以来估计非线性渐进弹簧的作用。在良好路面上或低速行驶时，也就是 $(\tilde{\Delta} z_{21})^2$ 很小，这个弹簧如同软弹簧那样工作。由图 67.2(a)，我们可以知道，这时对应的车身加速度的放大因数接近于表 64.1中的车例 2 或 3。但在坏路面上或高速行驶时，$(\tilde{\Delta} z_{21})^2$ 比较大，弹簧变硬，相应的共振曲线可以和车例 1 或 4 的相比拟。这就是说，随不平度和车速的增加，其舒适性下降的程度超过了成比例下降的程度；动态轮荷变化在车身共振区内要变大，而在车轮共振区内将会减小。

---

〔81〕 Cramer, H.: Mathematical Methods of Statistics. Princeton, N. J. 1946.

74.3 非线性减振器特性

图 74.4 上给出了一个非线性阻尼（液力阻尼）特性，

$$F_{D_2} = k_2\Delta\dot{z}_{21} + \mathrm{sgn}\,(\Delta\dot{z}_{21})\varepsilon k_2\Delta\dot{z}_{21}^2 \tag{74.15}$$

其中 $\varepsilon>0$。其线性化数值为

$$k_{2\mathrm{lin}} = k_2 + \varepsilon k_2 \frac{\int_{-T/2}^{+T/2}(\mathrm{sgn}\,\Delta\dot{z}_{21})\Delta\dot{z}_{21}^3\,\mathrm{d}t}{\int_{-T/2}^{+T/2}\Delta\dot{z}_{21}^2\,\mathrm{d}t} \tag{74.16}$$

这个式子的解无法用简单算式给出。但是我们能够估计到，随着相对速度的增加，分子由于有三次方指数，所以会比分母增加得快，结果 $k_{2\mathrm{lin}}$ 将要增大。这样，我们可以通过图 68.2(a)来对渐进的阻尼特性作定性的描述[82]。在良好道路上和低速行驶时，$\Delta\dot{z}_{21}$ 值小，$k_{2\mathrm{lin}}$ 也小。所以舒适性较好，根据图 68.2(c)轮荷放大因数虽然很高，但是激励不大，所以不会产生很大的影响。在不好的路面上并且高速行驶时，$\Delta\dot{z}_{21}$ 增大，$k_{2\mathrm{lin}}$ 根据式(74.16)也要增大。结果舒适性的降低将超过按比例的程度，而轮荷变化的大小将比较比例的程度增加得少些。也就是说，渐进特性通过阻尼对路况的匹配可以使轮荷变化保持在较低的水平上，但这是以舒适性的降低为代价的。

对于递减增加的减振器曲线，即 ε 为负值的情况（通过在减振器上增加过压阀实现），其影响结果与上述情况相反。

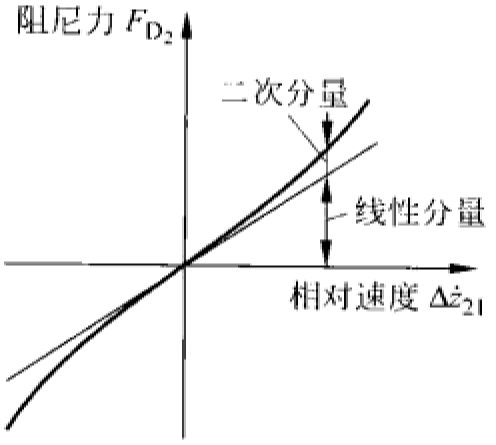


图 74.4 由线性和二次分量（反对称的）组成的非线性阻尼特性，$F_{D_2} = k_2\Delta\dot{z}_{21} + \mathrm{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})\varepsilon k_2\Delta\dot{z}_{21}^2$

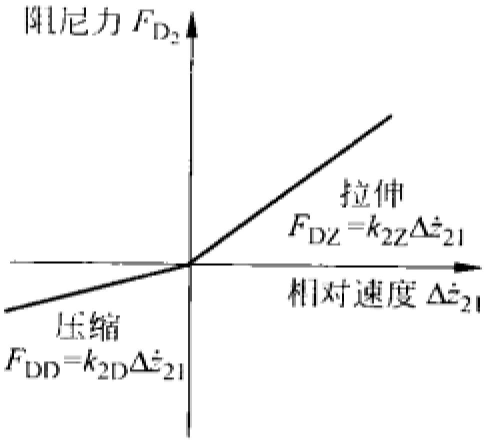


图 74.5 液力减振器的一般特性，在拉伸和压缩段都是线性的

74.4 折线形式的减振器特性

几乎所有的液力减振器的特性都不是线性的，而是折线的，如图 74.5 所示。阻尼力 F_{D_2} 还是与相对速度成比例的，但是拉伸段的比例常数是 k_{2Z}；而压缩段的常数为 k_{2D}，

[82] Vgl. auch Hoffmann, H. J.: Theoretische und praktische Untersuchung über die Wirksamkeit von Stoßdämpfern am Fahrzeug. Diss. TH Braunschweig 1957.

两者不等(这是由减振器的结构形成的。减振器作用力是由有效面积与液体压力的乘积组成,在拉伸过程中,面积比较大,它由活塞面积减去活塞杆面积形成,而在压缩过程中仅为活塞杆面积,所以面积比较小。如果液体压力相等,则 $k_{2Z}>k_{2D}$)。

$$\begin{aligned} F_{D_2} &= k_{2Z}\Delta\dot{z}_{21} \quad \text{当 } \Delta\dot{z}_{21}>0 \text{ 时} \\ F_{D_2} &= k_{2D}\Delta\dot{z}_{21} \quad \text{当 } \Delta\dot{z}_{21}<0 \text{ 时} \end{aligned} \tag{74.17}$$

如果这两个阻尼值差别不是太大,使得相对速度 $\Delta\dot{z}_{21}$ 多少对称于时间轴 t,那么就可以通过

$$k_{2\text{lin}} = \frac{k_{2Z}+k_{2D}}{2} \tag{74.18}$$

来线性化。

当 k_{2Z} 和 k_{2D} 的差别比较大时,线性化是不可能的,如图 74.6 所示。轮荷波动的标准差 σ_F 随不对称性的增加而增大,这就意味着,与线性特性相比,折线特性的减振器似乎使路面不平度或车速增加了[83]。而对于舒适性 K_{ges},通过式(74.18)的线性化,其可达到的范围进一步扩展。图 74.6 还可以看出,最理想的减振器阻尼常数与相对阻尼系数 $D'_{2\text{lin}}$ 的大小有关。

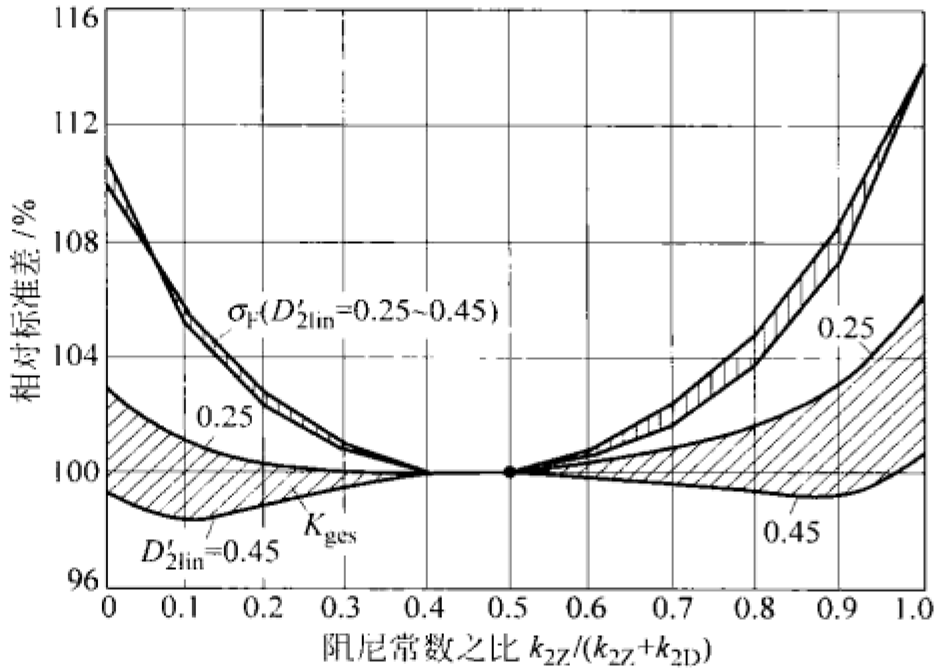


图 74.6 车身加速度和轮荷变化的相对标准差随车身阻尼常数比的变化情况,减振器传动比的变化情况,液力减振器的拉伸和压缩特性见图 74.5(k_{2Z}—拉伸段常数,k_{2D}—压缩段常数,$D'_{2\text{lin}}=k_{2\text{lin}}/2\sqrt{c_2(m_2+m_3)}$),表 64.1 中的车例 1,$\Phi_h(\Omega_0)=4\ \text{cm}^3$,$w=2$,$v=20\ \text{m/s}$

当车辆通过正的(凸起)单个障碍时,通常情况下作用力比较小,因为这时减振器处于压缩状态。而由于爬上障碍物的过程中减振器作用力比较小,也使得车身加速度相对比较小。如果单个障碍的长度和车辆行驶速度综合起来形成的激励频率 $\omega/2\pi$(见第 66 节)与车轮固有频率 $\nu_1/2\pi$ 相当时,上述情况更加明显。图 74.7 给出了线性特性减

[83] Goes, F.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Beurteilung der Wirkung von Schwingungsdämpfern im Fahrzeug. Diss. TH Braunschweig 1963.

振器和折线特性减振器的比较。座椅加速度和车身加速度曲线证明了上述观点，但只是在极限值上如此；而根据其他值的比较，折线特性减振器甚至要大一些。

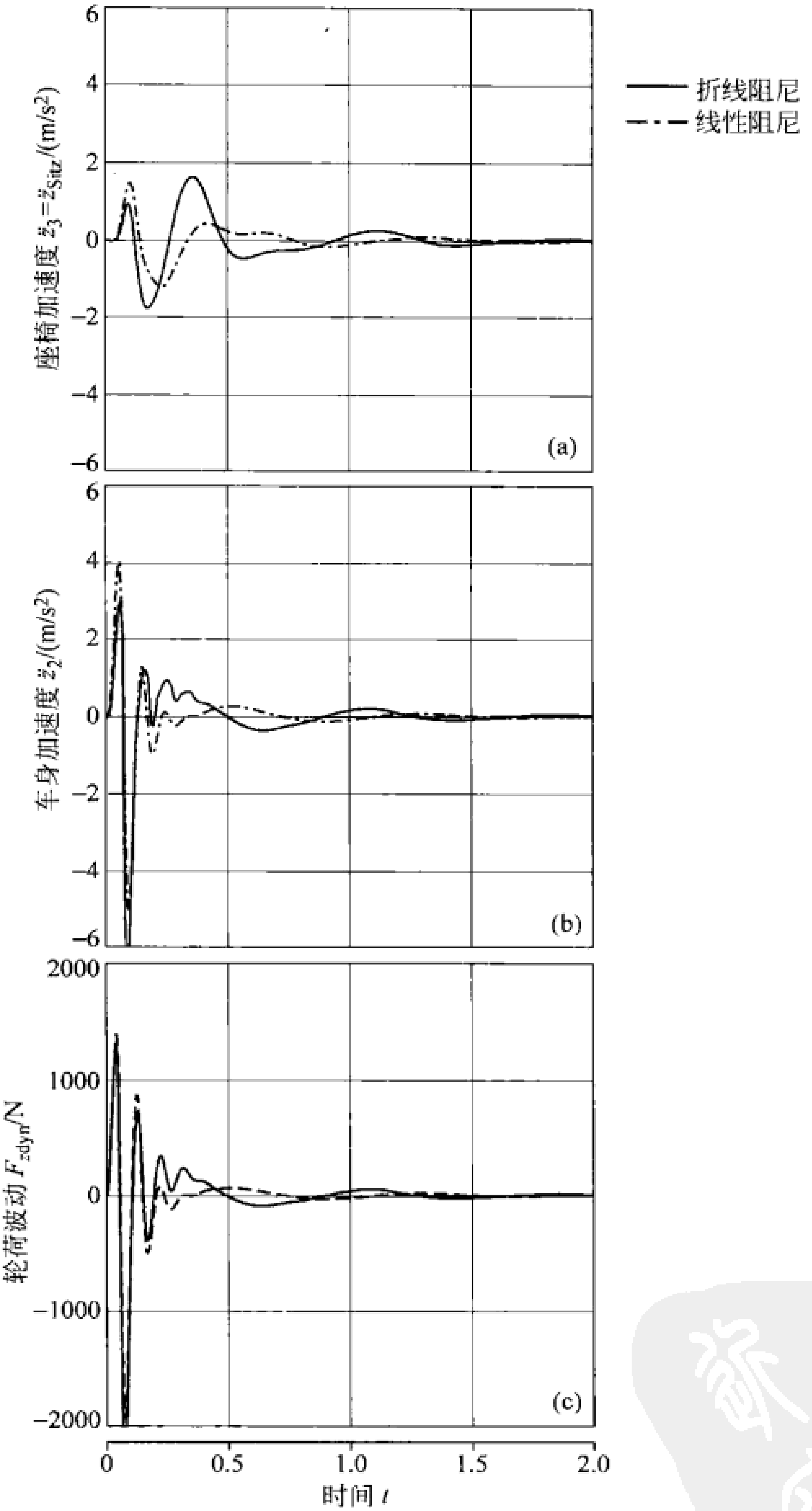


图 74.7　线形特性减振器（表 64.1 中车例 1，$k_2=1140\ \mathrm{N\cdot s/m}$）和折线特性减振器（$k_{2D}=456\ \mathrm{N\cdot s/m}$，$k_{2Z}=1824\ \mathrm{N\cdot s/m}$，根据式(74.18)$k_{2lin}=1140\ \mathrm{N\cdot s/m}$）在通过正的单个障碍时各指标随时间变化情况的对比，$\hat{h}=0.010\ \mathrm{m}$；$L=2.72\ \mathrm{m}$；$v=30\ \mathrm{m/s}$；$\omega/2\pi=11\ \mathrm{Hz}$，见表 66.1

74.5 摩擦阻尼

在车身与车轮之间除了弹簧、液力减振器之外，总是有摩擦力存在，见图 74.7(a)。它的大小由许多部分组成，比如：多层钢板弹簧之间的摩擦、球形接头、悬架导向系统(McPherson-悬架撑杆)，横向稳定杆等。为了准确讨论车辆运行特性，必须了解摩擦产生的影响。

根据哥伦布定理，这种特殊的摩擦力可以用下式和图 74.9 来描述

$$F_{D_2} = \operatorname{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r \tag{74.19}$$

与液力减振器相反，摩擦力的大小与两个质量之间的相对速度 $\Delta\dot{z}_{21}$ 无关，它仅改变方向。

对于所有的轿车和大部分商用汽车，除了摩擦力之外，还有随速度线性变化的减振器，则总的阻尼力可以写成：

$$F_{D_2} = k_2\Delta\dot{z}_{21} + \operatorname{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r \tag{74.20}$$

对于这个振动系统的数学处理并不简单。根据图 74.8(a)，如果两个质量之间总的作用力小于 F_r，则在两质量之间不会产生相对运动，这时两质量系统就变成了质量为 m_1+m_2 的单质量系统，见图 74.8(c)，系统仅依靠轮胎振动(见 56.3 节的“无弹簧”车辆)。如果两个质量之间总的作用力大于 F_r，则在两质量之间的锁止被打开，时间函数将由简谐部分和非简谐部分的解组成[84,85]。图 74.10 给出了简谐激励情况下的时间函数。

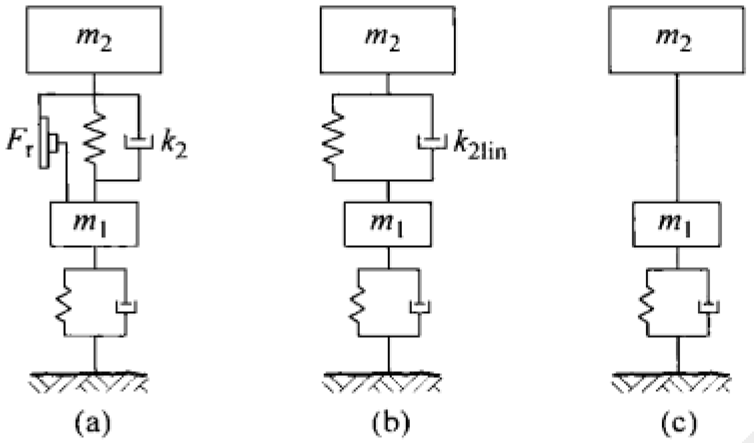


图 74.8 (a) 具有线性阻尼常数 k_2 和摩擦力 F_r 的双质量系统；(b) 把图(a)中的两个阻尼合并为一个等值的线性阻尼常数 k_{2lin}；(c) 摩擦阻尼使车身和车轮间无法相对运动

[84] Niehues, H.: Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen unter Berücksichtigung von Zusatzmassen, Reibung und Aufbauelastizität. Diss. TU Braunschweig 1977.

[85] Manger, S.: Das Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen bei kleinen Erregeramplituden unter besonderer Berücksichtigung der Coulombschen Reibung, ATZ 97 (1995) Heft 12. S. 864-872.

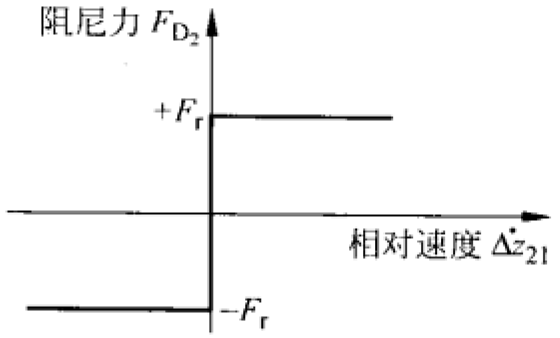


图 74.9 摩擦减振器的特性曲线 $F_{D_2}=\text{sgn}(\Delta\dot{z}_{21})F_r$

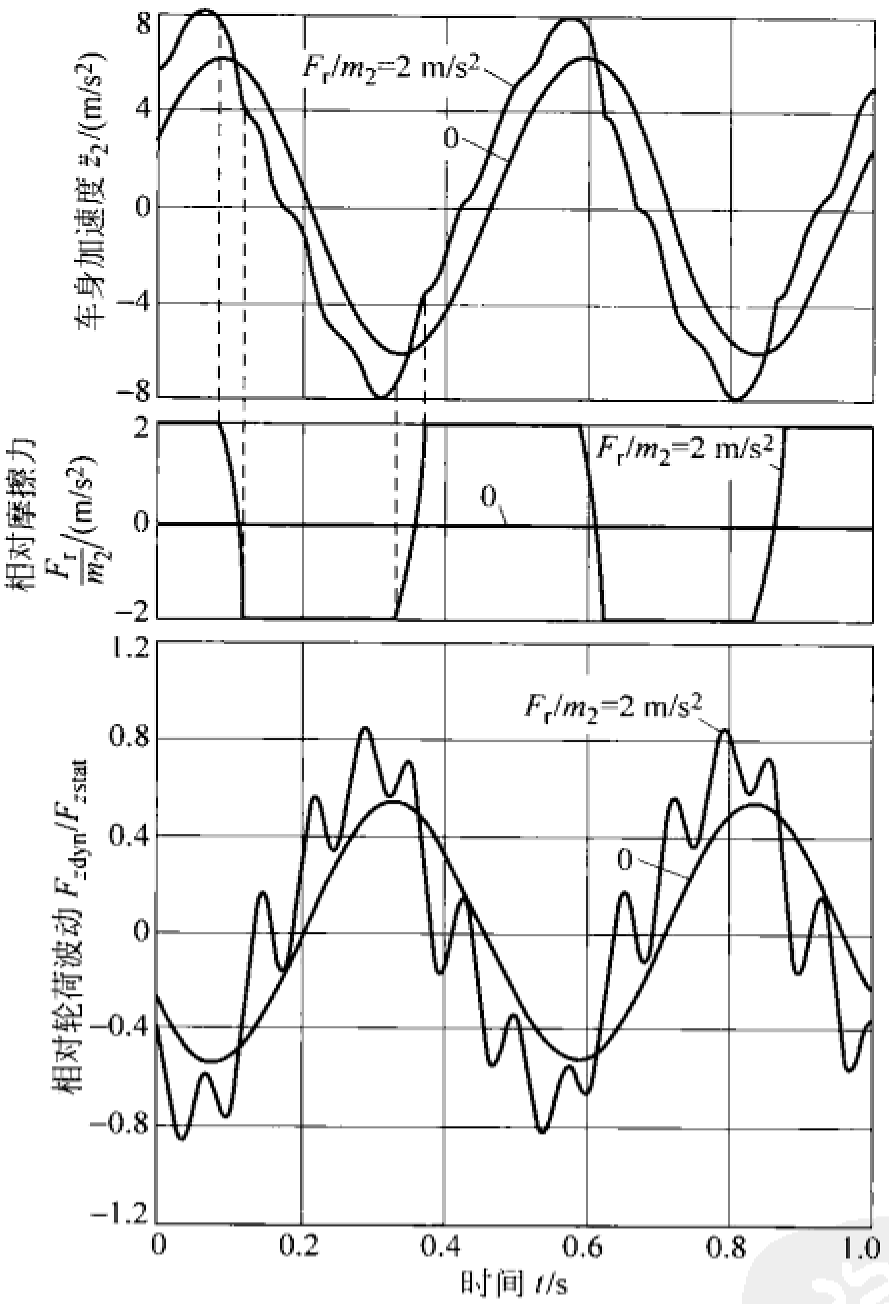


图 74.10 各指标在有、无库仑摩擦力 F_r 条件下随时间变化情况的对比

(出自：Niehues, H.: Schwingungsverhalten von Kraftfahrzeugen unter Berücksichtigung von Zusatzmassen, Reibung und Aufbauelastizität. Diss. TU Braunschweig 1977)

由于系统会在单质量和双质量之间来回跳动，所以人们无法确定一个线性化的阻尼常数 k_{2lin}，尽管如此，为了估计摩擦力影响的趋势，根据图 74.8(b)，在此还是确定了 k_{2lin}。将式(74.20)代入到式(74.6)，可以得到：

$$k_{2\text{lin}} = k_2 + \frac{\int_{-T/2}^{+T/2} \operatorname{sgn}(\Delta\dot{z}_{21}) F_r \Delta\dot{z}_{21} \, dt}{\int_{-T/2}^{+T/2} \Delta\dot{z}_{21}^2 \, dt} \tag{74.21}$$

在上式第二项的分子里是摩擦阻力与相对速度 $\Delta\dot{z}_{21}$ 的乘积，而这个乘积 $F_r\Delta\dot{z}_{21}$ 对于每一个时刻都是正的。所以行驶速度增加或者车辆在比较差的道路上行驶使得相对速度 $\Delta\dot{z}_{21}$ 增加为 2 倍时，$F_r\Delta\dot{z}_{21}$ 的值将增加为 2 倍，式(74.21)第二项分子的大小，即曲线 $F_r\Delta\dot{z}_{21}$ 下面包围的面积也将增加为 2 倍。而分母中的被积函数为相对速度的平方，所以分母的值将增加为 4 倍。由此我们可以得到，随着相对速度的增加，线性化的阻尼常数不断减小，或者说，随相对速度的减小，摩擦力的影响不断增大。

也就是说，在比较差的道路上和高速行驶时，摩擦力在总的阻尼中占的比例很小。道路越平或车速越低，摩擦力的影响就越大，因为这时摩擦阻尼占总阻尼的比例就越大。因此，根据图 68.2(a)和(c)，这时在车身共振区域内，车身加速度和轮荷变化要减小些；在车轮共振区域和共振区域之间，车身加速度反而增大些。轮荷变化在共振区域之间总要增大些，在车轮共振区内则要减小些。总而言之，摩擦对舒适性总是有害的，也就是对车身加速度是不利的，因为"冲击比较强烈地通过了"。而对轮荷变化来说，摩擦反而不是有害的。图 74.11 给出了在摩擦力 F_r 除以质量 m_2 的值相对不大的情况下，摩擦力影响的准确计算结果。

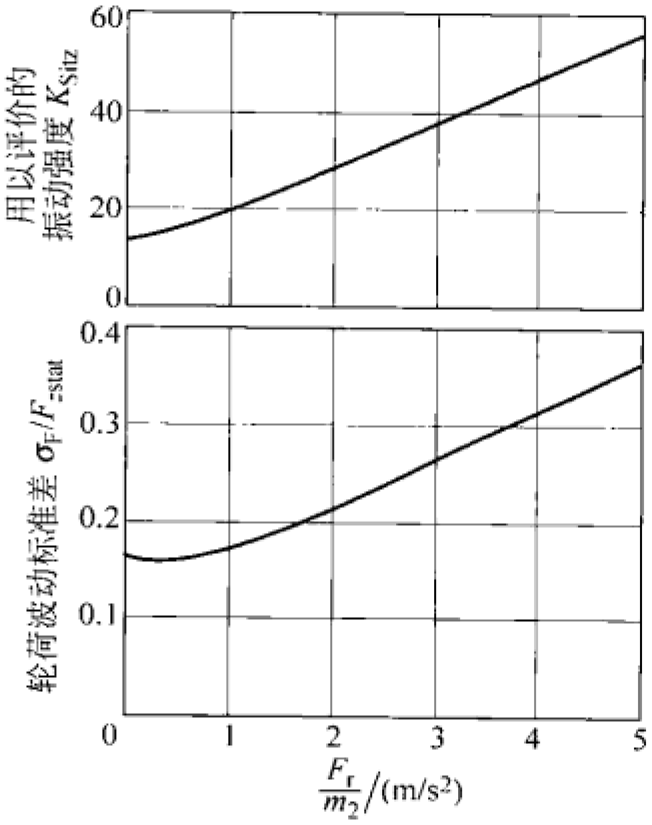


图 74.11 座椅上用以评价的振动强度和相对轮荷波动随比值 F_r/m_2 变化关系

车辆参数对应的是具有减振座椅($\nu_3/2\pi$ 比较小)的载货汽车：$m_1=360$ kg；$m_2=1450$ kg；$m_3=50$ kg；$c_1=1\,420\,000$ N/m；$c_2=150\,000$ N/m；$c_3=2475$ N/m；$k_2=11\,000$ N·s/m；$k_3=700$ N·s/m；$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$w=2$，$v=20$ m/s

为了改善良好路面上或低速(市内道路上行驶)的行驶舒适性,摩擦必须小些,尽可能是零。降低在平整道路上或低速行驶时的加速度,初看似乎是没有必要的,因为加速度这时反正是很小的;但众所周知,正是在良好路面上或在缓慢行驶时乘员会对车辆的振动更为敏感,确切地说因为他们没有料想到,因而感到惊异。

遗憾的是,摩擦阻尼不可能是零;所以减振器里的液力阻力必须和摩擦阻尼相匹配。这就是说,在平整道路上行驶,也就是车轮与车身间相对速度小的时候,液力阻尼要小;而在不平道路上行驶,也就是相对速度大时,液力阻尼要大,以使得摩擦阻尼和液力阻尼之和差不多保持同样大小,与路况无关,确切地说可以与相对速度无关。这就意味着,液力减振器的阻尼力在相对速度低时要小,高时必须要大,也就是说,其阻尼特性应该是渐进的[86](在相对速度很大时,阻尼特性应该是递减的,这样就使得阻尼力不至于过大)。

74.6　车轮的腾空

到现在为止的讨论中,还有一个前提是,车轮没有从路面上腾空。图 74.12 表明,在地面随机激励作用下,这种假设在多大范围内是正确的。从图 74.12 可见,对于线性系统,在服从高斯分布的情况下($F_z=0$,当 $\sigma_F/F_{zstat}=1$ 时),按照表 58.1 我们能够求得车轮跳离路面的时间约为 $S/2=31.7\%/2=15.9\%$;而实际上有 29%的时间跳离路面。在不考虑车轮腾空的线性系统与考虑了车轮腾空的非线性系统之间的这种差别在 σ_F/F_{zstat} 小于 0.5 时还是很小的,因而可以按线性系统来计算。

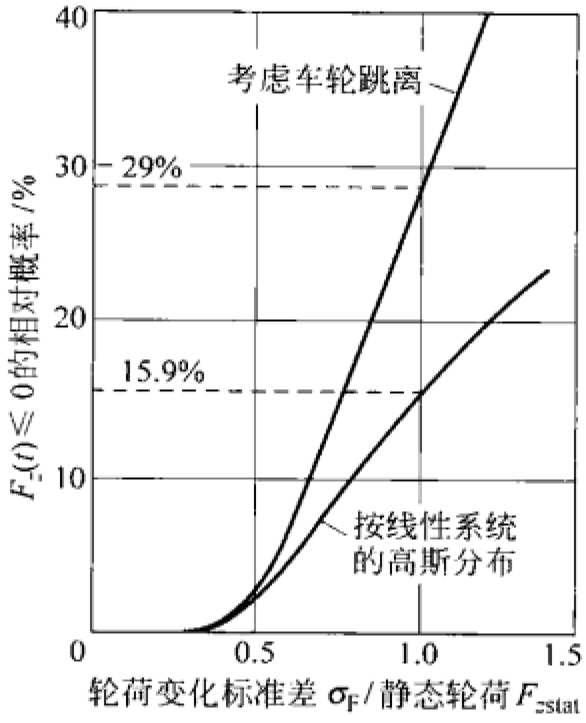


图 74.12　车轮跳离路面的相对频率与轮荷变化相对值 σ_F/F_{zstat} 之间的关系

(见参考文献 84)

[86] Mühe, P.: Der Einfluß von Nichtlinearitäten in Feder-und Dämpferkennlinie auf die Schwingungseigenschaften von Kraftfahrzeugen. Diss. TH Braunschweig 1968.

75 可调节的悬架系统

目前，大部分汽车的悬架系统可以描述为由被动的弹簧和减振器所组成。在第XI章中的三质量系统中对于车身与车轮之间的弹簧、减振器作用力进行了详细描述，其作用力大小与车身和车轮之间的相对位移和相对速度有关，如果将它们进行线性化，则可以用弹簧刚度 c_2 和减振器阻尼系数 k_2 描述，见图 75.1(a)。

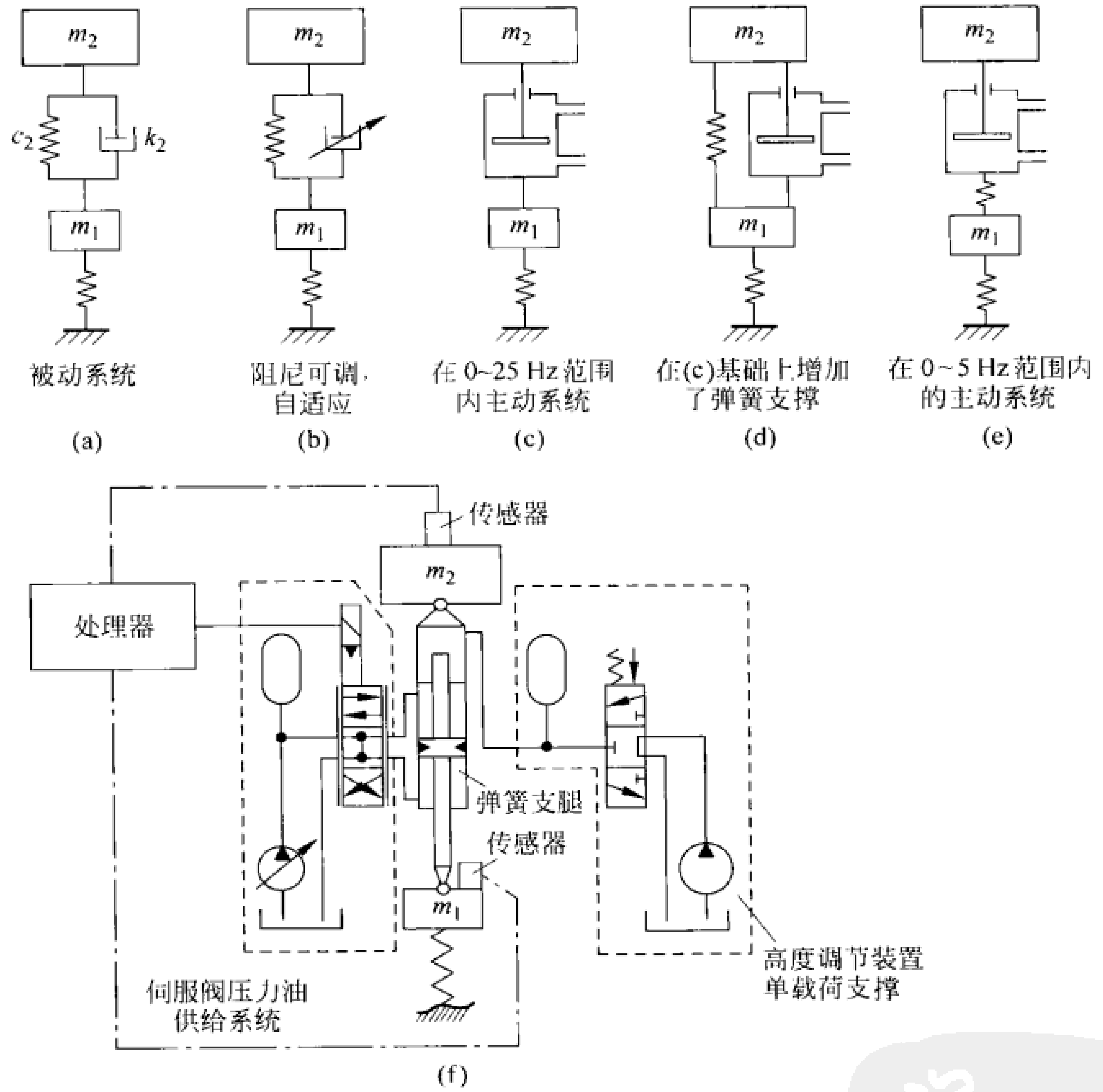


图 75.1 各种不同的可控悬架系统((b)到(e))与传统的被动系统(a)的比较(为了描述简单，座椅-人体系统被省略)；(f)为(c)所示系统的工作原理图

由这些被动元件组成的系统在设计时可以根据第 68 节和图 68.4 在一定的范围内选择适当的平顺性和行驶安全性指标。这个范围用一条曲线画出了其界限值，见图 68.4(d)。由此可知，当给定车轮载荷波动的大小后，车身振动强度不可能进一步减小(低于界限值以下)。这样就产生了矛盾，即如果选择平顺性好时，行驶安全性就差，或者相反。为了调和这对矛盾，就相应产生了缓慢工作的高度可调节系统，这个

系统可以把由于装载过程引起的弹簧静态压缩量又调回到零，见图 73.3。如果进一步考虑行驶速度和道路状况，见 73.2 节和图 73.5，会使得原被动悬架系统的参数选择范围进一步受到限制。结果见图 75.2 中垂直阴影线部分。

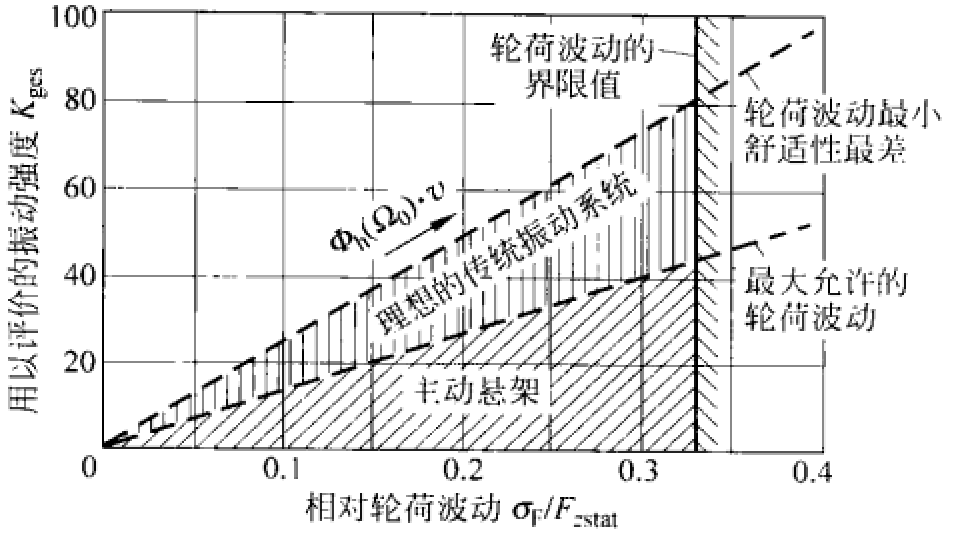


图 75.2 传统振动系统优化的界限，见图 73.5 和可控悬架系统的协调图

通过所谓的“可控制的悬架系统”，即通过采用成本较高的传感器技术、电子技术和液压技术等，可以达到图 75.2 中斜线所描述的阴影部分，超越传统悬架系统，改善性能。在现有结构基础上存在以下可能性：

1. 控制弹簧和减振器特性

   假设一个减振器有两条特性曲线，其中一条是“强”阻尼（平顺性差，但是车轮载荷波动小，即行驶安全性好），另一条是“弱”阻尼（作用与前者相反），见图 75.1(b)，如果采用人工控制时，驾驶员可以根据需要调整相应挡位，当然希望驾驶员能作出正确的选择。也可以自动控制，当车速高于一定值以后采用“强”挡，而当车速低于一定值时采用“弱”挡。

   在传统的振动系统基础上，另一种改善性能的方向是自适应控制：在 73.2 节要求当行驶安全性达到极限值时，即相对车轮载荷波动有效值达到一定值时，减振器阻尼变大，以适应优化行驶安全性要求，而行驶平顺性相应降低[87]（如图 73.5 中点画线所示，曲线的界限值是相对车轮载荷波动有效值 $\sigma_F/F_{zstat}=0.33$。由此得到了图 75.2中垂直阴影线范围，而倾斜阴影线描述的则是主动悬架系统可能达到的范围）。这样就要求除了可调节阻尼的减振器之外，还需要测知车轮载荷波动值，或者与之可以比较的其他量。比如在 73.3 节中讲到的减振器阻尼自动适应车辆装载情况的变化（例如：与装载变化情况有关的弹簧压缩量，或者高度可调节空气弹簧的内部压力[88]）。

采用外加的阀门来改变减振器拉伸过程作用力，可以形成折叠形式特性曲线；而减

[87] 见参考文献 71。
[88] 见参考文献 72。

振器压缩过程中力的改变存在四种不同的可能性[89]。最终可以实现减振器阻尼的连续调节。

另外，具有“软”和“硬”两种特性曲线，通过相互转换的弹簧也是可以实现的（例如：给空气弹簧增加一个附加的容积，通过接通和关闭附加容积来实现弹簧刚度的改变）。当然也可以实现可调节减振器和可调节弹簧的联合作用。

车辆在一条特性曲线行驶持续时间相对比较长，即使在上述的驾驶员手动或自动根据速度高于某个值或低于某个值进行调节的情况下也同样如此。这里“相对比较长”是以频率为标准的，在一个特定的特性曲线下行驶时间比在最低固有频率下的振动周期时间明显长得多（假如车身振动固有频率 $\nu_2/2\pi=1.5$ Hz，这时的振动时间周期为 0.67 s，而行驶持续时间远大于 0.67 s）。

对于“根据实际情况控制”方法（人们经常称为“自适应控制”），重要的是转换点的频率小于系统特征振动频率（当然，由一个特性场转换到另一个特性场的过程非常短）。这种“根据实际情况控制”方法无论是采用人工转换还是根据速度自动转换，最终控制的范围只可能在图 75.2 中的垂直阴影线部分，也就是传统的被动悬架系统在保证汽车行驶安全性条件下的工作范围。如果选择另外的变量作为转换的依据，比如车轮载荷波动的大小，即与地面不平度以及行驶速度相关的量，这样系统工作的范围可能达到图中斜线描述的阴影部分。

2. 利用快速的高度调整系统来抵消汽车的俯仰运动和侧倾运动[90]

在第 75 节的开始和第 73 节涉及了高度调节系统，即无论是加载还是卸载，系统保持高度不变，这种系统是一个低速控制装置。其主要目的是节约能量。例如：大客车的高度调节系统仅在乘员上、下车过程中起作用，而对动态的弹簧变形不起调整作用。由此可以实现比较低的车身固有频率，这对于以一定速度直线行驶的车辆的平顺性改善是非常有利的（比较低的用于评价的振动强度）；但是还有不足之处，除了带来比较大的车轮载荷波动之外，还存在着在加速和制动过程中会产生较大的俯仰运动和在曲线运动时产生比较大的侧倾运动。对于起步、制动过程产生的俯仰运动可以通过前后悬架几何尺寸的合理选择来减小、甚至完全抵消（见第 84 节），而对于曲线行驶时产生的侧倾可以通过瞬时中心位置的调整和安装横向稳定杆来降低（见 C 篇的第 142 节和第 148 节），人们也可以通过快速的高度调节系统使得俯仰运动和侧倾运动下降到零。这里的“快速”意味着在俯仰振动和侧倾振动从开始到进入稳态之前的固有频率一半的周期内将其抵消掉。

---

[89] Kutsche, T.; Raulf, M.: Optimierte Fahrwerksdämpfung für Pkw und Nkw, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug und Motorentechnik 1998, S. 433-442.

[90] Hydractive, Direction de l'information et de relation, publique Citroën.

3. 弹簧和减振器的快速调整[91]

在上面谈到的第一种情况转换频率要小于系统的特征频率，对于快速调整弹簧和减振器来说，它转换时间太长了。特别是如果考虑到车轮载荷波动，其固有频率例如取 $\nu_1/2\pi=15$ Hz，则转换频率应该高于 $2\times15=30$ Hz。

这种形式的悬架控制系统被称为"半主动"系统，如果控制系统仅在几个点之间非连续的调整，则被称为"非连续半主动"系统，而如果系统在特性曲线之间连续调整，则被称为"连续半主动"系统。

4. 主动悬架系统

这种主动悬架系统经常被错误地称为主动弹簧系统，这种称呼错误的原因在于这种系统还控制悬架系统中减振器的特性，即车身和车轮之间的作用力不再通过被动系统的弹性元件和阻尼元件产生，而是通过像液压缸这样的主动元件产生，见图 75.1(c)。这时，车身和车轮之间的作用力不仅仅与车身与车轮之间的相对位移、相对速度有关，还与 z_2、z_1 和它们的导数、它们的联合作用、功率谱密度函数等其他所有的系统量有关。这种系统的优点在于可以给汽车行驶平顺性和行驶安全性优化设计提供一个比较大的空间，缺点是由于采用了液压系统、传感系统和计算机控制系统，使得悬架系统制造成本增加，同时使用过程中会产生很大的能量消耗。与这种"全承载"方式相对的是"部分承载"方式，即静载荷由一个并联的弹簧承担，如图 75.1(d)所示。而对于主动悬架系统，根据其工作范围又可以进一步细分。可以分为在 0～25 Hz 范围内所有地面不平度激励都工作的系统（全主动系统）[92]，见图 75.1(c)，不覆盖车轮固有频率范围的系统和仅在 0～5 Hz 范围内工作的系统[93]，见图 75.1(e)。.后两个系统对于抵消上面第 2 点中提出的俯仰运动和侧倾运动是非常有效的。

75.1 在不平度激励下对理想控制悬架系统的要求

下面将从几个线性方程入手，讨论在频率范围内存在的问题[94]。在图 75.3(a) 中描述了典型的二质量系统（不考虑座椅-乘员系统），在两个质量之间作用一个未知的力 F。其运动方程为

$$m_2\ddot{z}_2=F \tag{75.1}$$

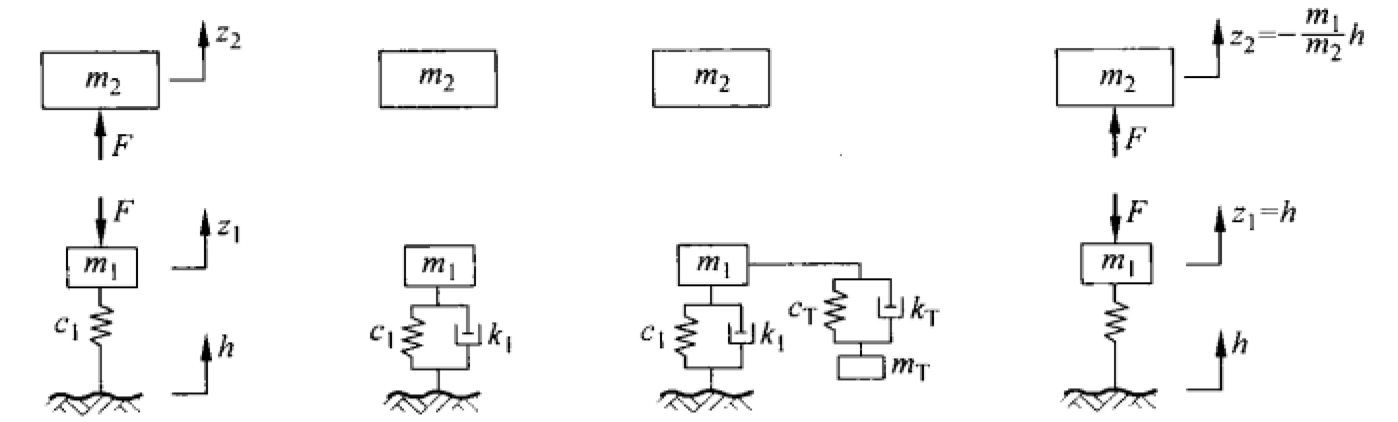
---

[91] Klinkner, W.: Adaptives Dämpfungssystem ADS zur fahrbahn-und fahrzustandsabhängigen Steuerung von Dämpfer und Fahrzeugfeder. VDI-Berichte 778 (1989) 23; Düsseldorf; VDI-Verlag.

[92] Tillback, L. R.; Brodel, S.: Active Suspension, the Volvo Experience, SAE-Paper 890083.

[93] Aoyana, Y.; Kawabatu, K.; Hasegawa, S.; Kobai, Y.; Sato, M.; Tsuruta, F.: Development of the Fullactive Suspension by Nissan. XXIV FISITA-Congress London 1992, Total Vehicle Dynamics, S. 1537.

[94] Eine der ersten wissenschaftlichen Arbeiten auf diesem Gebiet: Helms, H.: Grenzen der Verbesserungsfähigkeit von Schwingungskomfort und Fahrsicherheit an Kraftfahrzeugen. Diss. TU Braunschweig 1974.



(a) 主动悬架系统　(b) 无振动补偿系统　(c) 有振动补偿系统　(d) 安全性最好 (F_{zdyn}=0)

图 75.3　(a) 主动悬架，与图 75.1(c)对应；(b)～(d)主动悬架的特殊情况

$$m_1 \ddot{z}_1 = F_{zdyn} - F \tag{75.2}$$

其中：

$$F_{zdyn} = c_1(h - z_1) \tag{75.3}$$

将各量用复数形式描述为

$$h = \underline{\hat{h}} e^{j\omega t};\quad z_1 = \underline{\hat{z}}_1 e^{j\omega t};\quad F = \underline{\hat{F}} e^{j\omega t};\quad F_{zdyn} = \underline{\hat{F}}_z e^{j\omega t}$$

利用缩写形式：

$$\eta_1 = \omega/\nu_1 \tag{75.4}$$

$$\nu_1 = \sqrt{c_1/m_1} \tag{75.5}$$

由式(75.2)得：

$$\underline{\hat{F}} = \underline{\hat{F}}_z - m_1 \underline{\hat{\ddot{z}}}_1 \tag{75.6}$$

或者由式(75.3)得：

$$\underline{\hat{F}} = c_1 \eta_1^2 \underline{\hat{h}} + (1 - \eta_1^2) \underline{\hat{F}}_z \tag{75.7}$$

在式(75.7)中包含了地面不平度激励 $\underline{\hat{h}}$，车轮载荷波动 $\underline{\hat{F}}_z$ 和未知的车身与车轮之间的作用力 $\underline{\hat{F}}$。$\underline{\hat{F}}_z$ 是标志着汽车行驶安全性的量，$\hat{F}$ 根据式(75.1)是一个与复数形式的车身加速度的幅值成正比的量，而车身加速度 $\hat{\ddot{z}}_2$ 是一个为了简单起见，未加评价函数的描述汽车平顺性的量。这三个量之间的关系可以用一个矢量图来描述。图 75.4(a)中 $\underline{\hat{h}}$ 在实数轴上，$\hat{z}_1$ 则根据图 55.7 对于 $\eta_1<1$ 的情况应该大于 $\hat{h}$，而相位角应该小于 90°。由二者之差给出了 $\hat{F}_z$，即根据式(75.7)，由复数形式的 $\underline{\hat{F}}$，通过三角形得到。对于 $\eta_1>1$，特别是 $\eta_1>\sqrt{2}$ 的情况，则根据图 55.7 $\hat{z}_1$ 应该小于 $\hat{h}$，同时相位角应该大于 90°。其他情况可以根据图 75.4(b)得到。

由此人们可以很容易通过图 75.4(c)和(d)得到较小的车轮载荷波动 $\underline{\hat{F}}_z$(良好的行驶安全性)，同时 $\underline{\hat{F}}$ 和车身加速度 $\hat{\ddot{z}}_2$(良好的平顺性)也较小。

—如果 $\underline{\hat{F}}_z$ 和 $\underline{\hat{F}}$ 同在实数轴上(图(a)或者(b)中三角形的顶点也必须在实数轴上)；

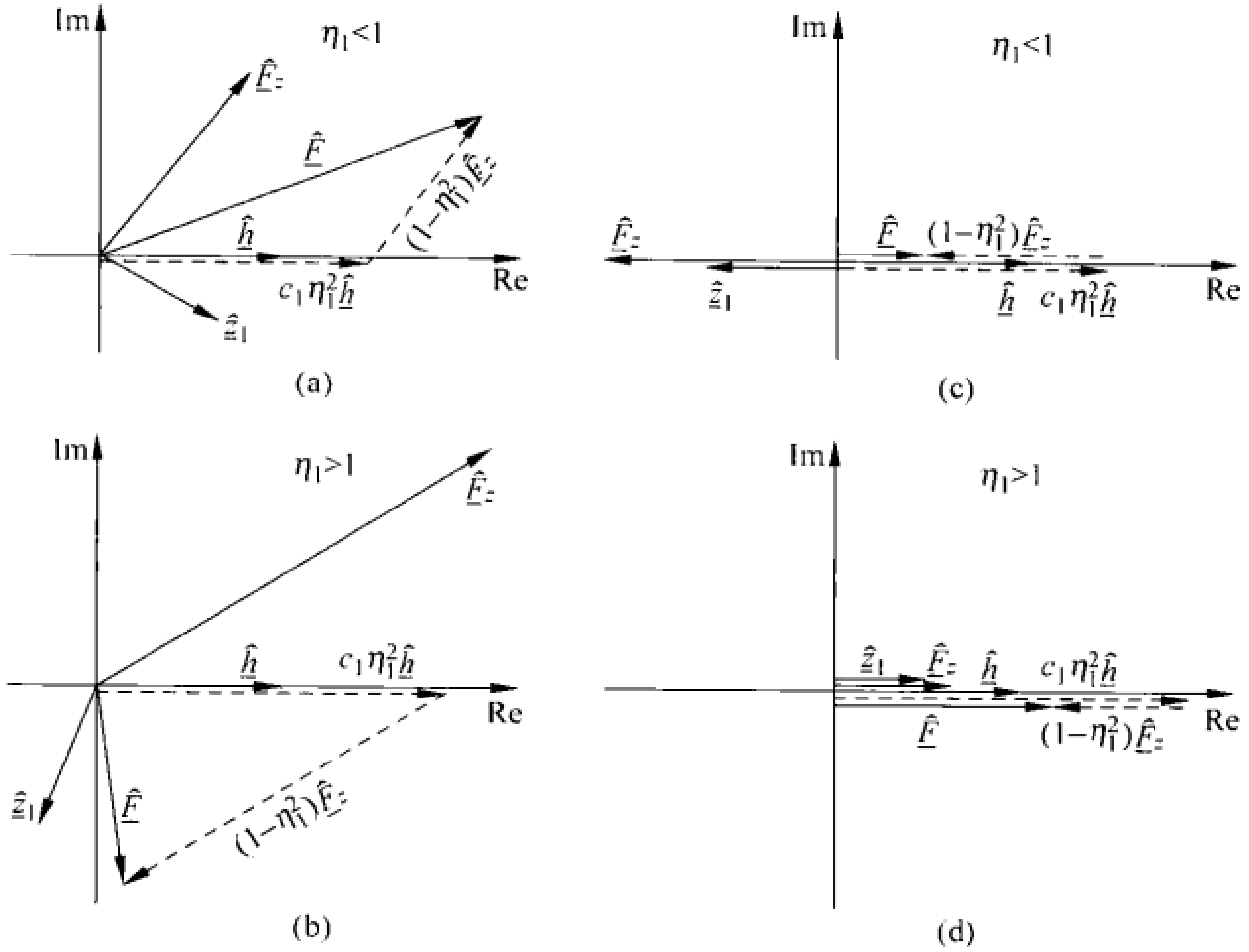


图 75.4　主动悬架系统的向量图

(a)和(b) 一般情况；(c)和(d) 高安全性($\underline{\hat{F}}_z$)，同时良好的舒适性($\underline{\hat{F}}$)

—当 $\eta_1<1$ 时如果 $\underline{\hat{F}}_z$ 与 $\underline{\hat{h}}$ 反向振动(见图 75.4(c))，或者当 $\eta_1<1$ 时如果 $\underline{\hat{F}}_z$ 与 $\underline{\hat{h}}$ 同向振动(见图 75.4(d))；

—如果 $|(1-\eta_1^2)\hat{F}_z|<|c_1\eta_1^2\hat{h}|$ 同时 $|\hat{F}|<|c_1\eta_1^2\hat{h}|$

则两者同时比较小。

由此得到未知的作用力的表达式：

$$\hat{F}=c_1\eta_1^2\hat{h}-|1-\eta_1^2|\ \hat{F}_z \tag{75.8}$$

所以，人们必须测量地面不平度 h 和车轮载荷波动 F_{zdyn}(或者根据式(75.6)测量车轮加速度 $\ddot{z}_1$ 和 F_{zdyn})并且使它们满足上面提出的要求。

75.2 行驶平顺性和行驶安全性之间的矛盾，利用主动悬架系统优势

通过矢量图 75.4(c)和(d)人们容易发现，当 $\hat{F}_z$ 比较大时，则 $\hat{F}$ 和 $\hat{\ddot{z}}_2$ 比较小，而当 $\hat{F}_z$ 比较小时，则 $\hat{F}$ 和 $\hat{\ddot{z}}_2$ 比较大。由此可以看出，对于可控悬架系统在行驶平顺性和行驶安全性之间同样存在着矛盾。

通过式(75.8)和(式 75.1)可以得到：

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}=\frac{1}{m_2}\left[c_1\eta_1^2-|1-\eta_1^2|\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}\right] \tag{75.9}$$

行驶平顺性和行驶安全性之间的矛盾可以在图 75.5 中看出。

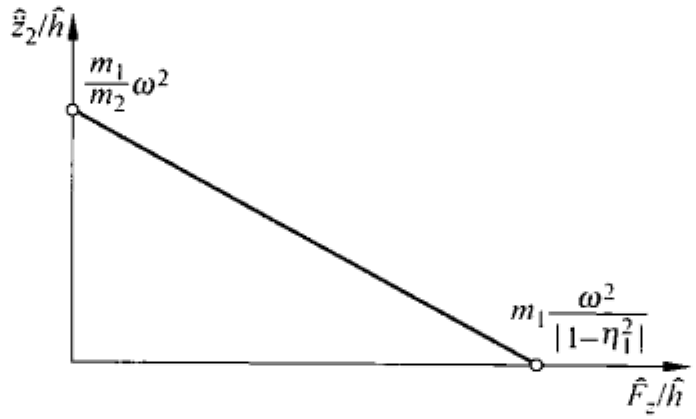


图 75.5 车身加速度幅频特性$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$(舒适性)和轮荷波动的幅频特性 $\hat{F}_z/\hat{h}$(行驶安全性)之间关系

与式(75.9)相应,在随机的地面不平度激励条件下,车身加速度的有效值 $\sigma_{\ddot{z}_2}$ 和车轮载荷波动有效值 σ_F 也是相互关联的,见图 75.6。它们之间的关系可以用质量函数 Q 来描述,质量函数由评价平顺性和行驶安全性的尺度 $\sigma_{\ddot{z}_2}$ 和 σ_F/F_{zstat} 以及描述平顺性权重系数 g_K 和描述行驶安全性权重系数 g_F 组成,即

$$Q = g_K\sigma_{\ddot{z}_2}^2 + g_F(\sigma_F/F_{zstat})^2 = g_F\left[\frac{g_K}{g_F}\sigma_{\ddot{z}_2}^2 + (\sigma_F/F_{zstat})^2\right] \tag{75.10}$$

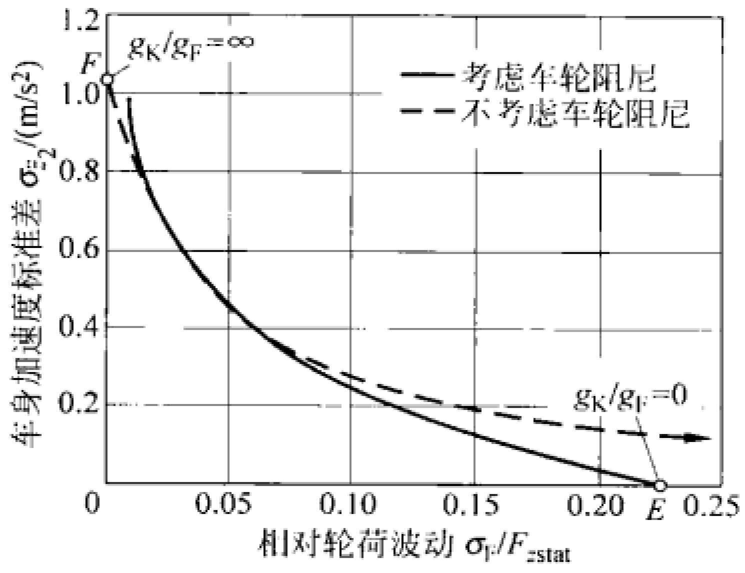


图 75.6 在主动悬架系统中舒适性与行驶安全性的理想关系

($m_2=219$ kg,$m_1=31$ kg,$c_1=127.98$ kN/m,$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³,$w=2$,$v=20$ m/s)

由式(58.20)和式(64.1)得到有效值与地面不平度功率谱密度函数 $\Phi_h(\omega)$ 和汽车行驶速度之间关系:

$$\sigma_{\ddot{z}_2}^2 = \int_0^{\infty}\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\right)^2\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{75.11}$$

$$\sigma_F^2 = \int_0^{\infty}\left(\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}\right)^2\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{75.12}$$

将这两个表达式代入式(75.10)得:

$$Q = g_F \int_0^{\infty} \left[\frac{g_K}{g_F} \left(\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}} \right)^2 + \frac{1}{F_{zstat}^2} \left(\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}} \right)^2 \right] \Phi_h(\omega) d\omega \tag{75.13}$$

将式(75.9)代入到上式的方括弧内，这样就得到方括弧内仅是$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$ 的函数：

$$[\cdots] = f\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\right)$$

如果要得到其最小值，则：

$$\frac{d[\cdots]}{d\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\right)} = f(g_K/g_F) = 0$$

由此得到 $\sigma_{\ddot{z}_2}$ 和 σ_F/F_{zstat} 仅与平顺性权重系数 g_K 和行驶安全性的权重系数 g_F 的比例有关。

这样就找到了对于主动悬架系统理想的平顺性与行驶安全性之间的关系，见图 75.6(为了简便起见，在推导过程中不考虑车轮阻尼的影响。在较大的车轮载荷波动时(由此使得车身加速度比较小)会产生误差。产生的误差的大小同样可以从图 75.6 中看出)。

在图 75.7 中同时给出了优化的传统被动悬架系统(与图 73.4 相对应)和主动悬架系统(来自图 75.6)的曲线。给出了车轮载荷波动和平顺性的界限。图中的范围是通过结构上比较昂贵的主动悬架系统相对于传统的、具有“慢速”高度调整功能的系统可以达到的范围。

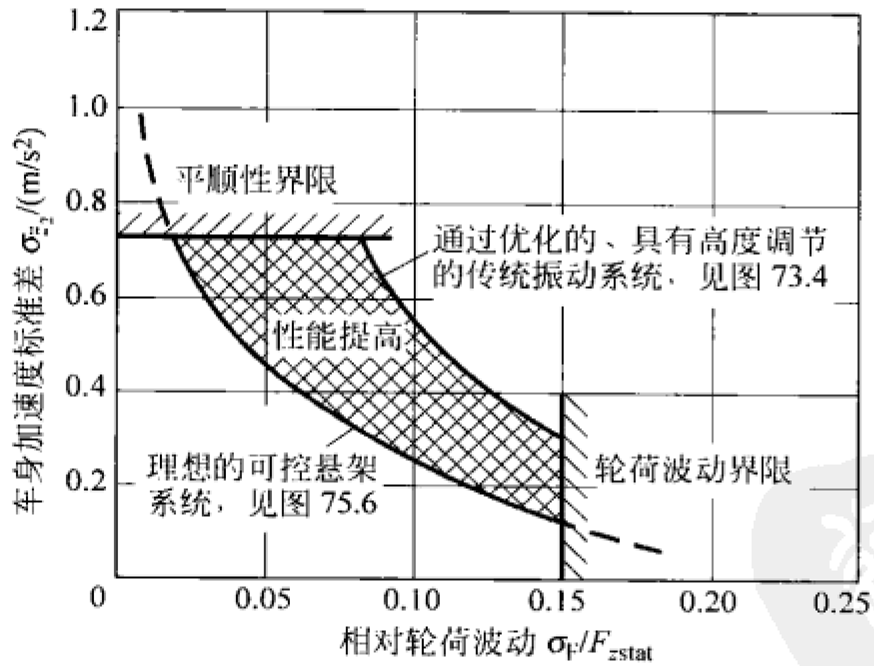


图 75.7　理想的主动悬架系统与传统系统的比较

75.3　极限值、平顺性最优、无车轮载荷波动

从图 75.6 中横坐标和纵坐标的标尺可以很容易看到以下几点：

a) 当车身加速度 $\ddot{z}_2=0$ 时，平顺性达到最优，根据式(75.1)这时 $F=0$。

车轮载荷波动根据图 75.3(b)通过车轮质量为 m_1 的单质量系统得到，在此存在轮胎阻尼。

与表 56.2 中第 1 行、第 4 列比较，得到幅频特性为

$$\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}=c_1\frac{\omega^2/\nu_1^2}{\sqrt{[1-(\omega^2/\nu_1^2)]^2+d^2}} \tag{75.14}$$

由于轮胎阻尼非常小，或者说轮胎的损失系数 d 非常小，根据图 75.8 在车轮固有圆频率处会产生一个较大的共振峰值，由此产生一个大的车轮载荷波动。当 $\ddot{z}_2=0$ 时(这时 $K_{ges}=0$)，相对车轮载荷波动有效值 $\sigma_F/F_{zstat}=0.22$(这里 $F_{zstat}=(m_1+m_2)g$)，即为图 75.6 中的 E 点。

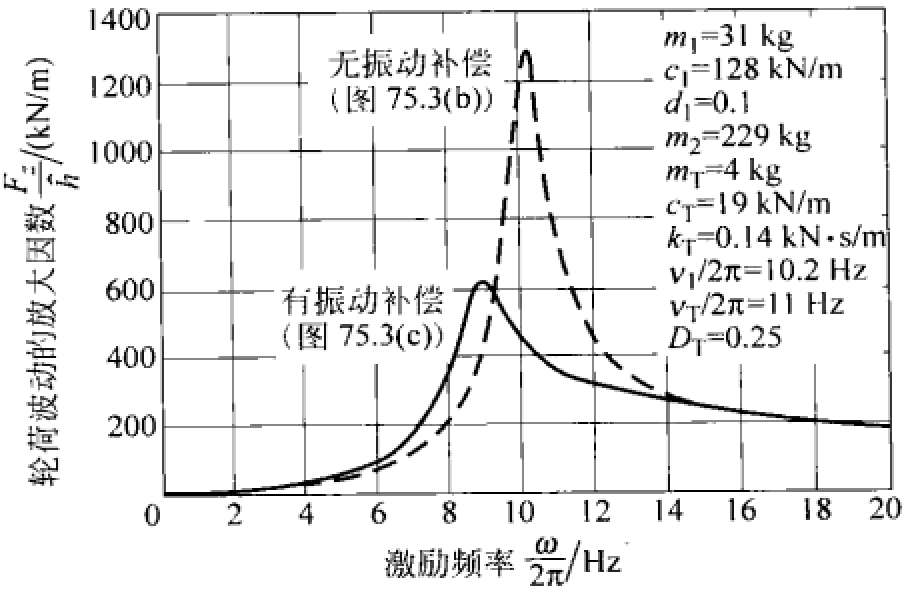


图 75.8 可控悬架系统在舒适性最优时(即车身加速度等于 0)轮荷波动的幅频特性

车轮载荷波动——在另外要求下，即车身与车轮之间作用力为零——可以通过在车轮质量 m_1 上增加一个振动消除装置来降低，如图 75.3(c)所示。它的效果可以从图 75.8 看出，其幅频特性曲线变宽，但是总体减小，相对车轮载荷有效值由 $\sigma_F/F_{zstat}=0.22$(未装振动消除装置)降低到 $\sigma_F/F_{zstat}=0.14$(加装了振动消除装置)，尽管下降幅度很大，但是从绝对值来看，还是过大。

b) 另一个极限值来自对车轮载荷波动 $F_{zdyn}=0$ 的要求。由式(75.3)可知这时 $z_1=h$，同时由式(75.2)可知，车轮与车身之间的作用力 F 为

$$m_1\ddot{z}_1=-F$$

利用式(75.1)可以导出车身加速度的表达式：

$$\ddot{z}_2=-\frac{m_1}{m_2}\ddot{h}$$

以及相应的幅频特性：

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}=\frac{m_1}{m_2}\omega^2 \tag{75.15}$$

在图 75.9 中利用二质量系统对传统的被动悬架系统和可控悬架系统在车轮载荷波动为零的条件下进行了比较，有关的平顺性在低频范围内很好，而在高频范围内非常差，波长比较短的地面不平度激励是通过双脚影响到乘员的平顺性的。

对于极限值 $F_{zdyn}=0$ 或者说 $\sigma_F/F_{zstat}=0$，车身加速度有效值达到 $\sigma_{\ddot{z}_2}=1\ \mathrm{m/s^2}$ 的情况用图 75.6 中的 F 点进行了描述。

75.4 天棚(Sky-Hook)减振器

与阻尼快速调节("半主动"，见第 75 节开始部分的第三种情况)相关——目前已

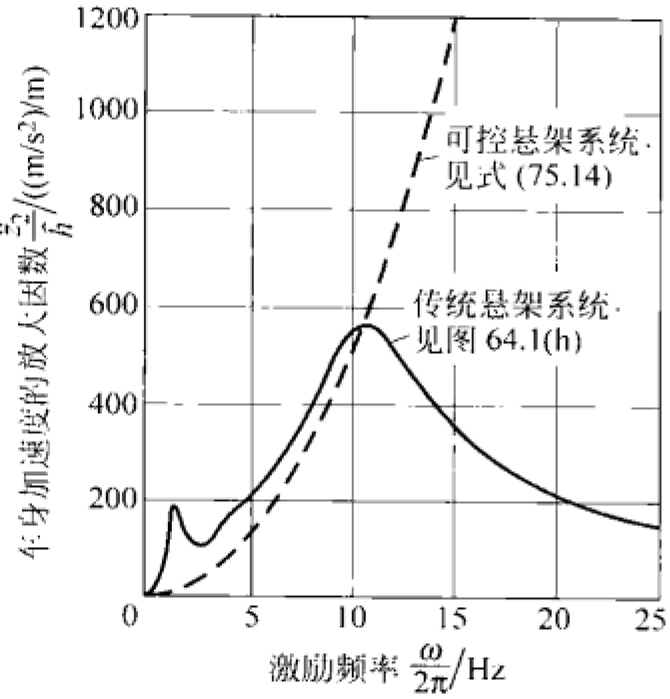


图 75.9 可控悬架系统与传统悬架系统在没有轮荷波动时车身加速度幅频特性的比较

经应用的——所谓的天棚(Sky-Hook)减振器将在这一节中进行讨论[95]。这种减振器是以以下思路为基础的：对于一个被动悬架系统的减振器，必须根据第 68 节讲到的在行驶平顺性和行驶安全性之间找到一个折中方案，准确地来说是在车轮固有频率范围以内找到一个折中方案。如果减振器阻尼比较大，则车轮载荷波动比较小，而车身加速度比较大。这是由于减振器作用力既作用在车身质量上，又作为反作用力影响到车轮质量。如果将减振器两端不是固定在两个质量之间，而是将一端固定在一个质量上，另一端固定在“天空”(英语中 sky)，减振器就不会对两个质量同时产生相反的作用，见图 75.10。

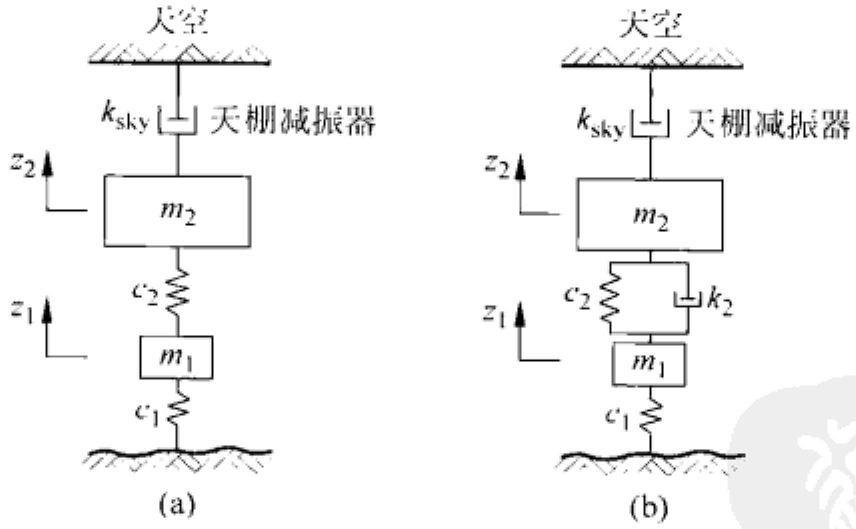


图 75.10 (a)在车身质量 m_2 上作用一个天棚减振器的两质量系统；(b)与(a)相似，只是在两质量之间增加了传统的减振器

天棚(Sky-Hook)减振器的作用力正比于车身振动速度：

[95] Katsuda, T.; Hirawa, N.; Boi, S.; Yasuda, E.: Improvement of Ride Comfort by Continuously Controlled Damper, SAE-Paper 920276.

$$F_{Dsky} = k_{sky}\dot{z}_2 \tag{75.16}$$

而被动悬架系统的减振器作用力为

$$F_D = k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \tag{75.17}$$

由于减振器不可能支撑在“天空”，而必须支撑在两个质量之间，由式(75.16)和式(75.17)引出了一个新的减振器“阻尼系数”：

$$k_2 = k_{sky}\frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} \tag{75.18}$$

在此必须注意，当没有外界的能量注入天棚(Sky-Hook)减振器，仅将机械能转换成热能时，减振器的功率必须总是正的。也就是说：

$$P_{Dsky} = F_{Dsky}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = k_{sky}\dot{z}_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geqslant 0 \quad 当\ \dot{z}_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geqslant 0\ 时 \tag{75.19a}$$

$$P_{Dsky} = 0 \quad 当\ \dot{z}_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leqslant 0\ 时 \tag{75.19b}$$

根据图74.10(a)可知，这时车轮质量没有被直接减振，这样将产生很大的车轮载荷波动。所以在图(b)中增加了作用力为 $k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$ 的传统减振器[96,97]。根据式(75.19)的条件，总的减振器作用力为

$$\begin{aligned} F_{Dges} &= k_{sky}\dot{z}_2 + k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ &= \left(k_{sky}\frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} + k_2\right)(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad 当\ \dot{z}_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geqslant 0\ 时 \end{aligned} \tag{75.20a}$$

$$F_{Dges} = k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad 当\ \dot{z}_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leqslant 0\ 时 \tag{75.20b}$$

根据图75.10(b)得到系统的微分方程为(不考虑人体-座椅系统)：

$$m_2\ddot{z}_2 + c_2(z_2 - z_1) + F_{Dges} = 0 \tag{75.21}$$

$$m_1\ddot{z}_1 - c_2(z_2 - z_1) - F_{Dges} + c_1 z_1 = c_1 h \tag{75.22}$$

为了实现天棚(Sky-Hook)减振器，必须得到 $\dot{z}_2$ 和 $(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$ 的值。

人们当然也可以考虑将天棚(Sky-Hook)减振器设置在“天空”与车轮质量之间，这时的总作用力为

$$\begin{aligned} F_{Dges} &= k_{sky}\dot{z}_1 + k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ &= \left(k_{sky}\frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2 - \dot{z}_1} + k_2\right)(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad 当\ \dot{z}_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geqslant 0\ 时 \end{aligned} \tag{75.23a}$$

$$F_{Dges} = k_2(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad 当\ \dot{z}_1(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leqslant 0\ 时 \tag{75.23b}$$

---

〔96〕 Koch, C. de: Development of a New Continuously Variable Damper for Semi-active Suspensions. XXIV FISITA-Congress London 1992, S. 141-151.

〔97〕 Richter, B.: Entwicklungstrend bei aktiven Fahrwerkssystemen. VDI-Bericht 816, Düsseldorf 1990.

XII 双轴汽车,单轮辙激励

为了把带有一名乘员的汽车近似考虑成一个三质量系统,在第 XI 章开始的时候我们引入了四点简化。也就是只通过一点在铅垂方向激励上下振动,轴距是无限大的,联系质量为零,以及人坐在车轴上方。现在我们来讨论双轴车辆(图 54.4(b)),它的前后轴同时受到激励,这时车身不仅有垂直振动,而且也出现俯仰振动。轴距是有限的。联系质量一般不为零,人也不一定非坐在车轴上方不可。

第 XI 章开始时的第一个假设依然有效:

1. 左右轮辙的不平度相同(所谓垂直激励)汽车对称于它的纵轴线,因而车身不出现侧倾振动 κ_2(绕纵轴的角运动),侧向位移 y_2(沿横轴方向的位移)以及横摆振动 φ_2(绕铅垂轴的角运动),参看图 54.1。

正像第 XIII 章里还要说明的那样,对于对称的车辆来讲,垂直激励与侧倾激励引起的运动之间是没有耦合的,也就是垂直激励和侧倾激励可以分开来计算。因此,上述假设并不意味着对计算的普遍有效性有什么限制。在这一章里只讨论垂直激励的效果,在第 VI 章和第 XIII 章里主要讨论侧倾激励的作用。

2. 悬架的影响不予考虑。而这一点将在第 XIV 章中讨论。

此外还假设:

3. 后轮行驶在前轮的轮辙上,即所谓单轮辙激励(车辆直线行驶,轮辙宽度前后相同)。所以前后的不平度激励除了轴距引起相差外都是一样的。

4. 乘员完全参与车身的俯仰振动,座椅可以垂直于车身导动(如图 77.5 所示),乘员系有安全带,使他不能垂直于靠背运动。乘员虽然不像第 XI 章那样坐在轴的上方,而是可以取纵向的任意位置,但总是还坐在中间。见第 1 个假设。

在第 XII 章里,与第 XI 章相比较,主要将讨论新增加的一些量,像俯仰振动,轴距,座椅位置,联系质量等的影响。

76 运动方程,复数量

有了上述四点假设以后,就可以得到图 76.1 所示的振动等效简图。相距为轴距 l 的两个双质量系统之间用一根无质量杆连在一起,并通过联系质量 m_K(位于车身垂心 SP_2)耦合。为区别起见,前面系统加注脚 V;后面系统加注脚 H。座椅-人体系

统用注脚 3，并在轴距中点前方 l_S 处[98]。因为车辆是对称的，所以所给的量总是指车辆的一侧的，即所谓的"半车辆模型"（在第 XI 章中采用的是"1/4 车辆"模型）。m_{2V} 是一个前轮上所分配的车身质量，c_{2V} 是前面悬架弹簧常数，k_{2V} 是前面的车身阻尼常数，m_{1V} 是前面的车轮质量，以及 c_{1V} 是前一个轮胎的弹性常数。对后面系统也有相应的量[99]。m_3，k_3，c_3 是一个或几个乘员连同座椅分配给一侧车辆上的数值。

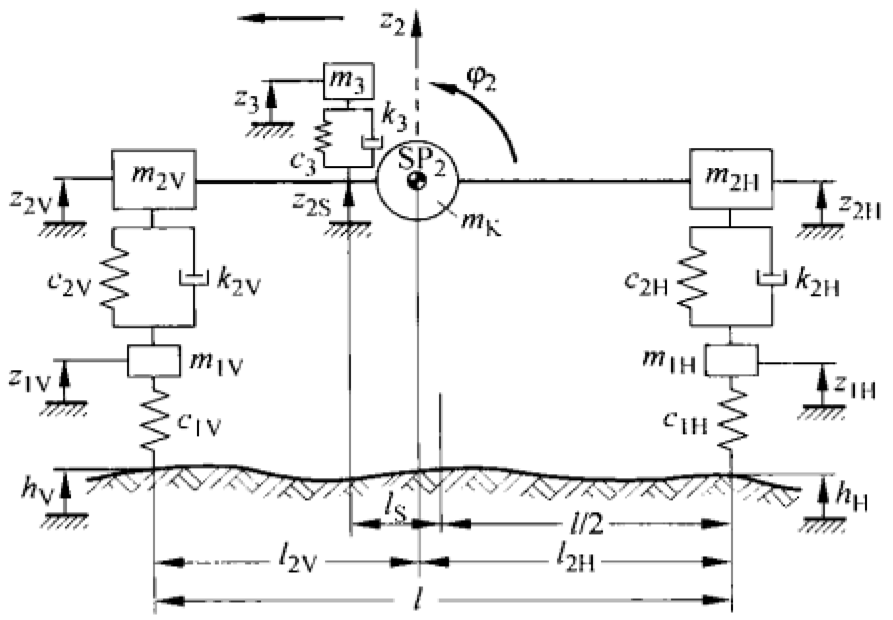


图 76.1 单轮辙激励的双轴汽车（也称为"半个车辆"）

在考虑了式(54.4)以后，可以列写运动方程，对车身：

$$\left[m_{2V}+m_K\left(\frac{l_{2H}}{l}\right)^2\right]\ddot{z}_{2V}+k_{2V}(\dot{z}_{2V}-\dot{z}_{1V})+c_{2V}(z_{2V}-z_{1V})$$

$$+m_K\left(\frac{l_{2V}l_{2H}}{l^2}\right)\ddot{z}_{2H}+m_3\ddot{z}_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)=0 \tag{76.1}$$

$$\left[m_{2H}+m_K\left(\frac{l_{2V}}{l}\right)^2\right]\ddot{z}_{2H}+k_{2H}(\dot{z}_{2H}-\dot{z}_{1H})+c_{2H}(z_{2H}-z_{1H})$$

$$+m_K\left(\frac{l_{2V}l_{2H}}{l^2}\right)\ddot{z}_{2V}+m_3\ddot{z}_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)=0 \tag{76.2}$$

对车轮系统：

$$m_{1V}\ddot{z}_{1V}-k_{2V}(\dot{z}_{2V}-\dot{z}_{1V})-c_{2V}(z_{2V}-z_{1V})+c_{1V}z_{1V}=c_{1V}h_V \tag{76.3}$$

$$m_{1H}\ddot{z}_{1H}-k_{2H}(\dot{z}_{2H}-\dot{z}_{1H})-c_{2H}(z_{2H}-z_{1H})+c_{1H}z_{1H}=c_{1H}h_H \tag{76.4}$$

对座椅-人体系统：

$$m_3\ddot{z}_3+k_3(\dot{z}_3-\dot{z}_{2S})+c_3(z_3-z_{2S})=0 \tag{76.5}$$

式中，座椅下方的车身位移（即所谓座椅滑轨处）

$$z_{2S}=\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)z_{2V}+\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)z_{2H} \tag{76.6}$$

---

〔98〕 作为关联点在此取轴距的中点，因为对于轿车前排座椅大体在这个位置。对于大客车，如果座椅在前轴上方，则 $l_S=+l/2$，而座椅在后轴上方时，则 $l_S=-l/2$。

〔99〕 车身弹簧常数 c_{2i} 和减振器常数 k_{2i} 都是换算到车轮上的常数，见式(93.19)。

上述方程在表 87.1 中将以矩阵形式给出。

与第 XI 章不同的是，在这里的双轴车辆上有两个激励。前轮上不平度函数是

$$h_V(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}_V(\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{76.7}$$

后轮上不平度函数是

$$h_H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{h}}_H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{76.8}$$

参看式(58.2)。如果前后车轮在同一轮辙上行驶，则在两个不平度函数 h_V 和 h_H 之间只存在一个行程差 l(轴距)或一个时间差 Δt，

$$h_V(x) = h_H(x+l) \quad 或 \quad h_V(t) = h_H(t+\Delta t) \tag{76.9}$$

Δt 可由轴距 l 和车速 v 求出

$$\Delta t = l/v \tag{76.10}$$

从式(57.9)可得到相差

$$\omega\Delta t = \omega l/v = 2\pi l/L \tag{76.11}$$

由此求得复振幅之间的关系

$$\underline{\hat{h}}_V(\omega) = \underline{\hat{h}}_H(\omega) e^{j\omega\Delta t} \tag{76.12}$$

而实振幅是相等的：

$$\hat{h}_V = \hat{h}_H = \hat{h} \tag{76.13}$$

各点的位移为

$$z_i(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\hat{z}}_i e^{j\omega t} d\omega \tag{76.14}$$

其中复振幅$\underline{\hat{z}}_i$ 可由式(76.1)到式(76.6)求出。例如，前轮上方的车身位移的复振幅$\underline{\hat{z}}_{2V}$有下列形式：

$$\underline{\hat{z}}_{2V} = \underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_V}\, \underline{\hat{h}}_V + \underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_H}\, \underline{\hat{h}}_H \tag{76.15}$$

式中$\underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_V}$ 是前面的不平度 h_V 单独激励时车身位移 z_{2V} 相对前轮的频率响应函数，$\underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_H}$ 相应地为后面的 h_H 单独激励时的函数。如果$\underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_H}=0$，则后面不平度对前面车身位移没有影响。当 $m_K=0$，并且同时 $(1/2-l_S/l)=0$（座椅在前轴上方时）或 $(1/2+l_S/l)=0$（座椅在后轴上方时）时，这种前后失去耦合的现象就会出现。这也就是在第 XI 章中已经研究过的特殊情况。一般来说，彼此是耦合的。至于这种耦合将如何影响幅频特性，我们将在后面说明。

如果式(76.15)中的$\underline{\hat{h}}_H$ 用式(76.12)代入，则有

$$\underline{\hat{z}}_{2V} = (\underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_V} + \underline{\hat{V}}_{z_{2V}h_H} e^{-j\omega\Delta t})\, \underline{\hat{h}}_V \tag{76.16}$$

从上式的组成我们可以看到，单轮辙激励相当于单点激励，因为只有一个激励$\underline{\hat{h}}_V$。不过在括号内的总的幅频特性要复杂得多；除了各个$\underline{\hat{V}}$值外（它们包含了已经讨论过

的车辆数值，如质量、弹簧和阻尼常数），还有 Δt，这是与轴距 l（相对于第 XI 章，这是新的参数）和车速 v 有关的。

类似于式(76.16)，我们可以写出后面车身位移的复振幅：

$$\hat{\underline{z}}_{2H} = (\hat{\underline{V}}_{z_{2H}h_V} + \hat{\underline{V}}_{z_{2H}h_H} e^{-j\omega\Delta t}) \hat{\underline{h}}_V \tag{76.17}$$

如果联系质量为零，同时人坐在车轴上方，那么这时也会出现失去耦合的现象（即 $\hat{\underline{V}}_{z_{2H}h_V}=0$）。一般来说，有

$$\hat{\underline{z}}_i = (\hat{\underline{V}}_{z_i h_V} + \hat{\underline{V}}_{z_i h_H} e^{-j\omega\Delta t}) \hat{\underline{h}}_V \tag{76.18}$$

在文献中人们经常把前、后轮上方的坐标 z_{2V} 和 z_{2H} 用重心坐标，即垂直位移 z_2 和俯角位移 φ_2 代替（参看图 76.1）。那可写出车身的运动力程：

$$\begin{aligned} & m_2\ddot{z}_2 + (k_{2V}+k_{2H})\dot{z}_2 + (c_{2V}+c_{2H})z_2 - (k_{2V}l_{2V} - k_{2H}l_{2H})\dot{\varphi}_2 \\ & - (c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H})\varphi_2 - k_{2V}\dot{z}_{1V} - k_{2H}\dot{z}_{1H} - c_{2V}z_{1V} - c_{2H}z_{1H} + m_2\ddot{z}_3 = 0 \end{aligned} \tag{76.19}$$

$$\begin{aligned} & J_{2y}\ddot{\varphi}_2 + (k_{2V}l_{2V}^2 + k_{2H}l_{2H}^2)\dot{\varphi}_2 + (c_{2V}l_{2V}^2 + c_{2H}l_{2H}^2)\varphi_2 - (k_{2V}l_{2V} - k_{2H}l_{2H})\dot{z}_2 \\ & - (c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H})z_2 + k_{2V}l_{2V}\dot{z}_{1V} - k_{2H}l_{2H}\dot{z}_{1H} + c_{2V}l_{2V}z_{1V} - c_{2H}l_{2H}z_{1H} \\ & - m_3\ddot{z}_3\left(\frac{l}{2} - l_{2V} + l_S\right) = 0 \end{aligned} \tag{76.20}$$

当 $l_S=0$，以及

$$k_{2V}l_{2V} - k_{2H}l_{2H} = 0, \quad c_{2V}l_{2V} - c_{2H}l_{2H} = 0 \tag{76.21}$$

时，垂直运输与俯仰运动间就失去耦合。

把关于车身的运动方程式(76.1)和式(76.2)与式(76.19)和式(76.20)比较以后，我们可以看到，一个系统的耦合是否存在与系统本身无关，而与坐标选取有关。

在关于车轮和座椅-人体的方程(76.3)、方程(76.4)和方程(76.5)中代人

$$z_{2V} = z_2 - l_{2V}\varphi_2; \quad z_{2H} = z_2 + l_{2H}\varphi_2 \tag{76.22}$$

即可实现坐标转换。

77 无联系质量系统的幅频特性和谱密度

通过式(76.16)，可以看出双轴车辆的单轮辙激励是和第 XI 章的单点激励相当的，只是幅频特性的形式上看来比第 XI 章要复杂一些。所以从第 X 章起所用的评价参数，像轮荷变化，弹簧挠度和用以评价的振动强度等也可能会有所变化。改变到什么程度，要在下面讨论。

为便于理解，假设；

—联系质量 $m_K=0$，

—前后的振动系统是一样的[100]。

运用的车辆数据见表 77.1。

---

[100] 振动特性相同并不是要求所有参数都相等，即 $m_{2V}=m_{2H}, c_{2V}=c_{2H}, \ldots$，而是要求相应参数以相同倍数变化，即 $m_{2V}=\alpha m_{2H}, c_{2V}=\alpha c_{2H}, \ldots$，最终使 $\nu_{2V}=\nu_{2H}, D_{2V}=D_{2H}$.

表 77.1 无联系质量($m_K=0$)的车例振动参数汇总。从车例 23/23 开始，其中数字 23 是指表 64.1 中的空车。23/23 是指前面部分系统是车例 23；后面部分系统也是车例 23。座椅-人体的数据与车例 1 一致。座椅位置在图中给出，下肢的质量忽略(认为是“固定”在车身上)

车例	车辆参数										座椅-人体						
	前面部分系统					后面部分系统					前排(驾驶员+1名乘客)			后排			
	m_{1V} kg	m_{2V} kg	c_{1V} kN/m	c_{2V} kN/m	k_{2V} kN·s/m	m_{1H} kg	m_{2H} kg	c_{1H} kN/m	c_{2H} kN/m	k_{2H} kN·s/m	m_{3V} kg	c_{3V} kN/m	k_{3V} kN·s/m	m_{3H} kg	c_{3H} kN/m	k_{3H} kN·s/m	
23/23	31	219	128	20.2	1.14	31	219	128	20.2	1.14	28	9.9	0.26	0	0	0	
23/4	31	219	128	20.2	1.14	31	219	128	40.4	1.14	28	9.9	0.26	0	0	0	两者前后
4/23	31	219	128	40.4	1.14	31	219	128	20.2	1.14	28	9.9	0.26	0	0	0	弹簧不同
23/7	31	219	128	20.2	1.14	31	219	128	20.2	2.05	28	9.9	0.26	0	0	0	两者前后
7/23	31	219	128	20.2	2.05	31	219	128	20.2	1.14	28	9.9	0.26	0	0	0	阻尼不同
5/5	31	219	128	20.2	0.68	31	219	128	20.2	0.68	28	9.9	0.26	0	0	0	阻尼较小
B	31	219	128	20.2	1.14	31	219	128	20.2	1.14	28	9.9	0.26	28	9.9	0.26	
C	31	219	128	20.2	1.14	31	308	128	20.2	1.14	56	19.9	0.52	84	29.9	0.78	满载车辆
D	31	219	128	20.2	1.14	31	394	128	20.2	1.14	28	9.9	0.26	0	0	0	

77.1 轮荷变化，悬架挠度

在没有座椅-人体系统情况下，当 $m_K=0$ 时，前后系统彼此没有影响。另外，在第 64 节中已经知道，正好在部分质量 m_{2V} 或 m_{2H} 上方的座椅-人体系统对轮荷变化以及车辆、车身间的悬架弹簧挠度几乎没有影响。如果人坐在两轴之间($l/2>l_S>-l/2$)，由式(76.1)和式(76.2)知道它的影响还是很小的，因为 $m_3\ddot{z}_3(1/2\pm l_S/l)<m_3\ddot{z}_3$。如果人坐在前悬或后悬部位，那么从理论上讲对前面或后面系统的影响是比较大的，因为 $m_3\ddot{z}_3(1/2\pm l_S/l)>m_3\ddot{z}_3$；但是从数值上看还是可以忽略的。

这就是说，座椅上的人体还是对轴荷变化和悬架挠度没有影响，在这方面单点激励和单轮辙激励之间没有什么差别。所以第 XI 章的结论是可以引用过来的。

而对于车身加速度以及与之相应的舒适性来说完全是另一种情况。

77.2 车身的垂直加速度和俯仰加速度

在没有座椅-人体系统，又 $m_K=0$ 时来考察车轮上方车身一点的垂直加速度，那么单点激励和单轮辙激励之间不会有差别。如果不是这种情况，由图 77.1 可见就会有小的差别。当人坐在前轮或后轮上方时，在满足本章开始的假设，前后振动系统是

相同的情况下，那么幅频特性[101] $\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}$和$\hat{\ddot{z}}_{2H}/\hat{h}$是相同的。当人坐在轴距中点时，那么在低频区域，两者是有差别的(参看图 77.1(a))。而谱密度值被更加强调和突出了(参看图 77.1(b))。总起来看，差别是很小的，几乎可以被忽略。

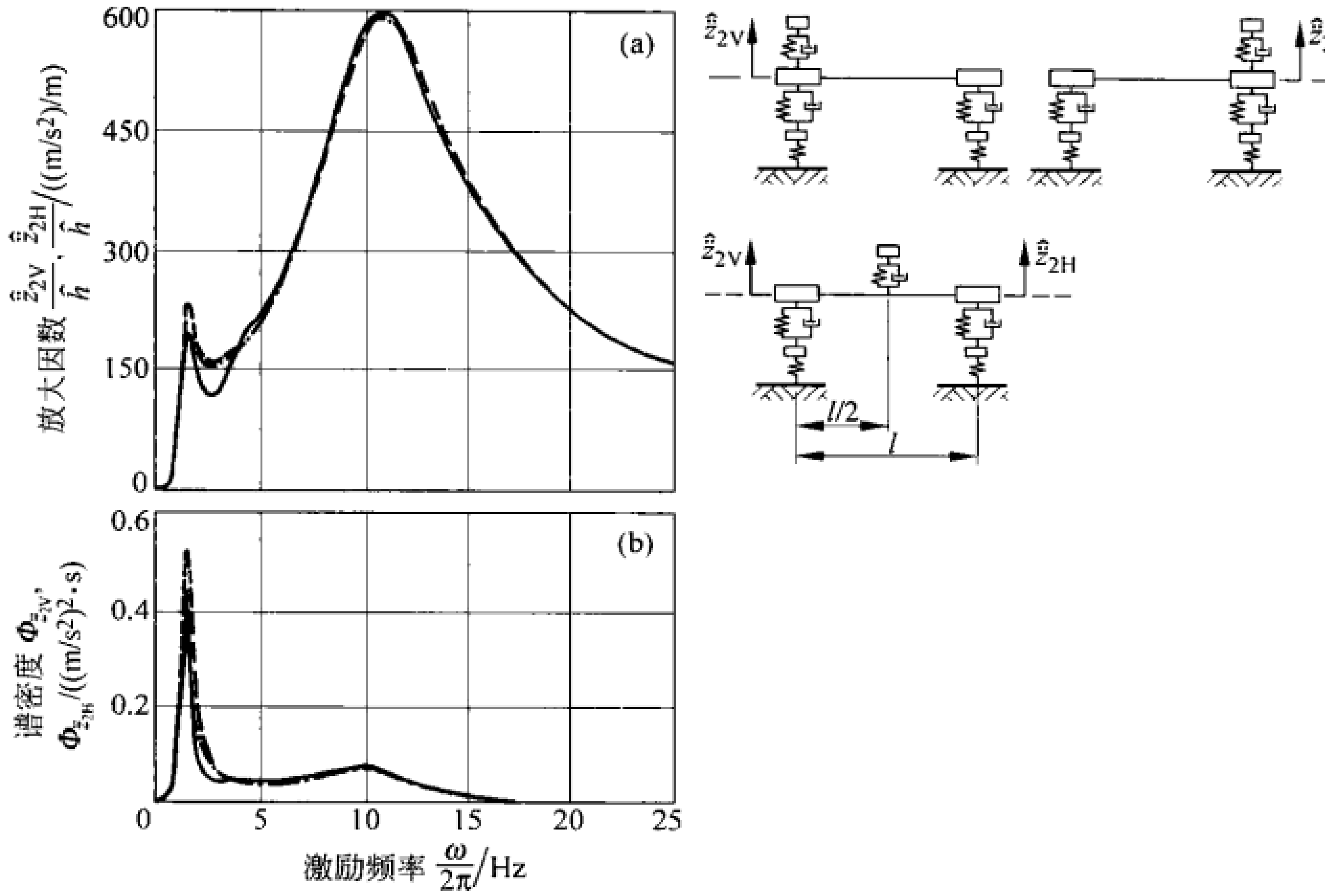


图 77.1 座椅-人体系统取不同位置时前后轮上方的车身加速度的幅频特性(a)和谱密度(b)

(车辆数据见表 77.1 中的车例 23/23，$l=2.8$ m，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3，$\Omega_0=1$ m^{-1}，$w=2$，$v=20$ m/s)

而对于不在车轮上方的车身各点，情况就完全不同了。当前后振动系统在振动技术上相同，并且不考虑座椅-人体系统时，幅频特性$\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}=\hat{\ddot{z}}_{2H}/\hat{h}$。如果这时车身加速度还是同相的，$\ddot{z}_{2V}=\ddot{z}_{2H}$，则俯仰加速度：

$$\ddot{\varphi}_2=\frac{1}{l}(\ddot{z}_{2H}-\ddot{z}_{2V}) \qquad (77.1)$$

将为零。但这种情况只有在不平度 $h_V=h_H$，也就是式(76.11)所示的相角 $\omega\Delta t=0$，2π，4π，…或 $l/L=0,1,2,\cdots$条件下才能可能(参看图 77.2a)。

在一定轴距和车速下，$\omega\Delta t$ 随 $\omega/2\pi$ 而变化，如图 77.3(a)所示。这条直线与 2π 的整数倍的交点处就没有俯仰激励，因而在这些频率处，俯仰加速度的放大因数$\hat{\ddot{\varphi}}_2/\hat{h}$为零(图 77.3(c))。

根据式(76.6)，轴距中点位置车身上的加速度为：

$$\ddot{z}_{2S}(l_S=0)=\ddot{z}_{2V}=\ddot{z}_{2H}$$

即与车轮上方的车身加速度相等。这时两个频率响应函数涉及上面提到的相角，见

[101] 因为式(76.16)中仅有一个激励函数，所以取$\hat{h}_V=\hat{h}$，即去掉了角标 V。

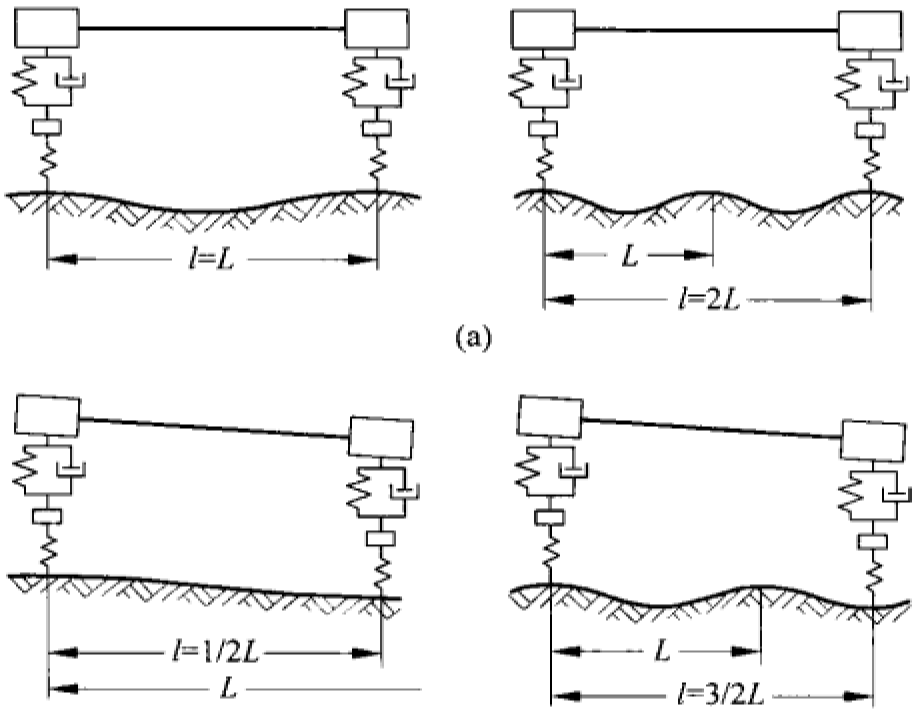


图 77.2 车辆前后部分系统相同的情况下，只出现垂直振动或俯仰振动时的轴距 l 与正弦不平度波长 L 之比

(a) 只有垂直振动，没有俯仰振动；(b)在轴距中点没有垂直振动，有较大的俯仰振动

图 77.3(b)中用虚线引出的点(在考虑了座椅-人体系统后，就不正好是上述情况了，不过可以近似地认为上述情况有效)。

如果车身两个部分系统反相振动，$\ddot{z}_{2V}=-\ddot{z}_{2H}$，那么在上述假设条件下，有 $h_V=-h_H$，相角 $\omega\Delta t=\pi,3\pi,5\pi,\cdots$ 或 $l/L=1/2,3/2,5/2,\cdots$(参看图 77.2(b))在这些激励频率下，轴距中点上的车身垂直加速度为零(图 77.3(b))，而由式(77.1)可见，这时俯仰加速度取得极大值 $\ddot{\varphi}_2=2\ddot{z}_{2V}/l$。见图中点画线引出的点(考虑了座椅-人体系统后，可以近似地认为，这种情况仍然有效)。

我们可以小结：在联系质量 m_K 为零以及前后部分系统在振动技术上相等的特殊情况下，可近似地给出

$$\frac{\hat{\ddot{\varphi}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=n2\pi]\approx 0, \tag{77.2}$$

$$\frac{\hat{\ddot{\varphi}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=(2n+1)\pi]\approx\frac{2}{l}\frac{\hat{\ddot{z}}_{2V}}{\hat{h}} \tag{77.3}$$

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=n2\pi;l_S=0]\approx\frac{\hat{\ddot{z}}_{2V}}{\hat{h}} \tag{77.4}$$

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=(2n+1)\pi;l_S=0]\approx 0 \tag{77.5}$$

式中 n 为任意正整数。

如果相角在刚才讨论的数值之间，就会存在垂直和俯仰的混合激励，因而放大因数就会有中间值。由车轴上车身点的共振曲线(基本上是“双峰值的”)形成垂直加速度和俯仰加速度幅频特性的一种“花环曲线”。

轴距中点以外的车身上各点的垂直加速度在任何频率下都不再为零，参看第 79 节。

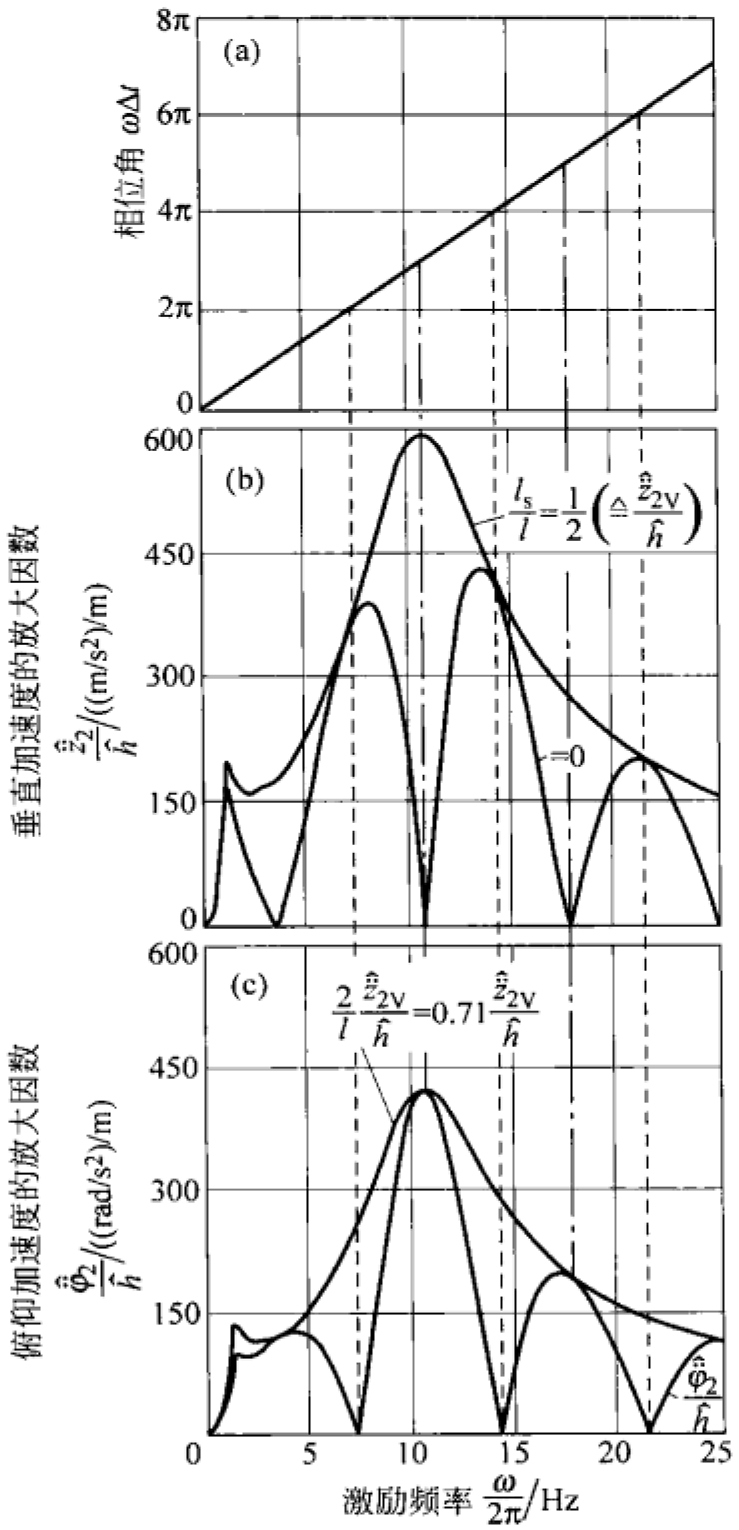


图 77.3 垂直加速度和俯仰加速度的幅频特性与激励频率关系的导出

(a) 前后轴激励相差与激励频率的关系；(b) 前轴上方($l_S/l=1/2$)，后轴上方($l_S/l=-1/2$)以及轴距中点($l_S/l=0$)对应的车身上点的垂直加速度幅频特性；(c) 俯仰加速度的幅频特性。为进行比较，还画出了前轴上方垂直加速度与 $l/2$ 的比值(和后轴上方的相等。车例 23/23，见表 77.1，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s)

77.3 座椅的垂直加速度

位于轴距中点的座椅的放大函数$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$，如图 77.4 所示。与座椅下面车身对应点加速度相比，在约 5 Hz 以上的频率较高区域座椅的曲线被滤波，这是大家已经知道的(在第 XI 章中我们已经知道在座椅固有频率 3 Hz 附近加速度的放大因数会有所提高。这一点在这里没有出现完全是偶然的，因为在给定的数值中，轴距 $l=2.8$ m，

车速 $v=20\ m/s$，结果车身加速度正好在 3.57 Hz 处为零，因而在该处对座椅没有激励。当然这没有普遍性。在第 78 节中对此还要探讨）。

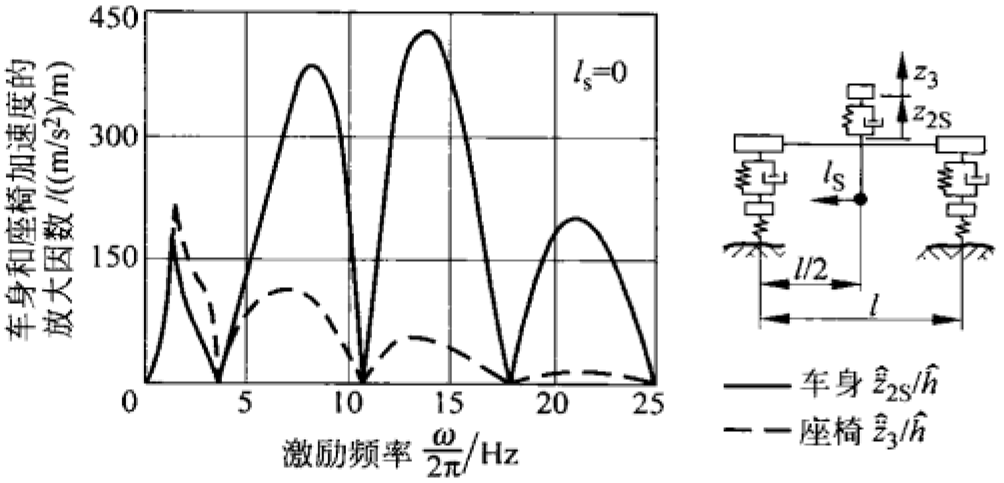


图 77.4 座椅加速度幅频特性$\hat{\ddot{z}}_3/\hat{h}$与座椅下面车身对应点加速度幅频特性$\hat{\ddot{z}}_{2S}/\hat{h}$的比较

（表 71.1 中车例 23/23，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s，座椅在轴距中点 $l_S=0$）

77.4 用以评价的振动强度

根据第 XI 章针对单点激励的讨论可知，舒适性的评价参数是由不同的几个用以评价的振动强度组成的，一般情况下仅适应于垂直振动的情况。即对经由座椅减振的部分身体的 K_{Sitz}，对手和脚感觉的 K_{Hand} 和 $K_{Fuß}$。

在第 XII 章中讨论的是单车辙激励的情况，这时除了垂直振动之外，还会出现俯仰运动，而对于俯仰运动的用以评价的振动强度用 K_φ 来表示，见 62.2.2 节中的图 62.3(g)和表 62.1。

K_{Sitz}、K_{Hand} 和 $K_{Fuß}$的值可以通过式(64.3a)～式(64.3c)求得，而 K_φ 值可以通过下式求得：

$$K_\varphi^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_\varphi}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.23^2B_\varphi^2\left(\frac{\hat{\ddot{\varphi}}_2}{\hat{h}}\right)^2\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{77.6}$$

在确定 K_{Sitz}，K_{Hand}和 $K_{Fuß}$时，必须注意到振动是经由车身上不同点传到身体各个部位的(参看图 77.5)。我们从式(76.6)已经了解了经过座椅的运动传递情况。对于双脚和双手的加速度可以由下式求出：

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{Fuß}&=\ddot{z}_{2V}+\left(\frac{l}{2}-l_S-l_F\right)\ddot{\varphi}_2\\&=\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S+l_F}{l}\right)\ddot{z}_{2V}+\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S+l_F}{l}\right)\ddot{z}_{2H}\end{aligned} \tag{77.7}$$

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{Hand}&=\ddot{z}_{2V}+\left(\frac{l}{2}-l_S-l_L\right)\ddot{\varphi}_2\\&=\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S+l_L}{l}\right)\ddot{z}_{2V}+\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S+l_L}{l}\right)\ddot{z}_{2H}\end{aligned} \tag{77.8}$$

在图 77.6 中，给出了对人体感觉起决定性作用的几个K值的谱密度。在四个

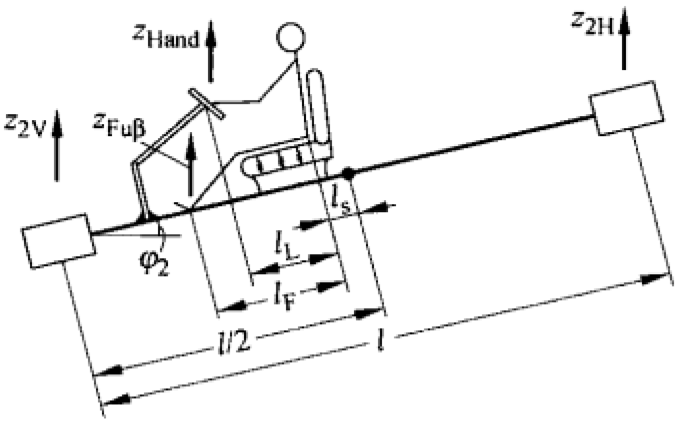
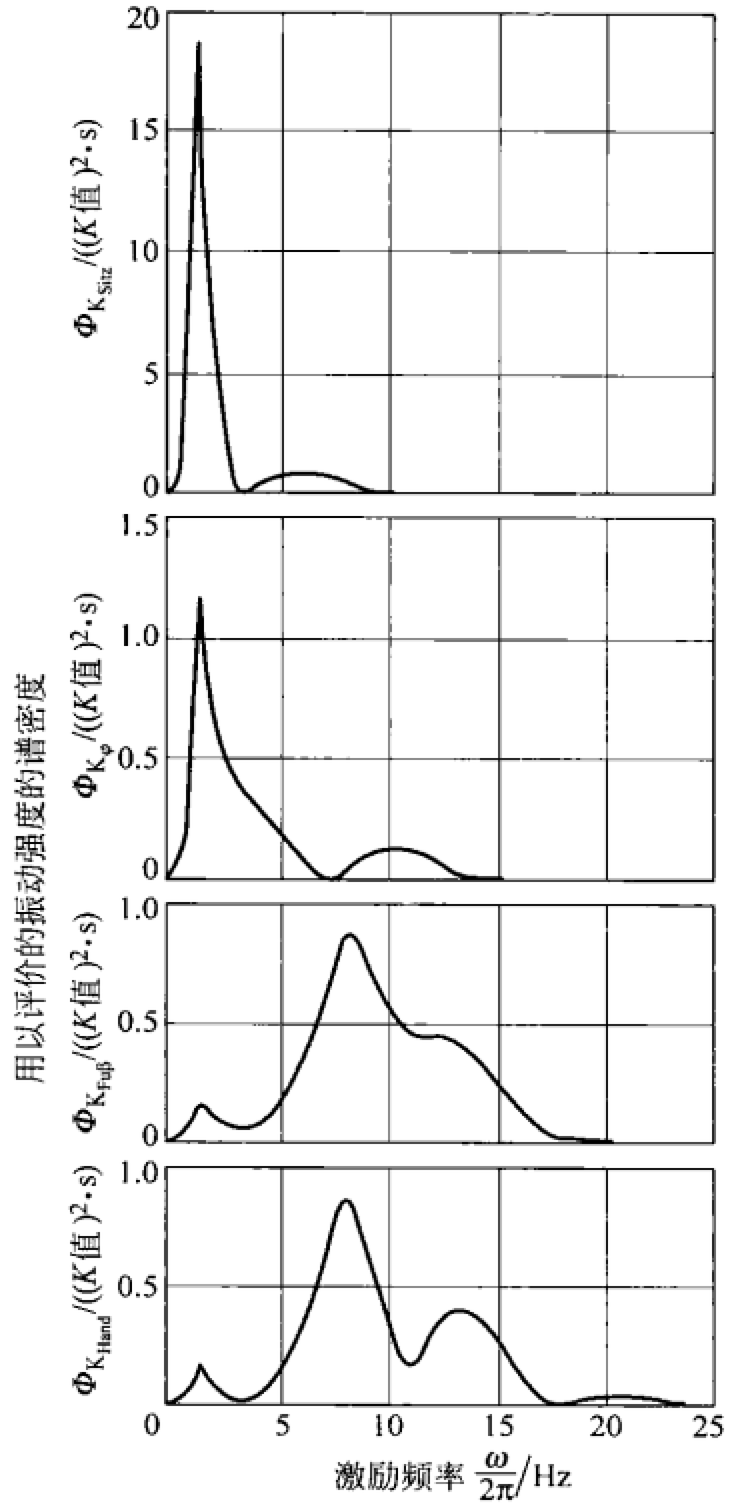


图 77.5 振动通过座椅传到身体上部，通过转向盘传到双手，通过脚踏板传到双脚



	车例 23/23 单车辙激励 见表 77.1	车例 1 单点激励 见表 64.1
K_{Sitz}	11.0	17.3
K_{Hand}	5.2	6.9
$K_{Fuβ}$	4.7	5.4
$K_φ$	4.2	—

图 77.6 各个用以评价的振动强度的谱密度。驾驶员坐在轴距中点 $l_S=0$，$l_L=0.5$ m，$l_F=0.9$ m

（车例 23/23，$l=2.8$ m，$Φ_h(Ω_0)=4$ cm^3，$Ω_0=1$ m^{-1}，$w=2$，$v=20$ m/s）

评价尺度，即座椅垂直加速度的 $\Phi_{K_{Sitz}}$，俯仰加速度的 Φ_{K_φ}，双脚加速度[102] $\Phi_{K_{Fu\beta}}$ 以及放在转向盘上双手加速度的 $\Phi_{K_{Hand}}$ 当中，后面两个最小（这一点在第 XI 章中已经确认了），参看图 77.6 中的附表。新参与的俯仰运动引起的用以评价的振动强度 K_φ 和四肢的K_{Hand}、$K_{Fu\beta}$大致相等，而关于座椅垂直运动的最大。

如果我们把单点激励和单车辙激励的结果进行比较，也就是把相同的车辆和车辆部分系统受到单点激励与单轮辙激励时的情况相比较，可以得到如下结论：

- 单点激励时的 K_{Sitz} 比单轮辙激励时明显大得多，这是因为前者驾驶员坐在车轴上方，而后者坐在轴距中点的缘故。
- 脚的感觉 $K_{Fu\beta}$值在单点激励和单轮辙激励时差别没有 K_{Sitz}那么大，这是因为对于轿车单轮辙激励时，坐在轴距中点的驾驶员的脚几乎已经放在前轴上方了。这一点对于放在转向盘上的双手也比较相似。

关于座椅位置的问题，在第 79 节中还要详细讨论。

77.5 座椅弹簧挠度

就像车身位移 z_{2S}和质量 m_3 的位移 z_3 与车身点的位置有关一样，它们的差值 $z_{2S}-z_3$ 即座椅弹簧挠度的大小也一定与座椅在车身上的位置有关。根据图 77.7，轴距中点的动态弹簧挠度有效值约为车轴上方的 70%。

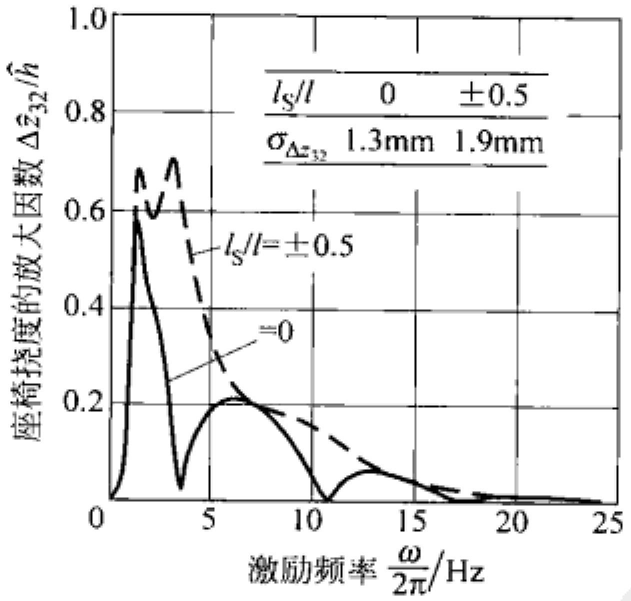


图 77.7 前后轴上方($l_S/l=0.5$；-0.5)以及轴距中点($l_S/l=0$)的座椅弹簧挠度的幅频特性（表 77.1 中车例 23/23，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s）。以及座椅与簧动态挠度的标准差 $\sigma_{\Delta z_{32}}$ ($\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3，$\Omega_0=1$ m^{-1}，$w=2$)

[102] 在这个计算中假设地板和转向盘与车身之间没有相对运动，即这部分都是刚性连接的。

78 车速和车辆大小的影响

从式(76.16)已经知道，双轴车辆的振动位移和载荷不仅与其质量，弹簧和减振器有关；而且还与前后激励的相差有关，也就是与 $\omega\Delta t$ 有关。根据式(76.11)，$\omega\Delta t$ 正比于轴距对车速的比值。

因为只有比值才是决定性的，所以把轴距和车速在一节中讨论。在具体数字例子中还是假定 $m_K=0$ 以及前后部分振动系统是相同的。

78.1 车速的影响

在第 65 节里，讨论了车速对轮荷变化标准差以及车辆上方车身点的加速度的标准差的影响。那里所涉及的是单点激励的系统，所以车速只影响谱密度 $\Phi_h(\omega)$，而不影响幅频特性。因而当波度性的尺度 $w=2$ 时，就可以得到很简单的关系式，即所有的标准差正比于车速的平方根，参看式(65.4)和图 65.1。正如 77.1 节所解释的，对双轴车辆的轮荷变化和悬架弹簧挠度来说，上述情况也近似有效。

但对于轴距内车身各点垂直加速度，对于座椅加速度，对于俯仰加速度来讲，上述情况就不再成立了。因为这时幅频特性也随车速而变化。这一点可以通过图 78.1 来说明。

从图 78.1(a)可见，当 $v=10$ m/s 时，在所研究的频率范围内相差 $\omega\Delta t$ 为 2π 整数倍的地方有 7 处，在这些点上，将遇到纯垂直激励，因而放大因数 $\hat{\varphi}_2/\hat{h}$ 等于零，如图 78.1(b)所示(参看式(77.2))。当 $v=20$ m/s，有三处；$v=30$ m/s 时有两种产生上述情况。也就是说，随着车速提高，幅频特性曲线的零位减少了，极大值的个数也减少了，因而花环曲环的“拱”变宽了。

在图 78.1(c)画出了坐在轴距中点座椅上人体的垂直加速度的幅频特性曲线。这里花环曲线也随车速变化。还可看到，座椅固有频率对应的共振部位在车速不同时突出的情况也各不相同。$v=20$ m/s 时，共振部位由于处于零位而被抑制了，理由正如 77.3 节中所解释的。而在 $v=30$ m/s 时，又明显地可以看到车身固有频率和座椅固有频率所对应的“山峰”，参看图 67.2(b)。在 $v=10$ m/s 时，曲线被一个零位所分割。

在图 78.2 上，画出了车速对轮荷变化相对值的标准差 σ_F/F_{zstat} 以及各个单一用以评价的振动强度 K_i 的影响。就如前面所讲过的，轮荷变化与车速的平方根成正比，而这一点对舒适性评价参数 K 就不成立。K_{ges} 值在 10～15 m/s 之间实际上是没有变化，在图 78.1(c)上已经可以看出 K_{Sitz} 这种变化的原因，在 10 m/s 时，座椅-人体系统在它的固有频率处明显地被激励了，而在 20 m/s 时就不是这样，而在 30 m/s 时又是这样。

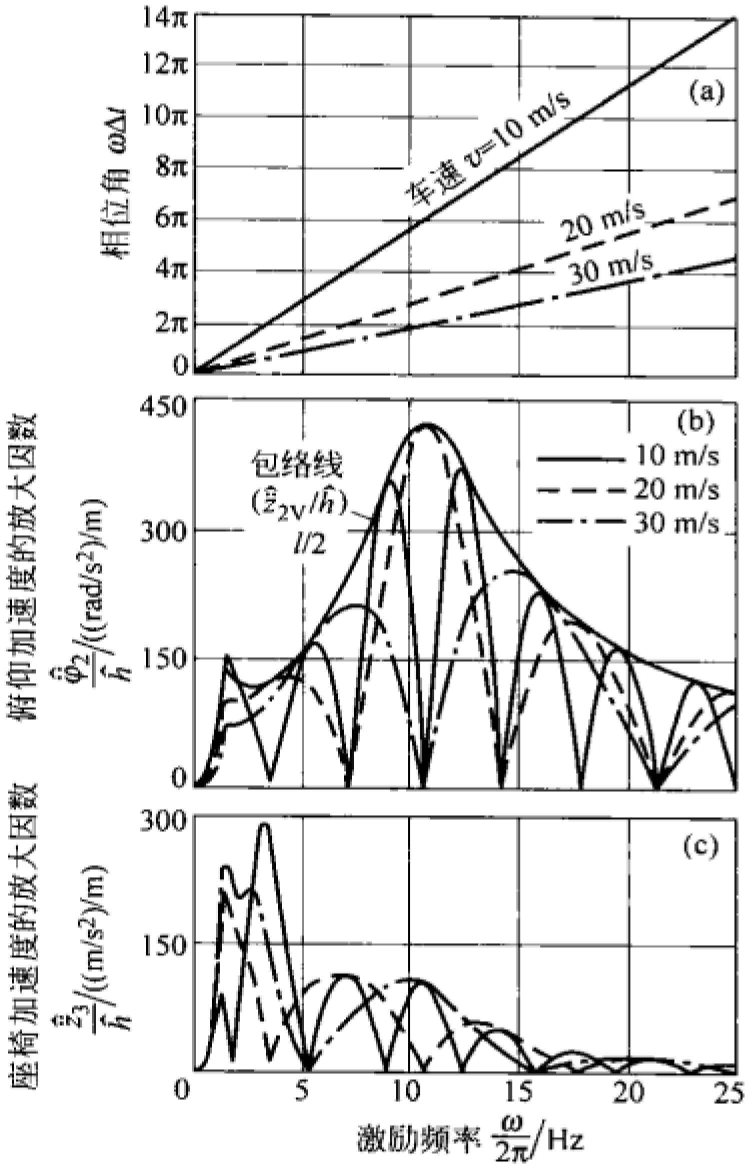


图 78.1 车速 v 对各个参数变化过程的影响

(a)前后车轴所受激励的相差；(b)俯仰加速度的幅频特性，以前轴上方车身垂直加速度对 $l/2$ 的比值作为包络线；(c)轴距距中点 $l_S=0$ 的座椅加速度的幅频特性（表 77.1 中的车例 23/23，$l=2.8$ m）

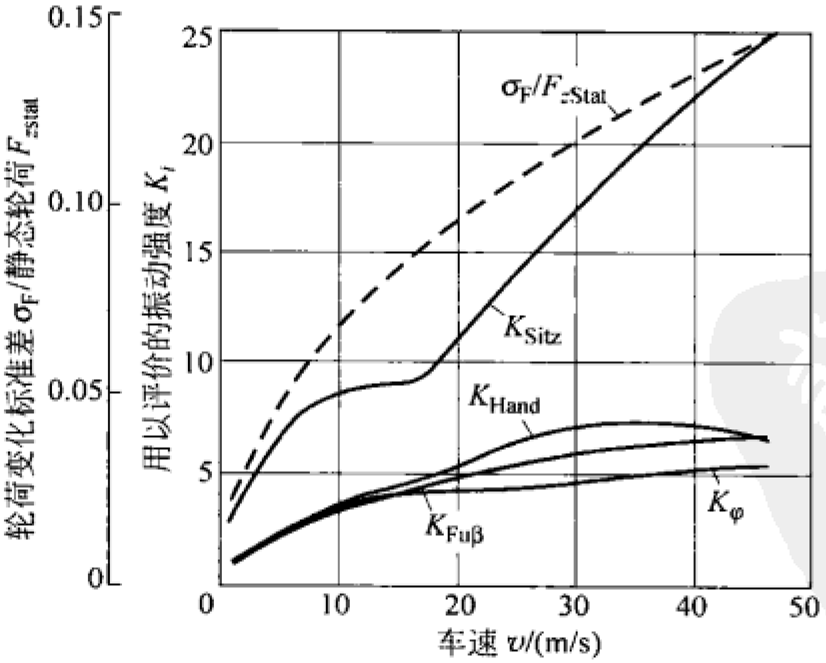


图 78.2 车速对轮荷变化评价参数和用以评价的振动强度的影响，座椅在轴距中点 $l_S=0$，手和脚的距离分别为 $l_L=0.5$ m，$l_F=0.9$ m，参看图 77.6（表 77.1 中的车例 23/23，$l=2.8$ m，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$\Omega_0=1$ m^{-1}，$w=2$）

78.2 车辆大小(轴距)的影响

在保持 $m_K=0$ 的前提下,不同轴距影响的研究和不同大小车辆影响的研究是意义相同的(如果车辆大小一定,当它轴距发生变化时,其联系质量也随之变化。这种情况将在第 82 节中才讨论)。

根据 77.1 节,在 $m_K=0$ 的前提下轮荷变化和车轮弹簧挠度的大小近似地可认为是与前后激励间的相差无关的,因而与轴距无关。而坐在轴距中点处座椅上的人体加速度的大小,从 77.2 节和 77.3 节可知是与之有关的。

从图 78.3 可见,用以评价的俯仰振动强度 K_φ,随轴距 l 的增大而减小。这一点从直观和式(77.1)是很容易理解的:在车轴上方车身点的加速度相同的情况下,其俯仰加速度与轴距成反比。但是 K_φ 不是精确地随 l 的增加而成双曲线下降,因为轴距变化的同时,前后激励间的相差也在变化。

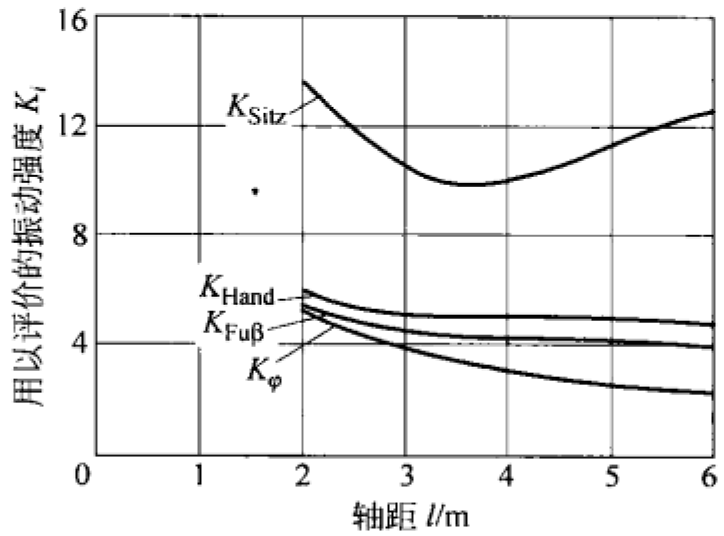


图 78.3 用以评价的振动强度与轴距的关系。$v=20$ m/s,座椅在轴距中点 $l_S=0$,手的距离 $l_L=0.5$ m,脚的距离 $l_F=0.9$ m(表 77.1 中车例 23/23,$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3,$\Omega_0=1$ m^{-1},$w=2$)

由座椅的垂直加速度给出的用以评价的振动强度 K_{Sitz},从图 78.3 上看到在 $l\approx 3.5$ m 处取得最小值。这又是因为在这一轴距时,$v=20$ m/s 的条件下座椅-人体系统没有在其固有频率 $\nu_3/2\pi$ 处受到激励。也就是说,座椅位于轴距中点情况下,按式(77.5),$\omega=\nu_3$时相差必须满足 $\omega\Delta t=\pi$。又由式(76.11),得到这种情况下的表达式:

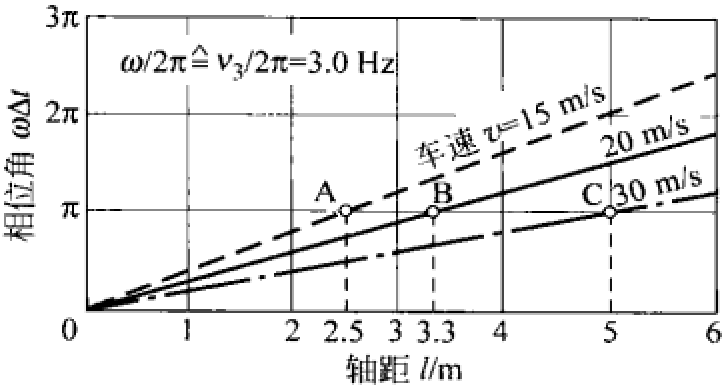
$$\frac{1}{v}=\frac{\omega\Delta t}{\omega}=\frac{\pi}{\omega}=\frac{1}{2}\frac{1}{\nu_3/2\pi} \tag{78.1}$$

式中 $v=20$ m/s,$\nu_3/2\pi=3.0$ Hz,即可求出 $l=3.33$ m(参看图 78.4(a))。而当轴距增大或减小时,座椅都要被激励,所以 K_{Sitz}将会增大,如图 78.3 所示。

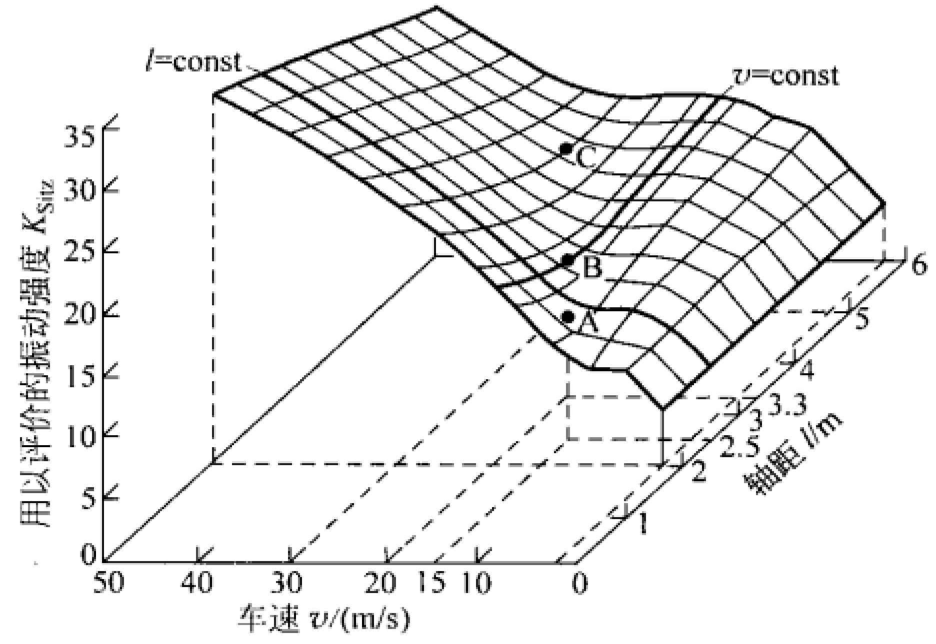
78.3 车辆大小和车速的影响

因为由式(76.11)或式(78.1)，相差 $\omega\Delta t$ 是由轴距 l 对车速 v 之比决定的，所以我们也可以把上述两个参数一并考虑。如上所述，如果座椅-人体系统的共振部位被抑制，则 K_{Sitz} 就大致取得极小值。从图 78.4(a)可见，$\nu_3/2\pi=3.0$ Hz 时，$v=20$ m/s；$l=3.33$ m；$v=15$ m/s 和 $v=30$ m/s 时，轴距约为 2.5 m 和 5 m，这样 K_{Sitz} 值取得极小值。

我们从 78.1 节和 78.2 节两节的结果综合在图 78.4(b)上，K_{Sitz} 对车速 v 和轴距 l 的关系用三维坐标表示。可见，用不同大小轴距表示的每种大小的车辆都能在某一车速下取得相对最佳的舒适性(参看第 78 节开始时的概述)。



(a)



(b)

图 78.4 (a)座椅固有频率一定时，前后轴所受激励间相差 $\omega\Delta t$ 作为车速和轴距的函数；(b)轴距中点处的用以评价的振动强度 K_{Sitz} 与车速轴距关系的空间坐标描述(表 77.1 是车例 23/23，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3，$\Omega_0=1$ m^{-1}，$w=2$)

79 座椅的位置

到现在为止，我们主要讨论了车轴上方以及轴距中点的车身垂直加速的大小，下面要观察车身上其他点的情况，这样才能回答：车内和乘客坐在什么地方受到的激

励最小？

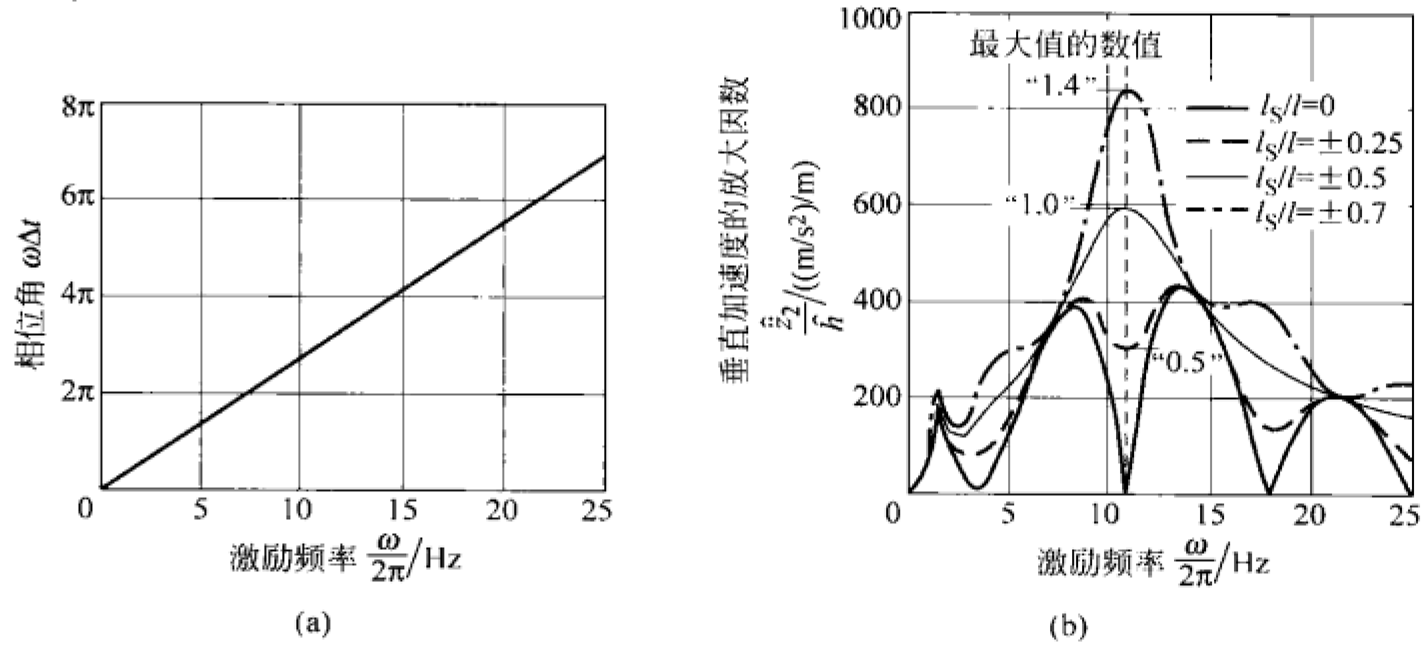
正如 77.2 节一样，这个问题的解决也要通过相角以及前后振动系统相等的简化假设，并在开始时先忽略座椅-人体系统。当相角 $\omega\Delta t=0,2\pi,4\pi,\cdots$ 时，车辆被激励产生纯垂直振动，$\ddot{z}_{2V}=\ddot{z}_{2H}$，即车身上各点的加速度应该是相同的。在考虑了座椅-人体系统之后，这一点也可以十分近似地认为有效，即

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=n2\pi]\approx\frac{\hat{\ddot{z}}_{2V}}{\hat{h}}\approx\frac{\hat{\ddot{z}}_{2H}}{\hat{h}} \tag{79.1}$$

在纯俯仰激励时，$\omega\Delta t=\pi,3\pi,5\pi,\cdots$，$\ddot{z}_{2V}=-\ddot{z}_{2H}$，因而根据式(76.6)，车身上每一个的垂直加速度是各不相同的：

$$\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}[\omega\Delta t=(2n+1)\pi]\approx\left(2\frac{l_S}{l}\right)\frac{\hat{\ddot{z}}_{2V}}{\hat{h}} \tag{79.2}$$

在式(79.1)和式(79.2)所决定的两种极端值之间，可以画出花环曲线，如图 79.1 所示，对于轴距中点对应的车身点($l_S/l=0$)，其极小值为零。而对于轴距中点与车轮之间对应的车身点，比如 $l_S/l=0.25$ 和 -0.25，则极小值为 $0.5\,\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}$。对于前后悬上的车身点，比如 $l_S/l=0.7$ 和 -0.7，则极大值为 $1.4\,\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}$。所以这些情况对应的花环线高于双峰共振曲线，如图 79.1(b)所示。



(a) (b)

图 79.1 座椅位置的影响

(a) 前后轴所受激励的相差与激励频率的关系；(b) 车身各点垂直振动加速度的幅频特性

(表 77.1 中车例 23/23，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s)

在图 79.2 上给出了 K 值随车辆纵轴线上位置变化而改变的曲线。K_{Sitz} 正好在轴距中点对应处取得最小值，这一点从前面叙述中已经可以理解了。如果脚放在轴距中点对应处，手握住转向盘，也在轴距中点对应处，那么四肢感觉的振动也最小。当取脊柱-双脚间距 $l_F=0.9$ m，脊柱-双手间距 $l_L=0.5$ m 时，为保证 $K_{Fu\beta}$ 和 K_{Hand} 得到最小值，座椅位置应在轴距中点的后面，如图 79.2 所示。因此，当座椅从轴距中点处稍许后移时，总的舒适性达到最好。至于 K_φ 值是与座椅的位置几乎无关的，也就是说，座椅-人体系统的前后移动对车身俯仰运动没有什么影响。

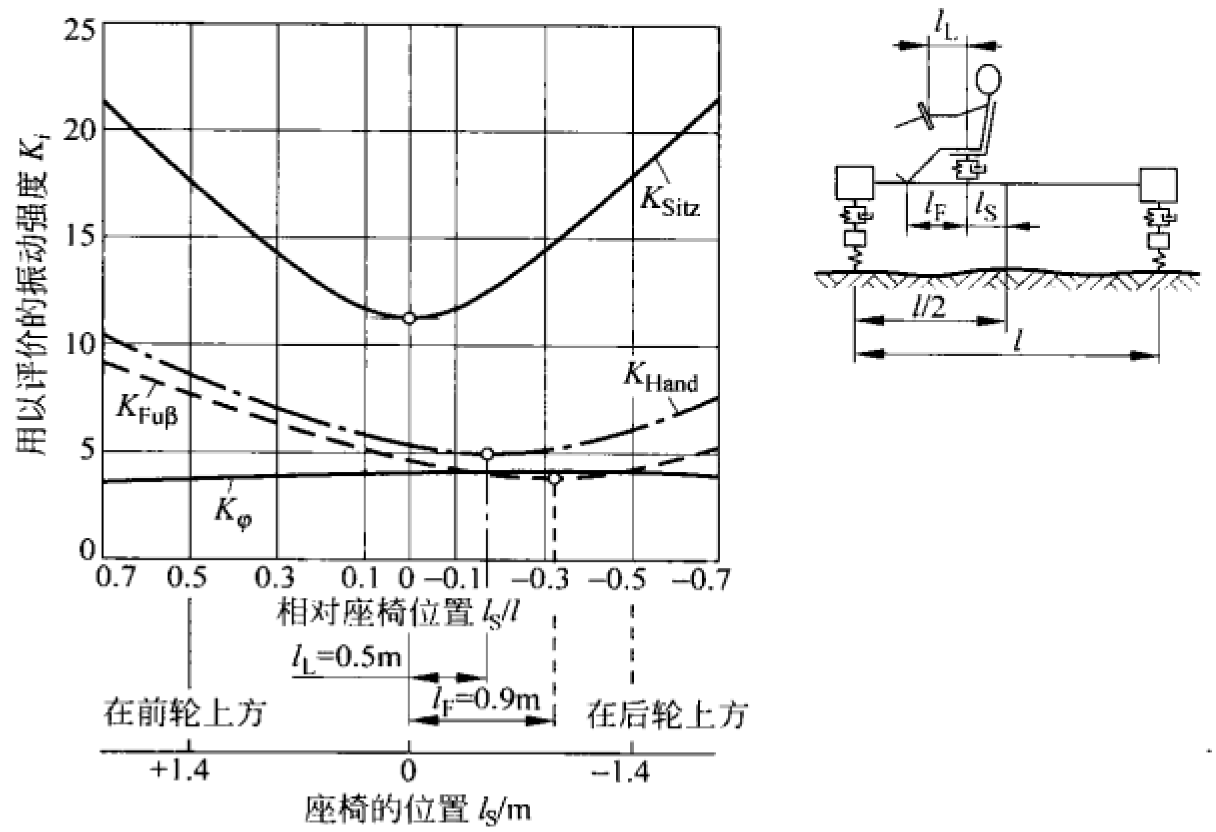


图 79.2 用以评价的振动强度与座椅位置的关系

（表 77.1 中车例 23/23，$l=2.8$ m，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm^3，$\Omega_0=1$ m^{-1}，$w=2$，$v=20$ m/s。在 $l_L=0.5$ m 和 $l_F=0.9$ m 情况下，双手和双脚在轴距中点上方，所以 $K_{Fu\beta}$ 和 K_{Hand} 最小）

如果我们作为乘客在大客车上可以挑选座位的话，应当找轴距范围内的，不要找车轴上方的，更不要在前后悬上。轿车驾驶员和前排乘客所受振动要比后轴前面不远处的后排乘客所受的小些。大客车和货车驾驶员的座位在前轴上方或者甚至在前悬上，自然他们比起坐在轴距中点的轿车驾驶员来，振动负荷要强烈得多，如果我们假定这几种车辆在振动技术上是等价的话。

80 前后部分系统间的协调

只要车轮上方车身点的加速度是小的，则车身上任意点的俯仰加速度和垂直加速度就小。因此我们也许可以认为：如果在目前为止所研究的前后部分系统相等的车辆上作一定的改变，使其一个部分系统变坏，那么整车行驶舒适性也一定会有所恶化。另一方面也要考虑到，对应于原来是纯垂直激励的情况（$\omega\Delta t=n2\pi$），现在改变后的车身不再是只作垂直运动了，还要作俯仰运动（$z_{2V}\neq z_{2H}$）了，这样一来，舒适性也许因而有所改善。这一问题在本节中将在联系质量 $m_K=0$ 的前提下予以讨论。

80.1 前后有差别的车身固有频率

关于前后车身固有频率差别的问题先从表 77.1 上的车例 23/4 和车例 4/23 开始讨论。车例 23/4 的前面部分系统相当表 64.1 中的车例 23，而后面部分系统相当于车例 4。也就是前面系统的固有频 $\nu_{2V}/2\pi\approx1.5$ Hz；而后面系统的为 $\nu_{2H}/2\pi\approx$

2.1 Hz。在车例 4/23 上前后两个部分系统互相调换(或者说 4/23 等于 23/4 的例车的情况)。

在图 80.1 上,画出了在一定车速 $v=20$ m/s 时,各个 K_i 值与座椅位置的关系。与已知的车例 23/23 相比,新引入的车例 23/4 和车例 4/23 在 $K_{Fu\beta}$和 K_{Hand}方面是几乎没有差别的。用以评价的俯仰振动强度 K_φ 在 23/23 上最小;而在车例 4/23 上最大,比车例 23/4 还要大。

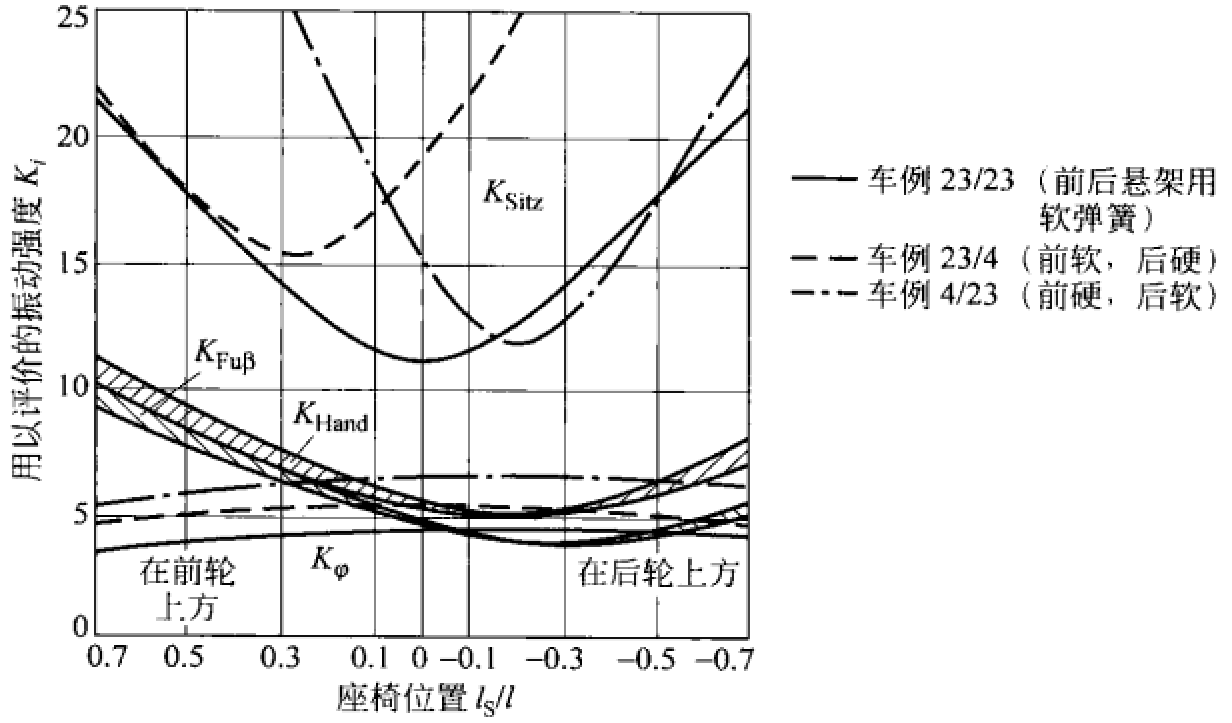


图 80.1 在车身前后固有频率不同的车辆上,用以评价的振动强度与座椅位置的关系
(车辆数据见表 77.1,$l=2.8$ m,$v=20$m/s,$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³,$\Omega_0=1$ m⁻¹,$w=2$)

值得注意的是 K_{Sitz}曲线。在 $m_K=0$ 的情况下,很容易看出:如果车例 23/4 上座椅在前轴上方,或车例 4/23 上在后轴上方,则情况与车例 23/23 是没有差别的。车例 23/4 前轴上方的座椅与车例 4/23 后轴上方座椅 K_{Sitz}值点是相等的,也很容易看出,车例 23/4 的 K_{Sitz}最小值不再像车例 23/23 那样,位于轴距中点($l_S/l=0$),而是由于前面系统弹簧较软,比较舒适,所以一定移向前轴($l_S/l\approx0.2$)。相应地在车例 4/23 上,最佳部位在轴距中点后面($l_S/l\approx-0.2$)。

但令人意外的是,两种车辆的最小值数据不等。为了说明这一点,把车身加速度的幅频特性在图 80.2 中加以对照。在图中先画出了前后轴上方的车身点的加速度的幅频特性,就像第 67 节已经知道的,它们之间的差别只是在车身共振区域内才是明显的。另外,就车例 23/4 和车例 4/23 来说,除了前后轴对调外,没有差别,接着我们比较取得 K_{Sitz}最小值的车身点的加速度的幅频特性,即车例 23/4 上 $l_S/l=0.2$(图 80.2(a))和车例 4/23 上 $l_S/l=-0.2$(图 80.2(b)),看到在 $\omega/2\pi\approx2$ Hz 处,车例 4/23 的放大因数低于 23/4 的。

这一点是因为前后之间相角差引起的。我们借助于 55.2 节中讲述的向量图来加以说明,这种方法概念上最简单。在 2 Hz 这种低频情况下,车轮质量的影响立即被忽略了,为便于说明,座椅-人体的影响也应该不予考虑。这样所考虑的系统就是图 80.3(a)所示的两个质量系统,我们能够由此出发,根据式(76.6)来求解座椅导轨

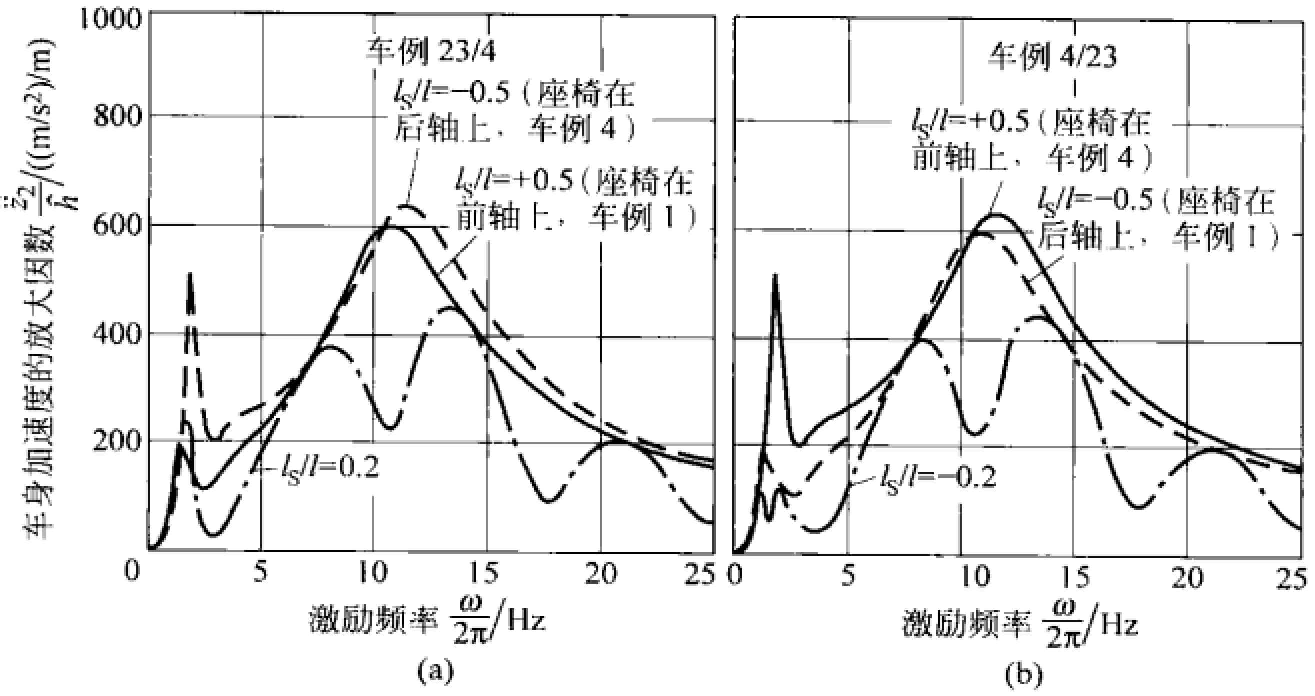


图 80.2 各种座椅位置对应的车身加速度的幅频特性

(a) 车例 23/4；(b) 车例 4/23(数据参看表 77.1，l=2.8 m，v=20 m/s)

处的车身加速度。图 80.3(b)是关于车例 23/4 的向量图，取前面的不平度向量$\hat{\underline{h}}_V$ 正好在实轴上。根据表 56.2 第一行、第三列，车例 23($\nu_{2V}/2\pi$=1.5 Hz，D_{2V}=0.27)在 $\omega/2\pi$=2 Hz 时的$\hat{\ddot{z}}_{2V}/\hat{h}_V$=193 (m/s²)/m，这就是前轴上方车身加速度放大因数值；

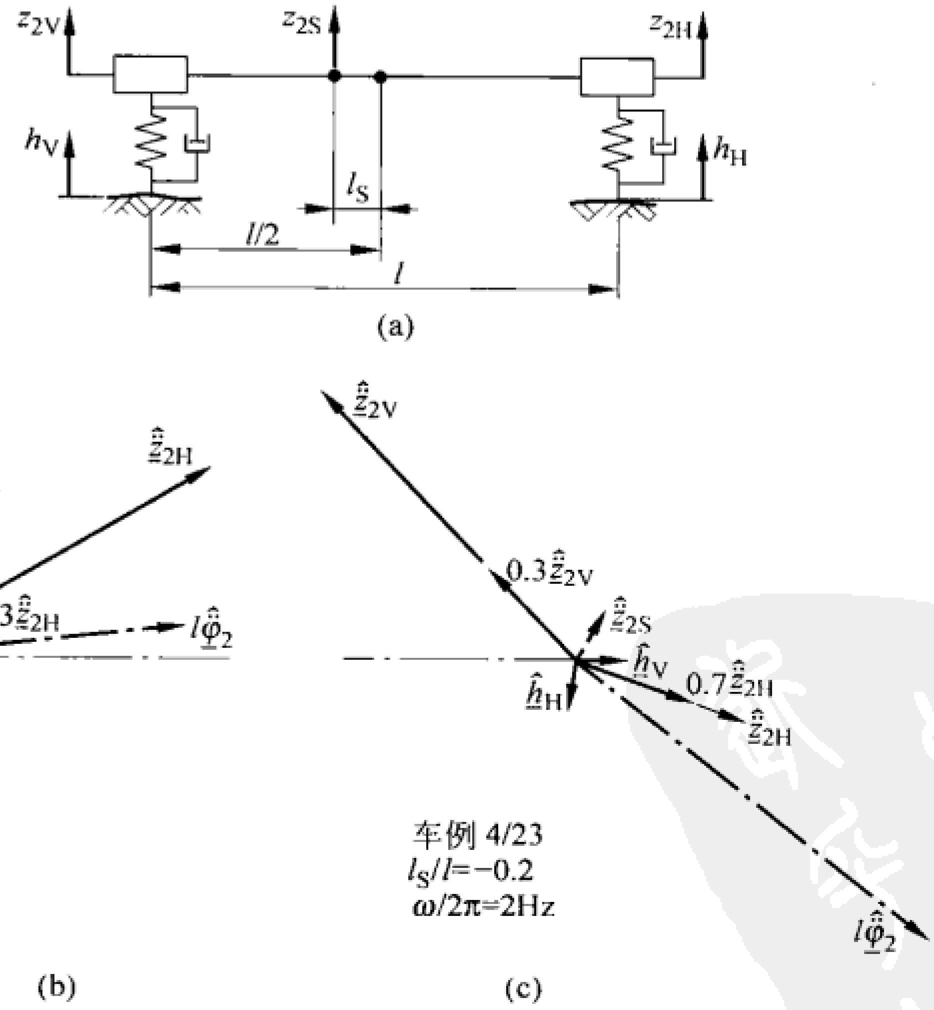


图 80.3 关于向前行驶和倒车时车辆振动情况差别的说明

(a) 简化后的等效系统；(b)、(c)向量图(车辆参数见表 77.1，l=2.8 m，v=20 m/s)

而它对$\hat{\underline{h}}_V$ 的相位角可按式(55.29)求得，$\alpha_V=-280°$。这样，向量$\hat{\underline{h}}_V$ 和$\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2V}$就可以彼此定位了，如图 80.3(b)所示。后轴的激励滞后 $\omega\Delta t$，将 $\omega=2\pi\cdot 2$ Hz，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s 代入式(76.11)，得到$\hat{\underline{h}}_H$ 对$\hat{\underline{h}}_V$ 的相差为 100°。后轴上方车身加速度放大因数就是车例 4($\nu_{2H}/2\pi=2.1$ Hz，$D_{2H}=0.19$)的数值，$\hat{\ddot{z}}_{2H}/\hat{h}_H=422$ (m/s²)/m，相角 $\alpha_H=-228°$。因此$\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2H}$也可定位。根据式(76.6)，$l_S/l=0.2$ 处座椅下面车身的加速度 $\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2S}=0.7\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2V}+0.3\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2H}$，即可在图 80.3(b)上画出。图 80.3(c)相应地画出了车例 4/23 的情况。对比图 80.3(a)，我们看到，在前后系统对调后，前后车身的加速度向量彼此位置改变了，$\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2V}$和$\hat{\underline{\ddot{z}}}_{2H}$间相位也变化了，因而座椅下面的车身加速度值(现在当然是指$l_S/l=-0.2$ 时的最小值情况)也改变了，并且有所减小。

因此，由相位图可以说明车例 23/4 和 4/23(向前行驶与倒车)各自最小值的意外差别的原因。由向量图也可以了解两者在俯仰加速度$\hat{\underline{\ddot{\varphi}}}_2$ 数值上的差别。

就像上面已经解释过的，车例 23/4 和 4/23 之间的差别，或者是向前行驶与倒车之间的差别问题又归结在车轮上方的车身加速度的相位角上来，因为相位角与 $\omega\Delta t$ 有关，也就是在轴距一定时取决于车速。所以车速不同，结果也要改变！参看图 80.4，该图再次把车例 23/23、23/4 和 4/23 加以对照。其中驾驶员在三种车辆人都坐在轴距中点上方。前后悬架弹簧较软的车例 23/23 在整个车速范围内都比其他两种车辆好些。其他两种车例 23/4 和车例 4/23 都有一个车轴的悬架弹簧较硬，因而在不同的车速范围内有时恶化，有时好些。也就是说，要看实际车速而定。

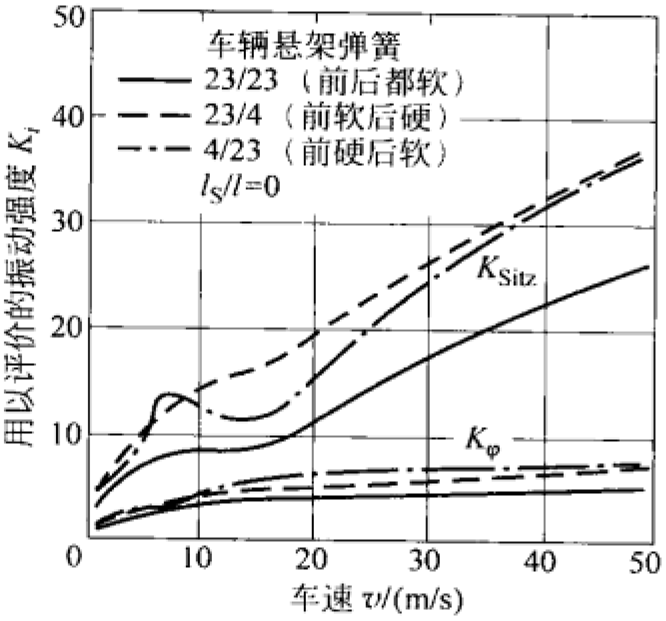


图 80.4 前后车身固有频率不同的几种车辆对应的座椅减振的身体上用以评价的振动强度 K_{Sitz}和用以评价的俯仰振动强度 K_φ(车辆数据见表 77.1)

80.2 各种车身阻尼

在图 80.5 上把车例 23/7 和车例 7/23 的舒适性参数彼此进行了比较。车辆的部分系统 7 比 23 的阻尼要硬些，也就是相对阻尼系数比较大些(根据表 64.1)。按

照第 68 节中对三质量系统进行的计算情况，由此可以预料，比起车例 23/23 来，阻尼局部变硬的车例 23/7 和车例 7/23 性能要有所恶化。这一估计对 K_{Sitz} 来讲，车速低于 17 m/s 时是正确的。高于 17 m/s 时，车例 7/23 比 23/23 要好些，而 23/7 则一直是不好的。也就是说这里前后激励间的相位角又起作用了。

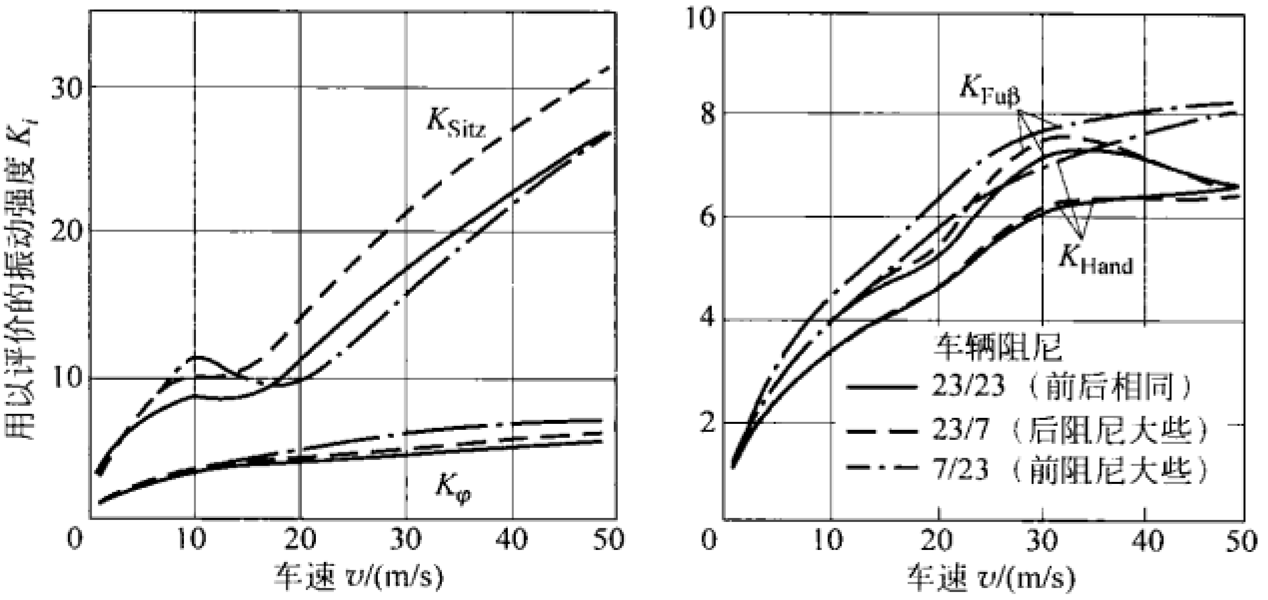


图 80.5 带各种前后车身阻尼的车辆的用以评价的振动强度

（车辆数据见表 77.1，$l=2.83$m，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$\Omega_0=1$ m⁻¹，$w=2$，$l_S=0$，$l_F=0.9$ m，$l_L=0.5$ m）

作为研究阻尼影响的另一个例子，我们来考察对称的车例 5/5，它的前后阻尼比 23/23 都要小。根据图 80.6，车例 5/5 的 K_{Sitz} 值在车速低于 15 m/s 范围内，要比 23/23 的小些：而 $K_{Fuß}$ 和 K_{Hand} 值则在整个车速范围内都要比车例 23/23 的小些。这一点是和第 68 节中的图 68.3 及其解释在趋势上相一致的。但从 15 m/s 起，阻尼较硬的车辆上 K_{Sitz} 要相对小些，因而舒适性改善。这又是与第 68 节中有矛盾的，这是因为一方面激励与车身加速度之间有相差，另一方面前后不平度激励之间也有相差的缘故。上述讲座只对坐在轴距中点的乘员有效；而对于车轴上方或前后悬上的乘员来说，阻尼较软的车辆在整个车速范围内的舒适性都是比较好的，参看图 68.3(a)。

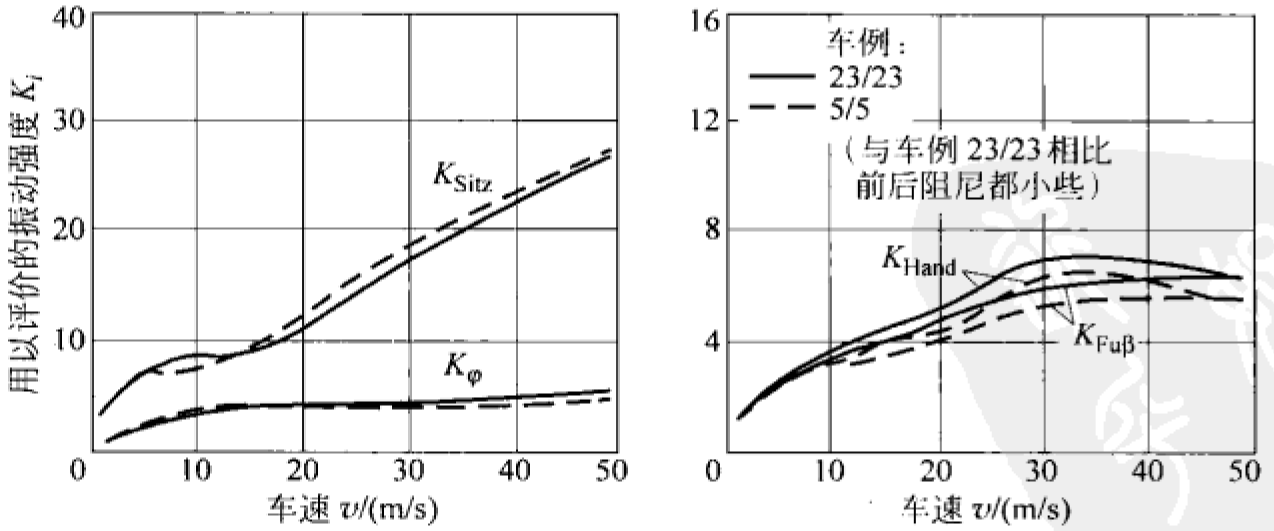


图 80.6 两部车辆的比较，各自的前后阻尼相等，而彼此的阻尼不等

（车辆数据见表 77.1，$l=2.8$ m，$\Phi_h(\Omega_0)=4$ cm³，$\Omega_0=1$ m⁻¹，$w=2$，$l_S=0$，$l_F=0.9$ m，$l_L=0.5$ m）

80.3 在车速范围内的平均值

从上述例子里可见，在某一车速范围内车辆性能比其他车速时要好些，由此我们得到另一个重要启示：在对车辆进行振动技术方案设计之前，先必须确定车辆应该具有良好舒适性的车速范围。

对车速低于 15 m/s=54 km/h 的情况是我们不感兴趣的，因为这种情况下不会遇到大的振动，另外这种车速范围主要是用于市内行驶，速度比较低且持续时间不长。车速上限，对大客车约为 100 km/h≈28 m/s，对轿车在高速公路上不得超过 40m /s=144 km/h(即使能开得更快的话)。

为了我们不必再去比较各种车辆的 K_i 值对车速的变化情况，现在可以在一定车速范围内(v_1到 v_2)求取平均值

$$\overline{K}_i = \frac{1}{v_2 - v_1}\int_{v_1}^{v_2} K_i(v)\mathrm{d}v \tag{80.1}$$

图 80.7 所示即为本节涉及的各个车例的平均值情况。

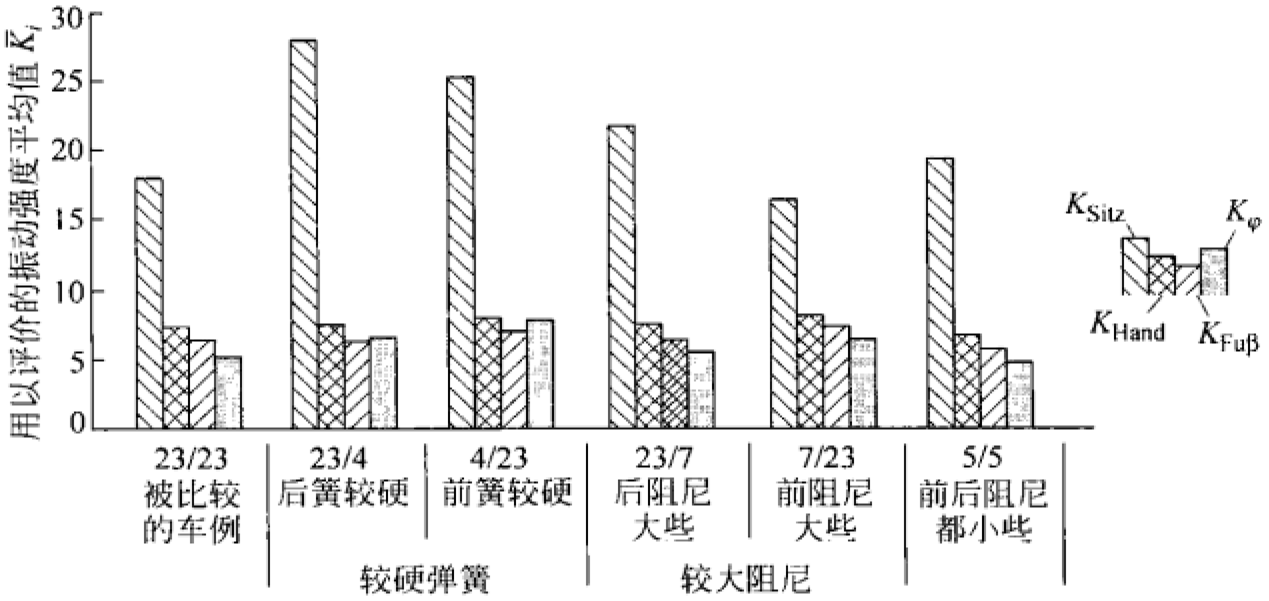


图 80.7 15～40 m/s(54～144 km/h)车速范围内用以评价的振动强度的线性平均值$\overline{K}_i$(车辆数据见表 77.1，l=2.8 m，$\Phi_h(\Omega_0)$=4 cm³，Ω_0=1 m⁻¹，w=2，座椅在轴距中点上方，l_S=0，l_F=0.9 m，l_L=0.5 m)

81 装载情况的影响

在图 81.1 上把只有一名驾驶员的空载车例 A(与车例 23/23 对应)与三种不同装载情况的轿车进行了比较。车例 B 上在后排座上还坐着一个人(车例 B 大致与第 72 节中按三质量系统考虑的车例 1 相当，只是车例 1 中人正好坐在(后)轴的上方)。车例 C 一共乘坐 5 名乘员，和 89 kg 行李，这时后轴的悬架静载荷约为 4080 N；当车轮质量为 31 kg 时，静态轮荷达到 4390 N。车例 D 的轮荷与车例 C 相等，因为只坐

了驾驶员，所以装了更多的行李（175 kg）。所装的行李虽然增大了车身质量 m_2，但因为总是正好放在后轴上方，因而始终保持联系质量 $m_K=0$。

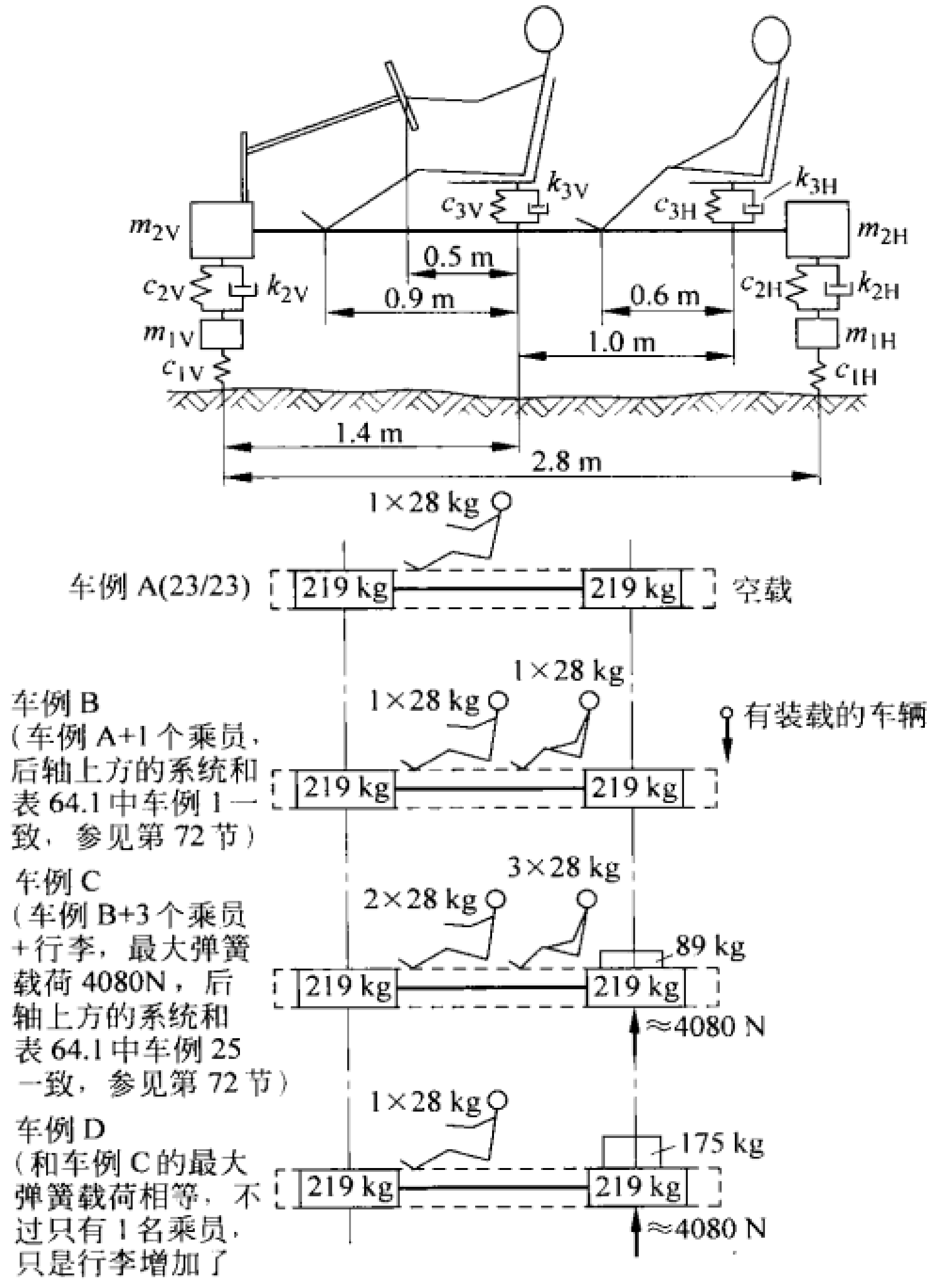


图 81.1　空载和不同装载情况的车辆（车例 23/23 的数据参看表 77.1）

在图 81.2 上画出了各个用以评价的振动强度的情况。其中 K_{Hand} 值（只按驾驶员在转向盘上的手求出）实际上与装载情况无关。K_φ 和 $K_{Fuß前}$ 值也和装载情况无关。就驾驶员与前排乘客双脚的舒适性来说，这一点是容易理解的，因为他们双脚实际上已在前轴上方，因而它们的加速度与后轴上方或接近后轴上方的装载情况变化无关。后排乘客的双脚约在轴距中点上方，也就是处于车辆上减振最佳的部分上，所以 $K_{Fuß后}<K_{Fuß前}$。前排乘员座椅舒适性优于后排（$K_{Sitz前}<K_{Sitz后}$），并且驾驶员的舒适性随载荷增加而改善（通过乘员或行李都可以）。由此可以得出结论：

- 驾驶员和前排乘客所受振动负荷小于后排乘客；
- 随着载荷增加，舒适性改善（前提条件是装载状态不会使弹簧刚度 c_2 改变，也就是说车身不会由于装载而接触到很硬的缓冲块上）。

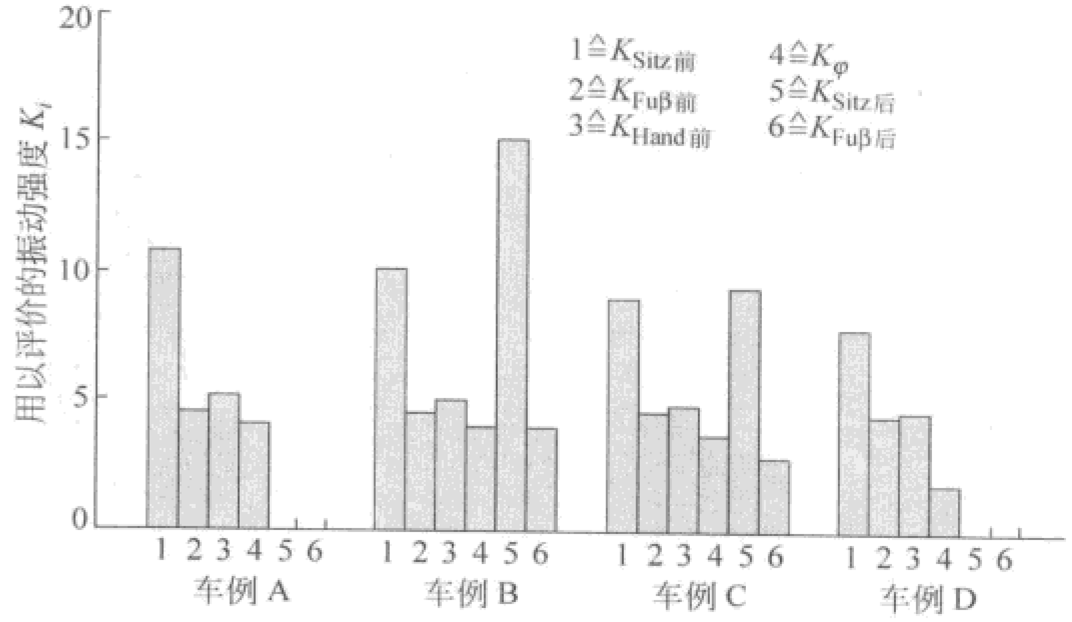


图 81.2 装载情况不同时，前后排乘员的用以评价的振动强度
（车辆数据见图 81.1，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$，$v=20\ m/s$）

82 联系质量和轴距的影响

在第 77～81 节中一直假定联系质量 $m_K=0$。现在要来讨论一般情况，即 $m_K\neq 0$。式(54.4)得到联系质量对车身质量之比

$$\frac{m_K}{m_2}=1-\frac{i_y^2}{l_{2V}l_{2H}}=1-\frac{(i_y/l)^2}{\frac{l_{2V}}{l}\frac{l_{2H}}{l}} \tag{82.1}$$

可见，在重心位置不变的条件下（即 l_{2V}/l 和 $l_{2H}/l=\text{const}$），

- 如果轴距 l 不变，惯性半径 i_y 改变；
- 惯性半径 i_y 不变，轴距 l 改变；

都会引起联系质量的变化，下面对上述两种情况分别举例加以讨论。

82.1 轴距相等，联系质量不等的轿车

轿车轴距是由整车总长以及内部乘坐空间的最低限度要求决定的。因此，下面进行比较的三部轿车其轴距相等，$l=2.8$ m；车身质量也相等，$m_2=438$ kg。而联系质量不等。在大多数轿车上（行李计入车身质量 m_2，不另行考虑）比值 m_K/m_2 在零左右变动[103]，最大变动量为±0.2 的情况很少见。我们从图 81.1 所示的车例 B 开始，该车 $m_K/m_2=0$；再分别取+0.2 和−0.2，车上有驾驶员和一名后排乘客。

在图 82.1 上可以看到车身上几处加速度的放大函数（$v=20$ m/s）对比情况。从图 82.1(a)和(c)可见，前后车轮上方的车身加速度的幅频特性是相似的，当 $m_K=0$

[103] 对于空载轿车大约 $i_y/l\approx 0.5$，$l_{2V}/l\approx l_{2H}/l\approx 0.5$，所以根据式(82.1)有 $m_K/m_2\approx 0$。

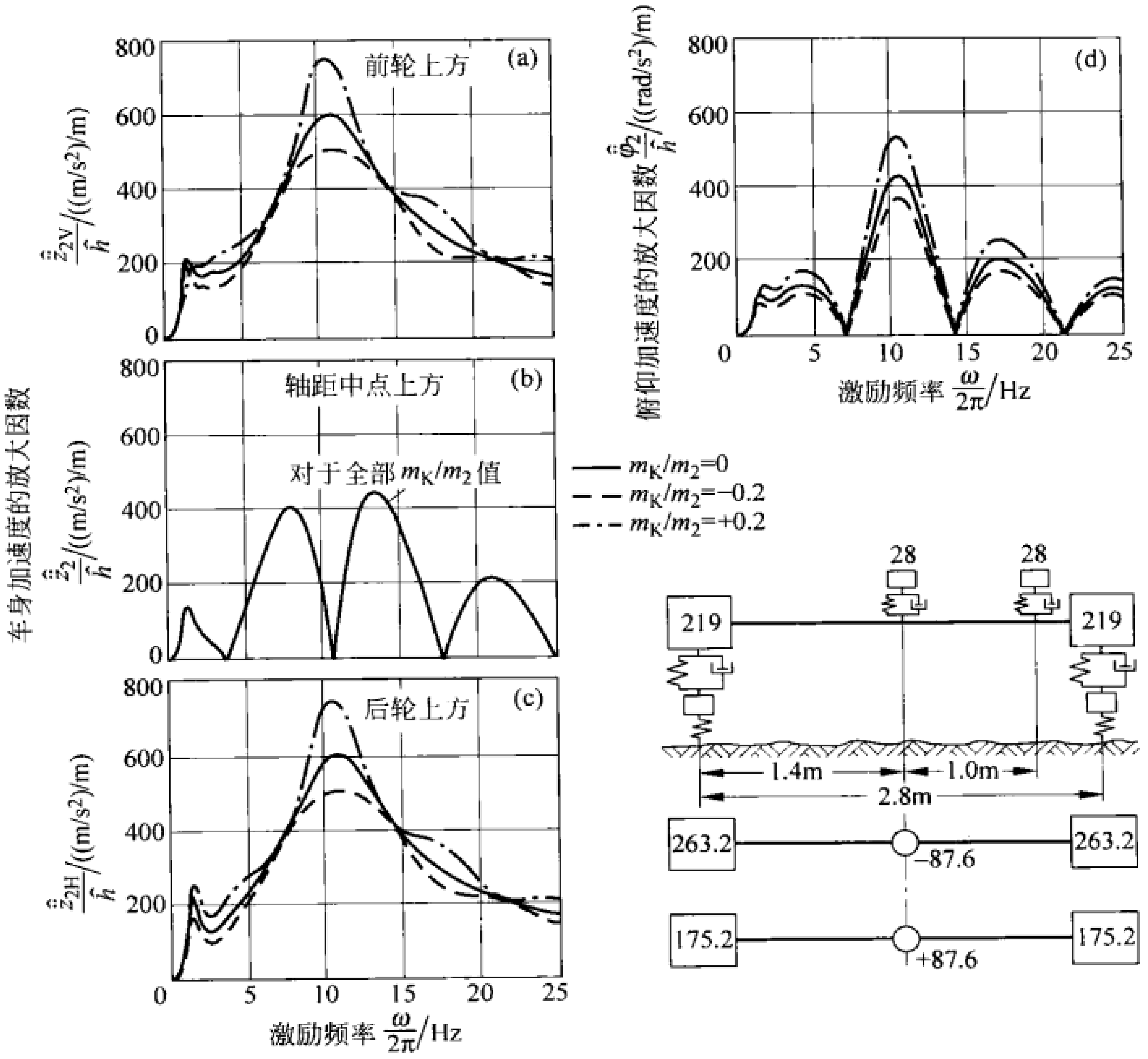


图 82.1 轴距相等，联系质量不等时的幅频特性

(a) 前轴上方车身加速度；(b) 轴距中点车身加速度；(c) 后轴上方车身加速度；(d) 俯仰加速度(其余数据取自表 77.1 中车例 B，$v=20$ m/s)

时，我们看到熟悉的双峰共振曲线，而 $m_K\neq0$ 时，在它上面又附加了花环。在联系质量为负值时，加速度振幅最小。由此我们立刻可以推论，靠近后轴的后排乘客在联系质量 $m_K<0$ 时受到的振动负荷最小。轴距中点(相当于驾驶员座椅位置)的车身加速度幅频特性与联系质量无关，也就是说驾驶员所受的激励加速度与联系质量无关，如图 82.1(b)所示。之所以这样，是因为我们这里的车辆是前后对称的，根据式(76.19)可知它的垂直振动与俯仰振动之间没有耦合。因而车身重心处，这里就是轴距中点的垂直加速度只与质量 m_2 有关，而与 m_K 无关。根据式(76.20)，俯仰加速度 $\ddot{\varphi}_2$ 与此相反，与 J_{2y} 有关，即与 m_K 有关，m_K 越大，即 J_{2y} 越小，结果 $\ddot{\varphi}_2$ 越大。这一点在图 82.1(d)上得到证实。正的联系质量对应的放大因数比负值联系质量对应的大，因此俯仰加速度决定的舒适性部分也就恶化了。此外还看到图 82.1(d)上的典型的花环曲线是由根据 $\omega\Delta t$ 求出的极大值和零位决定的。

为了检查上述对 $v=20$ m/s 进行的讨论是否具有普遍性，在图 82.2 上画出的

K_i 值随车速变化的曲线。结果说明正的联系质量总是引起较大的 K_i 值。但是 $K_{Sitz前}$ 和 $K_{Fuβ后}$ 有所不同，因为驾驶员的上身正好在轴距中点，而后排乘客的双脚大致在轴距中点处。

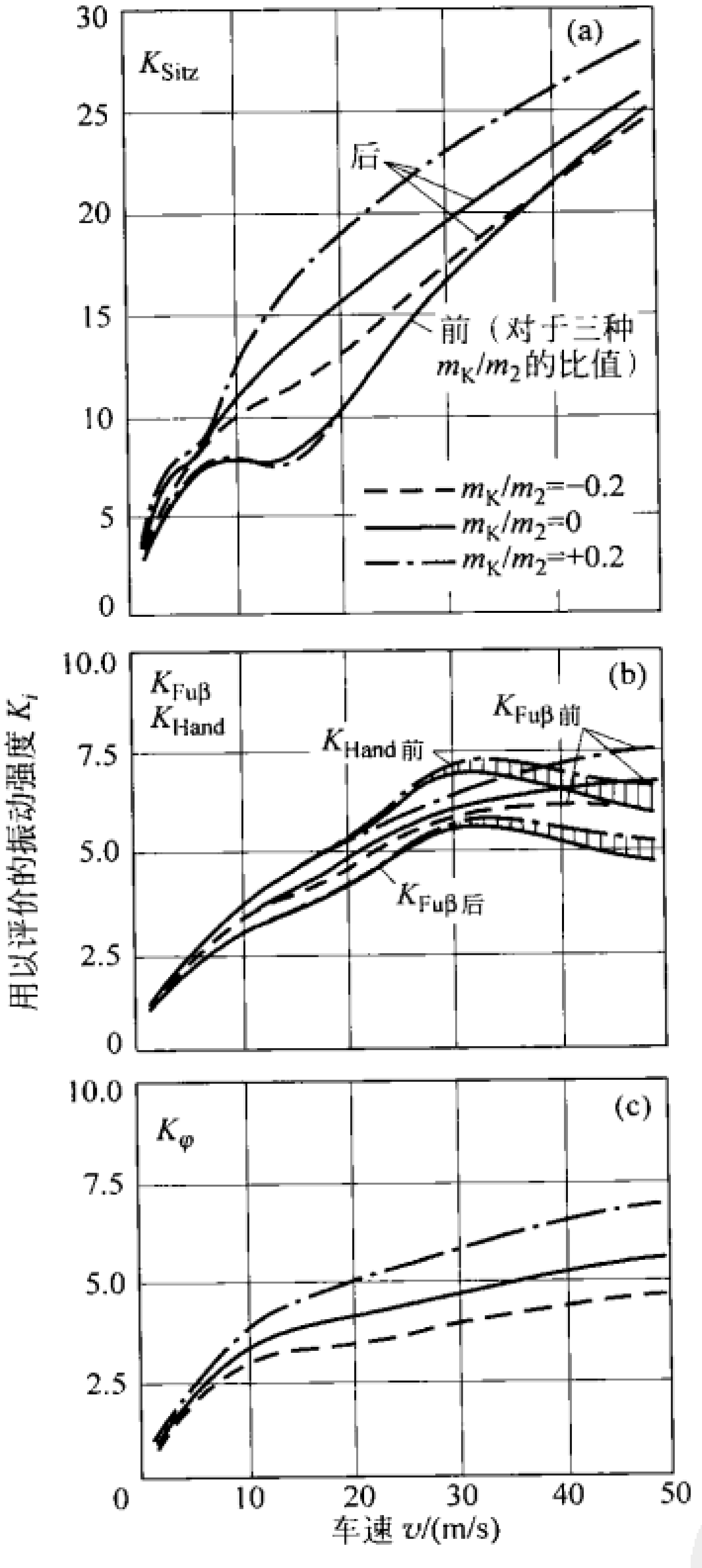


图 82.2 轴距不变时，联系质量 m_K 对用以评价的振动强度的影响

（车辆数据见表 82.1，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$）

悬架弹簧挠度的变化可由图 82.3 看出。对前悬架来说，负的联系质量对应的挠度大于正值联系质量所对应的；后轮刚好相反。

轮荷变化实际上与联系质量无关，因为车轮动载是与车身运动关系不大的(参看第 67 节)，所以这一点也不足为奇了。

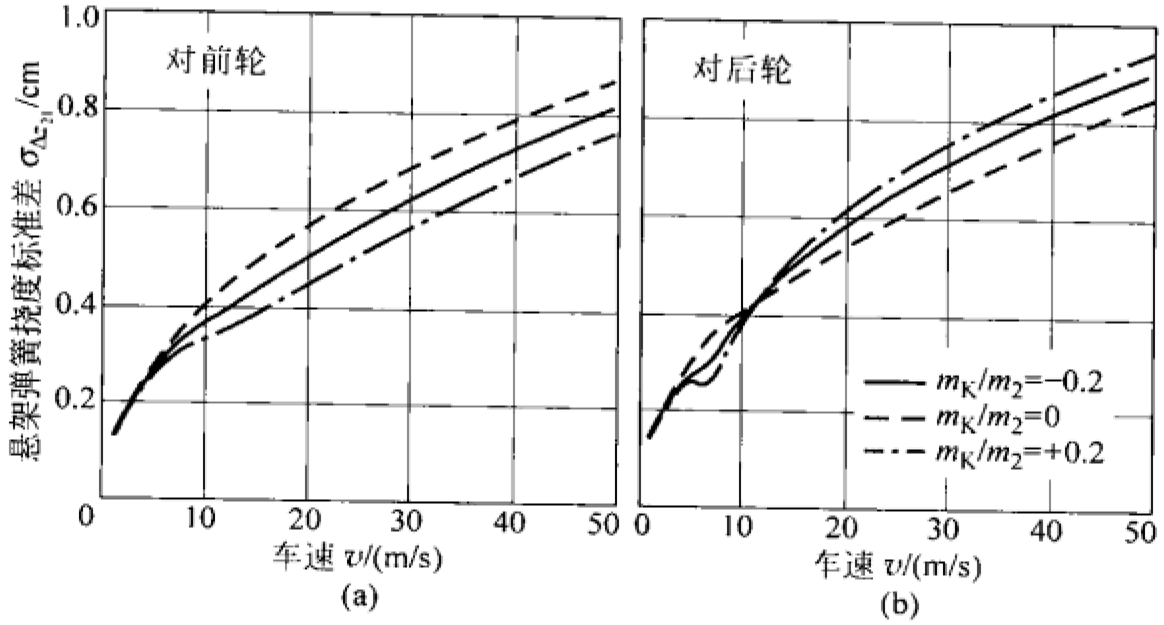
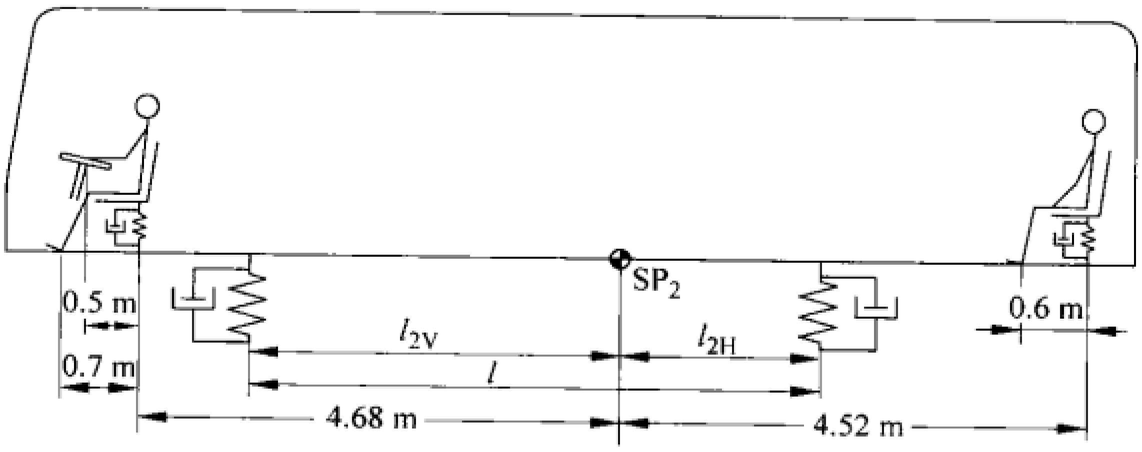


图 82.3 轴距一定时，联系质量 m_K 对悬架弹簧挠度的影响
(a) 前轮；(b) 后轮(数据参看图 82.1 和图 82.2)

82.2 俯仰转动惯量一定，轴距不同的大客车

在车身给定，即俯仰转动惯量 J_{2y} 不变的情况下，比起轿车来，大客车容易改变轴距。车厢的重心位置不变，如果如图 82.4 所示，把车轴移动，使得重心到前后车轮的距离成比例地减小或增加，那么联系质量可以是负的或正的。



	m_K/m_2		
	0.2	0	−0.2
l_{2V}/m	4.00	3.58	3.26
l_{2H}/m	2.15	1.92	1.76
l/m	6.15	5.50	5.02

图 82.4 大客车车身质量 $m_2=3950$ kg，俯仰惯量 $J_{2y}=27\ 184\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$，重心位置不变；但轴距 l 和联系质量 m_K 取不同数值(其他有关数据参看表 77.1 中的车例 23/23)

先对坐在前悬上的驾驶员和最后一排的乘客的 K_i 值进行计算，他们座椅位置不因 m_K 改变而改变。根据图 82.5，在整个车速范围内，负联系质量(＝小轴距)对应的 K_{Sitz}和 K_φ 值最小；而正的联系质量(＝大轴距)对应的最大。最不好的座位在 $v=25$ m/s＝90 km/h时 K_{Sitz}的差值 $\Delta K_{Sitz}\approx 5$。

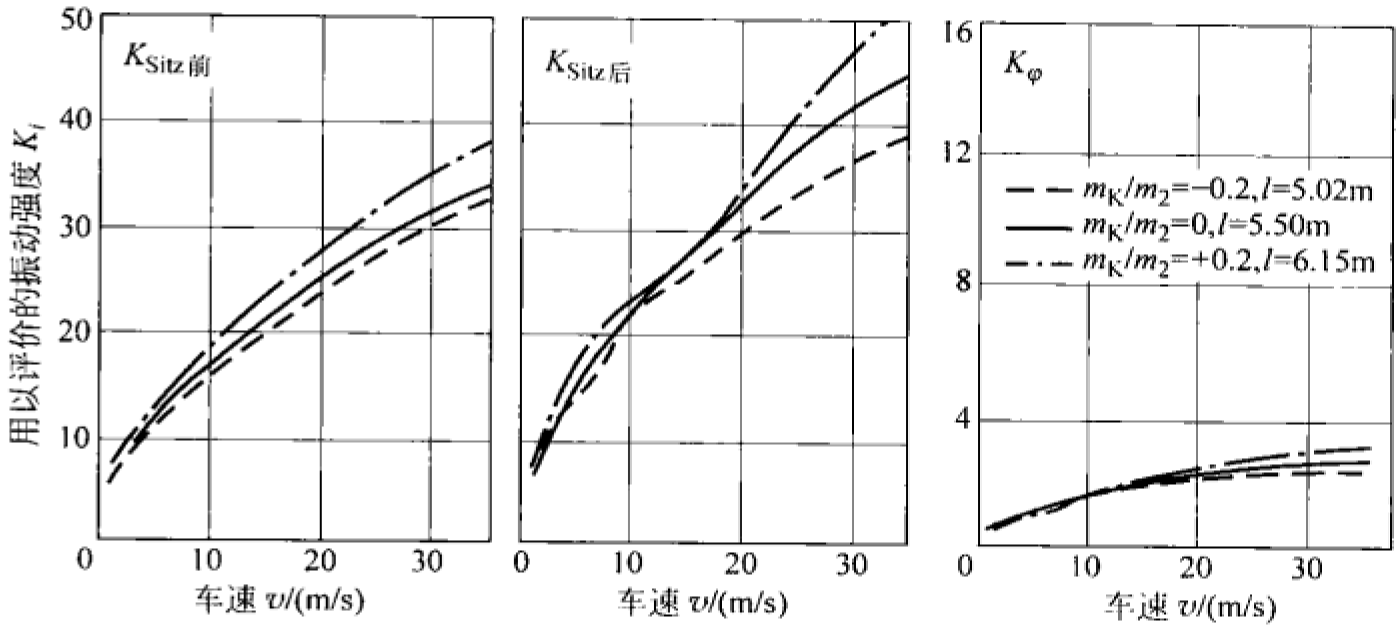


图 82.5 不同轴距 l 和联系质量 m_K 的大客车上用以评价的振动强度

（车辆数据见图 82.4，$\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$，$\Omega_0=1\ m^{-1}$，$w=2$）

就像 82.1 节已经确认的，轮荷变化几乎不随联系质量而变化。后轮弹簧动挠度也变化很小（参看图 82.6(b)）；与此相反，前轮弹簧动挠度在 m_K 为正值时最小（参看图 82.6(a)）。

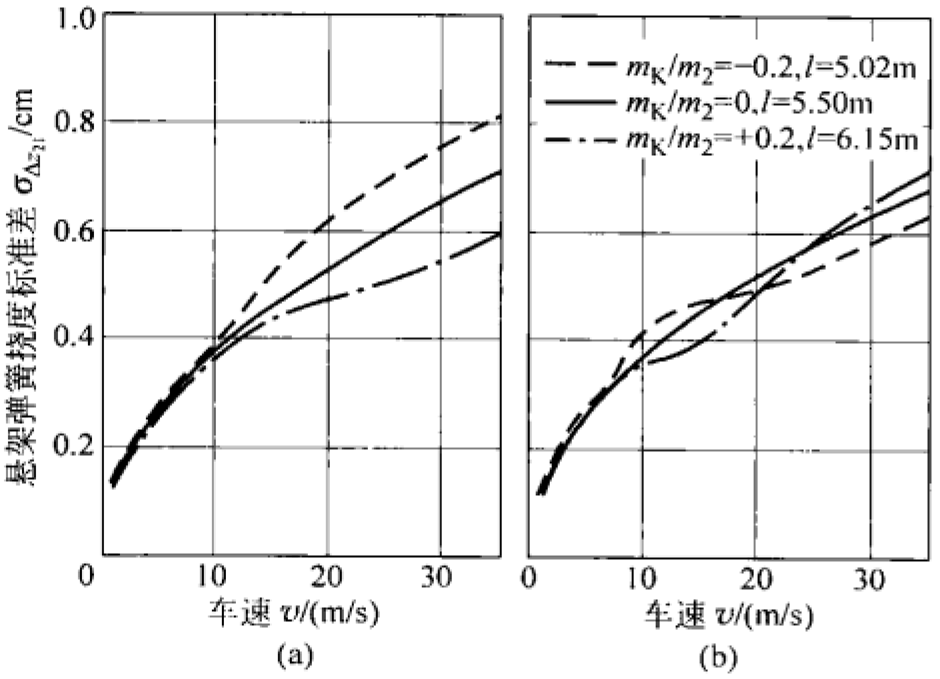


图 82.6 不同轴距 l 和联系质量 m_K 的大客车的车轮弹簧挠度

(a) 前轮；(b) 后轮（数据参看图 82.4 和图 82.5）

总的来讲，轴距的变化，同时联系质量也随之变化时，对不平度激励的车辆振动影响很小。

83 垂直振动和俯仰振动固有频率，前后悬架弹簧的耦合

到现在为止，在说明车身运动时都是采用车轮上的坐标系，并以式(63.5)中的车身固有频率作为一个重要参数 ν_2。

但是就像第 76 节结束时谈到的，我们如果取重心的垂直位移和俯仰角位移为坐标，那么就可以得到另外两个无阻尼固有圆频率，通过这两个无阻尼固有圆频率可以很容易解释“前后悬架弹簧耦合”或者称为“联系弹簧”的优点。

根据式(76.21)，当

$$c_{2V}l_{2V}-c_{2H}l_{2H}=0 \tag{83.1}$$

时，则相互不耦合的两个车身无阻尼固有频率分别为：

垂直振动固有圆频率

$$\nu_{2Hub}=\sqrt{\frac{c_{2V}+c_{2H}}{m_2}} \tag{83.2}$$

俯仰振动固有圆频率

$$\nu_{2Nick}=\sqrt{\frac{c_{2V}l_{2V}^2+c_{2H}l_{2H}^2}{J_{2y}}} \tag{83.3}$$

为了估计它们的大小[104]，对于轿车可假定 $l_{2V}/l\approx l_{2H}/l$ 和 $i_y/l\approx 0.5$，并将 $J_{2y}=m_2i_y^2=m_2(i_y/l)^2l^2$ 代入，则有

$$\nu_{2Nick}\approx\sqrt{\frac{c_{2V}+c_{2H}}{m_2}}\approx\nu_{2Hub} \tag{83.4}$$

即垂直振动和俯仰振动固有频率大致相等。而 ν_{2Hub} 又约等于 ν_2。

为了便于建立 ν_{2Hub}、ν_{2Nick} 与式(54.4)定义的联系质量之间的关系，我们假定满足式(83.1)，并且 $l_{2V}=l_{2H}$，$c_{2V}=c_{2H}$。这样由上面两个车身固有频率表达式可以得到

$$\nu_{2Hub}=\sqrt{\frac{2c_{2V}}{m_2}}$$

以及：

$$\nu_{2Nick}^2=\nu_{2Hub}^2\frac{1}{1-m_K/m_2} \tag{83.5}$$

负的联系质量 m_K，由第 82 节知道，引起的俯仰振动加速度较小。而从式(83.5)可知这也意味着 $\nu_{2Nick}<\nu_{2Hub}$，即俯仰振动固有频率低于垂直振动固有频率。和第 67 节的结果一起考虑，上面的结论就很容易理解了：比较低的车身固有频率，可以得到较低的加速度；这里是比较低的俯仰固有频率，得到较小的俯仰加速度。

从图 78.3 可知，在 $m_K=0$ 的情况下，较小的轿车车身已经会有强烈的俯仰运动。但要在这种小的轿车上做到 $m_K<0$ 可能是十分困难的。因为这种轿车是廉价的，结构紧凑，所以质量分布已经是处于极限状况，这样负的联系质量看来只有通过减小轴距才能实现了。但要把前轮和轮罩向后移向轴距中点，会减小驾驶员和前排乘客的腿部空间；而把后轮前移又会缩小后排座椅的宽度，所以从保证乘坐空间出发，通过缩小轴距达到负的联系质量也是不可能的。

A. Drechsel[105] 用他的联结弹簧的原理给我们指出了一条出路。基本思想可以通过运动方程(76.20)来说明。在转动惯量 J_{2y} 一定的情况下，根据式(76.20)外加力矩小，俯仰加速度 $\ddot{\varphi}_2$ 就小。为做到这一点，可按图 83.1 上的原理把点的弹簧常数分为

$$\begin{aligned}c_{2V}&=c'_{2V}+c''_{2V}\\c_{2H}&=c'_{2H}+c''_{2H}\end{aligned} \tag{83.6}$$

---

〔104〕 对于空载轿车大约 $i_y/l\approx0.5$、$l_{2V}/l\approx l_{2H}/l\approx0.5$，所以根据式(82.1)有 $m_K/m_2\approx0$。

〔105〕 s. in Marquard, E.: Zur Theorie der Verbundfeder, ATZ 59 (1957) Heft 11, S. 321-324.

这样一来，只有一部分弹簧作用在车身上引起俯仰运动，而其余的弹簧彼此联结在一起（这进而假设用一根无质量杆），在垂直运动时才有反应。垂直振动固有圆频率的数值是和以前是一样的，即 $\nu_{2\text{Hub}}^2=(c_{2V}+c_{2H})/m_2$，而俯仰固有圆频率降低，见下式：

$$\nu_{2\text{Nick}}^2=\frac{c'_{2V}l_{2V}^2+c'_{2H}l_{2H}^2}{J_{2y}} \tag{83.7}$$

如果我们考察的还是对称的车辆，根据式(83.5)可以得到

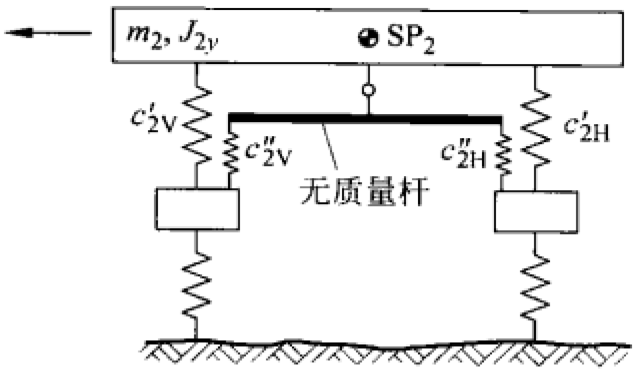


图 83.1 用以说明联结弹簧原理[106]的振动等效系统侧视简图（阻尼未示出）

$$\nu_{2\text{Nick}}^2=\left(\nu_{2\text{Hub}}^2-\frac{2c''_{2V}}{m_2}\right)\frac{1}{1-m_K/m_2} \tag{83.8}$$

84 制动俯仰，俯仰中心

俯仰振动不仅在不平道路上行驶时出现，而且在平整道路上制动时也出现。这种俯仰运动，即所谓制动俯仰的大小不单单是与车辆振动特性以及车辆减速有关，而且还和悬架种类有关。这就涉及俯仰中心的概念。

图 84.1 所示的车辆前轴采用纵向推臂式，后轴为纵向拉臂式悬架。制动力矩由悬架的推臂或拉臂承受，也就是制动器装在车轮上。

对车身的方程

$$m_2\ddot{x}=F_{GxV}+F_{GxH} \tag{84.1}$$

$$m_2\ddot{z}_2=F_{GzV}+F_{GzH}+F_V+F_H \tag{84.2}$$

$$J_{2y}\ddot{\varphi}_2=-F_{GzV}(l_{2V}-l_{GV})+F_{GzH}(l_{2H}-l_{GH})-F_Vl_{2V}$$
$$+F_Hl_{2H}-F_{GxV}(h-h_{GV})-F_{GxH}(h-h_{GH}) \tag{84.3}$$

对推臂和拉臂的方程（忽略臂的质量）

$$F_{GxV}=X_V,\quad F_{GxH}=X_H \tag{84.4}$$

$$F_{GzV}=Z_V-F_V,\quad F_{GzH}=Z_H-F_H \tag{84.5}$$

$$\begin{aligned}F_{GzV}l_{GV}+F_{GxV}(h_{GV}-r)-M_{RV}&=0\\F_{GzH}l_{GH}+F_{GxH}(h_{GH}-r)-M_{RH}&=0\end{aligned} \tag{84.6}$$

对车轮的方程（假定没有质量，轮胎弹性忽略）

$$0=-B_V-X_V,\quad 0=-B_H-X_H \tag{84.7}$$

$$0=\Delta F_{zV}-Z_V,\quad 0=\Delta F_{zH}-Z_H \tag{84.8}$$

$$0=-M_{RV}+B_Vr,\quad 0=-M_{RH}+B_Hr \tag{84.9}$$

式中，ΔF_{zV} 和 ΔF_{zH} 是相对于停放在平地上的车辆的轮荷变化。

弹簧力和阻尼力是

[106] Mechanisch verwirklicht bei den früheren Citroën 2 CV, hydraulisch durch das sog. Hydrolastic Federungssystem der British Motor Corporation Ltd, Birmingham, England, bei den Serienmodellen Mini 1100 und 1800.

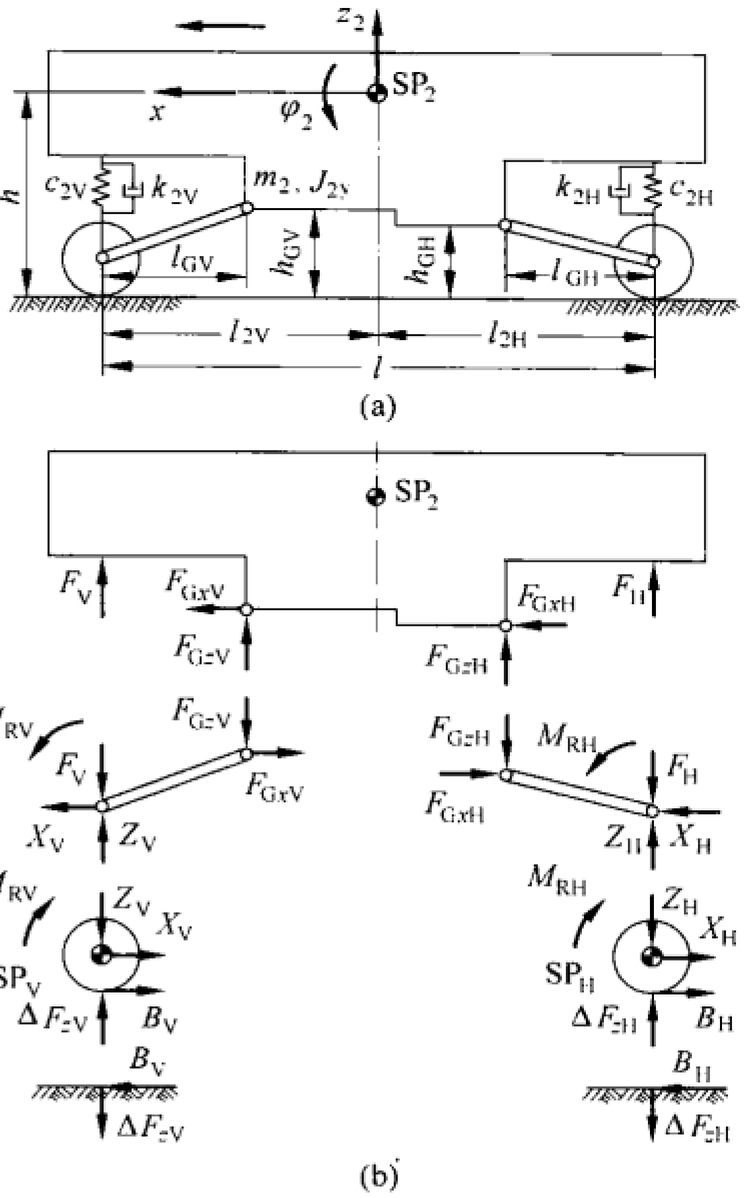


图 84.1 制动时车身振动的计算模型

(a) 车辆参数；(b) 各分离体受力情况

$$
\begin{aligned}
F_V &= -c_{2V}(z_2 - l_{2V}\varphi_2) - k_{2V}(\dot{z}_2 - l_{2V}\dot{\varphi}_2) \\
F_H &= -c_{2H}(z_2 + l_{2H}\varphi_2) - k_{2H}(\dot{z}_2 + l_{2H}\dot{\varphi}_2)
\end{aligned}
\tag{84.10}
$$

运动方程为

$$
m(-\ddot{x}) = B_V + B_H \tag{84.11}
$$

这相应于 A 篇中的式(42.4)，$(-\ddot{x})$是减速度，B_V 和 B_H 是前后轮上的制动力。

导出两个振动方程：

$$
\begin{aligned}
&m_2\ddot{z}_2 + (k_{2V}+k_{2H})\dot{z}_2 + (c_{2V}+c_{2H})z_2 - (k_{2V}l_{2V}-k_{2H}l_{2H})\dot{\varphi}_2 - (c_{2V}l_{2V}-c_{2H}l_{2H})\varphi_2 \\
&\quad = m(-\ddot{x})\left[\frac{B_V}{B_V+B_H}\frac{h_{GV}}{l_{GV}} - \frac{B_H}{B_V+B_H}\frac{h_{GH}}{l_{GH}}\right]
\end{aligned}
\tag{84.12}
$$

$$
\begin{aligned}
&J_{2y}\ddot{\varphi}_2 + (k_{2V}l_{2V}^2+k_{2H}l_{2H}^2)\dot{\varphi}_2 + (c_{2V}l_{2V}^2+c_{2H}l_{2H}^2)\varphi_2 - (k_{2V}l_{2V}-k_{2H}l_{2H})\dot{z}_2 \\
&\quad - (c_{2V}l_{2V}-c_{2H}l_{2H})z_2 = m(-\ddot{x})\left[h - \frac{B_V}{B_V+B_H}\frac{h_{GV}}{l_{GV}}l_{2V} - \frac{B_H}{B_V+B_H}\frac{h_{GH}}{l_{GH}}l_{2H}\right]
\end{aligned}
\tag{84.13}
$$

这两个方程的左边从式(76.19)和式(76.20)已经知道了，右侧是惯性力 $m(-\ddot{x})$和制动力之比 $B_V/(B_V+B_H)$和 $B_H/(B_V+B_H)$（参看式(49.1)）。图 84.2 画出了一个车例的各参数随时间变化的情况。从曲线图(a)可见，制动力以及减速度随时间先是线性增加，然后就保持不变。

图 84.2(b)～(d)中的参数都是振动地趋向渐近值，轮荷变化由 A 篇的式(43.4)和式(43.5)已知：

$$\lim_{t\to\infty}\Delta F_{zV} = -\lim_{t\to\infty}\Delta F_{zH} = m(-\ddot{x})h/l \tag{84.14}$$

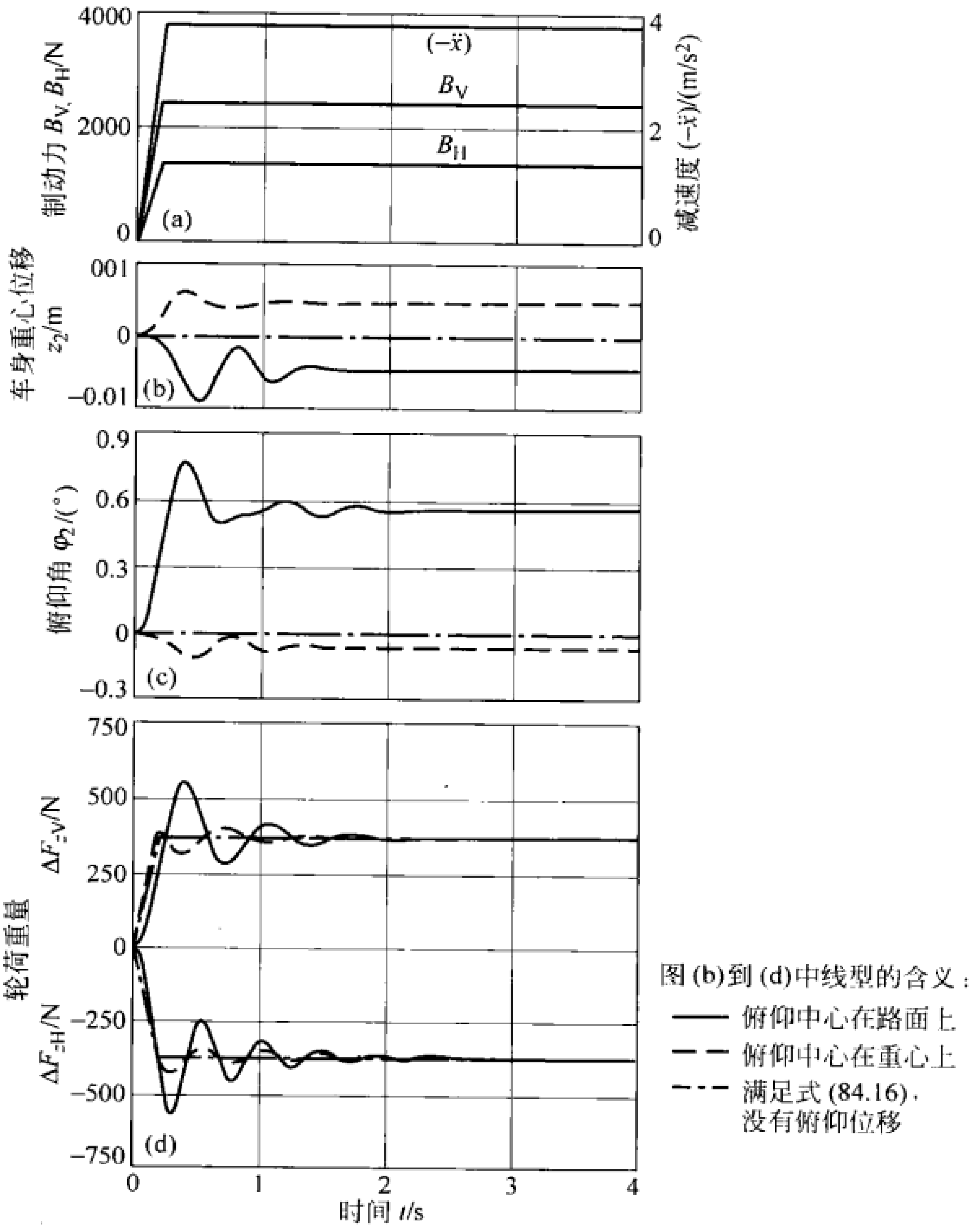


图 84.2 制动过程(a)中悬架对车身运动(b)和(c)以及轮荷变化(d)的影响

(振动参数：表 77.1 中车例 23/4，$l=2.8$ m；制动器参数 $B_H/(B_V+B_H)=0.34$，$h/l=0.2$，制动力增长时间 $t_S=0.2$ s)

车身俯仰运动的渐近值为：

$$\lim_{t\to\infty}\varphi_2 = m(-\ddot{x})\frac{1}{l}\left[\frac{h}{l}\left(\frac{1}{c_{2V}}+\frac{1}{c_{2H}}\right)-\frac{B_V}{B_V+B_H}\frac{h_{GV}}{l_{GV}}\frac{1}{c_{2V}} - \frac{B_H}{B_V+B_H}\frac{h_{GH}}{l_{GH}}\frac{1}{c_{2H}}\right] \tag{84.15}$$

对于轿车与重力加速度之比的车身俯仰运动渐近值在 $1.0°\sim2.3°/g$ 之间。在悬架弹簧比较软时，车内乘员会经常受到这个角度的干扰，但它可以通过可控的悬架系

统降低到零，见第 75 节开始的第二点所述。另外也可以通过悬架的几何参数的合理选择使这个角度降低到零，而这样就省去了昂贵的控制系统。如果式(84.12)和式(84.13)的右侧方括号为零，车身俯仰位移 φ_2 以及附加的身垂直位移 z_2 就为零。这就可以推导出下列条件[107]

$$\frac{h_{GV}}{l_{GV}}=\frac{h}{l}\frac{B_V+B_H}{B_V};\quad \frac{h_{GH}}{l_{GH}}=\frac{h}{l}\frac{B_V+B_H}{B_H}\tag{84.16}$$

在图 84.3 上就说明了这一条件。

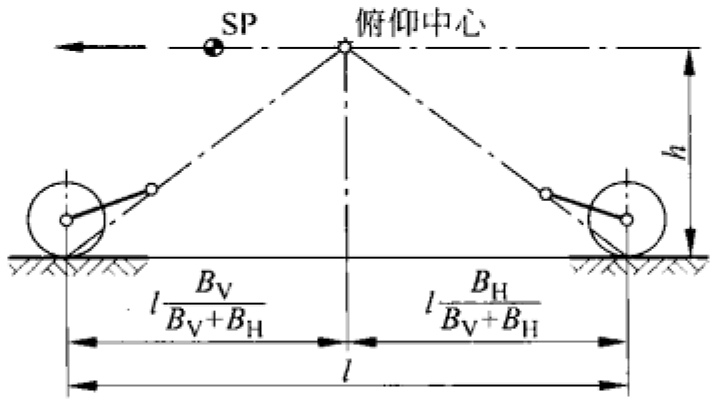


图 84.3 为了消除车身运动所要求的俯仰中心位置。B_V 和 B_H 分别为前后轴上的制动力

如果轮胎接地点与推臂或拉臂铰接点的交点(所谓俯仰中心)正好在重心高度上并位于轴距范围内，就不出现垂直运动或俯仰运动(见图 84.3)。由图 84.2(b)和(c)可知，不仅汽车渐近值为零，而且如果制动力 B_V 和 B_H 的增长时间相等(如图所示)，则振动也就不出现。但如果俯仰中心与重心重合，车身的位移 z_2 和 φ_2 仍然存在(参看图 84.2(b)和(c))。

在用双纵臂代替单臂悬架时，可按照图 84.4 通过瞬心 MP 来求取俯仰中心的位置。

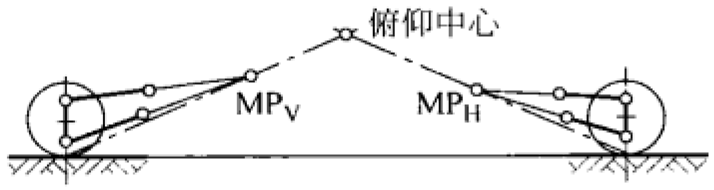


图 84.4 以双纵臂悬架为例，通过前后轴的瞬心 MP_V 和 MP_H 来求取俯仰中心

通过这一节的分析，我们得到如下结论：通过合理选择悬架系统，可以有效减小制动过程中车身的运动。在此未涉及稳态轮荷变化的大小，在过程开始时也可以使它降低。

---

[107] Behles, F.: Die Beherrschung des Brems-und Anfahrnickens, ATZ 66 (1964) Heft 8, S. 225-228; Koeßler, F.: Zum Bremsnickausgleich, ATZ 75 (1973) Heft 3, S. 91-95; Deppermann, K. H.: Elasto-Kinematik-Messungen in der Fahrwerkentwicklung, Vortrag, Haus der Technik, Essen, März 2002.

85 弹性支撑的驱动系统的影响（发动机颠簸）

到目前为止我们一直认为驱动系统（前轮驱动时它包括：发动机＋离合器＋变速器＋主减速器）与车身是刚性连接的。由于噪声的原因，驱动系统必须通过弹性元件和阻尼元件支撑在车身上，这样就不会使内燃机产生的高频激励不通过滤波直接传递到车身上。关于“发动机激励引起车辆振动”的问题将在第 XVI 章讨论。下面只针对“地面不平度激励”进行讨论。

图 85.1(a)和(b)给出了驱动系统刚性支撑和弹性支撑时振动系统对比[108]，在图(b)中将驱动系统简化成一个单质量，并且只有一个 z 方向自由度的振动系统，通过橡胶元件（最常用支撑方式）支撑在车身上。两种不同支撑方式的影响可以通过图

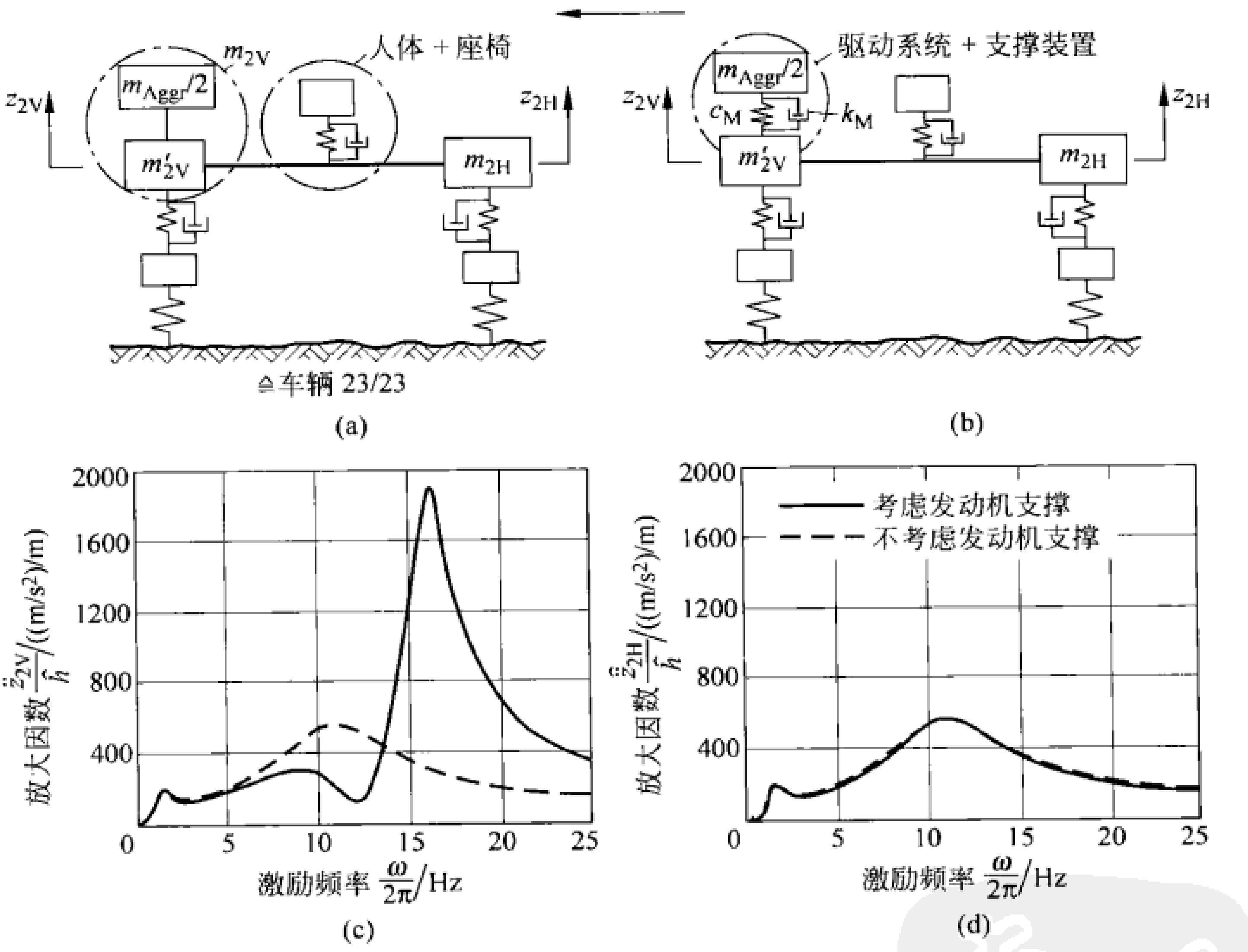


图 85.1 考虑与不考虑驱动系统弹性支撑时前后轴上方车身加速度的比较（从表 77.1 中车例 23/23 出发，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s。新的参数：$m_{Aggr}/2=100$ kg，$m'_{2V}=m_{2V}-m_{Aggr}/2$，$\nu_{Aggr}/2\pi=12$ Hz，橡胶阻尼 $d_M=k_M\omega/c_M=0.1$）(a)和(b)振动系统的比较；(c)前轴上方车身加速度的幅频特性；(d)后轴上方车身加速度的幅频特性

---

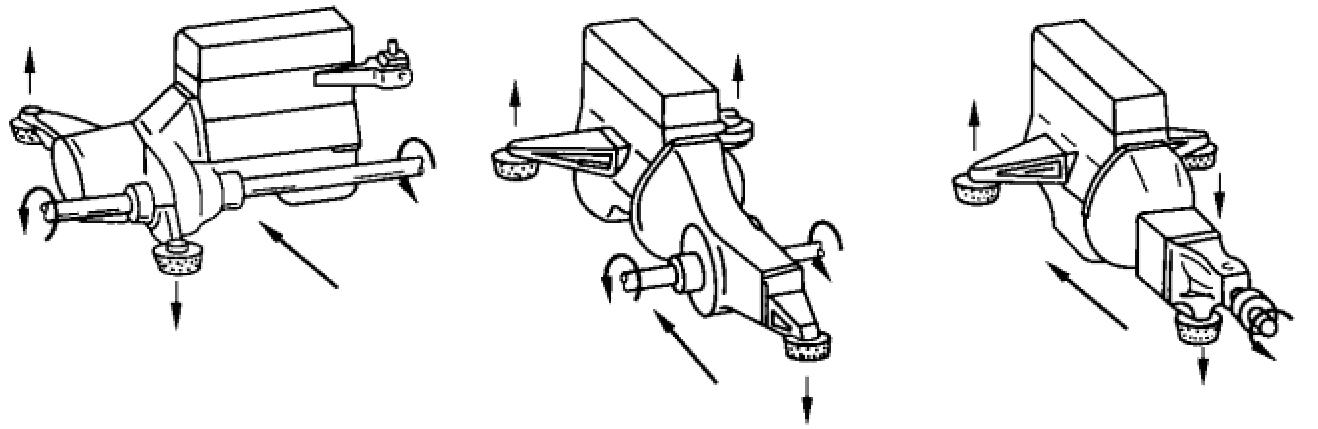
[108] 经常称为驱动系统“支撑”，这是为了不至于与发动机曲轴轴颈的滑动轴承的概念产生混淆。有时人们也称为“发动机”支撑，这是错误的，这是由于这个支撑不仅是针对发动机，而是针对发动机＋特性转换装置的。

(c)和(d)明显看出。由图 85.1(d)可见，后轴上方车身加速度的幅频特性几乎没有差别，也就是说，坐在后面的乘员几乎感觉不到驱动系统的振动。而由图(c)可见，前轴上方车身加速度的幅频特性在车轮固有频率以及现在介入的驱动系统固有频率范围内有很大的差别，这个差别不仅反映在加速度的幅值上，并且还影响随频率的变化过程上。

刚性支撑的系统(在车轮固有频率以下)车身加速度比较小！弹性支撑时峰值由原来的两个变为三个。明显比较大的峰值出现在大约 17 Hz 处，这是由于橡胶元件的阻尼比较小造成的。对驾驶员和前排乘客有比较强烈的影响。但只是这一频率范围内比较敏感的部分身体才会受到影响，主要是双脚和双手。而对上身影响比较小。

根据经验，驱动系统的振动对于随机地面不平度激励并不敏感，而是对于周期性激励，比如：车辆在伸缩缝距离固定的水泥混凝土路面上行驶时(见图 57.8)。特别是在伸缩缝距离与车速形成的频率与最大峰值的频率一致时，人们感觉特别明显。这种现象行业内称为“颠簸”，英语中称为“motor-shake”*。

为了准确讨论“颠簸”问题，必须在如图 85.1(b)所示的驱动系统单质量、单自由度模型基础上进一步扩展。至少必须扩展成如图 85.2 所示的三个支撑，其中两个支撑用来承担相应轴上的扭矩。其中最大的扭矩是驱动扭矩。



前轮驱动
(a) 发动机横置

前轮驱动
(b) 发动机纵置

标准驱动
(c) 发动机纵置

图 85.2 驱动系统支撑布置基本方案

空间的车辆振动模型如图 85.3(a)所示，这个模型的从侧面观察结果如图(b)所示。驱动系统(纵置或横置)质量为 m_{Aggr}，转动惯量为 J_{Aggr}。这个模型具有两个自由度，分别是 z_{Aggr} 和 φ_{Aggr}，两个支撑分别用特性参数 c_{Mi} 和 k_{Mi} 以及距重心的距离 l_i 描述。驱动系统的重心位置 SP_{Aggr} 在前轴的上方。在此忽略了座椅-乘员系统。根据图 54.4，车身总质量 m_2 由三个点质量组成，取关联质量为零，前轴上方质量(到目前为止一直用 m_{2V} 表示)绕距离为轴距 l 的一个固定点振动。对于驱动系统俯仰振动激励需要的车身俯仰角 $\varphi_2 = z_{2V}/l$。在第 XI 章以及第 XII 章车身部分质量都是针对一个车轮的，而这里车身部分质量是针对车轴的，即针对两个车轮的，它是原来的 2

* 译者注：原文如此。

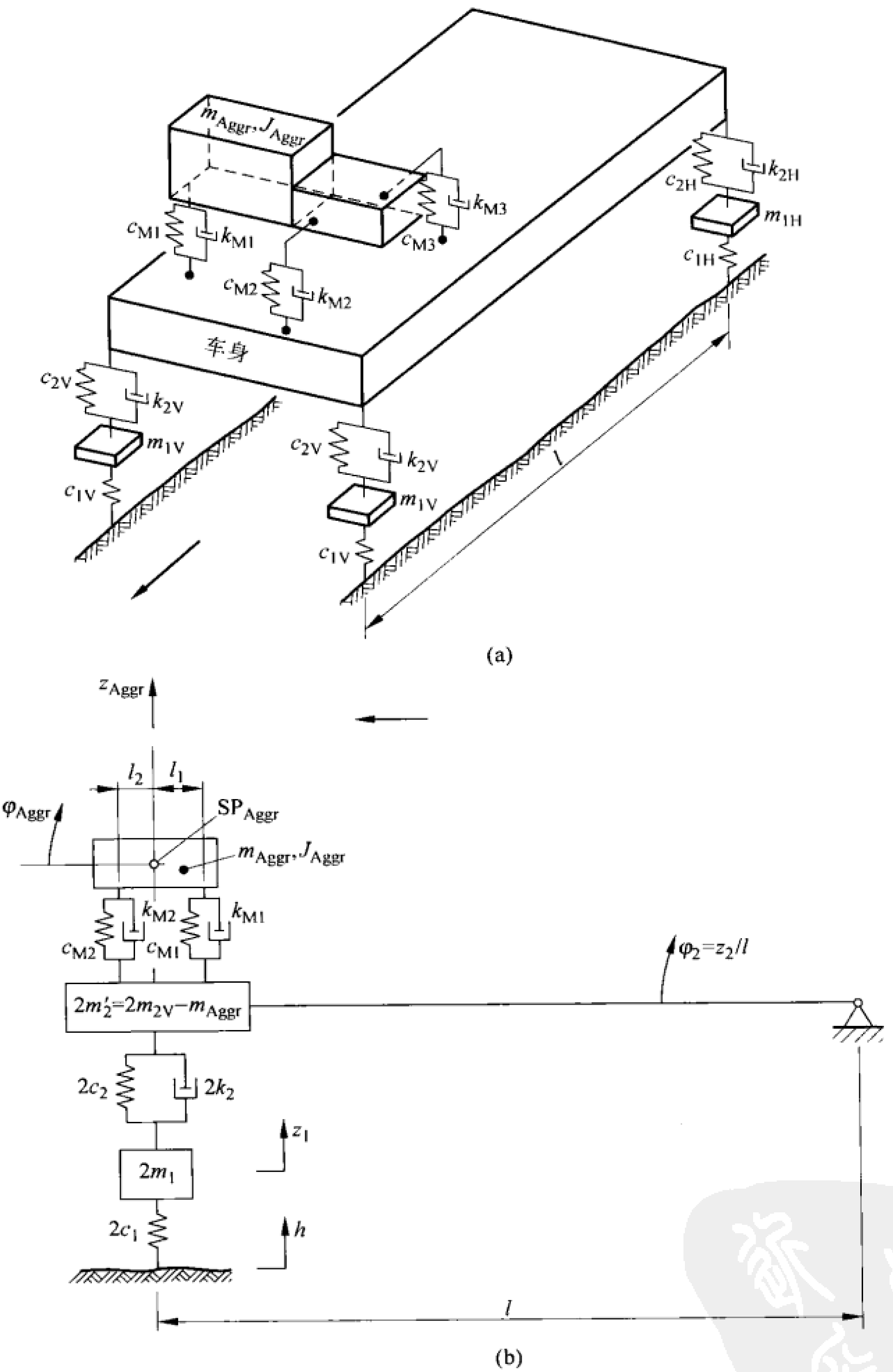


图 85.3　(a)带驱动系统的空间振动系统；(b)空间系统的侧视图

倍。将它与振动的驱动系统质量分开后得：

$$2m_2' = 2m_{2V} - m_{Aggr} \tag{85.1}$$

同样，弹簧刚度和减振器阻尼常数也分别为 $2c_2$ 和 $2k_2$，在此省略了角标 V。

相应的微分方程组用矩阵方程的形式表示为：

$$\boldsymbol{M}\ddot{x}+\boldsymbol{K}\dot{x}+\boldsymbol{C}x=B \tag{85.2}$$

上式中矩阵和向量分别为：

$$x=[z_{\mathrm{Aggr}},\quad \varphi_{\mathrm{Aggr}},\quad z_2,\quad z_1] \tag{85.3}$$

$$B=[0,\quad 0,\quad 0,\quad c_1h] \tag{85.4}$$

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix} m_{\mathrm{Aggr}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & J_{\mathrm{Aggr}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2m_2' & 0\\ 0 & 0 & 0 & 2m_1 \end{bmatrix} \tag{85.5}$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix} k_{\mathrm{M}} & k_{\Delta} & -k_{\mathrm{M}} & 0\\ k_{\Delta} & K_{\mathrm{M}} & -k_{\Delta} & 0\\ -k_{\mathrm{M}} & -k_{\Delta} & 2k_2+k_{\mathrm{M}} & -2k_2\\ 0 & 0 & -2k_2 & 2k_2 \end{bmatrix} \tag{85.6}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} c_{\mathrm{M}} & c_{\Delta} & -c_{\mathrm{M}} & 0\\ c_{\Delta} & C_{\mathrm{M}} & -c_{\Delta} & 0\\ -c_{\mathrm{M}} & -c_{\Delta} & 2c_2+c_{\mathrm{M}} & -2c_2\\ 0 & 0 & -2c_2 & 2(c_1+c_2) \end{bmatrix} \tag{85.7}$$

式中驱动系统垂直运动的减振器阻尼常数和弹簧刚度分别为：

$$k_{\mathrm{M}}=k_{\mathrm{M1}}+k_{\mathrm{M2}};\quad c_{\mathrm{M}}=c_{\mathrm{M1}}+c_{\mathrm{M2}} \tag{85.8}$$

俯仰运动的减振器阻尼常数和弹簧刚度分别为：

$$K_{\mathrm{M}}=k_{\mathrm{M2}}l_2^2+k_{\mathrm{M1}}l_1^2;\quad C_{\mathrm{M}}=c_{\mathrm{M2}}l_2^2+c_{\mathrm{M1}}l_1^2 \tag{85.9}$$

关联常数为：

$$k_{\Delta}=k_{\mathrm{M2}}l_2-k_{\mathrm{M1}}l_1;\quad c_{\Delta}=c_{\mathrm{M2}}l_2-c_{\mathrm{M1}}l_1 \tag{85.10}$$

（距离 l_i 与轴距 l 相比，可以忽略不计）。

驱动系统无关联、无阻尼固有频率分别为：

垂直运动
$$\nu_{\mathrm{Aggr}\,z}=\sqrt{\frac{c_{\mathrm{M1}}+c_{\mathrm{M2}}}{m_{\mathrm{Aggr}}}}=\sqrt{\frac{c_{\mathrm{M}}}{m_{\mathrm{Aggr}}}} \tag{85.11}$$

俯仰运动
$$\nu_{\mathrm{Aggr}\,\varphi}=\sqrt{\frac{c_{\mathrm{M1}}l_1^2+c_{\mathrm{M2}}l_2^2}{J_{\mathrm{Aggr}}}}=\sqrt{\frac{C_{\mathrm{M}}}{J_{\mathrm{Aggr}}}} \tag{85.12}$$

车身及车轮固有频率分别为：

$$\nu_2=\sqrt{\frac{2c_2}{2m_2'+m_{\mathrm{Aggr}}}} \tag{85.13}$$

$$\nu_1=\sqrt{\frac{(c_1+c_2)}{m_1}}\approx\sqrt{\frac{c_1}{m_1}} \tag{85.14}$$

车身相对阻尼系数为：

$$D_2=\frac{2k_2}{2\sqrt{2c_2(2m_2'+m_{\mathrm{Aggr}})}} \tag{85.15}$$

发动机支撑的减振器可以区分为（见 56.1 节）：

- 液力减振器,这时

$$k_{Mi} = \text{const} \tag{85.16}$$

- 橡胶减振器,其损失系数为:

$$d_{Mi} = \frac{k^*_{Mi}\omega}{c_{Mi}} \tag{85.17}$$

这里 $c^*_{Mi} \approx c_{Mi}$,见表 56.1。

在下面小节里将讨论不同参数对发动机颠簸的影响。

85.1 驱动系统固有频率的影响

首先假设垂直振动与俯仰振动之间没有关联($k_\Delta=0$,$c_\Delta=0$,见式(85.10)),并且选择橡胶元件支撑,阻尼很小。

图 85.4 中分别给出了固有频率分别为 $\nu_{\text{Aggr }z}/2\pi=12$ Hz 和 $\nu_{\text{Aggr }z}/2\pi\rightarrow\infty$(刚性支撑)两种情况。刚性支撑从最大车身加速度 $\hat{\ddot{z}}_2$ 看,对颠簸问题的影响是比较有利的。但是从产生噪声的角度分析,是完全不可用的。选择 $\nu_{\text{Aggr }z}/2\pi=12$ Hz 的方案在激励频率为 $\omega/2\pi=14$ Hz 时出现一个峰值,并且人们可以感觉到这个颠簸。如果车辆行驶在伸缩缝之间距离为 $L=5$ m 水泥混凝土路面的高速公路上,根据式(57.9),对应的车速应该为 $v=L\omega/2\pi=70$ m/s$=252$ km/h。因为这个速度过高,所以人们对峰值也就没有兴趣了,由此也认为这个设计是好的。

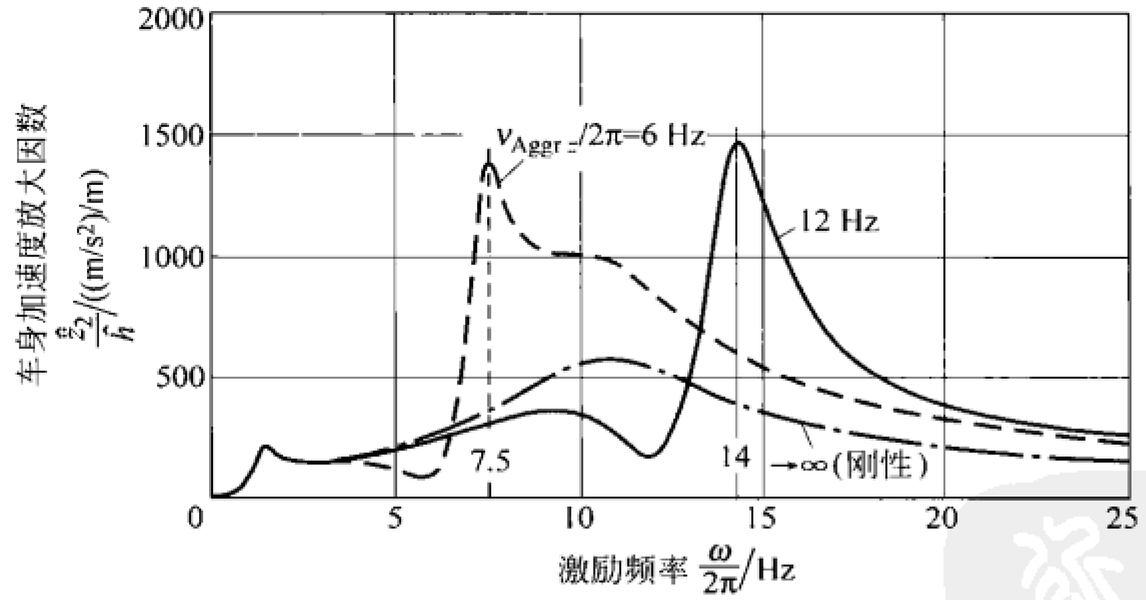


图 85.4 驱动系统无耦合、无阻尼垂直振动固有频率对颠簸的影响(车辆参数:$2m'_2=326$ kg;$m_{\text{Aggr}}=132$ kg;$2m_1=62$ kg;$\nu_2/2\pi=1.45$ Hz;$\nu_1/2\pi=11$ Hz;$2c_1=257\,952$ N/m;$2k_2=2280$ N·s/m;$D_2=0.27$;$c_{M2}=c_{M1}$;$l_1=l_2=0.3$ m;$l=2.5$ m;$d_{M2}=d_{M1}=0.1$)

因为从噪声的角度考虑,有些发动机(比如四缸直列发动机),无关联的驱动系统固有频率 $\nu_{\text{Aggr }z}/2\pi$ 不允许选择过高,所以将它从 12 Hz 降低到 6 Hz。峰值则移动到 $\omega/2\pi=7.5$ Hz,而放大因数的大小基本保持不变。这样,在上述高速公路上行驶时对应的速度为 $v=37.5$ m/s$=135$ km/h。这就意味着对于噪声比较理想的设计会引起颠簸。

85.2 支撑装置阻尼的影响

图 85.4 中出现的很大的峰值是由于橡胶支撑元件阻尼过小造成的。由于它的阻尼几乎无法增加，所以人们对采用液力减振器的支撑系统进行了研究。由图 85.5 给出的例子可以看出，很大的峰值在此被大幅度衰减，这时车辆不会产生颠簸。通过图 85.5 给出的第三个例子还可以看出，在驱动系统的其中一个支撑上采用较强的液力减振器就可以使峰值有效衰减。

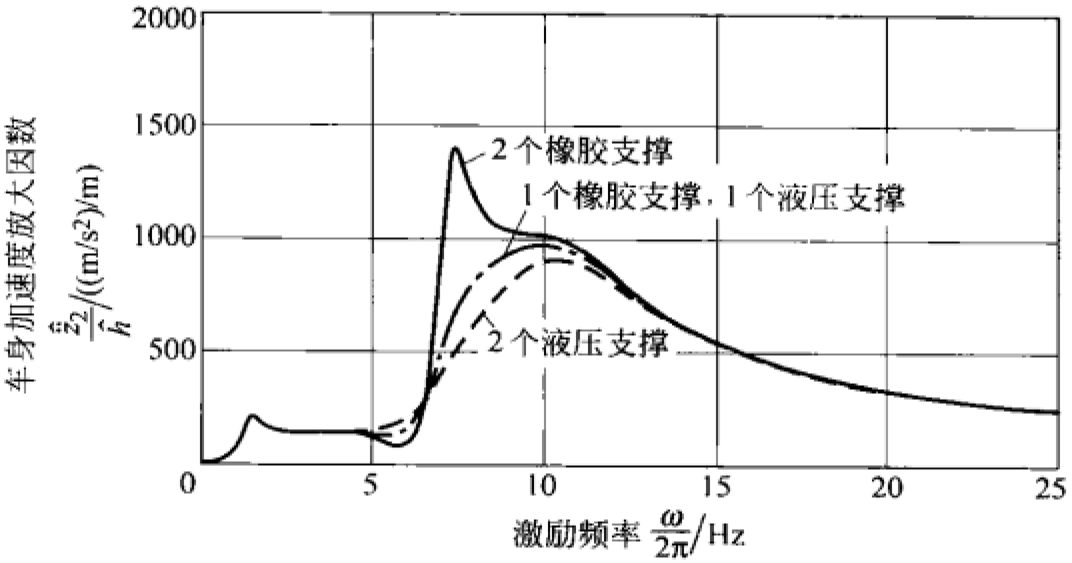


图 85.5 不同支撑阻尼对颠簸的影响($\nu_{Aggrz}/2\pi=6$ Hz；$d_{Mi}=0.1$ 同时/或者 $k_{Mi}=995$ N·s/m；其余车辆参数见图 85.4)

液力减振器从降低摇动方面考虑是值得推荐的，但是从噪声方面(和成本方面)考虑是不值得推荐的，这是由于橡胶减振器在隔离噪声方面比液力减振器更有效，见第 103 节。

85.3 驱动系统关联的影响

在 85.1 节和 85.2 节中取驱动系统垂直运动 z_{Aggr} 与俯仰运动 φ_{Aggr} 相互不耦合，也就是说当出现车身纯垂直振动 z_2 时，不会引起驱动系统俯仰运动 φ_{Aggr}。下面将讨论由于引入俯仰运动 φ_{Aggr} 后，可以使摇动降低到怎样程度。为了实现这个过程必须在数学表达式(85.10)中考虑耦合项，即 $k_\Delta \doteq c_\Delta \neq 0$。

图 85.6 给出了采用橡胶减振器的推荐设计参数(根据 85.2 节的讨论结果，这个系统的特性有改善的必要)。由图中曲线可以看出，原来在 7.5 Hz 处有一个峰值，由于耦合作用，现在在 $\omega/2\pi=6.7$ Hz 和 8.3 Hz 处分别出现一个峰值。在 6.7 Hz 处出现的第一个峰值比较小，在上面提到的伸缩缝距离 $L=5$ m 时对应的车速 $v=33.5$ m/s $=120$ km/h。第二个峰值不很重要，因为对应的车速 $v=41.5$ m/s $=150$ km/h 过高，车辆很少在这个车速下行驶，另外乘员也可以接受这个较高频率的振动。

振动的改善不仅可以通过上述的耦合作用，还可以通过相对比较小的驱动系统

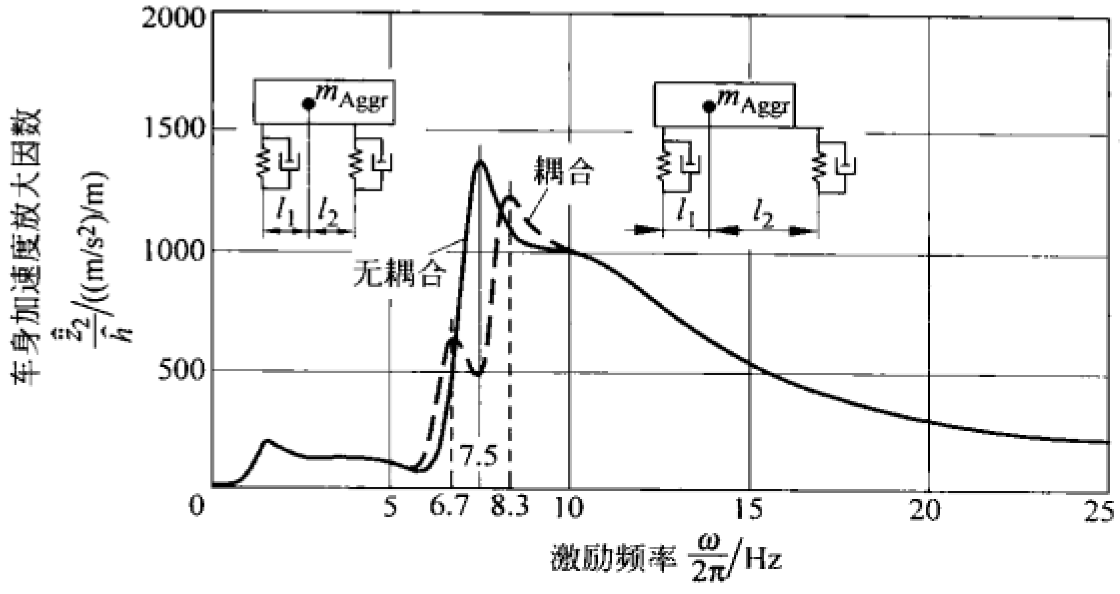


图 85.6 驱动系统垂直振动和俯仰运动的耦合对颠簸的影响（无耦合时车辆参数：$\nu_{Aggrz}/2\pi=6$ Hz；$c_{M1}=c_{M2}=93\,800$ N/m；$l_1=l_2=0.3$ m；$d_{M1}=d_{M2}=0.1$；耦合时车辆参数：$\nu_{Aggrz}/2\pi=6$ Hz；$c_{M1}=c_{M2}=93\,800$ N/m；$l_1=0.24$ m；$l_2=0.36$ m；$J_{Aggr}=8\ \mathrm{kg\cdot m^2}$，$\nu_{Aggr\varphi}/2\pi=7.5$ Hz，$d_{M1}=d_{M2}=0.1$ 或 $l_1=0.14$ m，$l_2=0.36$ m，$J_{Aggr}=4\ \mathrm{kg\cdot m^2}$；$\nu_{Aggr\varphi}/2\pi=7$ Hz；其他参数见图 85.4）

俯仰固有频率 ν_{Aggr} 来实现。如根据式(85.8)通过大的驱动系统转动惯量（即发动机之外的辅助设备，比如发电机尽量朝外安装）或者较小的 l_i 来实现。

85.4 驱动系统质量的影响

一般的来说，对于一定的车型，装备的发动机不同，功率、工作过程、工作容积、驱动系统附件以及质量 m_{Aggr} 都会不同。在下面的例子中，假设当驱动系统质量发生变化时，车身弹簧和减振器也做相应的调整，使得振动系统的车身固有频率 ν_2（见式(85.9)）和相应的相对阻尼系数 D_2（见式(85.11)）保持不变。

由图 85.7 可以看出，当质量 m_{Aggr} 比较小时颠簸的峰值比较小，并且向较高频率

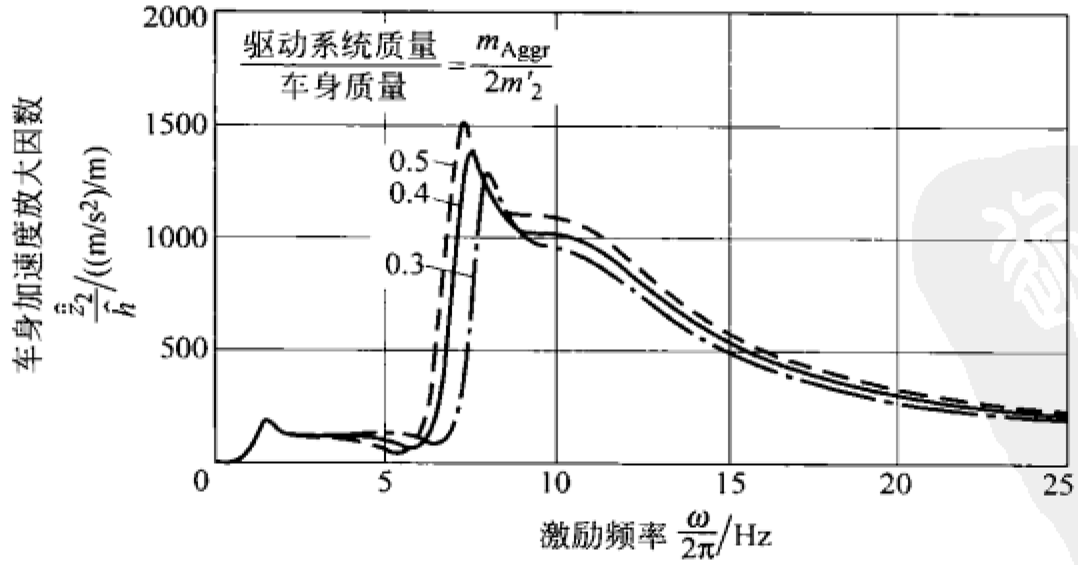


图 85.7 不同驱动系统质量对颠簸的影响（车辆参数：$m_2=326$ kg；$\nu_{Aggrz}/2\pi=6$ Hz；$d_{Mi}=0.1$；驱动系统垂直振动和俯仰运动的耦合，其他参数见图 85.4）

处移动，即对应的速度也比较高，所以使总的性能得到改善。尽管它的影响不是很大，但是较小的驱动系统质量对于颠簸问题的解决是有利的（并且，当质量比较小时，对于燃料消耗也是有利的）。

85.5 车轮固有频率的影响

在图 85.4 给出的第一个例子中驱动系统的垂直振动固有频率 $\nu_{Aggr\,z}$ 一个高于车轮固有频率 ν_1、一个低于车轮固有频率 ν_1。下面我们将讨论 $\nu_{Aggr\,z}$ 不变，车轮固有频率 ν_1 改变的情况，它是在车轮质量 m_1 不变的条件下通过提高轮胎弹簧的刚度实现的。

根据图 85.8 可知，在大约 7.5 Hz 处的峰值由于较大的车轮固有频率而减小，即比较有利。这是由于两个固有频率之间的频率差别增大。为了说明这一点在图 85.8 中画出了驱动系统刚性支撑（$\nu_{Aggr\,z}\to\infty$）时的曲线。

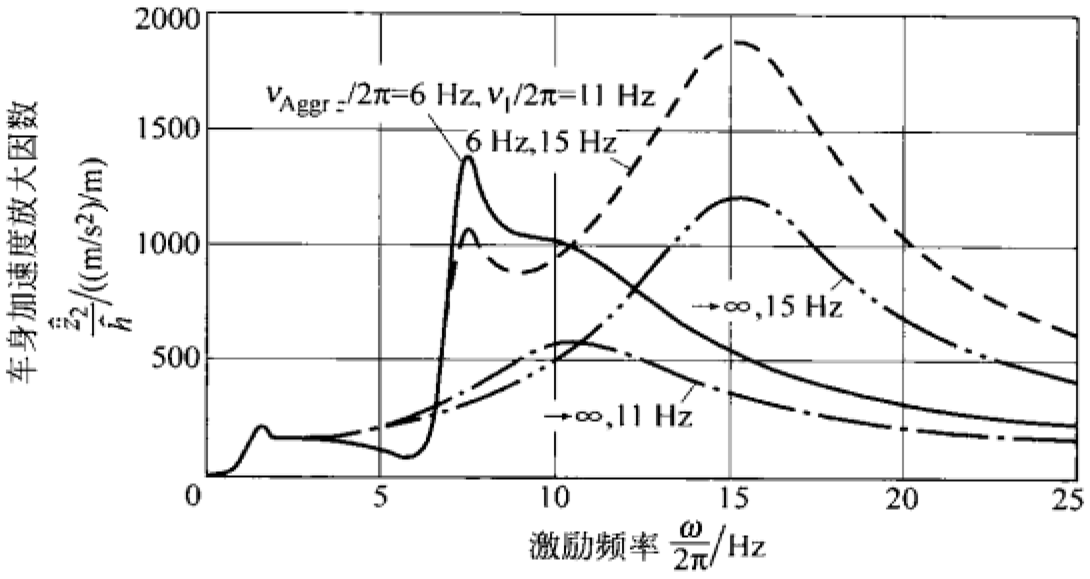


图 85.8 车轮固有频率对颠簸的影响（第一种情况：$\nu_1/2\pi=11$ Hz，即 $2m_1=62$ kg；$2c_1=257\,952$ N/m；第一种情况：$\nu_1/2\pi=15$ Hz，即 $2m_1=62$ kg；$2c_1=510\,297$ N/m；$\nu_{Aggrz}/2\pi=6$ Hz；$d_{Mi}=0.1$；其他参数见图 85.4）

对于非周期性激励，即随机激励，车辆的舒适性需要在频率从 0～25 Hz 范围内讨论，则上面讨论的结果是不适应的。关于这一点在第 71 节已经讨论过。

86 第 XII 章结果小结

在表 73.1 中小结了第 XI 章的结果，说明车身固有频率、相对阻尼系数等参数对舒适性和行驶安全性影响到什么程度，在第 XII 章进而由于双轴车辆的引入，又有其他的有关参数像轴距、联系质量、座椅位置、前面和后面部分系统、驱动系统的弹性支撑和与车例参数相关的车速被引入。在表 86.1 中小结了本章的结果。

表 86.1 第 XII 章的重要结果

性　能　提　示	
行驶安全性（轴荷变化）	双轴的引入没有影响 结果参看表 27.1
舒适性	—把前面和后面的部分系统先各自尽可能地调整好，参看表 73.1 的结果。 —其次才来调整和协调前后两个部分系统。要注意在什么车速范围内是我们希望改善舒适性的。 —增大轴距可以减小俯仰加速度及相应的用以评价的振动强度。 —对上部身体、双脚和双手的振感来说，轴距与车速的匹配是重要的。 —负的联系质量将改善舒适性。 —最佳舒适性约在轴距中点处获得。 —正确选择悬架系统可以减小制动过程中的俯仰运动。 —在车身上弹性支撑的驱动系统在随机激励时降低了驾驶员和副驾驶位置的舒适性，并且特别是在周期性激励时，这里称为“颠簸”。

XIII 四轮汽车，双轮辙激励

在前面的第 XI 章和第 XII 章里都假定，左右轮辙的不平度是相同的，因而对称于纵轴线的车辆不出现侧倾振动（绕纵轴线的角运动），而只有垂直振动和俯仰振动。左右不平度相同这一假设现在将要放弃，也就是说左右轮辙不平度是有差别的，车辆将出现侧倾。

但下列假设仍然有效（参看图 87.1(a)）：

1. 车辆（无乘员时）对称于车辆纵轴线，从前面看，重心 SP_2 在车辆正中间，左右悬架和减振器，车轮质量和轮胎弹性都相同。同时乘员也坐得对称于纵轴线。如果只有驾驶员在车内，那么他像赛车那样坐在车中间，而不像在轿车或货车上那样坐在一侧[109]。

从这一假设可以推出只有当左右轮辙的不平度不同时，车身才会出现侧倾运动 κ_2。或者反过来说，左右不平度相同时，就不会出现侧倾振动，而只会出现垂直振动和俯仰振动。

另外还假定：

2. 车轮质量只在垂直方向有运动。先忽略某些悬架的作用以及侧向运动（所谓侧向偏离和外倾变化）的影响。这些对垂直振动、俯仰振动和侧倾振动影响不大，而主要影响侧向振动（将在第 XIV 章讨论）。
3. 车身侧倾运动围绕着通过重心的轴线进行（绕所谓的瞬时中心运动的问题也在第 XIV 章中讨论）。

由于在四个车轮触地点处同时激励，使得轮荷变化和弹簧挠度的标准差以及 K_i 值的计算大为复杂了，而这些参数对于评价一部车辆来说又是十分重要的（参看第 IX 章）。但我们还是要把大的系统用已经熟悉的简单系统去分析，以便尽可能少的涉及完全新的理论知识。

87 （简化后的）四轮车辆运动方程

由于我们已经约定车辆是对称的，这样总的系统就可大大简化。垂直/俯仰振动与侧倾振动之间就不再存在耦合，如图 87.1 所示。在引入轴上方的车身质量 m_{2V}，

[109] 尽管乘员坐在侧面，但根据 64.2 节和 77.1 节，它对车身运动的影响是很小的。

m_{2H}以及联系质量 m_K（在重心 SP_2 上）之后，图 87.1(a)可画成图 87.1(b)[110]。因为垂直/俯仰振动与侧倾振动没有耦合，所以可以把整个系统分解成两个系统，即图 87.1(c)所示的垂直/俯仰振动系统和图 87.1(d)所示的侧倾振动系统。

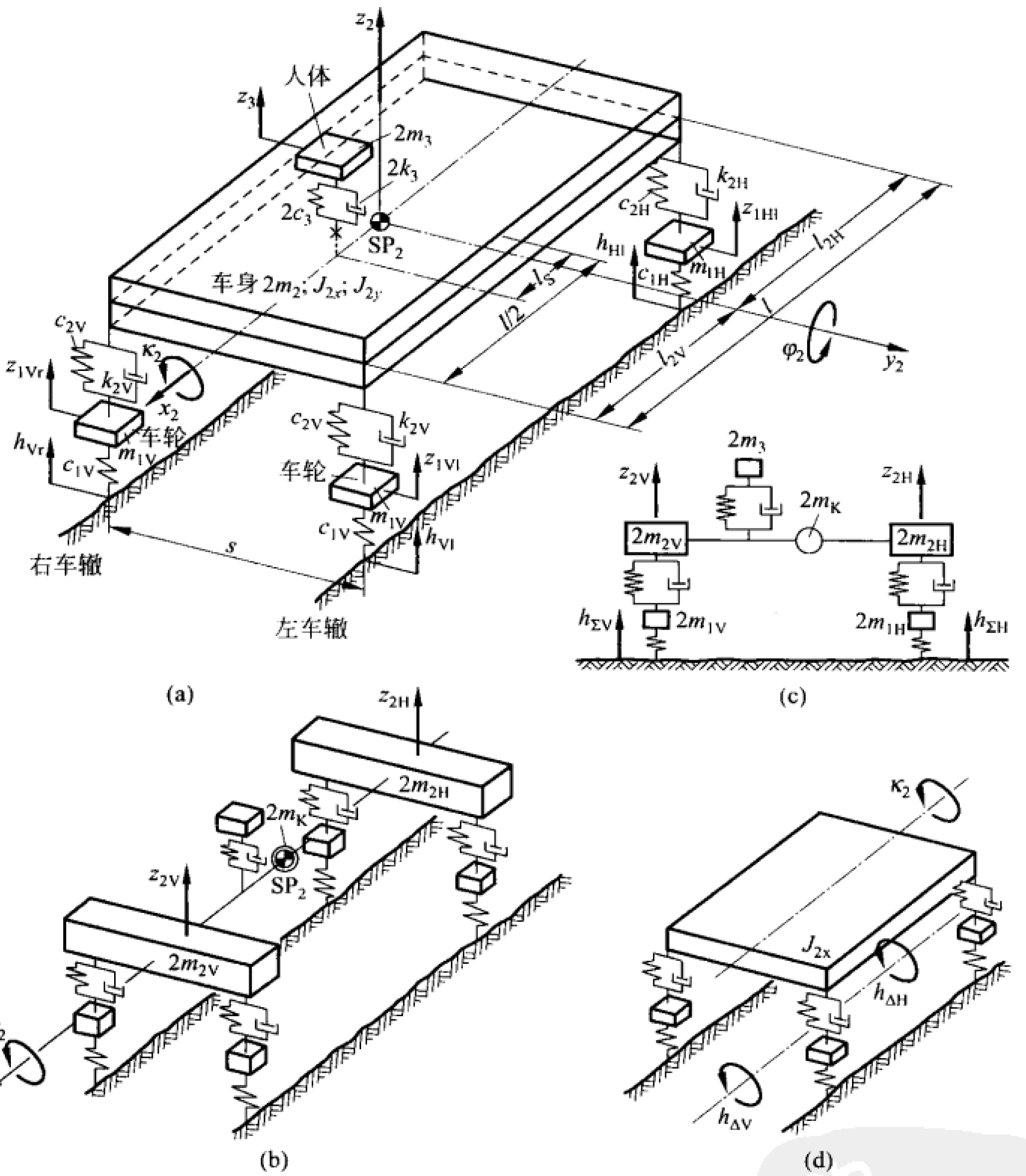


图 87.1 (a) 对称于纵轴线的车辆作垂直振动、俯仰振动和侧倾振动；(b) 车身位移 z_2 和 φ_2 代之以 z_{2V} 和 z_{2H}，m_2 和 J_{2y} 代之以质量 m_{2V}，m_{2H} 和 m_K；(c)、(d)因为 z_{2V}、z_{2H} 和 κ_2 之间没有耦合，所以可把振动系统(b)分解为两个彼此独立的系统：(c) 垂直/俯仰振动系统和(d)侧倾振动系统

以矩阵形式写出的运动方程如下：

---

〔110〕 因为到目前为止在单点和单车辙激励中车身质量总是取车辆的一半，所以在此必须乘 2。这一点同样适应于座椅-人体系统参数 m_3，c_3 和 k_3。

对垂直/俯仰振动有

$$\boldsymbol{M}_Z \ddot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{K}_Z \dot{\boldsymbol{z}} + \boldsymbol{C}_Z \boldsymbol{z} = \boldsymbol{R}_Z \boldsymbol{h} \tag{87.1}$$

其中坐标向量

$$z^{\mathrm{T}} = (z_3, z_{2\mathrm{V}}, z_{2\mathrm{H}}, z_{1\mathrm{V}}, z_{1\mathrm{H}}) \tag{87.2}$$

对侧倾振动有

$$\boldsymbol{M}_\kappa \ddot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{K}_\kappa \dot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{C}_\kappa \boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{R}_\kappa \boldsymbol{h} \tag{87.3}$$

其中坐标向量

$$\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}} = (\kappa_2, \kappa_{1\mathrm{V}}, \kappa_{1\mathrm{H}}) \tag{87.4}$$

有关的矩阵元素在表 87.1 和 87.2 中列出。

为了能在方程中反映车辆的对称性，我们还要引进下面几个新的参数：

左右车轮位移的算术平均值

$$z_{1\mathrm{V}} = \frac{1}{2}(z_{1\mathrm{Vl}} + z_{1\mathrm{Vr}}); \quad z_{1\mathrm{H}} = \frac{1}{2}(z_{1\mathrm{Hl}} + z_{1\mathrm{Hr}}) \tag{87.5}$$

由左右轮位移差值除以轮距 s 导出虚构的车轴侧倾角位移

$$\kappa_{1\mathrm{V}} = \frac{1}{s}(z_{1\mathrm{Vl}} - z_{1\mathrm{Vr}}); \quad \kappa_{1\mathrm{H}} = \frac{1}{s}(z_{1\mathrm{Hl}} - z_{1\mathrm{Hr}}) \tag{87.6}$$

由左右不平度之和决定的垂直振动激励

$$h_{\Sigma\mathrm{V}} = \frac{1}{2}(h_{\mathrm{Vl}} + h_{\mathrm{Vr}}); \quad h_{\Sigma\mathrm{H}} = \frac{1}{2}(h_{\mathrm{Hl}} + h_{\mathrm{Hr}}) \tag{87.7}$$

以及由左右不平度之差决定的侧倾振动激励

$$h_{\Delta\mathrm{V}} = \frac{1}{s}(h_{\mathrm{Vl}} - h_{\mathrm{Vr}}); \quad h_{\Delta\mathrm{H}} = \frac{1}{s}(h_{\mathrm{Hl}} - h_{\mathrm{Hr}}) \tag{87.8}$$

这两个新的不平度函数的直观意义如图 87.2 所示。

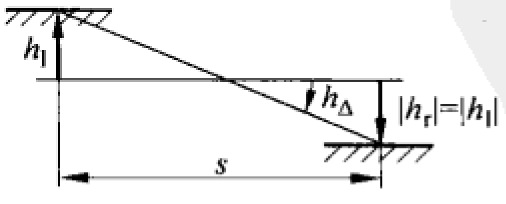
特　征	缩 写 符 号	用以说明的特殊情况	在对称的车辆上的反应
同相激励＝垂直激励	$h_\Sigma = \frac{h_l + h_r}{2}$		只有垂直和俯仰运动
反向激励＝侧倾激励	$h_\Delta = \frac{h_l - h_r}{s}$		只有侧倾运动

图 87.2　不平度的激励（s＝轮距）

驾驶员只在垂直方向上可以相对于车身运动；而在俯仰振动和侧倾振动时他是像和车身连在一起似的作为一体处理的。

对表格作简要说明。表 87.1 中

第 1 行表示：座椅-人体垂直运动 $2m_3\ddot{z}_3+\cdots=0$

第 2 行表示：前面的车身垂直运动 $2(m_{2V}+\cdots)\ddot{z}_{2V}+\cdots=0$

第 3 行表示：后面的车身垂直运动 $2(m_{2H}+\cdots)\ddot{z}_{2H}+\cdots=0$

第 4 行表示：前轴垂直运动 $2m_{1V}\ddot{z}_{1V}+\cdots=\cdots h_{\Sigma V}$

第 5 行表示：后轴垂直运动 $2m_{1H}\ddot{z}_{1H}+\cdots=\cdots h_{\Sigma H}$

这一方程组在式(76.1)～(76.6)中已经列出过，只不过在这里不再是不平度 h_V 和 h_H 的激励，而是双轮辙激励 $h_{\Sigma V}$ 和 $h_{\Sigma H}$。

在表 87.2 中

第 1 行表示：车身侧倾运动 $J_{2x}\ddot{\kappa}_2+\cdots=0$。

第 2 行表示：前轴侧倾运动 $2m_{1V}\left(\frac{s}{2}\right)^2\ddot{\kappa}_{1V}+\cdots=\cdots h_{\Delta V}$。

第 3 行表示：后轴侧倾运动 $2m_{1H}\left(\frac{s}{2}\right)^2\ddot{\kappa}_{1H}+\cdots=\cdots h_{\Delta H}$

驾驶员在垂直方向与车身之间产生相对运动，在俯仰振动和侧倾振动方面认为与车身固定。

表 87.1 针对进行垂直和俯仰振动的车辆模型列出的方程式(87.1)和式(87.2)中的矩阵元素。悬架种类没有考虑。z_{ij} 和 $h_{\Sigma i}$ 的含义参看式(87.5)和式(87.7)

	$\ddot{z}_3$	$\ddot{z}_{2V}$	$\ddot{z}_{2H}$	$\ddot{z}_{1V}$	$\ddot{z}_{1H}$
	$2m_3$	0	0	0	0
	0	$2m_{2V}+2m_K\left(\frac{l_{2H}}{l}\right)^2$	$2m_K\frac{l_{2V}l_{2H}}{l^2}$	0	0
$M_Z=$	0	$2m_K\frac{l_{2V}l_{2H}}{l^2}$	$2m_{2H}+2m_K\left(\frac{l_{2V}}{l}\right)^2$	0	0
	0	0	0	$2m_{1V}$	0
	0	0	0	0	$2m_{1H}$

	$\dot{z}_3$	$\dot{z}_{2V}$	$\dot{z}_{2H}$	$\dot{z}_{1V}$	$\dot{z}_{1H}$
	$2k_3$	$-2k_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)$	$-2k_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)$	0	0
	$-2k_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)$	$2k_{2V}+2k_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)^2$	$2k_3\left(\frac{1}{4}-\frac{l_S^2}{l^2}\right)$	$-2k_{2V}$	0
$K_Z=$	$-2k_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)$	$2k_3\left(\frac{1}{4}-\frac{l_S^2}{l^2}\right)$	$2k_{2H}+2k_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)^2$	0	$-2k_{2H}$
	0	$-2k_{2V}$	0	$2k_{2V}$	0
	0	0	$-2k_{2H}$	0	$2k_{2H}$

续表

$C_Z=$

z_3	z_{2V}	z_{2H}	z_{1V}	z_{1H}
$2c_3$	$-2c_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)$	$-2c_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)$	0	0
$-2c_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)$	$2c_{2V}+2c_3\left(\frac{1}{2}+\frac{l_S}{l}\right)^2$	$2c_3\left(\frac{1}{4}-\frac{l_S^2}{l^2}\right)$	$-2c_{2V}$	0
$-2c_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)$	$2c_3\left(\frac{1}{4}-\frac{l_S^2}{l^2}\right)$	$2c_{2H}+2c_3\left(\frac{1}{2}-\frac{l_S}{l}\right)^2$	0	$-2c_{2H}$
0	$-2c_{2V}$	0	$2(c_{2V}+c_{1V})$	0
0	0	$-2c_{2H}$	0	$2(c_{2H}+c_{1H})$

$R_Z h_\Sigma=$

0	0
0	0
0	0
$2c_{1V}$	0
0	$2c_{1H}$

$h_{\Sigma V}$
$h_{\Sigma H}$

表 87.2 针对进行侧倾振动的车辆模型列出的方程(87.3)和(87.4)中的矩阵元素。悬架种类没有考虑，κ_{1i}和$h_{\Delta i}$的含义参看式(87.6)和式(87.8)

$M_\kappa=$

$\ddot{\kappa}_2$	$\ddot{\kappa}_{1V}$	$\ddot{\kappa}_{1H}$
J_{2x}	0	0
0	$2m_{1V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	0
0	0	$2m_{1H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$

$K_\kappa=$

$\dot{\kappa}_2$	$\dot{\kappa}_{1V}$	$\dot{\kappa}_{1H}$
$2\left(\frac{s}{2}\right)^2(k_{2V}+k_{2H})$	$-2k_{2V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	$-2k_{2H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$
$-2k_{2V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	$2k_{2V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	0
$-2k_{2H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	0	$2k_{2H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$

$C_\kappa=$

κ_2	κ_{1V}	κ_{1H}
$2\left(\frac{s}{2}\right)^2(c_{2V}+c_{2H})$	$-2c_{2V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	$-2c_{2H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$
$-2c_{2V}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	$2(c_{1V}+c_{2V})\left(\frac{s}{2}\right)^2$	0
$-2c_{2H}\left(\frac{s}{2}\right)^2$	0	$2(c_{1H}+c_{2H})\left(\frac{s}{2}\right)^2$

续表

$$
\boldsymbol{R}_{\kappa}\boldsymbol{h}_{\Delta}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2c_{1\mathrm{V}}\left(\frac{s}{2}\right)^{2} & 0 \\ 0 & 2c_{1\mathrm{H}}\left(\frac{s}{2}\right)^{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_{\Delta\mathrm{V}} \\ h_{\Delta\mathrm{H}} \end{bmatrix}
$$

88 地面不平度的自谱、互谱以及相干性

在求解方程(87.1)到方程(87.4)之前，必须先把 57.1a 节、58 节和 59 节中阐述的路面不平度激励的理论从单轮辙模型扩展到双轮辙模型。这就涉及新的概念，像自谱、互谱和相干性。

前面在单一激励的情况下采用的关系式是

$$\underline{\hat{q}}=\underline{\hat{V}}\,\underline{\hat{h}} \tag{88.1}$$

式中$\underline{\hat{h}}$是不平度函数的复振幅；$\underline{\hat{q}}$是某一振动参数的复振幅；$\underline{\hat{V}}$是频率响应函数。当平均数为零时，方差可由下式给出

$$\sigma_{\mathrm{q}}^{2}=\int_{0}^{\infty}\lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}\underline{\hat{q}}\cdot\underline{\hat{q}}^{*}\,\mathrm{d}\omega \tag{88.2}$$

式中$\underline{\hat{q}}^{*}$是$\underline{\hat{q}}$的共轭复振幅。

与式(58.14)相比，式(88.2)是更为一般性的表达式。式(58.14)中被积函数是$(\underline{\hat{q}})^{2}$；而式(88.2)中是$\underline{\hat{q}}\cdot\underline{\hat{q}}^{*}$。只有当单一激励时，这两个被积函数才是相等的。

这可推导如下：

$$\underline{\hat{q}}=\underline{\hat{V}}\,\underline{\hat{h}};\quad \underline{\hat{q}}^{*}=\underline{\hat{V}}^{*}\,\underline{\hat{h}}^{*}$$

引入实数的幅值和相角，复数可以表示为：

$$\underline{\hat{q}}=\hat{V}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\,\hat{h}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta};\quad \underline{\hat{q}}^{*}=\hat{V}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}\,\hat{h}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta}$$

这样：

$$\underline{\hat{q}}\cdot\underline{\hat{q}}^{*}=\hat{V}^{2}\,\hat{h}^{2}=(\hat{q})^{2}$$

在多处激励时，式(88.2)就大大复杂了。对于纵轴对称的车辆在第 87 节讨论的四个激励作用下，任意一个振动量的复数形式幅值可以表示为：

$$\underline{\hat{q}}=\underline{\hat{V}}_{\Sigma\mathrm{V}}\,\underline{\hat{h}}_{\Sigma\mathrm{V}}+\underline{\hat{V}}_{\Sigma\mathrm{H}}\,\underline{\hat{h}}_{\Sigma\mathrm{H}}+\underline{\hat{V}}_{\Delta\mathrm{V}}\,\underline{\hat{h}}_{\Delta\mathrm{V}}+\underline{\hat{V}}_{\Delta\mathrm{H}}\,\underline{\hat{h}}_{\Delta\mathrm{H}} \tag{88.3}$$

因为前、后轮之间的不平度在时间上产生一个平移 $\Delta t=l/v$，大小相同，根据式(76.12)，它们之间关系可以写成：

$$\underline{\hat{h}}_{\Sigma\mathrm{V}}=\underline{\hat{h}}_{\Sigma\mathrm{H}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\Delta t};\quad \underline{\hat{h}}_{\Delta\mathrm{V}}=\underline{\hat{h}}_{\Delta\mathrm{H}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\Delta t} \tag{88.4}$$

代入到式(88.3)可得：

$$\underline{\hat{q}} = (\underline{\hat{V}}_{\Sigma V} + \underline{\hat{V}}_{\Sigma H} e^{-j\omega\Delta t})\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma V} + (\underline{\hat{V}}_{\Delta V} + \underline{\hat{V}}_{\Delta H} e^{-j\omega\Delta t})\, \underline{\hat{h}}_{\Delta V} \tag{88.5}$$

如果把括号加以简写，并在不平度符号中去掉针对前轴的多余注脚 V，就可写成

$$\underline{\hat{q}} = \underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma} + \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{h}}_{\Delta} \tag{88.6}$$

这样，在按式(88.2)计算方差时很重要的乘积$\underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^*$可以从下式求出

$$\begin{aligned}\underline{\hat{q}} \cdot \underline{\hat{q}}^* &= (\underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma} + \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{h}}_{\Delta})\, (\underline{\hat{V}}_{\Sigma}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}^* + \underline{\hat{V}}_{\Delta}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}^*) \\ &= \underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{V}}_{\Sigma}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}^* + \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{V}}_{\Delta}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}^* + \underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{V}}_{\Delta}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}^* + \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{V}}_{\Sigma}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}^* \\ &= \hat{V}_{\Sigma}^2\, \hat{h}_{\Sigma}^2 + \hat{V}_{\Delta}^2\, \hat{h}_{\Delta}^2 + \underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{V}}_{\Delta}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}^* + \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{V}}_{\Sigma}^*\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}^*\end{aligned}$$

下面再引进已知的不平度谱密度表达式，为区别于其他谱密度，这里称为自谱密度

$$\begin{aligned}\Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_{\Sigma}(\omega)]^2 \\ \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\hat{h}_{\Delta}(\omega)]^2\end{aligned} \tag{88.7}$$

并引进还没有涉及过的互谱密度

$$\begin{aligned}\Phi_{h\Sigma\Delta}(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\underline{\hat{h}}_{\Sigma}(\omega)\, \underline{\hat{h}}_{\Delta}^*(\omega)], \\ \Phi_{h\Delta\Sigma}(\omega) &= \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T} [\underline{\hat{h}}_{\Delta}(\omega)\, \underline{\hat{h}}_{\Sigma}^*(\omega)]\end{aligned} \tag{88.8}$$

即可写出方差表达式

$$\begin{aligned}\sigma_q^2 = &\int_0^\infty \hat{V}_{\Sigma}^2 \Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^\infty \hat{V}_{\Delta}^2 \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega)\mathrm{d}\omega \\ &+ \int_0^\infty \underline{\hat{V}}_{\Sigma}\, \underline{\hat{V}}_{\Delta}^* \Phi_{h\Sigma\Delta}(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^\infty \underline{\hat{V}}_{\Delta}\, \underline{\hat{V}}_{\Sigma}^* \Phi_{h\Delta\Sigma}(\omega)\mathrm{d}\omega\end{aligned} \tag{88.9}$$

把式(88.2)、式(88.1)和式(88.9)进行比较后可以看出：在单轮辙激励时，为计算方差只需利用一个谱密度；而在双轮辙激励时，要利用的不是两个，而是四个谱密度！它除了包括关于垂直激励和侧倾激励的两个自谱外，还有两个涉及垂直激励与侧倾激励之间关系的互谱。在确定这些参数的数值之前，应当先通过测量结果对互谱进行重要的简化。

88.1 帕希洛夫斯基提出的简化[111]

帕希洛夫斯基提出的简化是

$$\Phi_{h\Sigma\Delta} = \Phi_{h\Delta\Sigma} = 0 \tag{88.10}$$

---

[111] Parkhilowskij, J. F.: Investigations of the Probability Characteristics of the Surfaces of Distributed Types of Roads. Autom. Prom. 8 (1968), S. 1-22, s. a. Robson, J. D.: The Role of the Parkhilowskij Model in Road Description. Vehicle System Dynamics 7 (1978), S. 153-162, und Rill, G.: Instationäre Fahrzeugschwingungen bei stochastischer Erregung. Diss. TU Stuttgart 1983.

即认为垂直激励与侧倾激励之间没有关连，这两个不平度激励彼此独立！

这样式(88.9)就可大大简化了：

$$\sigma_q^2 = \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma^2 \Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta^2 \Phi_{h\Delta\Delta}(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{88.11}$$

88.2　垂直激励和侧倾激励的自谱，相干性

为了从式(88.11)出发进行计算，就要用到自谱密度 $\Phi_{h\Sigma\Sigma}$ 和 $\Phi_{h\Delta\Delta}$，为此，按式(88.7)就先要求出 $\hat{h}_\Sigma^2 = \underline{\hat{h}}_\Sigma \underline{\hat{h}}_\Sigma^*$ 和 $\hat{h}_\Delta^2 = \underline{\hat{h}}_\Delta \underline{\hat{h}}_\Delta^*$。把式(87.7)代入，并在推导过程中省去函数符号(ω)，就得到

$$\underline{\hat{h}}_\Sigma \underline{\hat{h}}_\Sigma^* = \frac{1}{4}(\underline{\hat{h}}_l + \underline{\hat{h}}_r)(\underline{\hat{h}}_l^* + \underline{\hat{h}}_r^*) = \frac{1}{4}(\hat{h}_l^2 + \hat{h}_r^2 + \underline{\hat{h}}_l \underline{\hat{h}}_r^* + \underline{\hat{h}}_r \underline{\hat{h}}_l^*)$$

并把式(87.8)代入，得到

$$\underline{\hat{h}}_\Delta \underline{\hat{h}}_\Delta^* = \frac{1}{s^2}(\underline{\hat{h}}_l - \hat{h}_r)(\underline{\hat{h}}_l^* - \underline{\hat{h}}_r^*) = \frac{1}{s^2}(\hat{h}_l^2 + \hat{h}_r^2 - \underline{\hat{h}}_l \underline{\hat{h}}_r^* - \underline{\hat{h}}_r \underline{\hat{h}}_l^*)$$

将两式代入式(88.7)，有

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma} = \frac{1}{4}(\Phi_{hll} + \Phi_{hrr} + \Phi_{hlr} + \Phi_{hrl}) \tag{88.12}$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta} = \frac{1}{s^2}(\Phi_{hll} + \Phi_{hrr} - \Phi_{hlr} - \Phi_{hrl}) \tag{88.13}$$

其中前两个被加数是左右轮辙不平度的自谱

$$\Phi_{hll}(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}[\hat{h}_l(\omega)]^2 \tag{88.14}$$

$$\Phi_{hrr}(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}[\hat{h}_r(\omega)]^2 \tag{88.15}$$

这两者都是实函数。而左右轮辙之间的互谱

$$\Phi_{hlr}(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}[\underline{\hat{h}}_l(\omega)\underline{\hat{h}}_r^*(\omega)] \tag{88.16}$$

$$\Phi_{hrl}(\omega) = \lim_{T\to\infty}\frac{4\pi}{T}[\underline{\hat{h}}_r(\omega)\underline{\hat{h}}_l^*(\omega)] \tag{88.17}$$

则一般为复函数，确切地讲两者是共轭复函数：

$$\Phi_{hlr}(\omega) = |\Phi_{hlr}(\omega)|\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(\omega)};\quad \Phi_{hrl}(\omega) = |\Phi_{hlr}(\omega)|\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta(\omega)} \tag{88.18}$$

式中 $|\Phi_{hlr}|$ 为实振幅，β 为相角。

这是容易导出的，如果我们先把复振幅分为实部和虚部：

$$\underline{\hat{h}}_l = h_{lRe} + \mathrm{j}h_{lIm};\quad \underline{\hat{h}}_l^* = h_{lRe} - \mathrm{j}h_{lIm}$$

$$\underline{\hat{h}}_r = h_{rRe} + \mathrm{j}h_{rIm};\quad \underline{\hat{h}}_r^* = h_{rRe} - \mathrm{j}h_{rIm}$$

即可写出对互谱密度是十分重要的乘积

$$\begin{aligned}\underline{\hat{h}}_l\underline{\hat{h}}_r^* &= (h_{lRe} + \mathrm{j}h_{lIm})(h_{rRe} - \mathrm{j}h_{rIm})\\ &= (h_{lRe}h_{rRe} + h_{lIm}h_{rIm}) + \mathrm{j}(h_{lIm}h_{rRe} - h_{lRe}h_{rIm})\end{aligned}$$

$$\underline{\hat{h}}_r\underline{\hat{h}}_l^* = (h_{rRe} + jh_{rIm})(h_{lRe} - jh_{lIm})$$
$$= (h_{lRe}h_{rRe} + h_{rIm}h_{lIm}) - j(h_{rRe}h_{lIm} - h_{rIm}h_{lRe})$$

可见两者的实部和虚部的绝对值是相等的，只是虚部的符号不同（参看图 88.1），也就是振幅相同，只是相角的符号不同：

$$\underline{\hat{h}}_l\underline{\hat{h}}_r^* = \hat{h}_l\hat{h}_r e^{j\beta}; \quad \underline{\hat{h}}_r\underline{\hat{h}}_l^* = \hat{h}_l\hat{h}_r e^{-j\beta}$$

这样就可以得到式(88.18)。

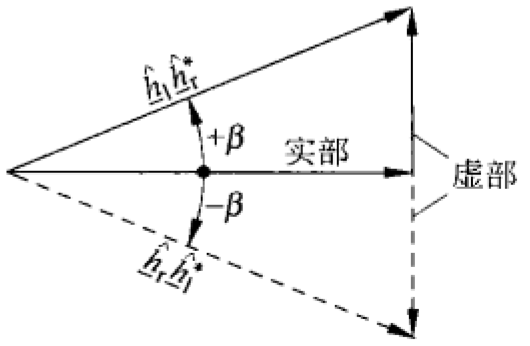


图 88.1 互谱密度是共轭复函数的说明

如果把互谱密度的绝对值除以自谱密度乘积的平方根，就得到所谓相干函数

$$\gamma_h(\omega) = \frac{|\Phi_{hlr}(\omega)|}{\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}} \tag{88.19}$$

它是一个取值在 0～1 之间的实函数。

由此，我们可以在式(88.12)和式(88.13)中用绝对值 $|\Phi_{hlr}(\omega)|$ 和相角 $\beta(\omega)$ 或用相干函数 $\gamma_h(\omega)$ 和相角 $\beta(\omega)$ 取代两个共轭的互谱密度 $\Phi_{hlr}(\omega)$ 和 $\Phi_{hrl}(\omega)$。如果相干函数按式(88.19)代入，则可得到

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) = \frac{1}{4}\left[\Phi_{hll}(\omega) + \Phi_{hrr}(\omega) + 2\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}\gamma_h(\omega)\cos\beta(\omega)\right] \tag{88.20}$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) = \frac{1}{s^2}\left[\Phi_{hll}(\omega) + \Phi_{hrr}(\omega) - 2\sqrt{\Phi_{hll}(\omega)\Phi_{hrr}(\omega)}\gamma_h(\omega)\cos\beta(\omega)\right] \tag{88.21}$$

这样，我们将式(88.20)和式(88.21)代入式(88.11)，就可以由垂直激励和侧倾激励幅频特性以及四个激励参数（左右轮辙的自谱和相干函数及其相应的相角）求出方差。

88.3 行程有关的谱密度

函数 $\Phi_{hi}(\omega)$ 包含了不平度和车速两方面的因素。如前面第 59 节所讲的，有意义的是要定义一个只包含不平度因素的谱密度，也就是说只与行程圆频率 Ω 有关。根据式(59.4)，代入车速 v 后有

$$\Phi_{hll}(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_{hll}(\Omega); \quad \Phi_{hrr}(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_{hrr}(\Omega) \tag{88.22}$$

根据相同的推导得：

$$\Phi_{hlr}(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_{hlr}(\Omega); \quad \Phi_{hrl}(\omega) = \frac{1}{v}\Phi_{hrl}(\Omega) \tag{88.23}$$

当图 88.1 所示的相角

$$\beta(\omega) = \beta(\Omega) \tag{88.24}$$

时，则式(88.22)和式(88.23)对绝对值也成立。把式(88.22)和式(88.23)代入式(88.19)，即得

$$\gamma_h(\omega) = \gamma_h(\Omega) \tag{88.25}$$

另外，式(57.9)依然有效：

$$\omega = v\Omega \tag{88.26}$$

88.4　测量结果，相干函数的近似表达式

通过测量结果[112,113]（只有比较少的结果）可以得到两点，一点是各个轮辙的自谱密度几乎相等[114]，即：

$$\Phi_{\mathrm{hll}}(\Omega) \approx \Phi_{\mathrm{hrr}}(\Omega) = \Phi_{\mathrm{h}}(\Omega) \tag{88.27}$$

另一点是相角几乎为零，即：

$$\beta(\Omega) \approx 0 \tag{88.28}$$

由此，将式(88.27)代入式(88.19)后得到的相干函数就被简化了：

$$\gamma_{\mathrm{h}} \approx \frac{\left|\Phi_{\mathrm{hlr}}(\Omega)\right|}{\Phi_{\mathrm{h}}(\Omega)} \tag{88.29}$$

图 88.2 给出了相干函数的测量结果。由图可知，这个实函数 γ_{h} 取值在 1 到 0 之间。$\gamma_{\mathrm{h}}=1$ 说明左右车辙的地面不平度函数完全线性相关，$\gamma_{\mathrm{h}}=0$ 则意味着它们之间完全线性无关。γ_{h} 随着频率 Ω 的增加或者说随波长 L 的减小而不断减小。这就是说，特别长的波完全相关，而短波则不相关。

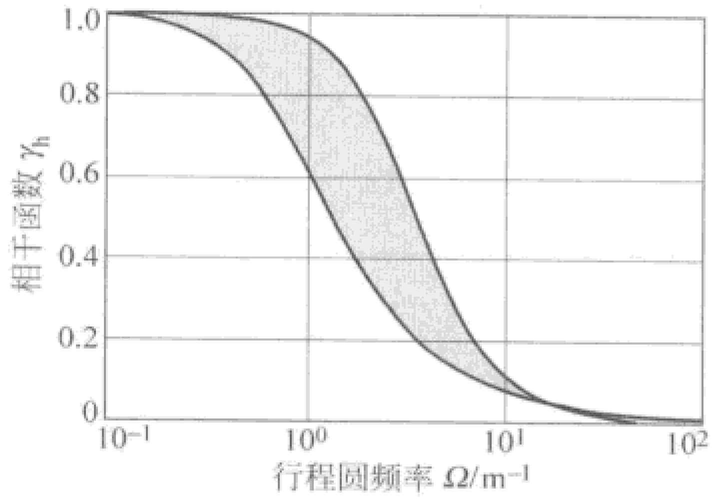


图 88.2　在轮距为 $s=1$ m 时相干函数的变化范围（出自 Ammon[115]）

Ammon[116]给出了相干函数的一个近似表达式，近似表达式中相干函数值与行程圆频率 Ω 和轮距 s 有关。

$$\gamma_{\mathrm{h}}(\Omega, s) = \left[1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_p}\left(\frac{s}{m}\right)^a\right)^w\right]^{-p} \tag{88.30}$$

---

〔112〕 Bormann, V.: Fahrbahnunebenheiten paralleler Fahrspuren und Anwendung der Ergebnisse. I. IfF-Tagung, Braunschweig 1976.

〔113〕 Ammon, D.; Bormann, V.: Zur Kohärenz zwischen den Unebenheitsanregungen an linker und rechter Fahrspur. VDI-Bericht Nr. 877 (1991). Düsseldorf: VDI-Verlag.

〔114〕 见表 59.1 的参考文献。

〔115〕 见参考文献 113。

〔116〕 见参考文献 113。

式中，Ω_p 为相关行程圆频率；p 和 a 为另外的常数；w 为人们熟悉的波度性系数，见 59.1 节。表 88.1 列出各参数的部分值。

表 88.1 Ammon[117] 的近似表达式(88.30)中各参数的值

分级 路面层	田间小路	州公路		联邦公路	
	水泥石子混合路面	沥青路面	石子上铺沥青层路面	沥青混凝土路面	水泥混凝土路面
$\Phi(\Omega_0)[cm^3]$ $\Omega_0=1\ m^{-1}$	10	5	2.6	2.6	3.7
波度性系数 w	2.0	2.2	2.3	2.1	2.0
p	0.50	0.88	0.45	0.45	0.47
$\Omega_p[m^{-1}]$	0.99	3.30	1.53	0.73	0.96
a	0.94	0.97	0.56	0.60	0.96

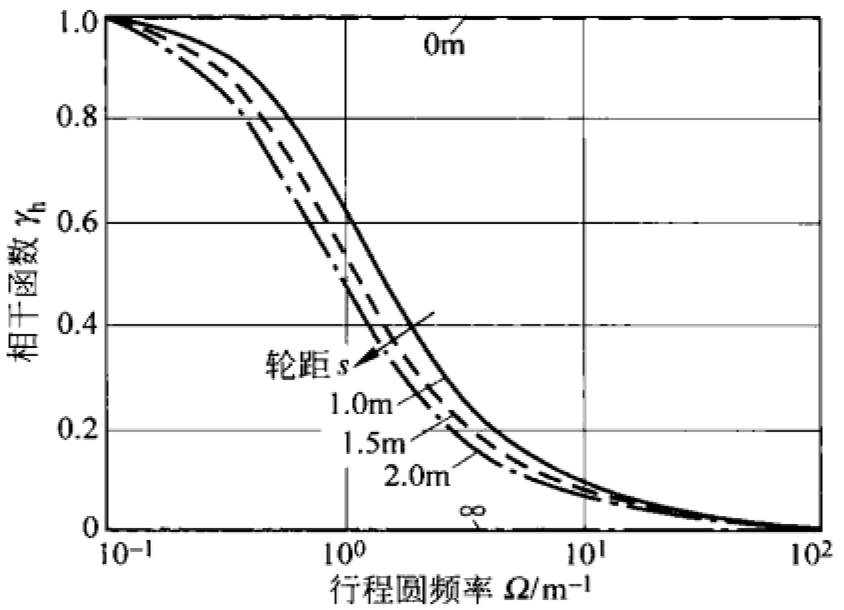


图 88.3 式(88.30)中轮距对相干函数的影响。参数见表 88.1：联邦公路，沥青混凝土路面，$p=0.45$，$\Omega_p=0.73\ m^{-1}$，$a=0.60$，$w=2$

根据式(88.30)和图 88.3 以及相关经验可知，相关函数 γ_h 的取值随轮距 s 的增长，即随左右车轮之间距离增大而不断减小（极限值为：当 $s=0$ 时 $\gamma_h=1$；当 $s\to\infty$ 时 $\gamma_h=0$）。

89 双车辙激励时的方差值

根据第 87 节和第 88 节分析得到振动量 q 的方差值 σ_q^2 可以用下面的形式描述。由式(88.28)和式(88.18)可以给出，当 $\beta\approx0$ 时，互功率谱密度函数是一个实函数。这时由于根据式(88.27)各功率谱密度函数都相等，对于双车辙激励不再是四个功率

〔117〕 见参考文献 113。

谱密度函数，而实际上可以通过两个量来描述，即 $\Phi_h(\Omega)$ 和 $|\Phi_{hlr}(\Omega)|$ 或者 $\Phi_h(\Omega)$ 和 γ_h。

将式(88.27)和式(88.28)代入式(88.20)和式(88.21)得：

$$\Phi_{h\Sigma\Sigma}(\omega) = \frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega) \tag{89.1}$$

$$\Phi_{h\Delta\Delta}(\omega) = \frac{2}{s^2}(1-\gamma_h)\Phi_h(\omega) \tag{89.2}$$

同时式(88.11)简化为：

$$\sigma_q^2 \approx \int_0^\infty \hat{V}_\Sigma^2 \frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega + \int_0^\infty \hat{V}_\Delta^2 \frac{2}{s^2}(1-\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{89.3}$$

上式中第一个相加项是垂直振动和俯仰振动的功率谱密度

$$\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega) \tag{89.4}$$

第二个相加项是侧倾振动的功率谱密度

$$\frac{2}{s^2}(1-\gamma_h)\Phi_h(\omega) \tag{89.5}$$

图 89.1 描述了这两个新的函数曲线，它们是由熟知的地面不平度功率谱密度函数 $\Phi_h(\omega)$ 和相干函数 $\gamma_h(\omega)$ 构成的。由图(c)可见垂直/俯仰振动的功率谱密度随 ω 单调下降，与 $\Phi_h(\omega)$ 基本一致，只是由于 γ_h 随频率变化的影响，下降的强度更大一些。

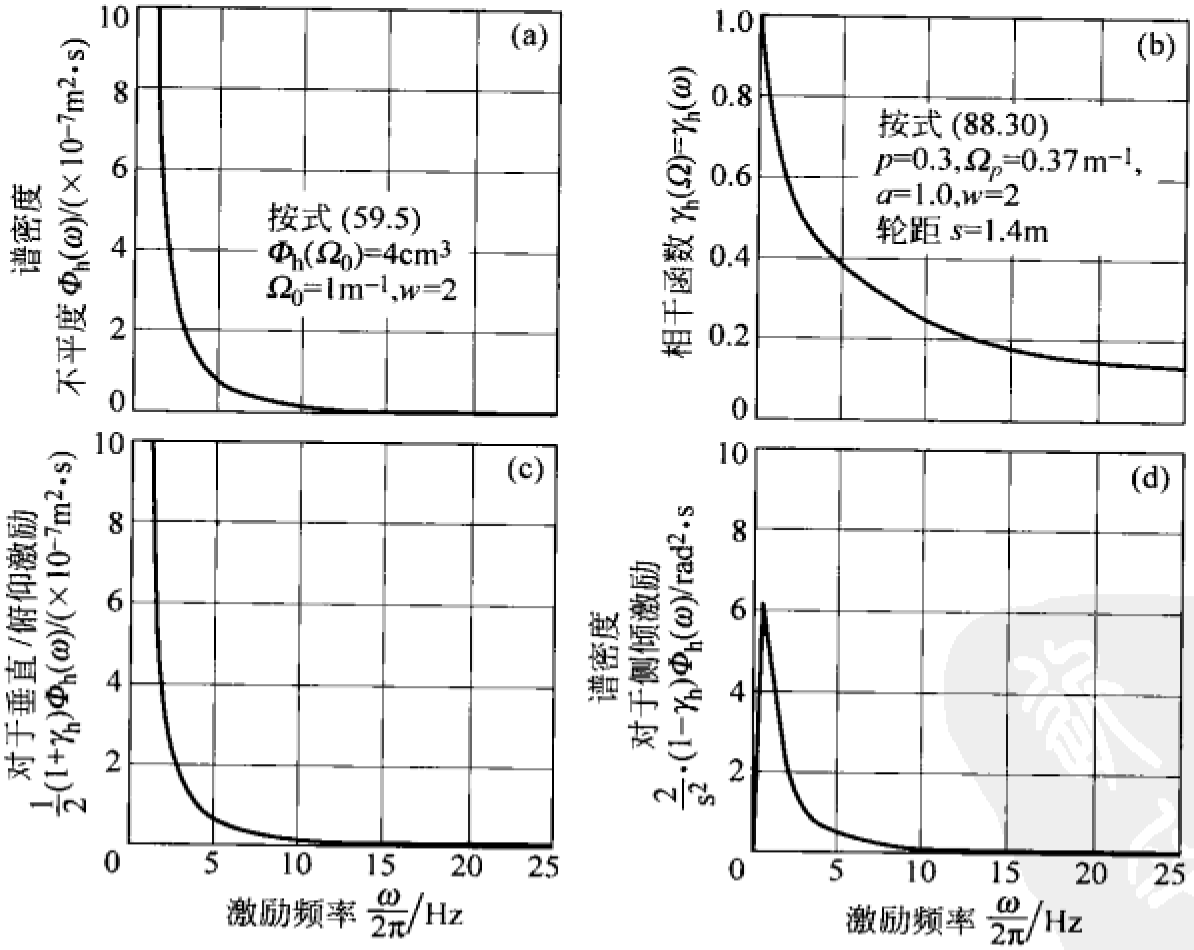


图 89.1 不平度谱密度函数的横坐标为激励频率 $\omega/2\pi$，所取车速 $v=20$ m/s

(a) 单一轮辙的自谱；(b)两个轮辙之间的相干函数；(c)用于垂直激励和俯仰激励的不平度谱密度；(d) 用于侧倾激励的不平度谱密度

侧倾振动的功率谱密度随 ω 变化曲线比较特别，由图 89.1(d)可以看出，出现了一个最大值(在车速选择为 20 m/s 时，频率大约在 1 Hz 左右)。

这样对于 σ_q^2 根据式(89.3)可以得到两个一般性的结论：

第一个相加项在 $\gamma_h=1$ 时的情况在第 XI 章和第 XII 章中可以得到。在第 XII 章中以两轴汽车为例主要讨论了垂直振动和俯仰振动，以及它们对不同的平顺性值的影响，它们与轴距和车速之间的关系等。该章节得到的结论在模型改变为四轮汽车时变化很小，在这里频率响应函数 $\hat{V}_\Sigma$、地面不平度功率谱密度函数 Φ_h 是已知的，只有相干函数 γ_h 是新的。由于相干函数在比较小的激励频率 ω 时近似等于 1，而在频率比较高时接近 0，所以在激励频率比较低时与原来一致；而在激励频率比较高时，振动比较弱。总的来说，垂直振动和俯仰振动引起的对平顺性的影响要小一些，车轮载荷波动也同样会小一些，但是，弹簧行程和其他一些指标会大一些。

另外，还出现了第二个相加项。由于这里的系数 $1-\gamma_h$(这里强调负号)，这时侧倾激励在频率比较低时比较小，而在频率比较高时比较大。另外还产生了新的一个频率响应函数 $\hat{V}_\Delta$。

90 附加的侧倾振动的影响

如前所述，侧倾运动是新出现的。因为根据式(89.5)，侧倾激励 $2/s^2\cdot(1-\gamma_h)\Phi_h$ 是知道的，所以需要对以下问题进行讨论：

—幅频特性 $\hat{V}_\Delta$；

—侧倾激励对整个结果的影响，即需要比较在有和没有侧倾激励情况下的振动。

幅频特性 $\hat{V}_\Delta$ 是振动参数的幅值 $\hat{q}$(比如侧倾加速度，轮荷波动等)与侧倾激励幅值 $\hat{h}_\Delta$ 之比，即：

$$\hat{V}_\Delta=\frac{\hat{q}}{\hat{h}_\Delta}=\hat{V}_{qh_\Delta} \tag{90.1}$$

为了标明振动系统的输入和输出，把幅频特性确切地记为 $\hat{V}_{qh_\Delta}$。

90.1 车身侧倾加速度的幅频特性

我们从对舒适性有重要影响的车身俯仰加速度的幅频特性开始进行讨论。车身侧倾运动的复振幅 $\underline{\hat{\kappa}}_2$ 可由运动方程式(87.3)和式(87.4)以及表 87.2 求得：

$$\underline{\hat{\kappa}}_2=\underline{\hat{V}}_{\kappa_2h_{\Delta V}}\,\underline{\hat{h}}_{\Delta V}+\underline{\hat{V}}_{\kappa_2h_{\Delta H}}\,\underline{\hat{h}}_{\Delta H}=\left(\frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta V}}\right)\underline{\hat{h}}_{\Delta V}+\left(\frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta H}}\right)\underline{\hat{h}}_{\Delta H} \tag{90.2}$$

这一表达式是与第 XII 章中处理俯仰振动和垂直振动的式(76.15)相对应的。

这里$\underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h\Delta V}$是在前轴不平度单独侧倾激励$\underline{\hat{h}}_{\Delta V}$时对应的频率响应函数，而$\underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h\Delta H}$是后轴不平度单独激励$\underline{\hat{h}}_{\Delta H}$时的频率响应函数。如果考虑到前后激励之间只存在一个相差（参看式(88.4)），则由式(88.2)可得：

$$\underline{\hat{\kappa}}_2 = (\underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h\Delta V} + \underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h\Delta H}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\Delta t})\,\underline{\hat{h}}_{\Delta V} = \left[\left(\frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta V}}\right) + \left(\frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta H}}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega\Delta t}\right]\underline{\hat{h}}_{\Delta V} \tag{90.3}$$

把这一表达式与式(76.16)比较后可知，侧倾振动和垂直/俯仰振动之间原则上没有差别。我们可以完全像第76节及其后面几节那样进行讨论。

为了直观地对车身侧倾运动的频率响应函数进行讨论，我们可先假设前后系统是相同的，即

$$\begin{aligned} c_{2V} &= c_{2H} = c_2; \quad k_{2V} = k_{2H} = k_2 \\ c_{1V} &= c_{1H} = c_1; \quad m_{1V} = m_{1H} = m_1 \end{aligned} \tag{90.4}$$

因而有

$$\underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h_{\Delta V}} = \underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h_{\Delta H}} = \underline{\hat{V}}_{\kappa_2 h_{\Delta}}; \quad \frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta V}} = \frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta H}} = \frac{\underline{\hat{\kappa}}_2}{\underline{\hat{h}}_{\Delta}} \tag{90.5}$$

a）如果再假定前后激励是相同的，$h_{\Delta V}=h_{\Delta H}$，也就是比如像图90.1(a)所示那样，右轮不平度向上，左轮的向下。这样从左右车轴的两个微分方程（表87.2中第2行和第3行）可以求得

$$\kappa_{1V} = \kappa_{1H} = \kappa_1$$

写成一个微分方程

$$m_1\ddot{\kappa}_1 + k_2\dot{\kappa}_1 + (c_2 + c_1)\kappa_1 - k_2\dot{\kappa}_2 - c_2\kappa_2 = c_1 h_{\Delta} \tag{90.6}$$

把表87.2中第1行除以$4\,(s/2)^2$后，即可得到

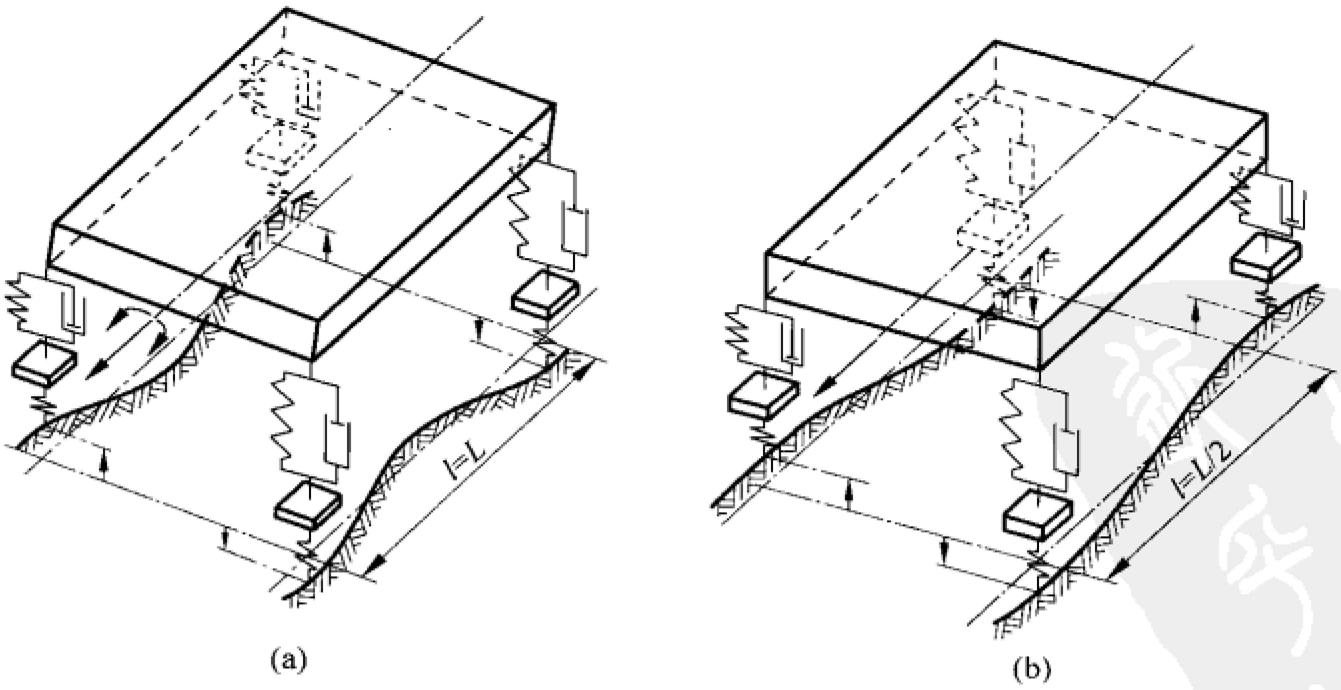


图90.1 (a)一部对于纵轴和横轴对称的车辆受到的纯侧倾激励，右侧的前后不平度向上，左侧向下；(b)无侧倾激励，右前不平度向上，右后向下；左侧与之相反（l——轴距，L——不平度波长）

$$\frac{J_{2x}}{4(s/2)^2}\ddot{\kappa}_2 + k_2\dot{\kappa}_2 + c_2\kappa_2 - k_2\dot{\kappa}_1 - c_2\kappa_1 = 0 \qquad (90.7)$$

方程(90.6)和方程(90.7)是与方程(63.2)和方程(63.3)相对应的，只是因为人体是与车身作为一体参与侧倾运动，所以约定在侧倾运动中不考虑座椅-人体的影响。同时 $z_2 \hat{=} \kappa_2$，$z_1 \hat{=} \kappa_1$。所以侧倾激励引起的侧倾振动系统又可以按已知的双质量系统去处理，侧倾振动系统的幅频特性也具有图 64.1(h)中的双峰共振曲线的形状，其两个极大值分别大致在车身和车轮固有频率处取得，参看图 90.2。

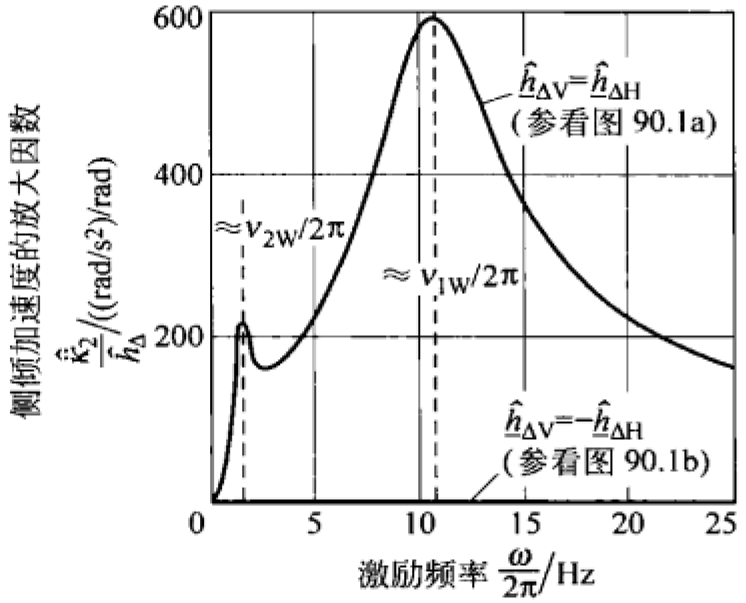


图 90.2　两种特殊情况下的侧倾加速度的幅频特性

现在就可写出在无耦合情况下的无阻尼固有频率，

对车身侧倾运动有：

$$\nu_{2\text{Wank}} = \sqrt{\frac{2(c_{2V} + c_{2H})(s/2)^2}{J_{2x}}} \qquad (90.8)$$

对车轮运动有：

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}} \qquad (90.9)$$

(对前轮加注脚 V，对后轮加注脚 H)。式(90.9)与式(63.4)完全一致。

如果用质量 $m_{2\text{ges}}$ 和惯性半径的平方 i_x^2 之积来取代绕纵轴线的转动惯量 J_{2x}，并考虑到轿车上近似地有 $i_x \approx s/2$，则有

$$J_{2x} = m_{2\text{ges}} i_x^2 = m_{2\text{ges}} \left(\frac{i_x}{s/2}\right)^2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 \approx m_{2\text{ges}} \left(\frac{s}{2}\right)^2 \qquad (90.10)$$

把式(90.10)代入式(90.8)，即得

$$\nu_{2\text{Wank}} \approx \sqrt{\frac{2(c_{2V} + c_{2H})}{m_{2\text{ges}}}} \qquad (90.8a)$$

这样式(90.8)也归结到已知的参数上，它是和式(63.5)相对应的，所以车身侧倾固有频率是和垂直振动固有频率大致相等的。又根据式(83.3)，也就和俯仰固有频率相等了。

对于车身侧倾运动很重要的相对阻尼系数

$$D_{2\text{Wank}} = \frac{2(k_{2V} + k_{2H})(s/2)^2}{2\sqrt{2(c_{2V} + c_{2H})(s/2)^2 J_{2x}}} \qquad (90.11)$$

把式(90.10)代入后，近似地就有

$$D_{2\mathrm{Wank}} \approx \frac{2\ (k_{2\mathrm{V}} + k_{2\mathrm{H}})}{2\ \sqrt{2(c_{2\mathrm{V}} + c_{2\mathrm{H}})m_{2\mathrm{ges}}}} \tag{90.11a}$$

所以侧倾的相对阻尼系数与垂直振动的也大致相等，参看式(63.8)。

b) 现在代替 $h_{\Delta\mathrm{V}}=h_{\Delta\mathrm{H}}$，而假设 $h_{\Delta\mathrm{V}}=-h_{\Delta\mathrm{H}}$，即前后激励大小相同，方向相反，参看图 90.1(b)。如果前后系统是相同的，即式(90.5)的假设还一直有效，这样车身根本没有侧倾运动，因而侧倾加速度的放大因数在全部激励频率范围内都是零(参看图 90.2)。

c) 在一般的激励情况下，出现如图 90.3 所示的花环曲线，放大因数在图 90.2 所给定的极限之间变动。类似的花环曲线我们在第 XII 章处理垂直振动和俯仰振动时已经讨论过了。也就是说这里也归结到已经差不多熟悉的知识上来了。极大值和零位的大致位置如表 90.1 所列。

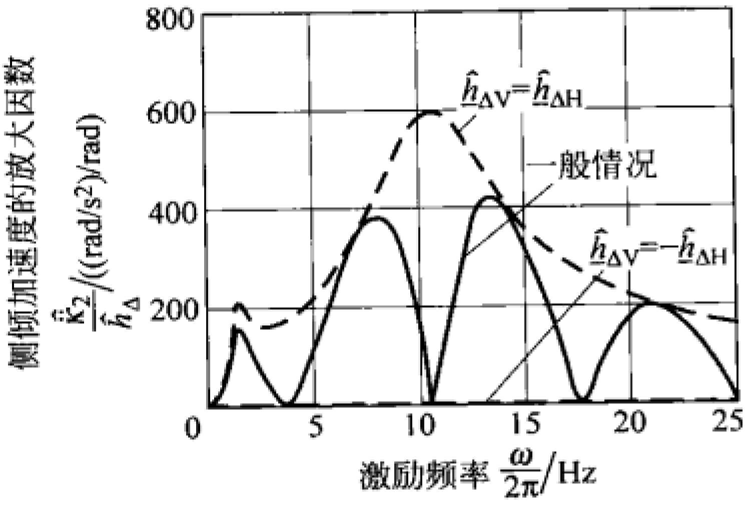


图 90.3 一般情况下侧倾加速度的幅频特性

(参看表 90.2 中车例 24/24，$l=2.8$ m，$v=20$ m/s)

表 90.1 前后系统在振动技术上相似的车辆，它的俯仰加速度、垂直加速度以及侧倾加速度幅频特性极大值和零位的位置(n 是正整数)(见式(77.2)～式(77.5)和式(90.5))

相角	幅频特性		
$\omega\Delta t=\omega\frac{l}{v}=2\pi\frac{l}{L}$	$\hat{\ddot{\varphi}}_2/\hat{h}_\Sigma$	$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}_\Sigma\ (l_S=0)$	$\hat{\ddot{\kappa}}_2/\hat{h}_\Delta$
$\omega\Delta t=n2\pi$(同相)	0	≈极大值	≈极大值
$\omega\Delta t=(2n+1)\pi$(反相)	≈极大值	0	0

90.2 考虑侧倾振动后的振动强度

对于振动强度的描述除了式(64.3a)～式(64.3c)的 K_{Sitz}，$K_{\mathrm{Fu\beta}}$和 F_{Hand}值，以及式(77.6)的 K_φ 值以外，现在又增加了 K_κ 值，参看第 62.2 节的图 62.3(h)和表 62.1。

参照式(89.3)可写出各个 K 值：

$$K_{\text{Sitz}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_{\text{Sitz}}}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Sitz}}^2\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_3}{\hat{h}_\Sigma}\right)^2\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{90.12}$$

$$K_{\text{Hand}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_{\text{Hand}}}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Hand}}^2\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_{\text{Hand}}}{\hat{h}_\Sigma}\right)^2\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{90.13}$$

$$K_{\text{Fuß}}^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_{\text{Fuß}}}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.26^2B_{\text{Fuß}}^2\left(\frac{\hat{\ddot{z}}_{\text{Fuß}}}{\hat{h}_\Sigma}\right)^2\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{90.14}$$

$$K_\varphi^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_\varphi}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.23^2B_\varphi^2\left(\frac{\hat{\ddot{\varphi}}_2}{\hat{h}_\Sigma}\right)^2\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{90.15}$$

$$K_\kappa^2=\int_0^{50\pi}\Phi_{K_\kappa}\mathrm{d}\omega=\int_0^{50\pi}1.23^2B_\kappa^2\left(\frac{\hat{\ddot{\kappa}}_2}{\hat{h}_\Delta}\right)^2\frac{2}{s^2}(1-\gamma_h)\Phi_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{90.16}$$

对垂直激励和侧倾激励关键性的谱密度$\frac{1}{2}(1+\gamma_h)\Phi_h(\omega)$和$\frac{2}{s^2}(1-\gamma_h)\Phi_h(\omega)$在图 89.1 中给出。图 90.4(a)～(c)画出了对舒适性很重要的幅频特性 $\hat{\ddot{z}}_3(l_S=0)/\hat{h}_\Sigma$、$\hat{\ddot{\varphi}}_2/\hat{h}_\Sigma$ 和 $\hat{\ddot{\kappa}}_2/\hat{h}_\Delta$，计算采用的数据见表 90.2。把三条幅频特性曲线重叠比较后说明，垂直振动和侧倾振动的零位对应的 ω 值是相同的，两者的极大值也是如此；而俯仰振动的极大值正好在垂直振动的零位处获得，反之亦然。这一点和表 90.1 是一致的。

表 90.2 第 XIII 部分中的车辆参数

车例	J_{2x} kg·m²	s m	C_{StV} N·m/rad	C_{StH} N·m/rad	其余参数 在表达式 77.1 中见
24/24	429	1.4	0	0	车例 23/23
25/25(车例 24/24 带稳定器)	429	1.4	9904	9904	车例 23/23

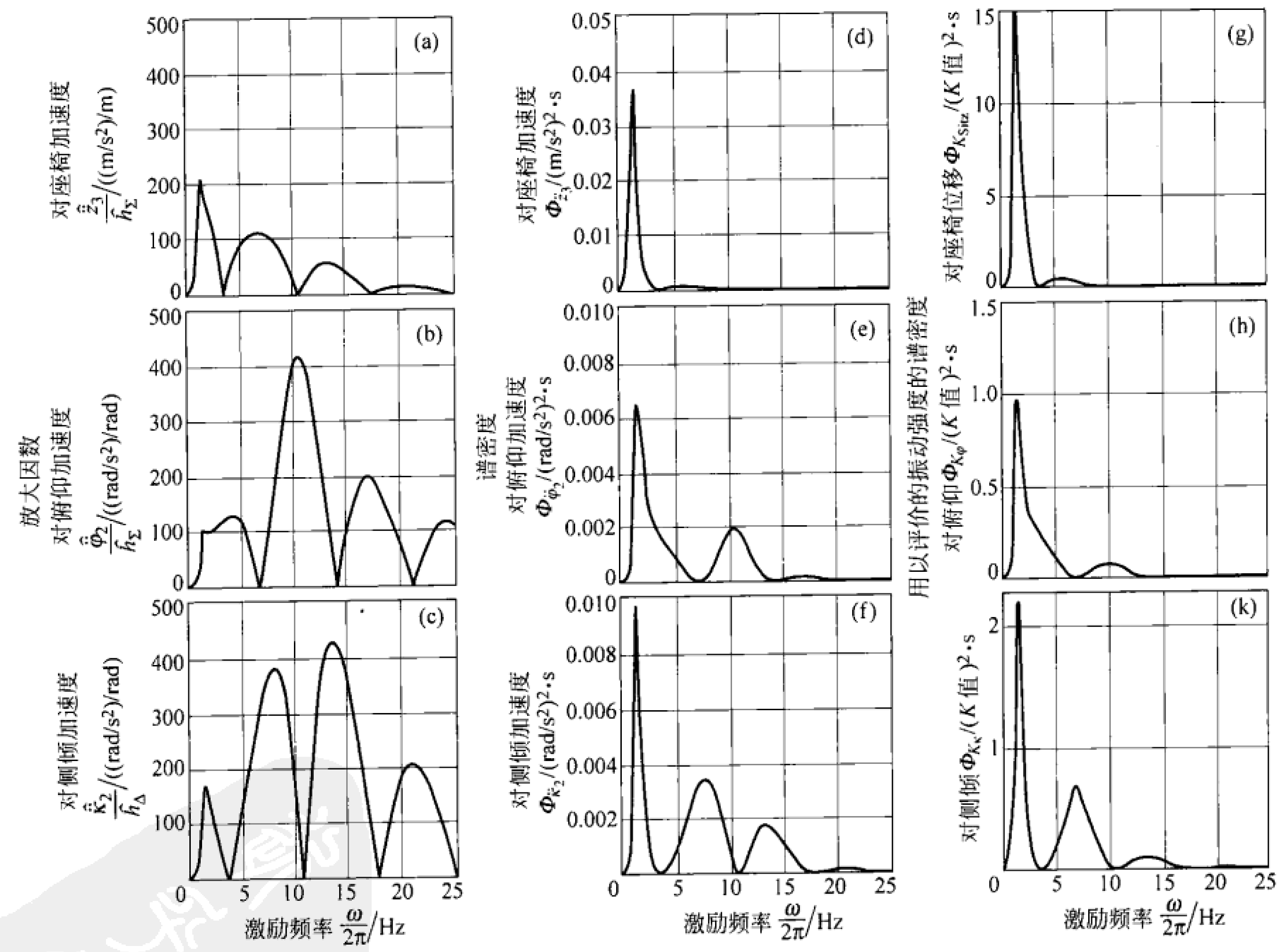
座椅和车身加速度的功率谱密度曲线在图 90.4(d)～(f)中给出，用以评价的振动强度则由图(g)和图(h)得到。

在图 90.4 的附表中列出了与图 77.6 中单轮辙激励相比较的结果。增加了侧倾运动后，与第 89 节结果相似，K_{Sitz}，K_{Hand}，$K_{\text{Fuß}}$以及 K_φ 值减少，但是新增加了 K_κ 值。

侧倾时 K_i 值的减小可以用与没有侧倾时 K_i 值之比来估计。即

$$\frac{K_{\text{Sitz}}(\text{有侧倾})}{K_{\text{Sitz}}(\text{无侧倾})}=\frac{\sqrt{(1/2)(1+\gamma_h)}}{1}$$

对面积形成十分重要的峰值位于 $\omega/2\pi\approx1.5$ Hz 处，该处 γ_h 由图 89.1(b)查得，约为 0.6。所以 $K_{\text{Sitz}}(\text{有侧倾})\approx\sqrt{0.8}\times K_{\text{Sitz}}(\text{无侧倾})=9.8$。这个估计值与图 90.4 中的表给出的值几乎相等。$K_{\text{Fuß}}$的决定性的频率约为 12 Hz，$\gamma_h=0.2$，所以 $K_{\text{Fuß}}(\text{有侧倾})\approx\sqrt{0.6}\times K_{\text{Fuß}}(\text{无侧倾})=3.8$。



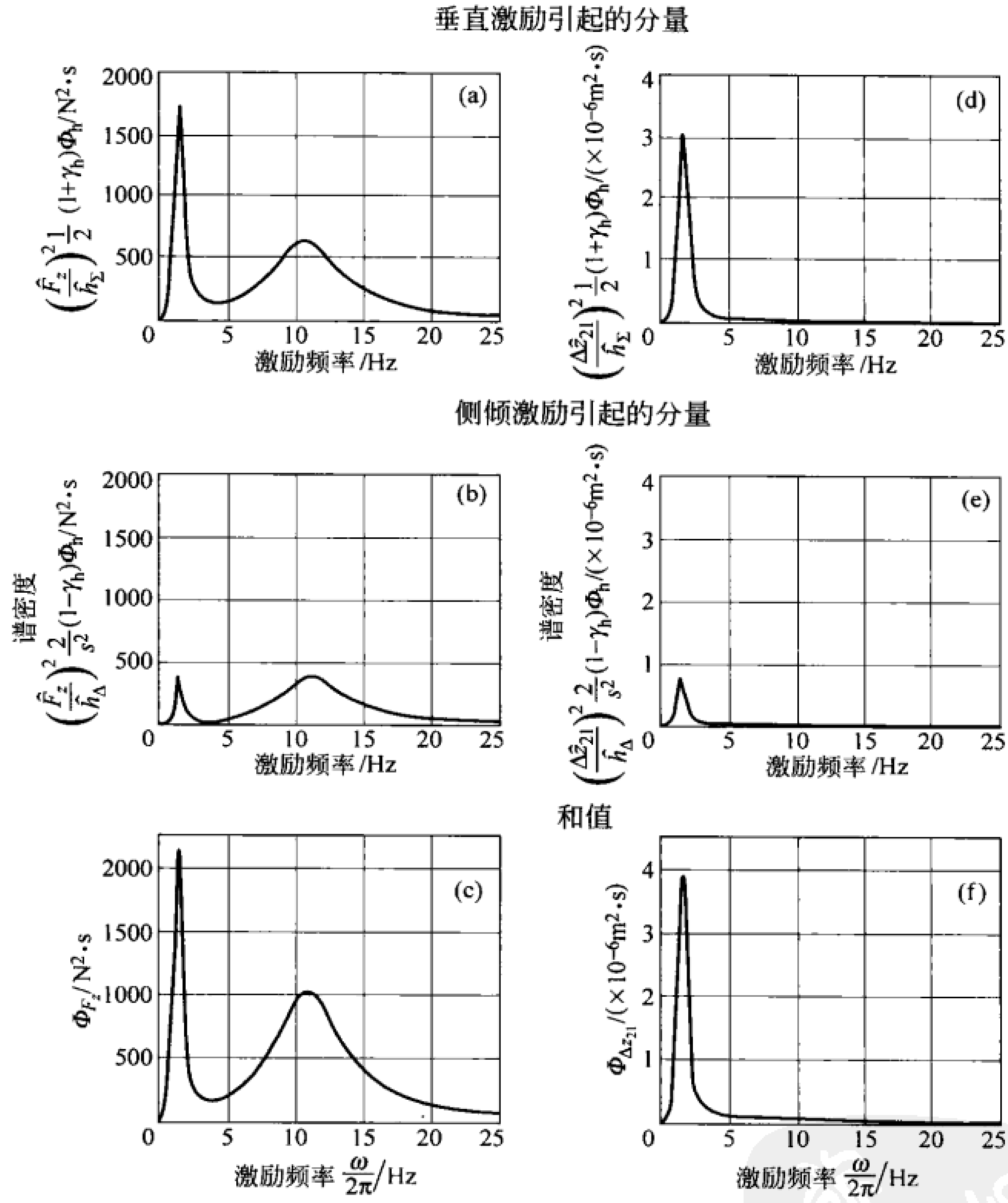
	无侧倾（参看图 77.6 中附表）	有侧倾
K_{Sitz}	11.0	9.9
$K_{Fu\beta}$	4.7	3.8
K_{Hand}	5.2	4.2
K_φ	4.2	3.6
K_κ	0	6.6

图 90.4　振动强度评价尺度的确定

（车例 24/24，参看表 90.2，不平度参看图 89.1，$v=20$ m/s，$l=2.8$ m，$l_S=0$，$l_F=0.9$ m，$l_L=0.5$ m）

90.3　轮荷变化和悬架挠度

这两个参数可根据式(89.3)计算。结果如图 90.5 所示：图(a)和图(b)给出了



	σ_F/F_{zstat}	$\sigma_{\Delta z21}$
无侧倾（单轮辙激励）	0.098	5.14mm
有侧倾（双轮辙激励）	0.0977	5.17mm

图 90.5　前轮轮荷变化标准差相对值 σ_F/F_{zstat}（(a)到(c)）以及悬架挠度 $\sigma_{\Delta z21}$（(d)到(f)）的确定。由于比例尺的关系，有侧倾的曲线与没有侧倾（(c)和(f)）的不便比较（数据参看图 90.4）

由两轮辙的对称激励所引起的分量，即纯垂直激励引起的分量；图(b)和图(e)给出了由反对称激励，即所谓侧倾激励所引起的分量；图(c)给出了总的车轮载荷波动，图(d)则给出了总的悬架挠度。在图 90.5 的附表上对有无侧倾激励的标准差作了比较。说明两者之间的差别是小到可以忽略的[118]。

90.4 车速的影响

在图 90.6 上给出了轮荷变化标准差的相对值以及振动强度的评价尺度随车速的变化情况。把它与图 78.2 上的情况加以比较后发现，对 σ_F/F_{zstat} 来讲没有差别。在双轮辙激励时 K_{Sitz}、K_φ、$K_{Fu\beta}$ 和 K_{Hand} 值有所减小。这一点在 90.2 节和 90.3 节中针对某一车速已经予以解释，现在说明在整个车速范围内都成立。

K_κ 值在这一车例中 $v \leqslant 5$ m/s 时增加较快，而后上升很小。

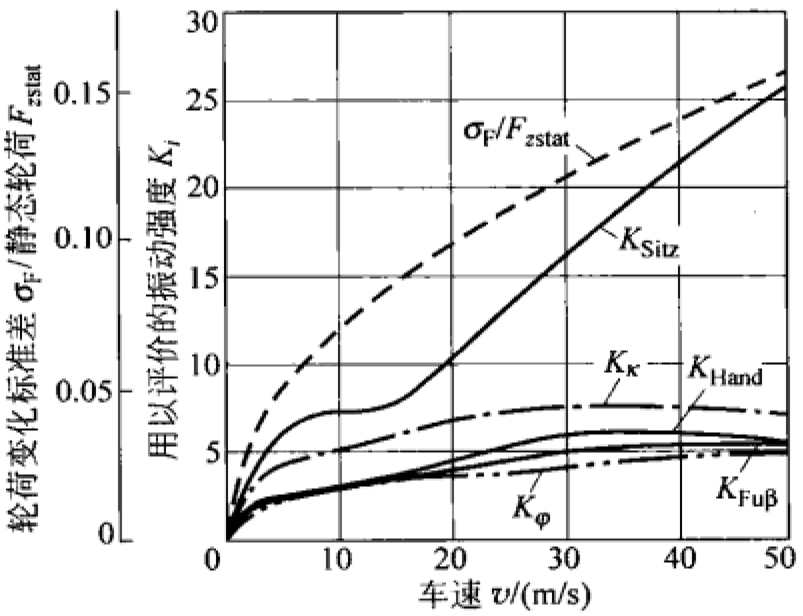


图 90.6 双轮辙激励情况下车速的影响(参数参见图 90.4)

90.5 一般情况

为了便于理解侧倾激励情况下的幅频特性，我们前面一直假设 $c_{2V}=c_{2H}$，$c_{1V}=c_{1H}$ 等等。当车辆前后系统的参数不相等时，式(90.8)给出的车身侧倾固有圆频率以及式(90.11)给出的相对阻尼系数都将改变，并且现在会出现两个不同的车轴固有圆频率(按式(90.9))。这种情况对各个幅频特性有什么影响，由于和第 XI 章中讨论过的双质量系统有相似的地方，所以很容易加以估计。

对于振动强度的评价尺度 K_κ，也就是对于侧倾舒适性来说，从 0～7 Hz 的频率范围是重要的。而这一频率范围内几乎只受到车身侧倾固有圆频率 ν_{2W} 以及车身侧

〔118〕 注意：具有刚性车轴的车辆之间也有差别，见第 96 节。

倾相对阻尼系数 D_{2W} 的影响。根据表 73.1，ν_{2W} 一定要小，以便有良好的座椅舒适性，使 K_{Sitz} 值较小。小的 ν_{2W} 值根据式(90.8)就意味着车身悬架弹簧常数之和($c_{2V}+c_{2H}$)一定要小，而刚度在前后悬架上的分配情况不起作用。当然，ν_{2W} 不能太小，因为受到悬架挠度的限制，参看第 73 节，同时也为了避免曲线行驶时侧倾过大[119]。也就是要在舒适性和悬架挠度/侧倾角两者要求之间找一个折中值。

为了得到较高的舒适性，根据表 73.1(参看 K_{Sitz}、K_{Hand} 和 $K_{Fu\beta}$)，相对阻尼系数 D_{2W} 也应当小些。按式(90.11)，因而车身悬架阻尼系数之和($k_{2V}+k_{2H}$)应当小些，而它在前后悬架上的分配也无所谓。由于轮荷变化的缘故，D_{2W} 当然不能太小。所以考虑到安全性这一要求，必须进行协调。确切地讲 k_{2V} 和 k_{2H} 每一个都不能过小，以免影响安全性。

此外，为了各个车轴上轮荷变化小些，车轮质量要小，并且轮胎径向弹性也要小。

91 稳定装置的作用

我们还要讨论稳定装置的作用，所谓稳定装置是一种特殊的弹簧，通常做成扭杆的形式。它把左右车轮互相连在一起，而且只有在左右悬架挠度不等时才起作用。当扭转弹簧常数为 C'_{St} 时，根据图 91.1(a)稳定装置吸收的力矩为

$$M'_{St}=C'_{St}\frac{\Delta z_l-\Delta z_r}{a_{St}}=F_{St}a_{St} \tag{91.1}$$

式中 F_{St} 为车轮上的力。根据图 91.1(b)，在车身上承受的力矩为

$$M_{St}=F_{St}\frac{s}{b_{St}}b_{St}=F_{St}s \tag{91.2}$$

将式(91.1)代入，得到

$$M_{St}=\frac{C'_{St}}{a_{St}^2}s\,(\Delta z_l-\Delta z_r) \tag{91.3}$$

由图 87.1 和式(87.6)，又有

$$M_{St}=\frac{C'_{St}}{a_{St}^2}s\,[s\kappa_2-(z_{1l}-z_{1r})]=C_{St}\,(\kappa_2-\kappa_1) \tag{91.4}$$

式中

$$C_{St}=\left(\frac{s}{a_{St}}\right)^2C'_{St} \tag{91.5}$$

上面所说的稳定装置仅在左右悬架挠度不等时才起作用这一点，我们从式(91.4)很容易理解，如果取左右车轮的绝对位移相等的特殊情况，即 $z_{1l}=z_{1r}$(这等价于虚构的车轴侧倾角 $\kappa_1=0$)：在车身只作纯垂直运动和俯仰运动(z_2 和 φ_2)时，力矩没有作用，只在作侧倾运动(κ_2)时才有作用。

[119] 作为界限值对于空载轿车在侧向加速度为 1g(重力加速度)时不应超过 8°，即 8°/g，满载时为 11°/g，对于运动型轿车界限值 3°/g。

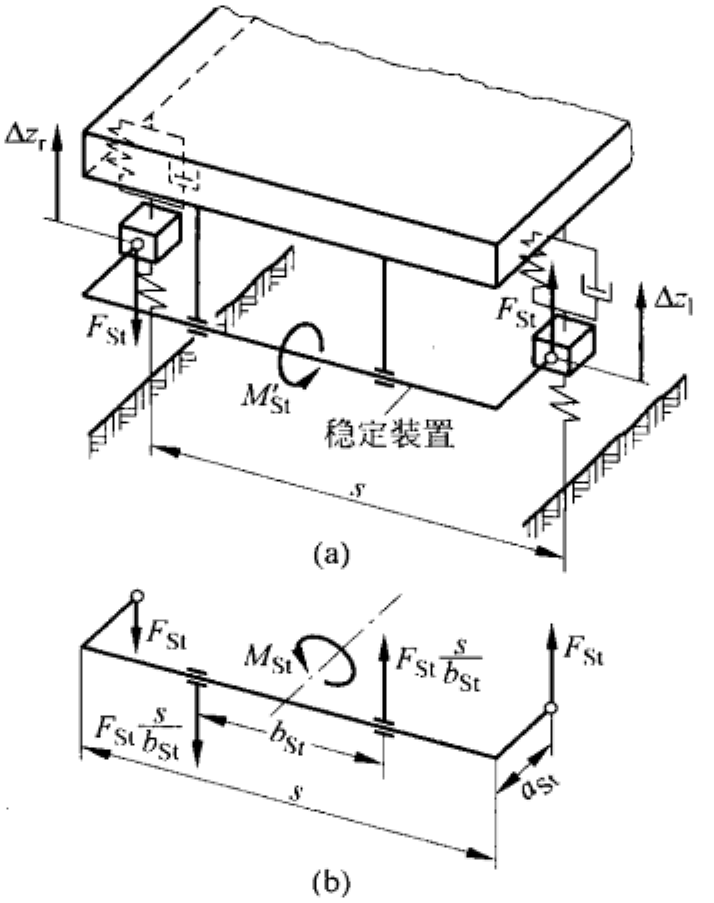


图 91.1 稳定装置的作用

M'_{St} 稳定装置上的力矩；F_{St}—两端部受力；$F_{St}s/b_{St}$—传递到车身上的力；M_{St}—车身上的力矩

稳定装置主要是用来影响曲线行驶性能，也就是影响所谓过多转向或不足转向性能以及减轻侧倾的，参看 C 篇“行驶的操纵稳定性”。但它对车辆的振动性能也有反作用。在前后轴都装稳定装置的一般情况下，当前、后轴作用扭矩 M_{StV} 和 M_{StH} 时，在运动方程中以及表 87.2 中弹簧矩阵的相应位置必须用$[2c_{2V}(s/2)^2+C_{StV}]$来取代 $2c_{2V}(s/2)^2$；后轴也是如此(注脚 H)。因此根据式(90.8)，车身侧倾固有圆频率将要提高到

$$\nu_{2Wank}=\sqrt{\frac{2\ (c_{2V}+c_{2H})\ (s/2)^2+C_{StV}+C_{StH}}{J_{2x}}} \tag{91.6}$$

而且根据第 67 节的阐述，特别是车身加速度的放大因数在这一固有频率范围内也提高了，所以振动强度的评价尺度 K_κ 也增大了。也就是说稳定装置降低了舒适性！

在图 91.2 上举例说明了这一关系。其中图(a)是纯侧倾激励时的车身侧倾加速度的幅频特性；图(b)是混合激励时的情况；图(c)是侧倾感受的谱密度，也就是考虑到了不平度和人体的感觉。结果是：前后装用稳定装置后，车身的侧倾固有频率从 1.5 Hz 提高到 1.8 Hz，K_κ 值从 6.6 增大到 8.0(这当然是不多的。上述稳定装置将使 C 篇中讨论的曲线行驶时的车身侧倾降到$(1.5/1.8)^2\approx70\%$)。

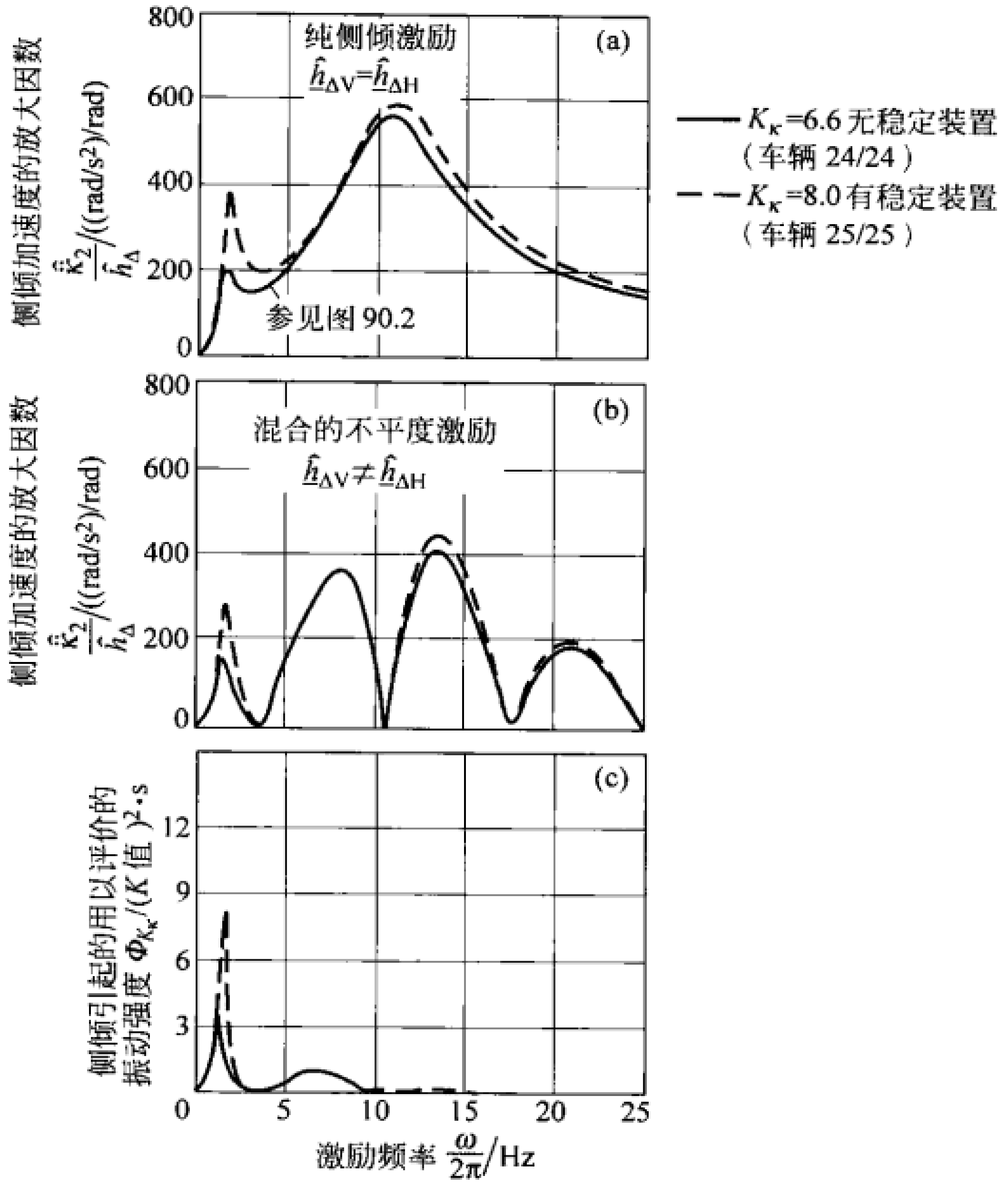


图 91.2 稳定装置对侧倾振动和侧倾感觉的影响

（车辆参数见表 90.2，路面参数参看图 89.1，$v=20$ m/s，$l=2.8$ m）

92 第 XIII 章结果小结

在对称的车辆上，垂直/俯仰振动与侧倾振动之间是没有耦合的，因而可以分开进行探讨。垂直/俯仰振动在第 XII 章已经讨论过了，它的结果也已经知道（只是不平度谱密度有些不同），参看第 86 节。

新的东西是侧倾振动，相应的车辆等效模型以及不平度产生的侧倾激励。

不平度的侧倾谱密度是由已知的（第 59 节处理过的）单轮辙激励时的谱密度和新的（第 88 节和第 89 节说明的）相干函数组成。

对舒适性起决定性作用的车身侧倾加速度的幅频特性是花环曲线，与第 XII 章的相似花环曲线的包络线是和双质量系统的包络线相符的（参看图 64.1(h)）。所以侧倾振动也就可以归结到差不多已经熟悉的知识上，表 73.1 所列的结果也是对它有效的。

为了得到良好的与侧倾振动有关的舒适性，应当降低车身侧倾固有频率（缺点是曲线行驶时倾斜加大）和车身侧倾相对阻尼系数。为了保持较高的行驶安全性，固有频率影响不大，而每个车轴的相对阻尼系数应取中等大小，参见第 67 节和第 68 节。

XIV 各种悬架导向装置的作用

在前面讨论的振动系统中，车轮和车身只是通过弹簧和减振器互相连接的。车轮相对于车身的导动即所谓悬架导向机构的作用一直是被忽略的，而这对于驱动和制动过程切向力、曲线行驶时侧向力以及相应扭矩的承受是特别重要的。它对振动性能有多大影响，将在下面予以说明。

一般来讲，有下列影响：

1. 悬架杆件的力不仅通过弹簧和减振器，而且还通过支撑销传递给车身，如图 93.1(a)所示。因此在车身和车轮之间也产生了加速度的耦合。
2. 在大多数悬架上，在弹簧压缩和伸展的同时轮辙还会产生移动，参看图 93.1(b)。车轮的侧向移动导致了侧向力的产生，也影响车辆的振动性能。(在轮辙移动的同时还发生车轮外倾的变化，这也引起侧向力，即所谓外倾侧向力。不过它对振动性能几乎没有影响[120]，因而可以忽略)。
3. 值得注意的是，到目前为止理论分析时认为弹簧和减振器直接作用在车轮质量上，但是实际中它们经常作用在一个导杆上。所以杠杆臂的比例必须考虑。

在下面的例子中有意进行了简化，这样有利于对关键因素的认识。

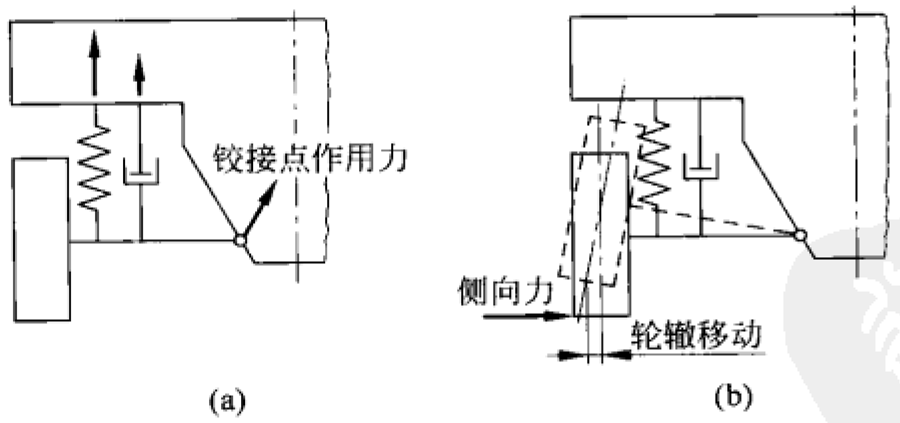


图 93.1 (a) 考虑悬架后引起的附加的铰接点作用力；(b) 轮辙移动和侧向力

〔120〕 Mitschke, M.: Schwingungstechnische Betrachtung verschiedener Radaufhängungen, ATZ 64 (1962) Heft 3, S. 90-98; Mitschke, M.: Einfluß der Radaufhängung auf Radlasten und Seitenkräfte, ATZ 81 (1979) Heft 7/8, S. 341-346; Helms, H.: Schwingungen vierrädriger Kraftfahrzeuge. III. IfF-Tagung 1980.

93 加速度的关联，弹簧-减振器系统的布置

在此选择如图 93.2 所示的纵摆臂式悬架系统为例进行讨论，这种悬架系统常用在轿车的后轮上。首先给出以下条件：

—导向杆直接与车架刚性连接，而不是像一般的弹性连接(通过橡胶座连接)；

—频率在 40 Hz 以上的轮胎自振在此不予考虑；

—在这一节仅讨论垂直振动的情况，在第 98 节将同时讨论纵向振动。

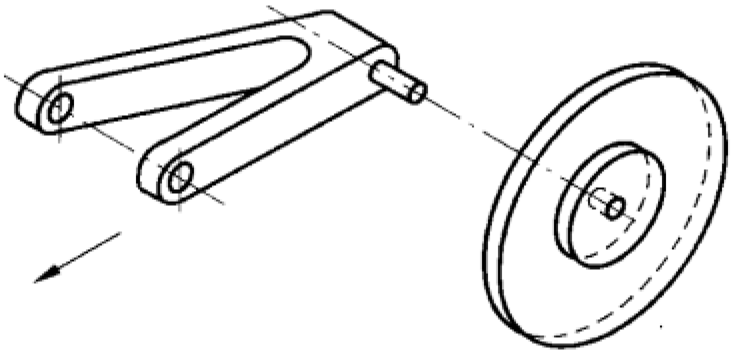


图 93.2 车轮纵向导向杆示意图

93.1 具有纵向导向杆的汽车微分方程

图 93.3(a)是根据图 63.1(a)描述的大家熟悉的振动系统的侧面图。在此讨论时采用在前面章节中经常使用的前提条件，即车身关联质量为 0，也就是说前轴不产生振动，同时忽略悬架系统结构(在这里是后轴悬架)的影响。另外还忽略了乘员-座椅系统的影响。

图 93.3(b)描述了增加了纵摆臂式悬架系统后拓展的模型。旋转部分如车轮、轮胎和制动器等总质量为 m_R，沿垂直方向 z_1 运动，对导向杆的作用力为 F_R。导向杆和与它固定连接的部件(例如盘式制动器的制动钳等)总质量为 m_L，围绕重心 SP_L 的转动惯量为 J_L，沿 z_L 方向运动的同时沿 φ_L 方向转动。其他相关的量可以直接从图 93.3(b)和(c)中得到。

系统的运动方程为：

$$m_2 l^2 \ddot{\varphi}_2 = -F_F(l - f_L + f_F) - F_D(l - f_L + f_D) - F_B(l - f_L) \tag{93.1}$$

$$m_L \ddot{z}_L = F_B + F_F + F_D + F_R \tag{93.2}$$

$$J_L \ddot{\varphi}_L = F_R(f_L - f_S) + F_D(f_D - f_S) - F_F(f_S - f_F) - F_B f_S \tag{93.3}$$

$$m_R \ddot{z}_1 = F_Z - F_R \tag{93.4}$$

为保持图 93.3(a)和图 93.3(b)形成的模型对应的微分方程的一致性，选择后轴上方的车身质量 m_2 垂直运动的坐标为 z_2 车轮中心点垂直运动的坐标为 z_1。

$$z_2 = l\varphi_2 \tag{93.5}$$

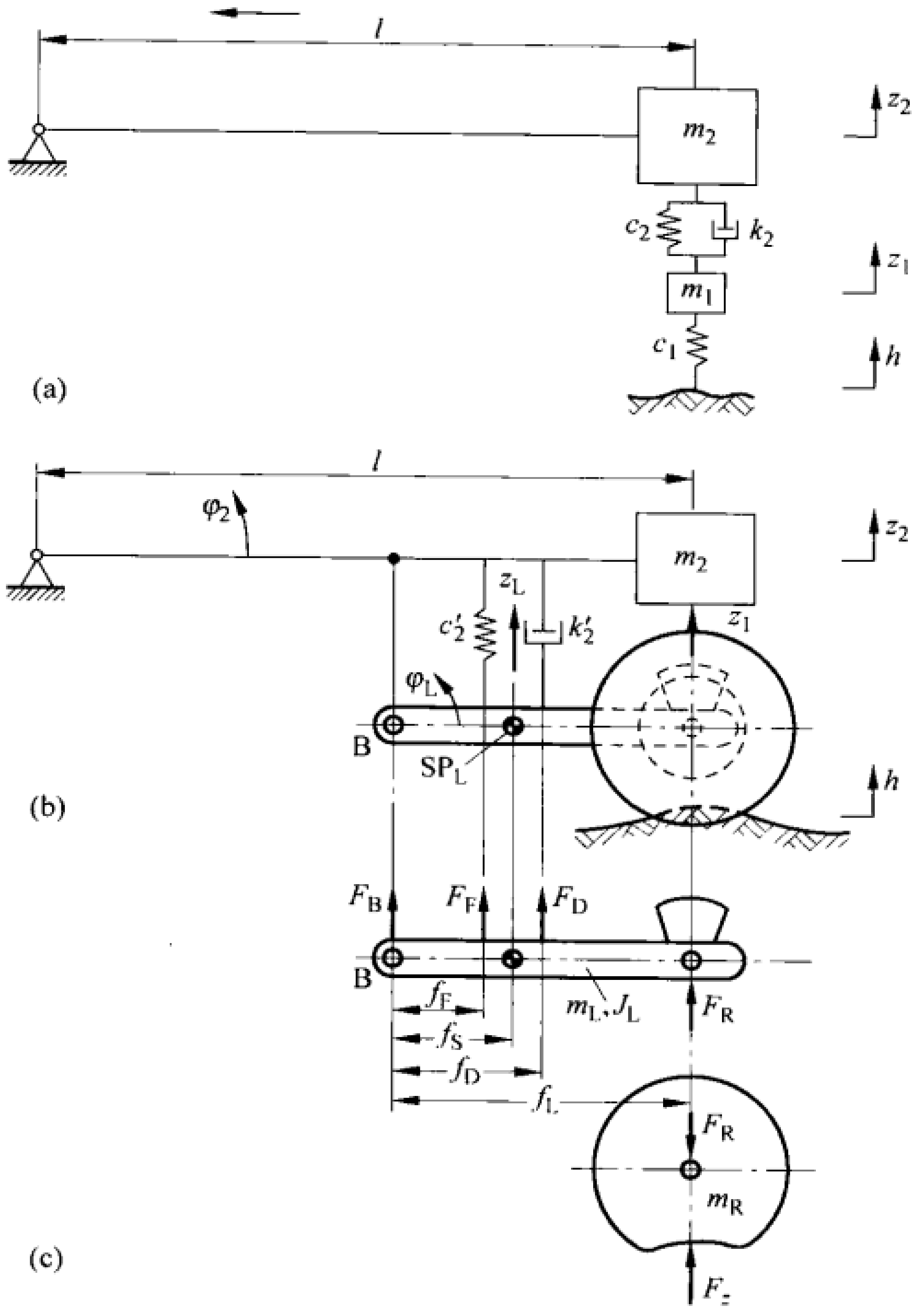


图 93.3 (a) 无悬架振动系统；(b) 有悬架振动系统；(c) 纵向导向杆和车轮-轮胎受力图

$$z_L = \frac{f_S}{f_L} z_1 + \left(1 - \frac{f_S}{f_L}\right) \frac{l - f_L}{l} z_2 \tag{93.6}$$

$$\varphi_L = \frac{1}{f_L} \left(z_1 - \frac{l - f_L}{l} z_2 \right) \tag{93.7}$$

各个作用力为：

$$F_F = c_2' \frac{f_F}{f_L} (z_2 - z_1) \tag{93.8}$$

$$F_D = k_2' \frac{f_D}{f_L} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \tag{93.9}$$

$$F_z = c_1 (h - z_1) \tag{93.10}$$

这样，对于这个二自由度系统的两个微分方程为：

$$\left[m_2 + m_1\left(\frac{l-f_L}{l}\right)^2\left(1-\frac{f_{Sges}}{f_L}\frac{1}{\chi}\right]\ddot{z}_2 + k'_2\left(\frac{f_D}{f_L}\right)^2\left[\frac{1}{\chi}+\frac{f_L}{l}\left(1-\frac{1}{\chi}\right)\right](\dot{z}_2-\dot{z}_1) + c'_2\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2\left[\frac{1}{\chi}+\frac{f_L}{l}\left(1-\frac{1}{\chi}\right)\right](z_2-z_1) = c_1\left[\frac{l-f_L}{l}\left(1-\frac{1}{\chi}\right)\right](h-z_1) \quad (93.11)$$

$$m_1\left(\frac{i_B}{f_L}\right)^2\ddot{z}_1 - m_1\left(\frac{i_B}{f_L}\right)^2\left[\frac{l-f_L}{l}\left(1-\frac{1}{\chi}\right)\right]\ddot{z}_2 - k'_2\left(\frac{f_D}{f_L}\right)^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1) - c'_2\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2(z_2-z_1) = c_1(h-z_1) \quad (93.12)$$

取导向杆、车轮、轮胎、制动器等部件绕连接点 B 的转动惯量为 J_B，即：

$$J_B = m_1 i_B^2 = J_L + m_R f_L^2 + m_L f_S^2 \quad (93.13)$$

相应的质量为：

$$m_1 = m_L + m_R \quad (93.14)$$

导向杆、车轮等质量的总的重心位置为：

$$f_{Sges} = \frac{m_L f_S + m_R f_L}{m_L + m_R} \quad (93.15)$$

关联系数为：

$$\chi = \frac{m_1 f_{Sges} f_L}{J_B} = \frac{f_{Sges} f_L}{i_B^2} \quad (93.16)$$

93.2　悬架系统结构的影响

对于“无”悬架系统的汽车，见图 93.3(a)，根据式(63.2)和式(63.3)得到其微分方程为：

$$m_2\ddot{z}_2 + k_2(\dot{z}_2-\dot{z}_1) + c_2(z_2-z_1) = 0 \quad (93.17)$$

$$m_1\ddot{z}_2 - k_2(\dot{z}_2-\dot{z}_1) - c_2(z_2-z_1) = c_1(h-z_1) \quad (93.18)$$

比较这两个系统形成的微分方程式(93.11)、(93.12)和式(93.17)、式(93.18)可以看出以下区别：

a) 弹簧和减振器的作用点不在车轮的中心点，必须考虑到杠杆臂尺寸关系：

$$k_2 = k'_2\left(\frac{f_D}{f_L}\right)^2;\quad c_2 = c'_2\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2 \quad (93.19)$$

b) 在“无”悬架的微分方程式(93.17)的右侧“=0”，而在考虑悬架系统的微分方程式(93.11)的右侧“≠0”。车轮的微分方程式(93.12)与式(93.18)的区别在于增加了与 $\ddot{z}_2$ 相关联的部分。另外区别主要在式(93.11)和式(93.12)方

括号内部分。由图 93.4 可以看出，这种差别体现在地面不平度激励不仅通过弹簧和减振器传递到车身，同时还通过导向杆的连接点传递到车身。如果导向杆的连接点位于所谓的“振动中心点”或者“冲击中心点”时，通过 B 点的传递自然消失。关于这一点可以简单地用一个摆动的模型解释。如果导向杆无质量，即 $m_L=0$，这样它也就没有转动惯量，即 $J_L=0$，由此得到 $f_{Sges}=f_L$、$J_B=m_R f_L^2$，并且关联系数 $\chi=1$。这样，关于车身微分方程式(93.11)中右边部分消失，并且关于弹簧和减振器作用力的方括号内的值等于 1，车轮方程式(93.12)中 $\ddot{z}_2$ 的系数为 0[121]。

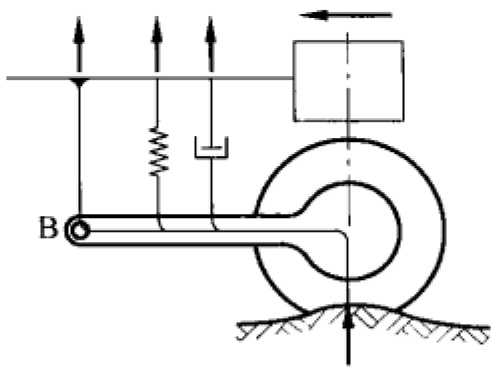


图 93.4 不平度激励不仅通过弹簧和减振器，还通过悬架铰接点 B 传递到车身

c）对应于式(93.17)中的 m_2，在式(93.11)中是$[m_2+m_1\cdots]$，但是这个区别不大。在“无”悬架系统的车轮方程式(93.18)中的质量 m_1，对应于“有”悬架系统的方程式(93.12)中的 $m_1(i_B/f_L)^2$。因为 $i_B<f_L$，所以可以说质量减小，对应的固有频率变大。

93.3 相关联的影响

在此选择“有”悬架系统和“无”悬架系统的两种车辆进行比较。

a）首先，对于两种都选择 $\chi=1$，不存在加速度关联。对于车辆行驶平顺性和行驶安全性非常重要的频率响应函数$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$和$\hat{F}_z/\hat{h}$基本上是一致的(见图 93.5)，只是由于“有”悬架系统的车辆车轮的固有频率比较高(见 93.2 节中的 c)部分)，使得曲线向右侧平移。

b）在 $\chi\neq1$ 时，存在一个加速度的关联问题，首先引起车身加速度的渐进线的变化：

$$\lim_{\omega\to\infty}\frac{\hat{\ddot{z}}_2}{\hat{h}}\approx\frac{c_1}{m_2+m_1\left(1-\dfrac{f_L}{l}\right)^2\left(1-\dfrac{f_{Sges}^2}{i_B^2}\right)}\left(1-\frac{f_L}{l}\right)\left|1-\frac{1}{\chi}\right| \tag{93.20}$$

但是，车轮载荷波动的渐近线不变：

$$\lim_{\omega\to\infty}\frac{\hat{F}_z}{\hat{h}}\approx c_1 \tag{93.21}$$

在图 93.6 中描述了不同 χ 值情况下，在较高的频率范围内车身加速度随频率的变化曲线。由曲线可知，在 $\chi\neq1$ 时大于 $\chi=1$ 时的值。这就意味着当车辆通过相对于车速比较短的道路不平度时(比如：碎石路面)，由于关联作用使得车辆的行驶平顺性变差。即使这个振动被座垫“吃掉”而无法传递到乘员身上，它也会通过双脚传递

[121] 对于 $f_L=l$ 的情况系统方程(93.11)，(93.12)和(93.17)，(93.18)也是一致的。这时是无意义的，因为铰接点 B 与车身固定点相重合，并且对运动不产生影响。

到乘员腿上和身上。同时车内乘员还会受到噪声的影响，这是由于通过悬架系统传递到车身的振动会使车身发出轰鸣声。根据式(93.15)和式(93.16)，又 $J_L = m_L i_L^2$ 可知，$\chi \leqslant 1$ 或者 $\chi \geqslant 1$ 就意味着：

$$f_S(f_L - f_S) \leqslant i_L^2 \quad 或者 \quad f_S(f_L - f_S) \geqslant i_L^2 \tag{93.22}$$

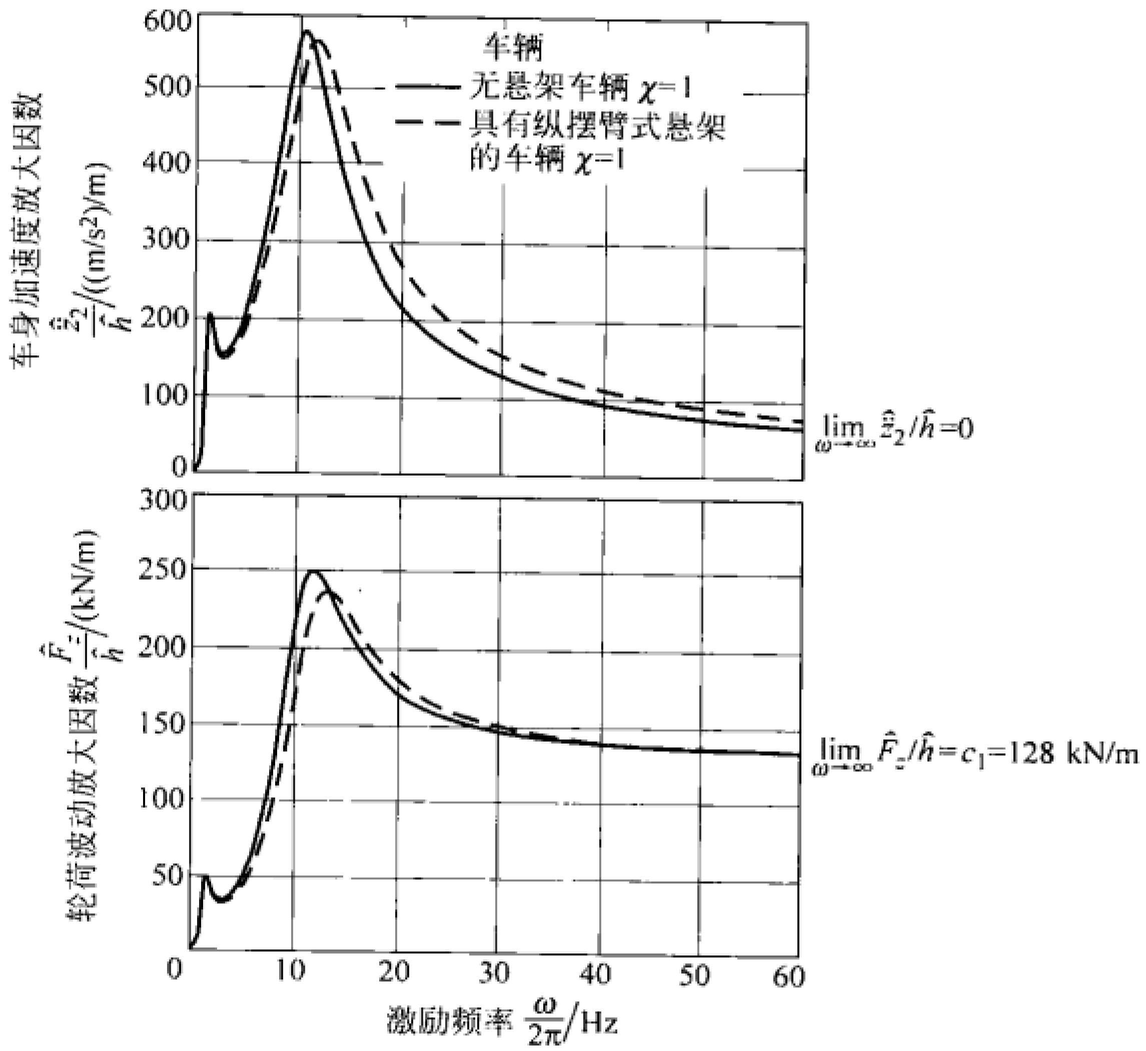


图 93.5 有无悬架系统车辆的频率响应特性比较；无悬架的对应图 93.3(a)(车辆参数见表 64.1 中的车例 1)；有悬架的对应图 93.3(b)(其他车辆：$m_L = 14.9$ kg；$m_R = 16.1$ kg；$J_L = 0.5588$ kg·m²；$l = 2.5$ m；$f_{Sges} = 0.329$ m；$f_L = 0.4$ m；$\chi = 1$)

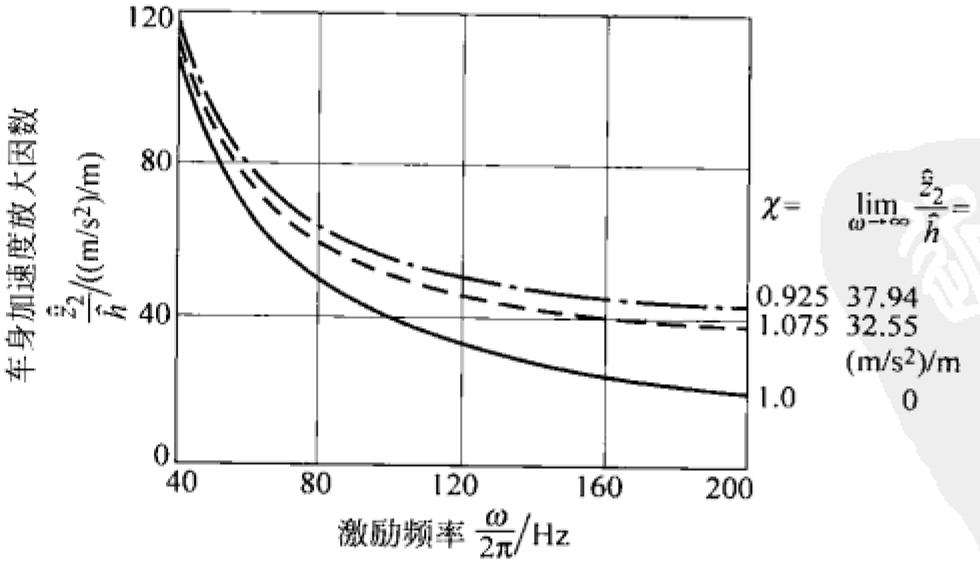


图 93.6 关联作用对车身加速度渐近值的影响(当 $\chi = 1.0$ 时 $f_{Sges} = 0.3291$ m，$J_L = 0.559$ kg·m²；当 $\chi = 0.925$ 时 $f_{Sges} = 0.3044$ m，$J_L = 0.903$ kg·m²；当 $\chi = 1.075$ 时 $f_{Sges} = 0.3537$ m，$J_L = 0.13$ kgm²；其他车辆参数见图 93.5)

94 在高频范围内的建模与评价

从第93节的例子可以看出，悬架系统在高于车轮固有频率的范围内，使得车身加速度的频率响应函数发生改变（车轮载荷波动的频率响应函数几乎不变），从而影响到平顺性。由此得到以下两点认识：

1. 如果在频率范围为0～2倍的车轮固有频率之内讨论轿车由于地面不平度激励产生振动的问题时，可以不考虑悬架的影响。即第XI章之后的所有结果都是适用的。
2. 如果在上述频率范围之上，不仅必须考虑悬架系统，同时还需要对所有在较高频率可能改变自身特性或者自振特性的部件从振动技术角度准确建模分析。

这时，就不能继续将车身作为刚性体来处理，这是由于轿车车身固有频率最低的在25 Hz左右。较高频率的车身振动不仅通过附加振动影响到车内乘员，还会通过噪声对乘员施加影响。这样也使得对振动的评价变得更加困难。这时人们除了掌握感觉到的振动以外，还需要捕捉听到的振动。另外，必须确定的是，对车内乘员影响的总评价中由哪些振动成分组成，见图94.1。

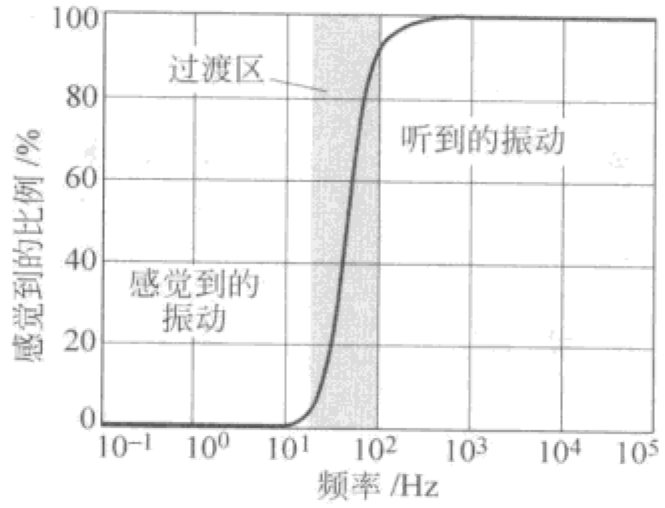


图94.1 感受到的振动和噪声组成部分

（来自：Hieronimus，K.：Anforderungen an Schwingungs-und Akustikberechnungen aus Sicht der Fahrzeugentwicklung，VDI-Bericht Nr. 816，Düsseldorf 1990，S. 705-734）

这里需要借助于回归方法进行分析。由于在频率由20～100 Hz范围内有一个由感觉到到听到的振动的过渡过程，如图94.1所示，而如果人们要说明总的平顺性，就必须由驾驶员或乘员乘坐不同的车辆，在各种不平度的道路上行驶，再由这些人员对车内产生的振动和噪声进行评价，评价过程用语言变量的形式，标尺分为10级，即由1（“最最差”）到10（“最好”），在试验过程中需要测量双脚、转向盘和座椅等处的加速度，以及测试对象双耳附近的噪声。再通过数学回归的方法建立起主观评价指标 SU 与客观的被测物理量之间的关系式，比如如下式所示[122,123]：

〔122〕 Hazelaar，M.：Achsrauhigkeit-Fahrwerksschwingungen und Komfortbeurteilung bei kurz-welliger Anregung（Achsrauhigkeit）. Diss. TU Braunschweig 1993 und VDI-Fortschrittberichte. Reihe 12，Nr. 120，Düsseldorf：VDI-Verlag 1994.

〔123〕 Hazelaar，M.；Laermann，F.-J.：Abrollkomfort-Schwingempfindung und Geräusch，VDI-Bericht Nr. 974，1992，Düsseldorf：VDI Verlag，S. 337-354.

表 94.1 振动现象、产生原因和影响因素一览表

●影响较大 ○没有影响		激励			参数影响									
振动现象、噪声现象	频率范围/Hz	地面不平度	质量不均匀（车轮、轮胎、制动器等）	发动机中气体作用力和质量产生的作用力	车身	乘坐空间	前轴	后轴	弹簧/减振器	转向	传动系	传动轴	发动机支撑	排气管
车身振动	1～2	●			●		○	○	●		○			
纵向窜动	4～10			●			○		○		●	●	●	○
负荷变换冲击	8～20			●	○						●	○	●	○
发动机颠簸	10～13	●	○		○		●	○	●		●	○	●	○
车轴振动	10～15	●	○				●	●	●	○		○	○	
转向系不稳定	10～20		●				●		○	●		○		
制动器摩擦	15～25		●		○		●	●	○	○				
怠速振动	20～30			●	●	●	○			○	●	○	●	○
转向轮摆动	20～35	○	●	○	●		○	○		●	○		○	
车体摇动	20～35	○	●		●		○	○	○					
车体轰鸣	25～75	●	○	●	●	●	○	○	○		○		○	
车轴精度	30～80	●			○		●	●	○					
传动系精度	50～100			●	○		○				●	●	●	○
排气管振动	50～200			●	○						○			●
道路噪声	50～250	●			●	○	●	●	○					
传动系共振	100～250			●	●	○					●	●	●	○

（来自：Laermann，F. J.：Schwingungsuntersuchungen mit Pkw-Konzeptmodellen，VII. IfF-Tagung Braunschweig 1989）

$$SU = a_0 - a_1 \ddot{x}_F - a_2 LA \qquad (94.1)$$

在这里 a_0 为最优的值，在此取 10。随着双脚处加速度 $\ddot{x}_F$ 和声压级 LA 的增大，评价指标不断变差。由式(94.1)可以看出两点，第一点是在这里双脚处加速度是十分重要的，而转向盘和座椅等处的加速度对评价指标影响很小，可以忽略，第二点是 a_1 和 a_2 的大小决定了感觉到的振动和听到的振动在总的评价指标中起到的作用的大小。

车轮弹性在频率比较高时再不能像 7.1 节中那样作为一个简单的弹簧来处理，这是因为频率比较高就意味着不平度激励的长度很小，如果长度小于接地印迹面长度时，分析时必须采用其他形式的模型（比如采用多个弹簧）。这样形成不仅沿 z 方向的作用力，还有沿 x 方向的作用力（见 98.2 节）。这时车轮的固有频率也在 40 Hz 以上[124]。

另为还有到目前还没有讨论的部分系统，比如从前轮到转向盘的转向系统、发动机振动（见第 XVI 章）以及排气振动等。表 94.1 列出了各种振动，特别是高频振动。

悬架与车身之间不是采用金属刚性连接的（比如第 93 节的纵摆臂式悬架），而是橡胶弹性地与车身连接的。它在较高频率时的减振特性是比较好的，见 56.1 节。这种形式的优点是在高频范围时由于没有加速度的关联，不（几乎不）传递振动，图 93.6 中的渐近线在 $\chi \neq 1$ 时趋近于（接近趋近于）0。但是这种形式也存在一定的缺陷，就是增加了自由度，由此增加了一个固有频率，这个固有频率在车轮固有频率 $\nu_1/2\pi$ 之上，大约为 70 Hz。

（上面利用数据进行的计算实例主要适应于轿车，或者更笼统地说适应于车身固有频率比较高的车辆。对于载货汽车，由于车架固有频率最低大约在 6 Hz 左右，低于车轴固有频率，这样，在本节开始时的第一点认识必须进行修改。）

95 轮辙移动（轨迹的改变）

在这一节中将针对第 XIV 章开始时提到的悬架的第二点影响，即轮辙移动（见图 93.1(b)）的影响进行讨论。

95.1 轮辙移动引起的车轮侧向力

从图 95.1 可见，出现的侧向力与轮迹移动 y_0 有关，而 y_0 是由轮毂侧向移动 y_1 和外倾角 γ_1 决定的：

$$y_0 = y_1 + r\gamma_1 \qquad (95.1)$$

对于侧向力的描述我们采用微分方程式（13.1）。在此引入了新的参数，即轮迹移动 y_0，在车辆直线行驶时（侧偏角 $\alpha = 0$，侧偏角的变化 $\dot{\alpha} = 0$），侧向力的微分方程为：

[124] 见参考文献 122。

$$\dot{F}_y+\frac{c_y v}{c_\alpha}F_y=c_y\dot{y}_0 \qquad (95.2)$$

当轮迹移动随行程 x 呈正弦变化时：

$$y_0=\hat{y}_0\sin\Omega x$$

引起的侧向力为

$$F_y=\hat{F}_y\sin(\Omega x+\eta)$$

通过式(95.2)得到幅频特性

$$\frac{\hat{F}_y}{\hat{y}_0}=\frac{c_\alpha\Omega}{\sqrt{1+\left(\frac{c_\alpha}{c_y}\Omega\right)^2}} \qquad (95.3)$$

和相角

$$\eta=\frac{\pi}{2}-\arctan\left(\frac{c_\alpha}{c_y}\Omega\right) \qquad (95.4)$$

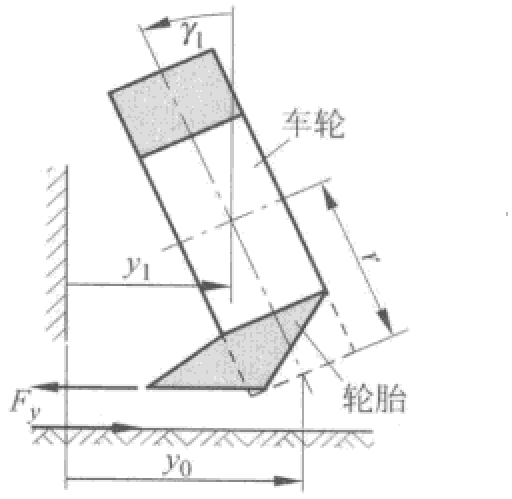


图 95.1 侧向力 F_y 和轮迹移动量 y_0 是由轮毂侧向位移 y_1 和外倾角 γ_1 决定的

图 95.2(a)和(b)是根据式(95.3)和式(95.4)所作的随行程圆频率 Ω 变化的曲线，而图(c)和图(d)是随激励频率 $\omega/2\pi$ 变化的曲线(由式(57.9)，$\omega=v\Omega$)。从图(c)和图(d)可以推知，在关键性的车身和车轴固有频率(约 1.5 Hz 和 15 Hz)处，以及重要的速度范围内(10～30 m/s)轮胎还没有进入，幅频特性的渐近值 c_y 没有达到，相角也没有为零。(对于在高频范围内以及同时存在轮荷波动的准确分析见 Laermann

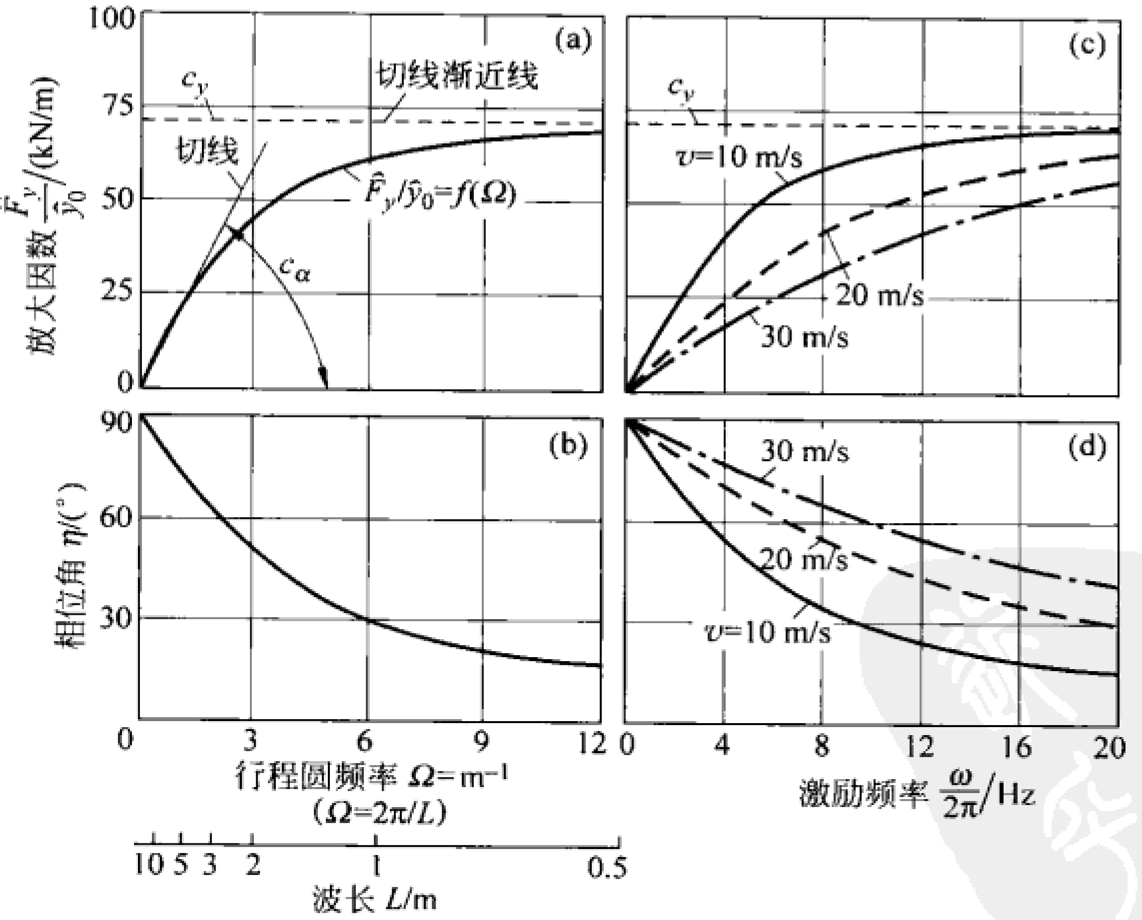


图 95.2 轮胎进入性能的频率特性($c_y=70$ kN/m，$c_\alpha=20$ kN/rad)

的研究结果[125]）

95.2 装备摆臂式悬架的车辆的方程

为了讨论轮辙移动以及由此引起的侧向力对振动特性的影响，在此选择单摆臂式悬架系统，但是由于这种悬架会产生很大的轮辙移动（和很大的主销内倾变化），所以这种结构很少使用。在此作出两个假设：第一个是左右车轮受到的激励相同，这样，对于一个左右对称的车辆，车身只会产生垂直振动；另一个是单摆臂式悬架是一个纯数学的摆臂，这样，第 93 节中谈到的车轴与车身之间的加速度关联在此不出现。

根据图 95.3 可以列出微分方程如下（因为在单点激励和单车辙激励的讨论时采用的总是半个车身质量，所以在表达式中要增加系数 2）：

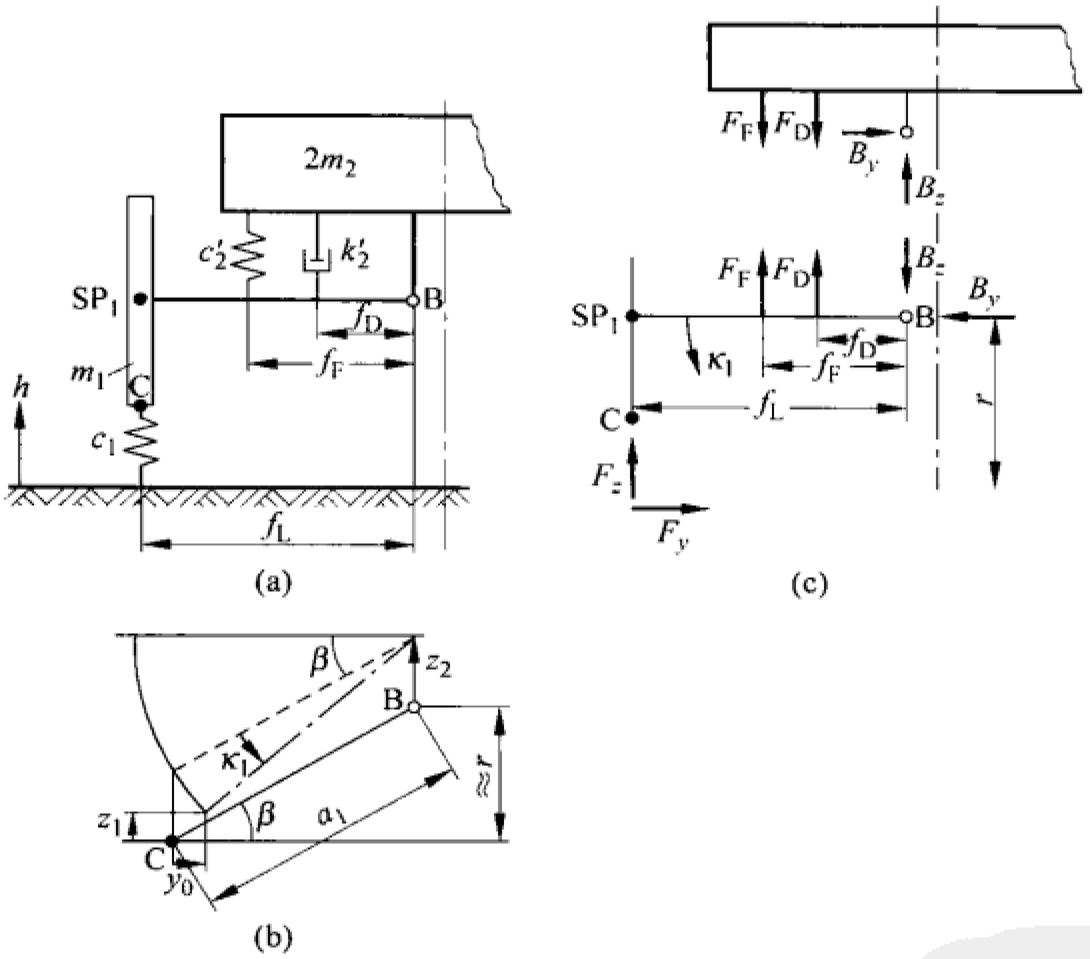


图 95.3 装备横摆臂悬架的车辆（由行驶方向观察）

（a）总体结构；（b）轴几何关系；（c）车身和车轴的作用力

$$2m_2\ddot{z}_2=-2F_F-F_D+2B_z \tag{95.5}$$

$$m_1\ddot{z}_1=F_F+F_D-B_z+F_z \tag{95.6}$$

$$J_{SP1}\ddot{\kappa}_1=0=F_yr+F_F(f_L-f_F)+F_D(f_L-f_D)-B_zf_L \tag{95.7}$$

由于假设摆臂是纯数学摆臂，所以 $J_{SP1}=0$。将式(93.8)和式(93.10)给出的 F_F、F_D 和 F_z 代入上

〔125〕 Laermann, F.-J.: Seitenführungsverhalten von Kraftfahrzeugreifen bei schnellen Radlaständerungen. Diss. TU Braunschweig 1985 und VDI Fortschritts-Berichte Reihe 12, Nr. 73. Düsseldorf: VDI-Verlag 1986.

式得：

$$m_2\ddot{z}_2+k_2'\left(\frac{f_D}{f_L}\right)^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)+c_2'\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2(z_2-z_1)=F_y\frac{r}{f_L} \tag{95.8}$$

$$m_1\ddot{z}_1-k_2'\left(\frac{f_D}{f_L}\right)^2(\dot{z}_2-\dot{z}_1)-c_2'\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2(z_2-z_1)$$
$$=c_1(h-z_1)-F_y\frac{r}{f_L} \tag{95.9}$$

另外，还增加了一个由式(95.2)给出了侧向力 F_y 的微分方程，其中：

$$\dot{y}_0=\frac{r}{f_L}(\dot{z}_2-\dot{z}_1) \tag{95.10}$$

95.3 车辙偏移的影响

如果把微分方程式(95.8)、(95.9)与一般的两质量系统的表达式(93.17)、(93.18)进一步比较，并且考虑到式(93.19)，就会产生一个新的侧向力 F_y。

由图 95.4(a)和(b)可以看出，侧向力的产生直接影响到与汽车平顺性指标相关的车身加速度的频率响应函数$\hat{\ddot{z}}_2/\hat{h}$和与行驶安全性指标相关车轮载荷的频率响应函数$\hat{F}_z/\hat{h}$，但是对它们的影响比较小，这一点可以通过图中较低车速 $v=10$ m/s 到车速为 $v\to\infty$的曲线得到。在图(c)中还给出了侧向力的频率响应函数。由图中可以看出，侧向力与速度有着密切的关系，但是侧向力相对比较小。

尽管由于车辙偏移引起的侧向力不是很大，但是它消耗了部分地面附着能力，而这部分附着能力本来仅仅是为汽车驱动、制动和弯道行驶时提供侧向力服务的，因此，它将使得汽车直线行驶时的加速度和减速度减小，或者弯道行驶时侧向加速度减小。同时由于车辙偏移还会增加轮胎的磨损。

由此对汽车提出技术方面的要求：当左右车轮的激励相同时，车辙的偏移以及相应的侧向力为 0。这一点对于单摆臂式悬架系统是不可能实现的，这是由于如果要实现上面的要求，悬架的铰接点 B 必须与地面接触。而这一点通过其他独立悬架系统可以实现，比如如图 95.5 所示的双横摆臂式独立悬架系统。在这个系统中如果车身保持静止状态，则车轮绕一个虚拟中心，即所谓的瞬时中心 MP 运动。瞬时中心距地面高度为 a，到车轮的距离为 f_{MP}。如果 MP 点在地面上或者——用更普遍的描述方法——$a/f_{MP}=0$，则车轮接地印迹处垂直于地面运动，同时——像希望的那样——车辙的偏移为 0。(当车身运动时，一般的来说，MP 点位置也会不断变化，这样又会产生车辙的偏移。如果使得 MP 点总是在地面上，则将不会产生车辙偏移。当然，不可能保证 a/f_{MP}总是为 0，只能做到一个比较好的近似)

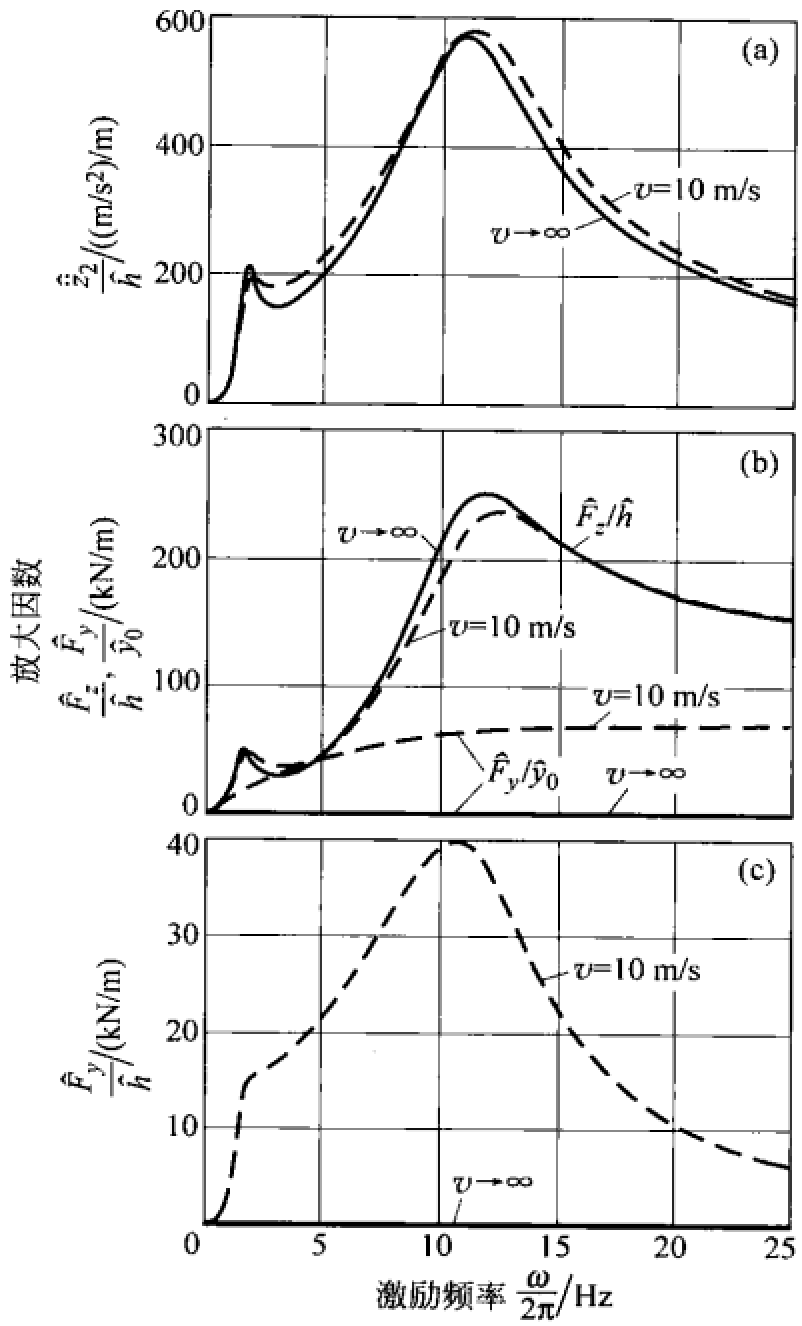


图 95.4 车辙偏移对车辆特性的影响(车速 $v=10$ m/s 时出现,$v\to\infty$时不出现)

(a) 舒适性;(b) 行驶安全性;(c) 侧向力

(车辆参数见表 64.1 中车例 1,$c_y=70$ kN/m;$c_\alpha=20$ kN/rad;$r=0.3$ m;$f_L=0.7$ m)

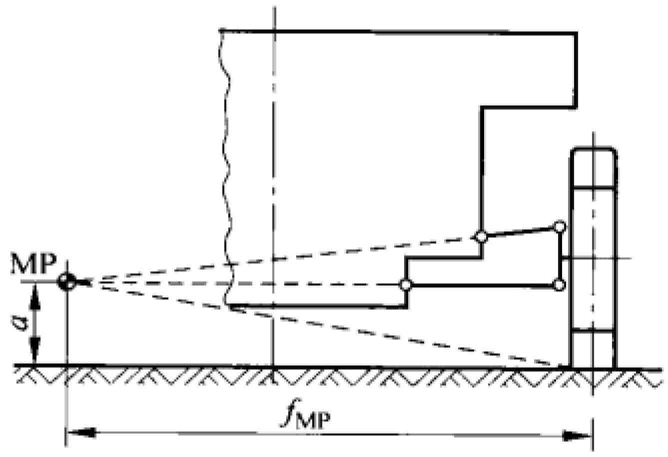


图 95.5 双横臂独立悬架车轮瞬时中心的位置

96 装用刚性车轴的车辆的侧倾和侧向振动

除了独立悬架系统之外，还有刚性车轴结构，它主要用于货车和越野汽车上。在纯垂直激励时可以采用第 XI 章的振动系统。而在纯侧倾激励时存在特殊性，会产生比较大的轮荷波动，在此必须进行讨论。

另外，还要对具有刚性车轴的车辆以及前轴或者后轴安装刚性车轴的车辆部分系统进行讨论，找出侧向振动形成的原因。在前一节中以单摆臂式悬架为例讨论了独立悬架系统车辙偏移的影响，讨论时假设左右车轮的地面不平度相同。这样尽管在每个车轮上都会产生车辙偏移和侧向力，但是它们的大小相等、方向相反，所以对于车身来说没有侧向力和侧向振动，只有垂直振动。

如果左右车轮的地面不平度不同，就会产生侧向力，并且激励车辆产生侧向振动。对于装备刚性车轴的车辆，由于纯垂直激励时不会产生车辙偏移，也就不会产生侧向力，只是在侧倾激励时会产生车辙偏移和侧向力，所以问题变得相对简单一些。

96.1 运动方程

装备刚性车轴的车辆部分系统如图 96.1 所示，在此忽略了座椅-人体振动系统。它由车身质量 $2m_2$、车轴质量 $2m_1$(由于涉及一个车轴上的两个车轮，所以系数取 2)以及常用的悬架弹簧刚度 c_2、减振器阻尼常数 k_2、车轮弹簧刚度 c_1 组成。在纯垂直激励时(左右车轮的地面不平度相同，即 $h_l = h_r$)系统的方程见式(93.17)和式(93.18)。关于舒适性、行驶安全性和弹簧挠度问题在第 XI 章，特别是第 73 节中进行了详细讨论，得到了相关结论。

在纯侧倾激励($h_l = -h_r$)时车身侧倾角为 κ_2、车轴侧倾角为 κ_1。由此产生的振动问题在第 XIII 章已经进行了讨论，但是讨论过程中没有考虑车身绕哪一点转动以及悬架系统的运动学特性。在此将以刚性车轴为例对这一点进行补充。刚性车轴对于货车通常通过钢板弹簧，在轿车上则通过杆系与车身连接。在图 96.2 上给出的车身侧倾瞬时中心 MZ 是虚构的，只是车身和车轴作相对角运动时绕 MZ 进行。而在图 96.1(a)上 MZ 是直线导轨的转动点。瞬心距路面的高度在静止时为 p。

在图 96.2(b)所示的等效系统是由两个单质量系统组成的，每个系统在平面内的运动总能用三个坐标来描述。从等效系统可以看出，车身侧向运动 y_2 和车轴侧向运动 y_1 是互相耦合的。如果不考虑垂直振动，这个等效系统可以用三个独立坐标来描述，即车身的侧向和侧倾运动 y_2 和 κ_2；以及刚性车轴的侧倾运动 κ_1(通常称为车轴摆振)。

在表达式中被消去的车轴重心 SP_1 的侧向位移 y_1 可以按下式求出：

$$y_1 = y_2 + (h_2 - p)\kappa_2 + (p - r)\kappa_1 \tag{96.1}$$

从式(95.2)中可以看到侧向轮迹移动对左右侧轮胎侧向力 $F_{y_r^l}$ 是决定性的，由下式求出：

$$y_{0_r^l} = y_2 + (h_2 - p)\kappa_2 + p\kappa_1 \tag{96.2}$$

系统的运动方程为：

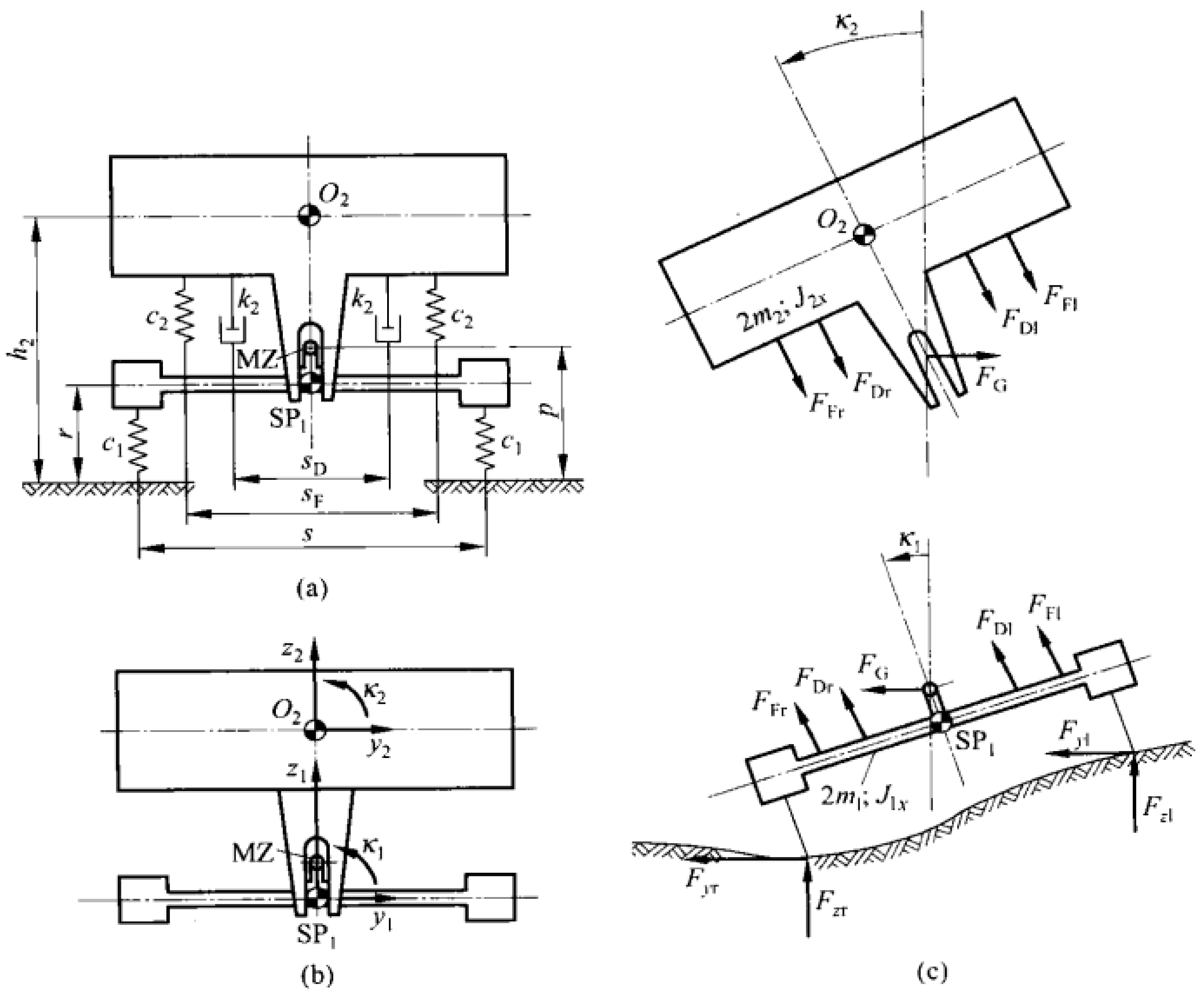


图 96.1 (a) 装用刚性车轴的平面模型；(b) 坐标系(车辆从纸面驶出)；(c) 车身和车轴上的受力

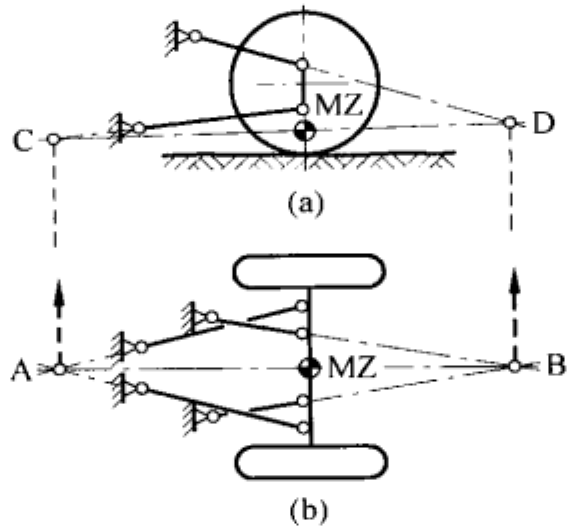


图 96.2 用四根纵臂导向的刚性车轴的车身侧倾瞬时中心 MZ 的位置。在俯视图(b)上画出了纵臂的两个交点 A 和 B;在侧视图(a)上,纵臂延长线交点为 C 和 D。$\overline{CD}$决定了车身侧瞬时中心的高度

$$2m_2\ddot{y}_2 = F_G$$

$$J_{2x}\ddot{\kappa}_2 = -(F_{Fl} - F_{Fr})\frac{s_F}{2} - (F_{Dl} - F_{Dr})\frac{s_D}{2} + F_G(h_2 - p)$$

$$2m_1\ddot{y}_1 = -F_G - (F_{yr} + F_{yl})$$

$$J_{1x}\ddot{\kappa}_1 = (F_{Fl} - F_{Fr})\frac{s_F}{2} + (F_{Dl} - F_{Dr})\frac{s_D}{2} + (F_{zl} - F_{zr})\frac{s}{2} + F_G(p - r) - (F_{yl} + F_{yr})r$$

弹簧力和减振器力可列写为：

$$F_{F_r^l} = \pm c_2 \frac{s_F}{2}(\kappa_2 - \kappa_1); \quad F_{D_r^l} = \pm k_2 \frac{s_D}{2}(\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1)$$

轮荷以及侧向力可以写为：

$$F_{z_r^l} = \pm c_1\left(h_r^l - z_1 \mp \frac{s}{2}\kappa_1\right); \quad \dot{F}_{y_r^l} + \frac{c_y\nu}{c_\alpha}F_{y_r^l} = c_y\dot{y}_{0_r^l}$$

对于刚性车轴起作用的是侧向力之和，即：

$$F_{yl} + F_{yr} = F_{y\Sigma}$$

利用式(95.2)和式(96.2)可以得到：

$$\dot{F}_{y\Sigma} + \frac{c_y\nu}{c_\alpha}F_{y\Sigma} = 2c_y\left[\dot{y}_2 + (h_2 - p)\dot{\kappa}_2 + p\dot{\kappa}_1\right]$$

对于对称的车辆，根据选定的坐标，其侧倾/侧向运动的微分方程组可以写成：

$$\boldsymbol{M}_\kappa\ddot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{K}_\kappa\dot{\boldsymbol{\kappa}} + \boldsymbol{C}_\kappa\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{R}_\kappa\boldsymbol{h}_\Delta \tag{96.3}$$

其中坐标向量

$$\boldsymbol{\kappa}^T = (\boldsymbol{\kappa}_2, \boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{y}_2, \boldsymbol{F}_{y\Sigma}) \tag{96.4}$$

式中 $\boldsymbol{h}_\Delta$ 在图 87.2 中给出了定义。方程中的矩阵元素在表 96.1 中列出。

表 96.1 描述装有刚性车轴的车辆部分系统的侧倾和侧向振动的矩阵微分方程(96.3)中各元素

$$\boldsymbol{M}_\kappa = \begin{bmatrix} J_{2x} & 0 & 2m_1(h_2-p) & 0 \\ 0 & J_{1x} & 2m_1(p-r) & 0 \\ 2m_1(h_2-p) & 2m_1(p-r) & 2m_2+2m_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{列: } \ddot{\kappa}_2,\ \ddot{\kappa}_1,\ \ddot{y}_2,\ F_{y\Sigma})$$

$$\boldsymbol{K}_\kappa = \begin{bmatrix} 2k_2(s_D/2)^2 & -2k_2(s_D/2)^2 & 0 & 0 \\ -2k_2(s_D/2)^2 & 2k_2(s_D/2)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2c_y(h_2-p) & -2c_yp & -2c_y & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{列: } \dot{\kappa}_2,\ \dot{\kappa}_1,\ \dot{y}_2,\ \dot{F}_{y\Sigma})$$

$$\boldsymbol{C}_\kappa = \begin{bmatrix} 2c_2(s_F/2)^2 & -2c_2(s_F/2)^2 & 0 & h^2-p \\ -2c_2(s_F/2)^2 & 2c_2(s_F/2)^2+2c_1(s/2)^2 & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & c_y\nu/c_\alpha \end{bmatrix} \quad (\text{列: } \kappa_2,\ \kappa_1,\ y_2,\ F_{y\Sigma})$$

$$\boldsymbol{R}_\kappa = \begin{bmatrix} 0 \\ 2c_1(s/2)^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

96.2 侧倾振动，轮荷波动

根据式(96.3)可知，侧倾振动与侧向振动之间是相互耦合的。为了使侧倾问题的讨论比较简单，在此通过以下假设

$$h_2 = 0; \quad p = 0; \quad r = 0$$

使得两个振动之间解耦，也就是说车辆没有高度，它"像一条比目鱼一样，是平的"。这样，由系统的矩阵微分方程式(96.3)可以得到：

$$\frac{J_{2x}}{(s/2)^2}\ddot{\kappa}_2 + 2k_2\left(\frac{s_D}{s}\right)^2(\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1) + 2c_2\left(\frac{s_F}{s}\right)^2(\kappa_2 - \kappa_1) = 0 \tag{96.5}$$

$$\frac{J_{1x}}{(s/2)^2}\ddot{\kappa}_1 - 2k_2\left(\frac{s_D}{s}\right)^2(\dot{\kappa}_2 - \dot{\kappa}_1) - 2c_2\left(\frac{s_F}{s}\right)^2(\kappa_2 - \kappa_1) = 2c_1(h_\Delta - \kappa_1) \tag{96.6}$$

将上述表达式与描述纯垂直振动的方程式(93.17)和式(93.18)进行比较，可以得到各量之间的对应关系：

$$z_2 \triangleq \kappa_2; \quad z_1 \triangleq \kappa_1$$

$$m_2 \triangleq \frac{J_{2x}}{(s/2)^2}; \quad m_1 \triangleq \frac{J_{1x}}{(s/2)^2}$$

$$k_2 \triangleq 2k_2\left(\frac{s_D}{s}\right)^2; \quad c_2 \triangleq 2c_2\left(\frac{s_F}{s}\right)^2$$

这样，我们就可以针对一些重要的参数，在侧倾运动与垂直运动之间进行比较，其结果见表 96.2。

表 96.2 装有刚性车轴的车辆部分系统垂直振动与侧倾振动固有频率、相对阻尼系数之间比较

	垂直振动	侧倾振动
车身固有频率	$\nu_{2Hub} = \sqrt{\frac{c_2}{m_2}}$ (96.7)	$\nu_{2Wank} = \sqrt{\frac{2c_2(s_F/s)^2}{J_{2x}(s/2)^2}}$ (96.8a) 式中：$J_{2x} = 2m_2 i_{2x}^2$； 近似取：$i_{2x} \approx s/2$； $\nu_{2Wank} \approx \frac{s_F}{s}\nu_{2Hub}$ (96.8b)
车轴固有频率	$\nu_{1Hub} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1}}$ (96.9)	$\nu_{1Wank} = \sqrt{2\frac{c_2(s_F/s)^2 + c_1}{J_{1x}(s/2)^2}}$ (96.10a) 刚性车轴的主要质量集中在车轮上，所以质量与轮距的平方的乘积几乎与轴的惯性矩相同（对于主减速器在车轴中间位置的驱动轴也是如此），这样： $J_{1x} \approx 2m_1(s/2)^2$； 另外，可以近似取： $c_2(s_F/s)^2 + c_1 \approx c_1$； $\nu_{1Wank} \approx \nu_{1hub}$ (96.10b)

续表

	垂直振动	侧倾振动
车身相对阻尼系数	$D_{2\mathrm{Hub}}=\frac{k_2}{2\sqrt{c_2 m_2}}$ (96.11)	$D_{2\mathrm{Wank}}=\frac{2k_2\ (s_D/s)^2}{2\sqrt{2c_2\ (s_F/s)^2\cdot J_{2x}/(s/2)^2}}$ (96.12a) 考虑到上面的近似表达式，得： $D_{2\mathrm{Wank}}\approx\frac{s_D^2}{s_F s}D_{2\mathrm{Hub}}$ (96.12b)
车轴相对阻尼系数	$D_{1\mathrm{Hub}}=\frac{k_2}{2\sqrt{(c_1+c_2)m_1}}$ (96.13)	$D_{1\mathrm{Wank}}=\frac{2k_2\ (s_D/s)^2}{2\sqrt{2[c_2(s_F/s)^2+c_1]\cdot J_{1x}/(s/2)^2}}$ (96.14a) 考虑到上面的近似表达式，得： $D_{1\mathrm{Wank}}\approx\left(\frac{s_D}{s}\right)^2 D_{1\mathrm{Hub}}$ (96.14b)

由此可知，装有刚性车轴的车辆垂直振动与侧倾振动之间的重要差别。对于垂直振动，弹簧和减振器在车轴上的位置不起作用，但是对于侧倾振动，在以下方面它是非常重要的：

- 如果左右侧弹簧之间距离小于轮距（一般车辆都是这样布置）（式(96.8b)），车身侧倾固有频率小于垂直固有频率。由于它会使得弯道行驶时车辆侧倾进一步加大，所以为了对这一点进行改善，必须加装横向稳定杆，见第 91 节；
- 因为左右侧弹簧和减振器之间距离小于轮距（式(96.12b)），所以侧倾振动的车身相对阻尼系数小于垂直振动的车身相对阻尼系数；
- 车轴侧倾振动（也称为颠簸）相对阻尼系数远小于垂直振动，这是由于它与距离之比的平方有关（式(96.14b)）。

这些参数将直接影响到对于舒适性和行驶安全性起重要作用的频率响应特性。

图 96.3 给出了刚性车轴两种不同布置形式的比较，其中车辆 I 的左右侧弹簧以及减振器间距与轮距正好相等，车辆 II 的左右侧弹簧以及减振器间距较小。在图(a)和图(c)中描述了纯垂直振动的幅频特性。其中 $\hat{h}_{\Sigma}$ 根据图 87.2 给出定义，而：

$$F_{z\Sigma}=F_{zl}+F_{zr} \tag{96.15}$$

就像前面讨论的那样，根据图可以看出，不同的弹簧以及减振器间距不会引起差别。

在图 96.3(b)中给出了侧倾加速度的幅频特性。相对于车辆 I，车辆 II 左侧的峰值位置向左移动，这是由于车身侧倾固有频率减小产生的，并且峰值大小也下降，这一点从图 67.2(a)就可以知道。右侧的峰值对应的是车轴固有频率，因为根据式(96.10b)车轴侧倾固有频率与垂直固有频率基本一致，所以峰值位置也基本一致。并且峰值大小基本不变，只是由于侧倾相对阻尼系数的减小，曲线变得瘦一些。这一点在两质量系统分析中已经得到，见图 64.2(a)。

较小的减振器间距对于在侧倾激励时左右车轮轮荷的差别：

$$F_{z\Delta}=F_{zl}-F_{zr} \tag{96.16}$$

产生负面影响(见图 96.3(d))。由图中曲线可以看出,在车轮固有频率附近共振峰值大幅度增加,这一点通过图 68.2(c)也可以得到,因此车辆 II 的行驶安全性低于车辆 I。

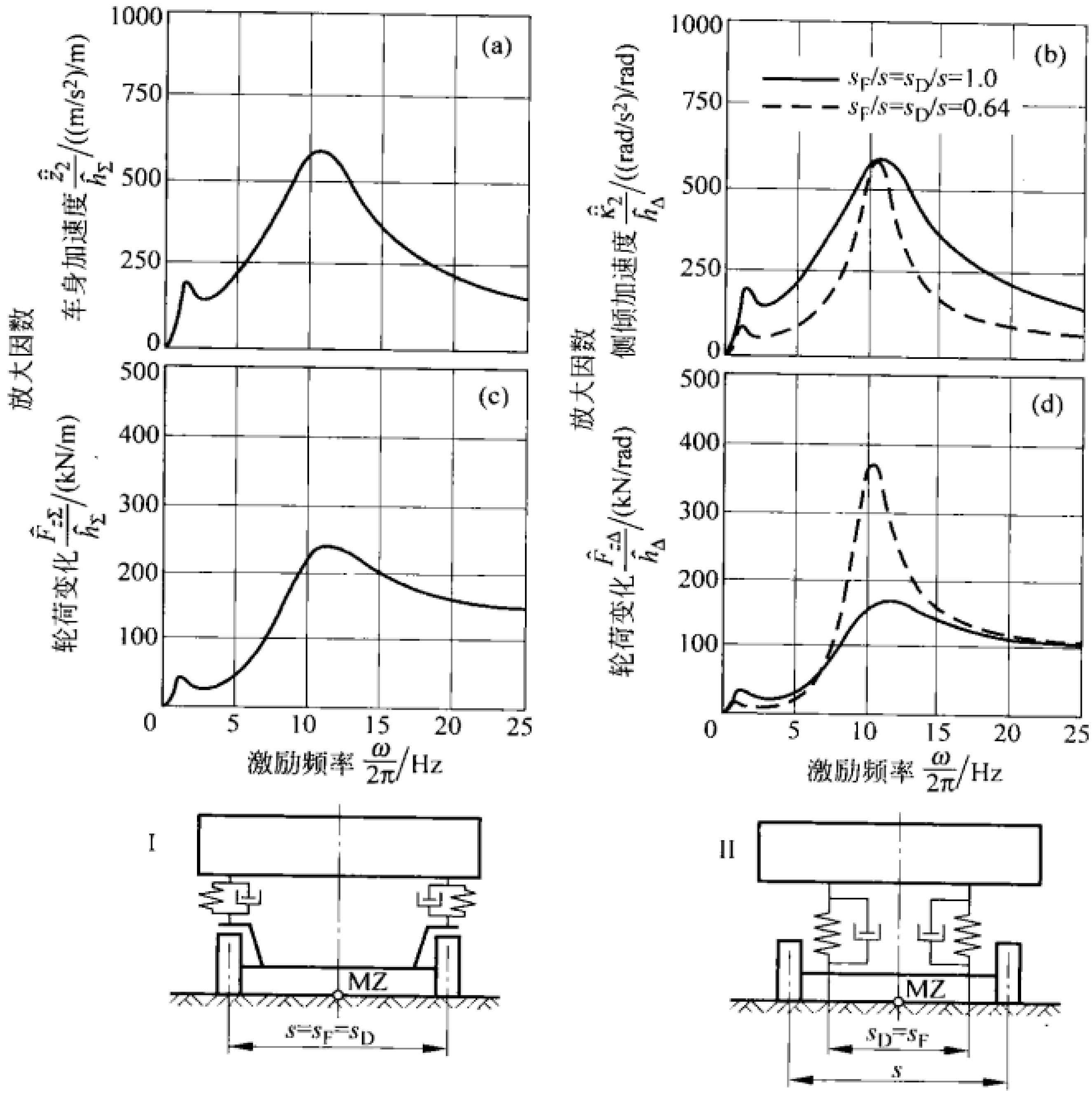


图 96.3 带刚性车轴的车辆上弹簧安装距离 s_F 和减振器安装距离 s_D 与轮距 s 之比对舒适性和行驶安全性的影响(车辆参数见表 64.1 中车例 26,车身侧倾瞬心高度 $p=0$,重心高度 $h_2=0$)

如果将纯垂直振动和纯侧倾振动联合起来考虑,装有刚性车轴的车辆,弹簧以及减振器间距比较小时,舒适性得到改善,但行驶安全性变差。

与刚性车轴相比较,独立悬架系统左右侧车轮没有直接连接。上述结论也就不适用,这是由于对于独立悬架:

$$\nu_{2\text{Hub}} \approx \nu_{2\text{Wank}} \tag{96.17}$$

$$\nu_{1\text{Hub}} \approx \nu_{1\text{Wank}} \tag{96.18}$$

$$D_{2\text{Hub}} \approx D_{2\text{Wank}} \tag{96.19}$$

$$D_{1\text{Hub}} \approx D_{1\text{Wank}} \tag{96.20}$$

可与式(96.8b)、式(96.10b)、式(96.12b)以及式(96.14b)进行对比。

96.3 侧向振动,侧向力

如果车辆不是96.2节假设的那样,像比目鱼一样贴在地面上,而具有一定高度,这样 $h_2>0, r>0$,那么车辆的侧倾运动和侧向运动之间将产生耦合,见式(96.3)。而在此侧向运动对侧倾运动的影响很小(见第2版B卷中51.6节)。

而侧倾运动会引发侧向运动,所以必须对侧向加速度和侧向力进行讨论。由图96.4(a)中曲线可以看出,如果瞬时中心高度 p 与车轴重心高度基本一致时,侧向加速度就比较小。如果 $p=0$,则侧向力达到最小。这个结论也适用于独立悬架系统。

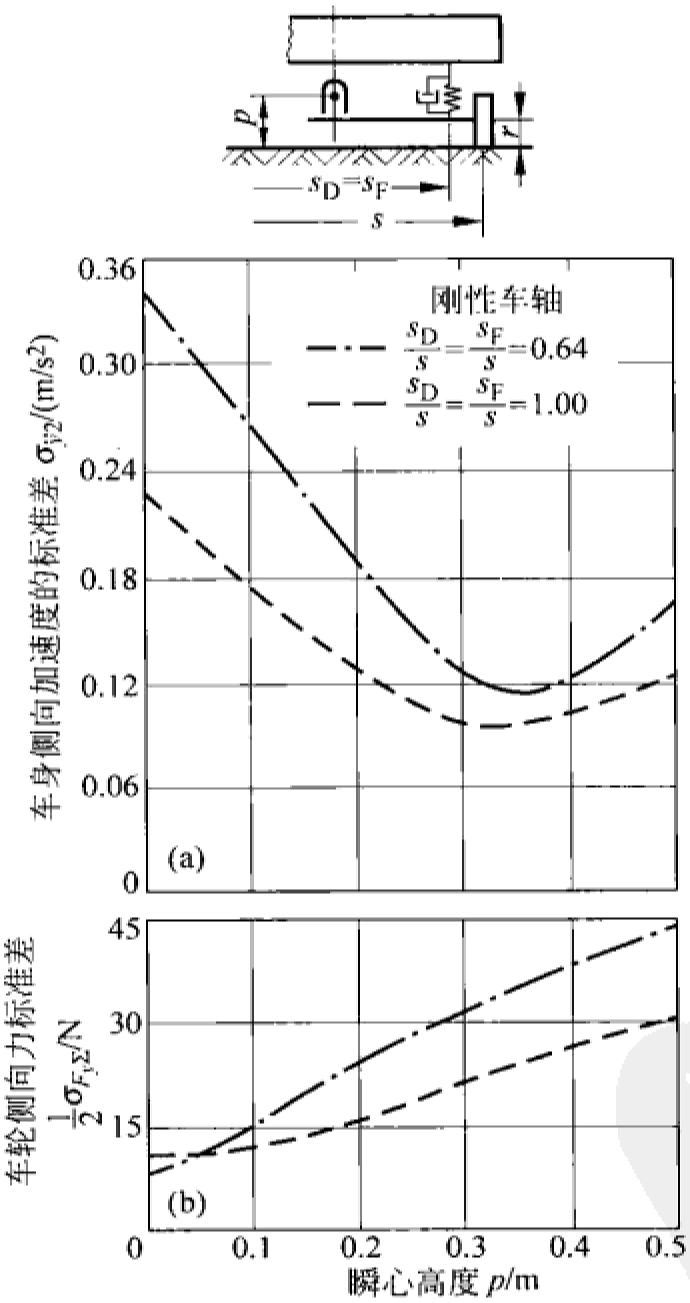


图 96.4 带刚性车轴的车辆瞬时中心高度对车身加速度的影响(图a)以及侧向力的影响(图b)

(车辆参数见表64.1中车例26, $c_y=70$ kN/m; $c_\alpha=20$ kN/rad; $r=0.3$ m; $h_2=0.5$ m。道路参数见表89.1, $v=20$ m/s)

97 第 XIV 章结果小结

与前面章节不同的是，在这里又附加讨论了在地面不平度激励下悬架导向装置对汽车振动性能的影响。在导向装置杆件上出现的支撑力导致车身和车轴之间质量的耦合，在轮胎上出现了轮辙移动又引起了侧向力。这样除了垂直、俯仰和侧倾振动外，还出现了车身的侧向振动，常称为侧向抖动。

得到的结果如下：

- 如果导杆的一端与车身刚性连接，并且不在冲击中心（振动中心）时，在车身和导杆之间会产生加速度耦合。它将在车内引起高频振动和噪声。
- 车辙移动对车辆受纯垂直激励时的振动特性几乎没有影响。但是它消耗了部分附着能力，而这部分附着能力本来可以提供给驱动和制动力以及侧向力，并且增加了轮胎的磨损。悬架系统的瞬时中心应该在地面上。
- 当左右车轮的地面不平度不一致时，不仅会引起车身侧倾振动，还会引起车身侧向振动。如果瞬时中心与车轮中心高度基本一致，则车身的侧向加速度就比较小。
- 对于装有刚性车轴的车辆，一般来说左右侧弹簧以及减振器间距小于轮距，它与装有独立悬架的车辆相比较，车身侧倾加速度相对比较小，舒适性比较好，但是轮荷波动比较大，即行驶安全性比较差！

XV 车辆纵向振动

到目前为止，讨论了车辆垂直振动、俯仰振动、侧倾振动和侧向振动，还缺少一个纵向振动。在这里以

- 地面不平度激励；
- 发动机扭矩变化的激励；

为例对纵向振动进行讨论。

98 由于地面不平度引起的车辆纵向振动

当车辆通过不平道路时，不仅在垂直方向会产生作用力和加速度，同时在纵向也会产生作用力和加速度。下面讨论车轮上纵向力，即圆周力的形成，并且通过一个简单的车辆系统模型对纵向振动进行研究。

98.1 车辆通过不平地面时产生的圆周力

如图 98.1 所示，圆周力 F_x 可以通过下面的运算得到[126]：接地印迹面应力大约与轮胎内压力 p_i 相等，并且假设在整个接地印迹面长度 $2l_L$ 上保持常数。印迹面上任意一个位置用距中心位置 x 的距离 ξ 表示，并作用着与轮胎气压相平衡的力：

$$dF = p_i dA$$

如果在整个印迹面上宽度 b_L 保持常数，则上式可以写为：

$$dF = p_i b_L d\xi$$

这个合力的作用方向与垂直轴形成了一个夹角，这样就形成了一个纵向的分力：

$$dF_x = -dF\sin\alpha \approx -dF\tan\alpha$$

这个 α 角的正切值与不平路面在该点的坡度有关：

$$\tan\alpha = \frac{dh(x+\xi)}{d(x+\xi)}$$

不平路面各点的坡度与地面不平度一样，是沿长度方向不断变化的。由上面的表达式可以得到圆周方向的作用力 F_x：

---

〔126〕 见参考文献 122。

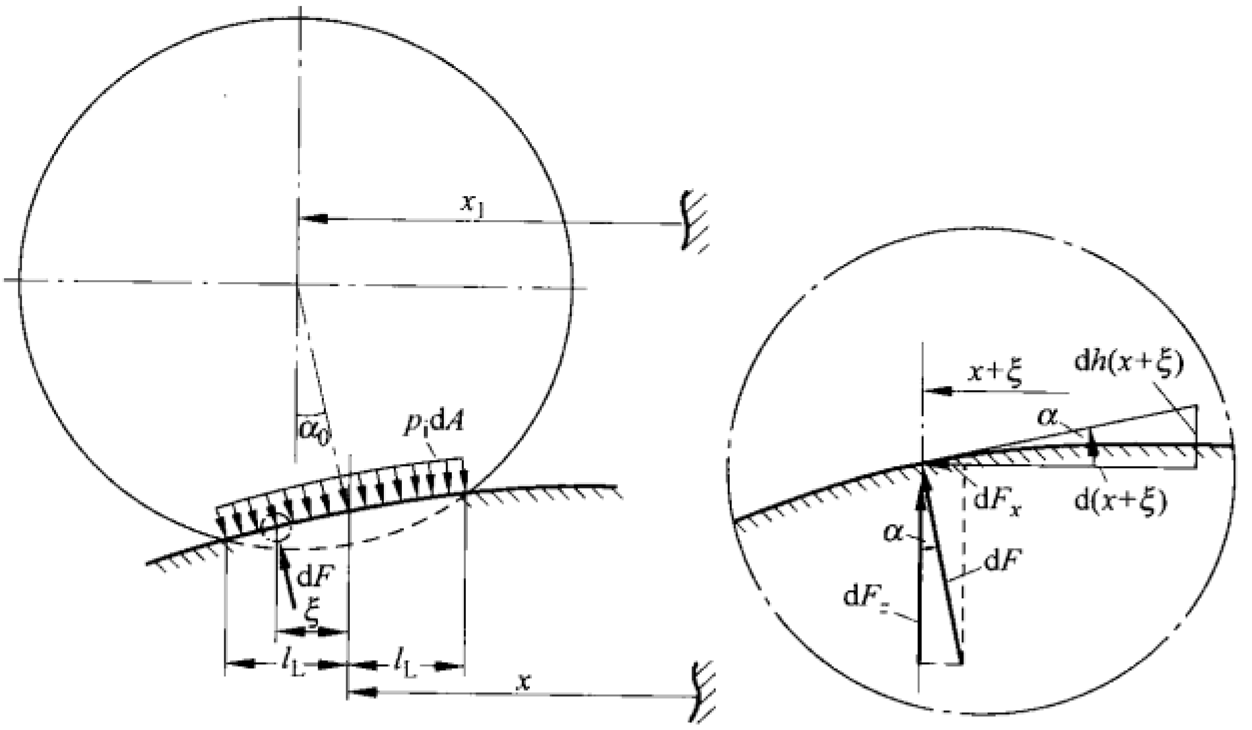


图 98.1 用于计算纵向激励力的示意图

$$F_x = -p_i b_L \int_{-l_L}^{+l_L} \frac{\mathrm{d}h(x+\xi)}{\mathrm{d}(x+\xi)} \mathrm{d}\xi \tag{98.1}$$

车辆沿纵向激励的作用力 F_x 与不平路面的坡度有关。(所以出现了在石子路面上纵向振动强度比沥青路面上大得多的现象，这是由于在石子路面上由一个石头到另一个石头的过程中坡度很大，而沥青路面上在比较短的波长时坡度很小)

根据常用的近似式(57.6)得：

$$h(x) = \hat{h}\sin \Omega x$$

以及

$$h(x+\xi) = \hat{h}\sin \Omega(x+\xi); \quad \frac{\mathrm{d}h(x+\xi)}{\mathrm{d}(x+\xi)} = \hat{h}\Omega\cos \Omega(x+\xi)$$

将上式代入式(98.1)得：

$$F_x(x) = -p_i b_L \int_{-l_L}^{+l_L} \hat{h}\Omega\cos \Omega(x+\xi)\mathrm{d}\xi$$

由于 Ω 和 x 对于积分变量 ξ 来说都是常数，那么由此得到：

$$F_x(x) = -p_i b_L 2\sin \Omega l_L \cdot \hat{h}\cos \Omega x \tag{98.2}$$

在以下情况下，$F_x=0$：

a) $\cos \Omega x=\cos 2\pi x/L=0$，在这里根据式(57.7)，$\Omega=2\pi/L$。那么，这时 $x=L/4, 3L/4, \cdots$。这时轮胎印迹面中心正好在地面不平度波动的最大点，见图 98.2(a)。或者在最小点，在接地印迹面中心的左右侧由于坡度也会产生 dF_x。

b) $\sin \Omega l_L = \sin \pi 2l_L/L = 0$，即这时 $2l_L/L = 1, 2, \cdots$。值等于 1 的情况如图 98.2(b)所示。

这种情况只是在轮胎适应地面不平度大小的情况下才可能发生。因为子午线轮

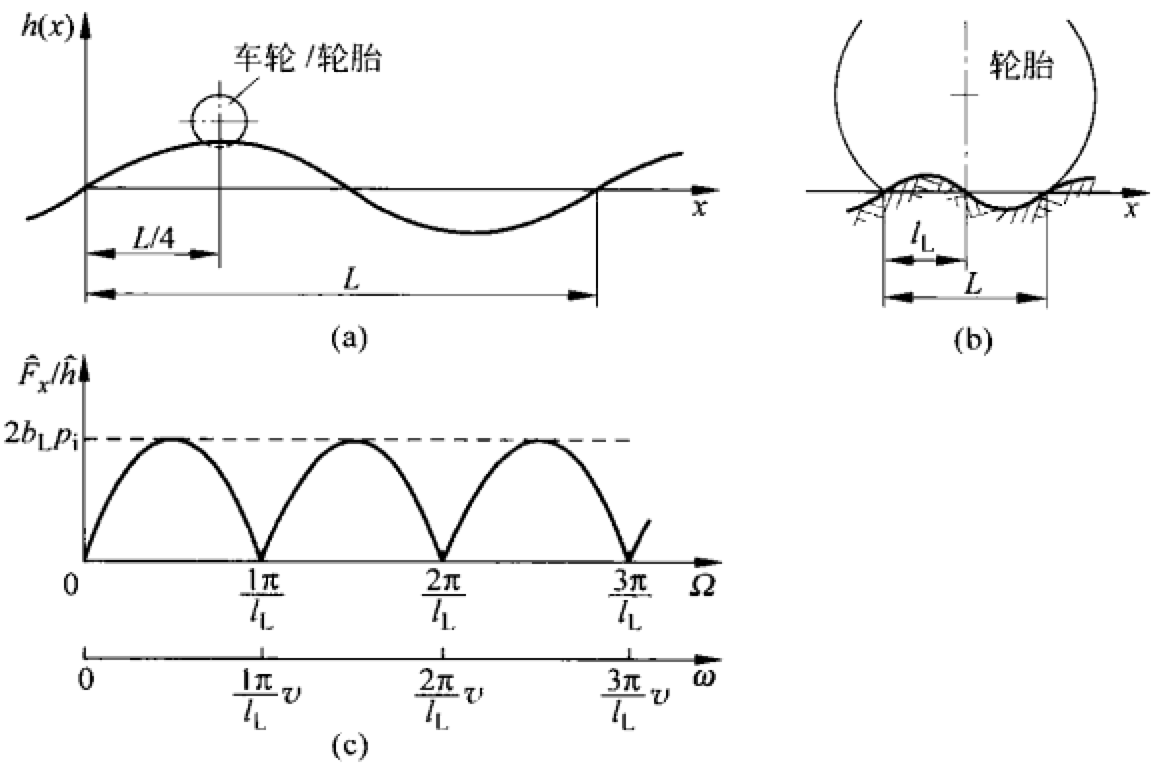


图 98.2 轮胎通过不平路面时的切向力

(a) 在 $x=L/4$ 的特殊情况下 $F_x=0$；(b) 在 $l_L=L/2$ 的特殊情况下 $F_x=0$；

(c) 切向力幅值$\hat{F}_x$ 对地面不平度幅值$\hat{h}$随行程圆频率 Ω 和时间圆频率 ω 变化关系

胎在地面不平度波动幅值比较小时才可能出现这种情况，所以它就决定了轮胎模型的界限。

在以下情况下，F_x 最大：

c) $\cos\Omega x=\cos 2\pi x/L=1$，那么，对应的 $x=0,L/2,L,\cdots$。这时轮胎接地印迹面中心在坡度最大点。

d) $\sin\Omega l_L=\sin\pi 2l_L/L=1$。

由式(98.2)和式(57.9)给出了幅频特性：

$$\frac{\hat{F}_x(\omega)}{\hat{h}(\omega)}=2p_ib_L\sin\Omega l_L=2p_ib_L\sin\frac{l_L}{v}\omega \tag{98.3}$$

它的幅值随频率 ω 变化过程如图 98.2(c)所示。由表达式可以看出，轮胎内压力和接地印迹面宽度决定了纵向力的大小，印迹面长度和车速决定了纵向力随频率变化的过程。

98.2 考虑刚性导杆支撑的车辆纵向振动

在车辆简化模型图 98.3(a)及对应的部分图 98.3(b)中车身上的 A 点不再固定，而是可以沿 x_2 方向振动，即 A 点变成了一个滑动铰链。并且在此仅描述了与纵向振动相关的纵向作用力。如果在此 $f_B=0$，则垂直运动和纵向运动不再相互关联，这样就使得问题的讨论变得相当简单。车身方程为：

$$m_2\ddot{x}_2=-F_{Bx} \tag{98.4}$$

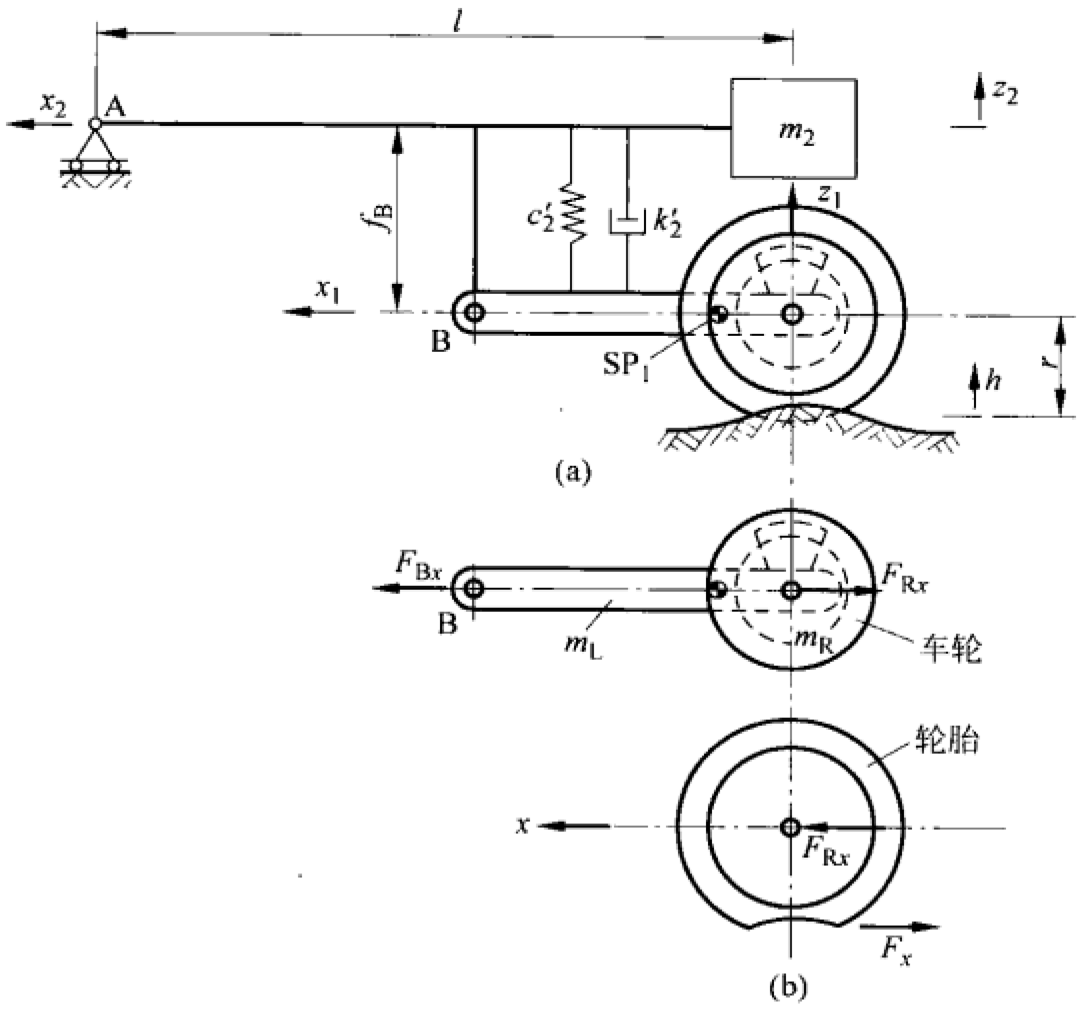


图 98.3 针对行驶方向上地面不平度激励的纵摆臂式车辆的替代系统

F_{Bx} 为在铰接点处的作用力。

对于车轮、制动器、导杆的微分方程根据式(93 .14)取 $m_1=m_L+m_R$ 写成

$$m_1\ddot{x}_1=F_{Bx}-F_{Rx} \tag{98.5}$$

如果这里导杆的支撑是刚性的，则可以得到

$$x_2=x_1 \tag{98.6}$$

如果忽略轮胎的质量，即不考虑轮胎的振动，则可以得到

$$F_{Rx}=F_x \tag{98.7}$$

由式(98.4)、式(98.5)和上式得到

$$(m_1+m_2)\ddot{x}_2=-F_x$$

由式(98.3)得到加速度幅频特性为

$$\frac{\hat{\ddot{x}}_2}{\hat{h}}=\frac{2p_ib_L}{m_1+m_2}\sin\frac{l_L}{v}\omega \tag{98.9}$$

幅频特性曲线如图 98.4 所示。

在幅频特性中出现了参变量车速 v，到目前为止它只在多点激励（双轮模型和双车辙模型）时出现。根据式(58.16)得到纵向加速度的标准差 $\sigma_{\ddot{x}_2}$ 为

$$\sigma_{\ddot{x}_2}^2=\int_0^\infty\Phi_{\ddot{x}_2}\,d\omega=\int_0^\infty\left[\frac{\hat{\ddot{x}}_2}{\hat{h}}(\omega)\right]^2\Phi_h(\omega)\,d\omega \tag{98.10}$$

将式(98.9)、式(59.5)以及式(57.9)代入式(98.10)得

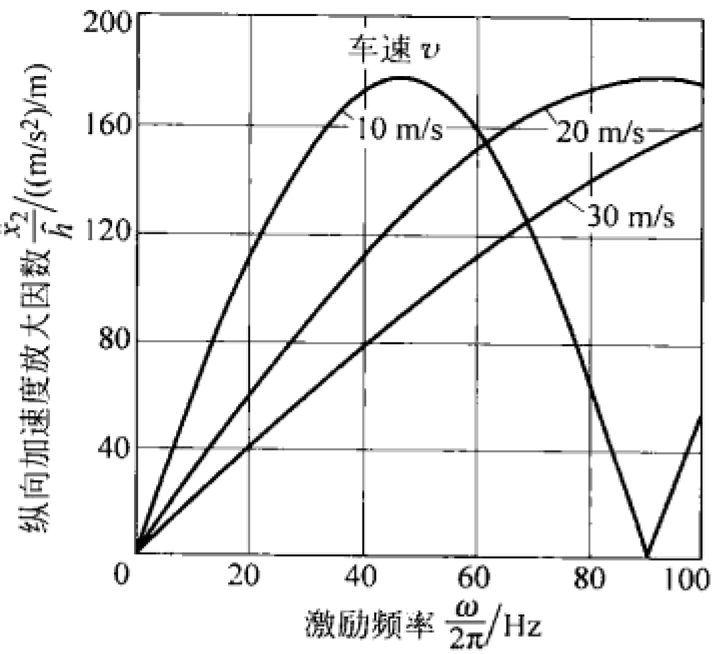


图 98.4 通过地面不平度时纵向加速度的幅频特性

$$\sigma_{\ddot{x}_2}^2 = \left(\frac{2p_i b_L}{m_1+m_2}\right)^2 \Phi_h(\Omega_0)\cdot\Omega_0^w\cdot v^{w-1}\int_0^\infty \frac{1}{\omega^w}\left(\sin\frac{l_L}{v}\omega\right)^2 d\omega \qquad (98.11)$$

根据上面的表达式可以看出，标准差的大小 $\sigma_{\ddot{x}_2}$ 与以下因素有关：

- 与其他的地面不平度激励过程一致，与地面不平度尺度 $\Phi_h(\Omega_0)$ 和波度性尺度 w 有关；
- 与车辆参数有关，比如：接地印迹面压力（轮胎内压力）p_i、接地印迹面宽度 b_L、接地印迹面长度 $2l_L$ 和质量 m_1+m_2；
- 与行驶速度 v 有关，并且车速从两方面影响到标准差，一方面是通过地面不平度功率谱密度函数，另一方面是通过频率响应函数中的 $\sin\left(\frac{l_L}{v}\right)\omega$ 部分，见式(98.11)。

图 98.5(a)描述了车身纵向加速度功率谱密度函数随激励频率变化的关系，图(b)中描述了车身纵向加速度标准差随速度 v 变化的关系。通过前面章节的讨论我们知道，车身垂直振动加速度和车轮载荷波动等参数的标准差随速度的增加而增加，但是车身纵向加速度的标准差与之不同。车速对纵向加速度的标准差的影响比较小，曲线比较平缓，并且在 5 m/s(20 km/h)和 15 m/s(55 km/h)之间保持最大值。试验研究[127]证明了这个范围。

98.3 说明

在图 98.5(a)中对于纵向振动在 100 Hz 之内进行了分析，对于车内乘员的窜动舒适性或者车轴粗糙度(suspension harshness)的振动评价一般在30～60Hz之间

〔127〕 见参考文献 122 和 123。

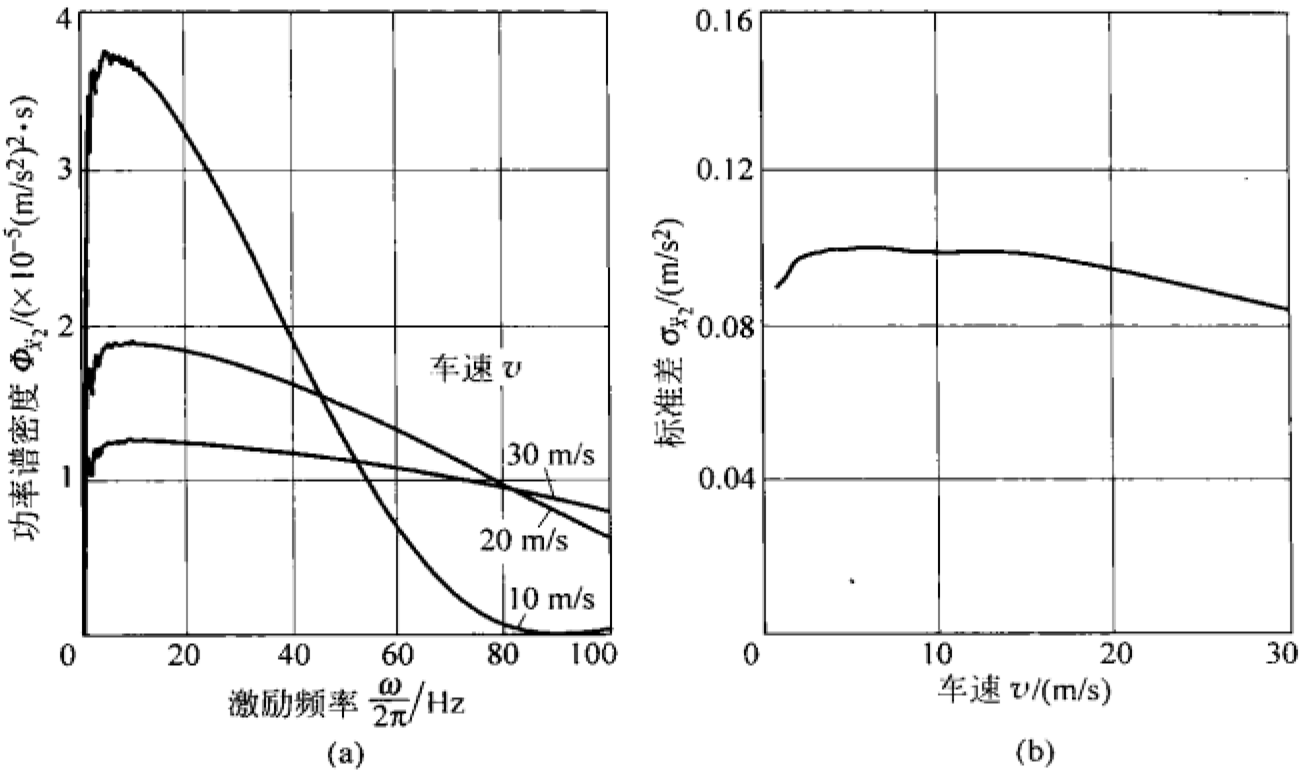


图 98.5 在转向系支撑刚度较大和轮胎刚度较大时加速度的功率谱密度

(a) 加速度的标准差；(b) 频率范围 0～100 Hz(数据见图 98.4，同时 $\Phi_h(\Omega_0)=4\ cm^3$；$\Omega_0=1\ m^{-1}$；$w=2$)

或者 5～100 Hz 之间[128]。

当然，在这个频率范围内，车身不能再作为刚性体来处理，并且导杆的橡胶支撑和轮胎振动系统也必须加以考虑。关于这些因素的影响在第 94 节中进行了讨论。

99 由于发动机激励引起的纵向振动(汽车窜动)

在驾驶员加大油门加速或减小油门减速过程中(tip in/back out)，对于现代轿车来说，经常会叠加纵向的振动。这个振动给乘员造成干扰，经常被称为窜动、发动机窜动(motorshuffle)、负荷变化冲击、汽车窜动或者 Bonanza 现象。

以下将利用一个模型建立起相应的运动方程，并进行实例计算，通过这种方法来认识一些主要因素的影响[129]。

99.1 运动方程组

图 99.1 描述了一个前轮驱动、发动机横置的汽车振动模型。发动机扭矩 M_M 使得发动机的转动惯量 J_M 加速，扭矩通过离合器旋转弹簧刚度 C_K 作用到变速器输入

[128] 见参考文献 122 和 123。

[129] Mitschke. M.: Fahrzeug-Ruckeln, ATZ 96 (1994) Heft 1, S. 59-60; Fan, J.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Längsschwingungen von Pkw (Ruckeln), Diss. TU Braunschweig 1994.

轴，这部分转动惯量为 J_1，再通过传动比为 $i_G = r_2/r_1$ 的变速器作用在变速器的输出轴上，进一步通过传动比为 $i_A = r_4/r_3$ 的主减速器作用到旋转刚度为 C_A 的弹性传动轴上。两个车轮(包括轮毂、轮辋和制动盘)的转动惯量为 J_F，相对于主减速器输出轴，并且相对于轮胎转动。在车辆和地面之间作用着驱动力 F_x，使得质量为 m 的车辆以加速度 $\ddot{x}$ 行驶，在这个系统中有意不考虑阻尼和摩擦力，为的是在后面讨论仅仅由轮胎滑移产生的衰减振动。

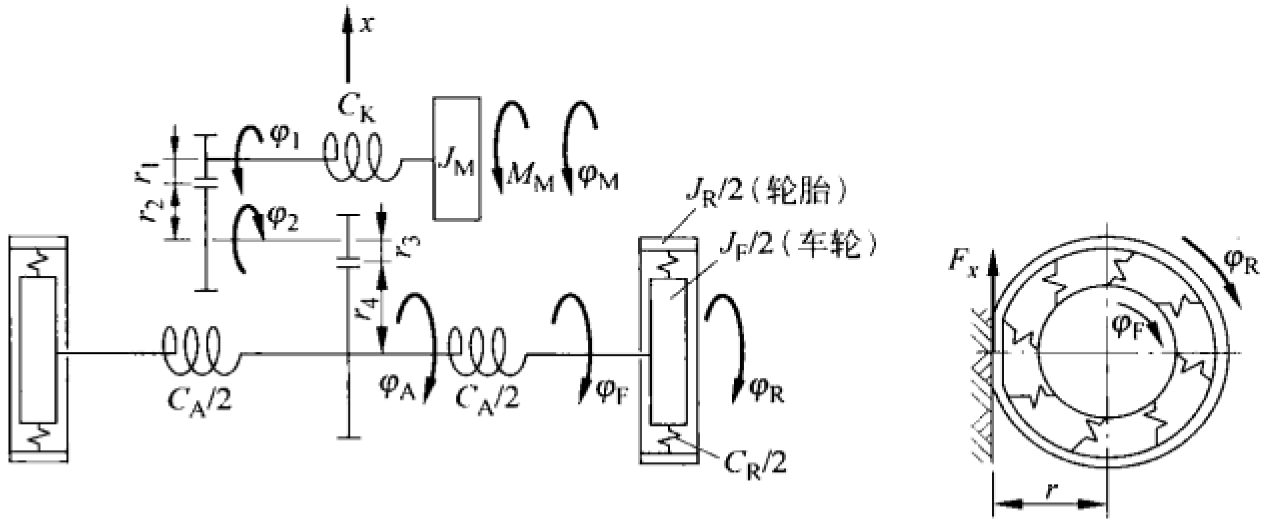


图 99.1　汽车窜动的振动替代系统

运动方程为

$$J_M \ddot{\varphi}_M = -C_K(\varphi_M - i_G i_A \varphi_A) + M_M \tag{99.1}$$

$$J_A \ddot{\varphi}_A = i_G i_A C_K(\varphi_M - i_G i_A \varphi_A) + C_A(\varphi_F - \varphi_A) \tag{99.2}$$

$$J_F \ddot{\varphi}_F = -C_A(\varphi_F - \varphi_A) + C_R(\varphi_R - \varphi_F) \tag{99.3}$$

$$J_R \ddot{\varphi}_R = -C_R(\varphi_R - \varphi_F) - F_x r \tag{99.4}$$

在此将离合器转动惯量 J_1、变速器转动惯量 J_2 和传动轴转动惯量 J_4 用一个等效的特性转换系统转动惯量来替代，其表达式为：

$$J_A = J_4 + i_A^2 J_2 + i_G^2 i_A^2 J_1 \tag{99.5}$$

在忽略了行驶阻力的条件下，汽车的运动方程为：

$$m\ddot{x} = F_x \tag{99.6}$$

考虑到轮胎滑移率 S 和车轮动态半径 R_0 时车辆行驶速度 $\dot{x}$ 与轮胎角速度之间关系为(见式(5.8b))

$$\dot{x} = (1 - S) R_0 \dot{\varphi}_R \tag{99.7}$$

车轮切向力 F_x 是轮胎滑移率 S 的函数。在变形滑移率的范围内，它们之间的关系可以近似地用线性形式描述，即

$$F_x = F_z \cdot \frac{\mu_h}{S_c} S \tag{99.8}$$

如图 99.2 所示。

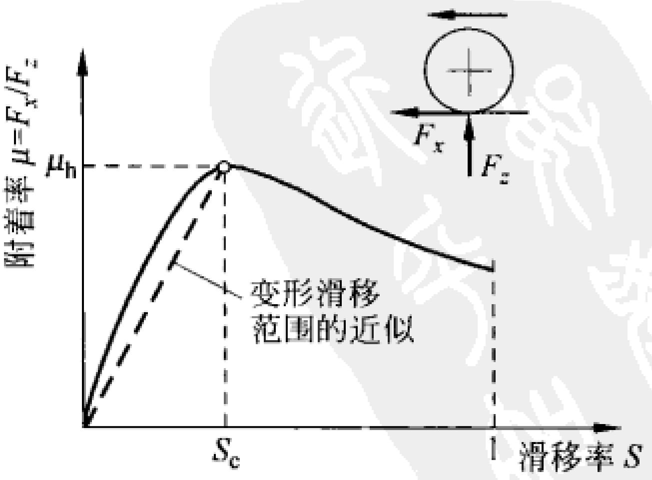


图 99.2　用直线近似描述 μ-S 曲线

99.2 随时间变化过程,理论与试验结果的比较

斜坡上升过程的发动机扭矩 M_M 输入如图 99.3(a)所示,(假设传动系没有冲击,同时扭矩与转速无关)车辆将沿渐近值 $\ddot{x}=i_G i_A M_M/mr\approx 2.2\ \mathrm{m/s^2}$ 加速,并且在此基础上叠加一个频率大约在 4.0 Hz 的衰减振动。通过上面的表达式可以得到汽车纵向窜动的无阻尼固有频率为:

$$\nu_{\text{Ruckel}}=\sqrt{\frac{C_A C_R}{C_A+C_R}\,\frac{J_M i_G^2 i_A^2+mrR_0}{J_M i_G^2 i_A^2 mrR_0}} \tag{99.9}$$

在图 99.3(b)中同时描述了试验结果和计算结果,由曲线可以看出两者一致性比较好,而且在频率方面一致性非常好,只是在第一个振荡幅值上理论计算的结果有些过大。

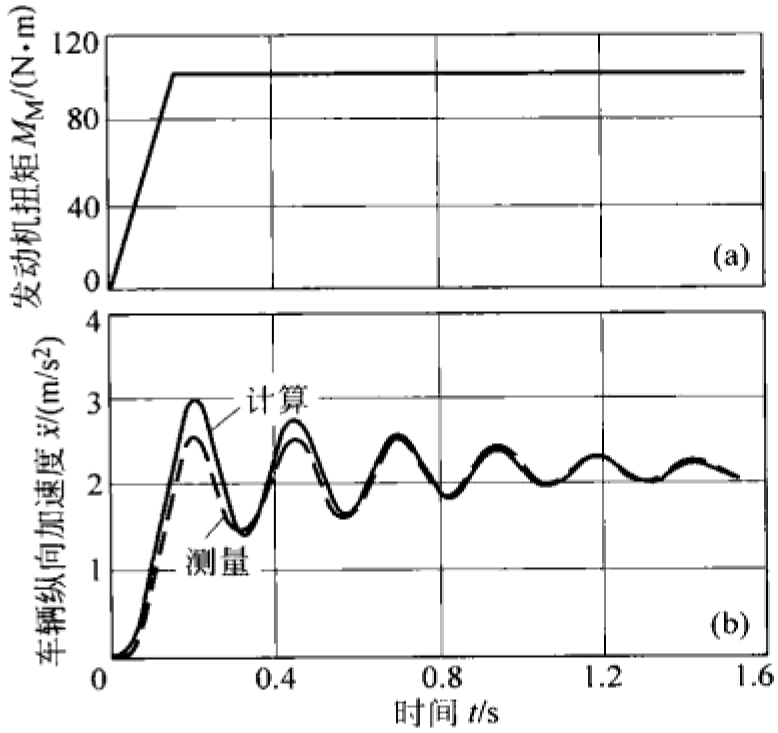


图 99.3 发动机扭矩阶跃上升时车辆纵向加速度的变化历程

(测量结果出自:Fan, J.:Theoretische und experimentelle Untersuchungen zu Längsschwingungen von Pkw(Ruckeln);Diss. TU Braunschweig 1994)

99.3 传动比和扭矩的影响

在相同发动机扭矩 M_M 条件下,见图 99.4(a),对于变速器不同的挡位,汽车的纵向加速度 $\ddot{x}$ 大小也是各不相同的,见图 99.4(b),当然这个差别不仅体现在渐近值的大小,还体现在振荡的过程上。变速器 1 挡时,振荡过程超调量最大,对驾驶员的干扰也最大,振荡频率最小,衰减需要的时间最长。对于车内乘员振动感受的评价可以利用图 62.2 和图 62.3,尽管这种评价只是适用于稳态振动过程,而不适用于衰减振动过程。由此可以得出在变速器 1 挡时的加速过程,无论是由于加速度的幅值,还是由于比较小的振荡频率,其舒适性比其他挡位都要差。

当扭矩上升比较缓慢时,即上升时间 T 比较长时,振荡过程的超调量减小,见

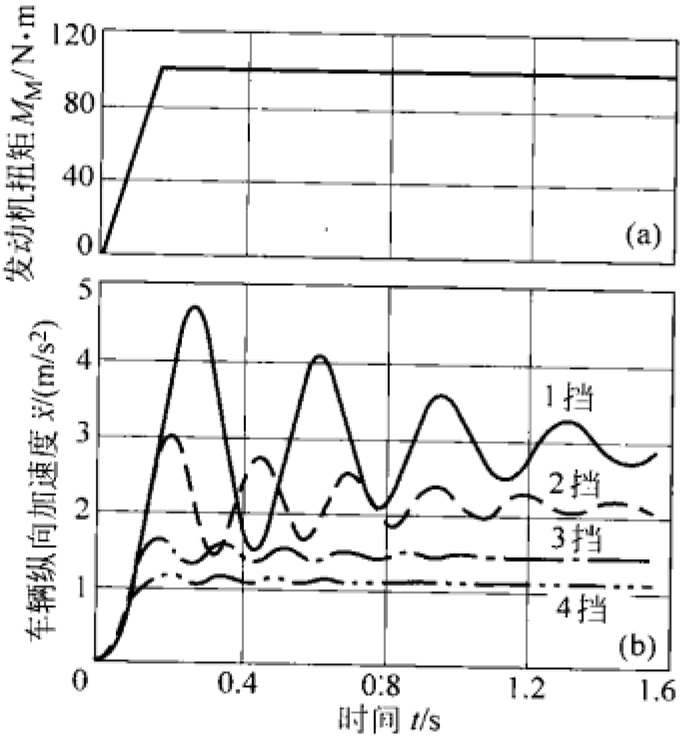


图 99.4　不同挡位时车辆的纵向窜动

（车辆参数：$J_M=0.1322$；$J_1=2.71\times10^{-4}$；$J_2=3.85\times10^{-4}$；$J_4=0.0784$；$J_F=0.3426$；$J_R=1.0457\ kg\ m^2$；$m=1284\ kg$；$R_0=0.265\ m$；$C_K=1000$；$C_A=7300$；$C_R=31\ 600\ N\cdot m/rad$；$i_A=4.1$；$i_{G1}=3.2$；$i_{G2}=2.0$；$i_{G3}=1.3$；$i_{G4}=1.0$；$\mu_h/S_c=20$；$F_{zstat}=7000\ N$）

图 99.5(b)。特别是在当 T/T_{Ruckel} 取整数时，这里 $T_{Ruckel}=1/(\nu_{Ruckel}/2\pi)$，振荡过程出

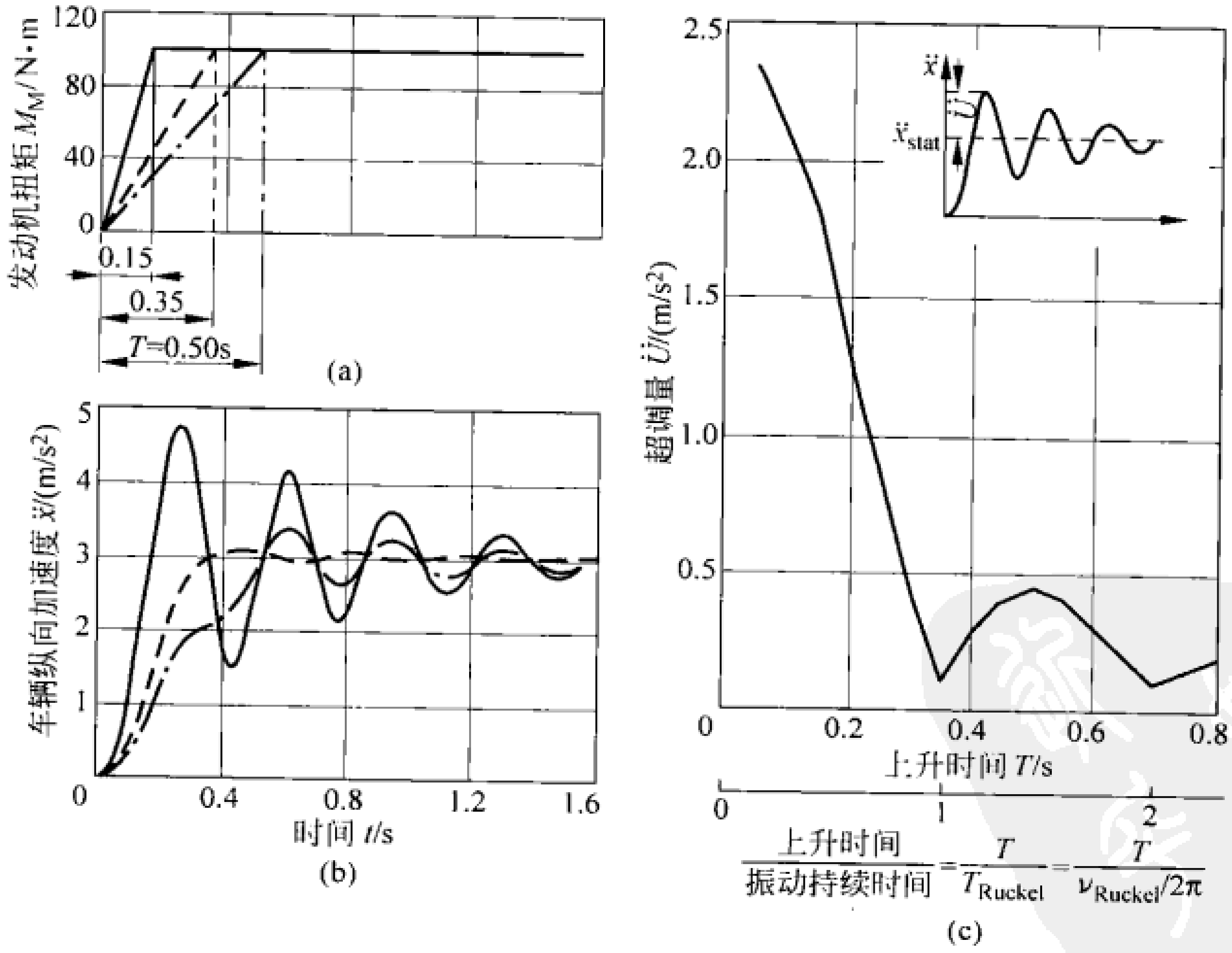


图 99.5　发动机扭矩不同上升时间对车辆纵向窜动的影响

(a) 激励扭矩；(b) 车辆纵向加速度；(c) 超调量随发动机扭矩上升时间的变化（实线）

（车辆参数见图 99.4，1 挡）

现不同的曲线形状，并且出现最小的超调量值，如图 99.5(c)所示。对于改善纵向窜动良好的方法是采用一定的(可自动调整的)扭矩上升时间 T。这个时间 T 必须可以随着纵向窜动频率改变而改变，而这一点从上面的分析可以看出对于最低的两个挡位尤为重要。

99.4 附着-滑移关系的影响

在 99.1 节谈到，振动的衰减主要是由于轮胎滑移产生的。为了证明这一点，在图 99.6 中给出了有滑移和无滑移两种条件下的计算结果曲线，由曲线可以看出，无滑移时振动过程没有衰减。图 99.7 为考虑到不同的 μ-S 上升过程(见图 99.2)，即不同的 μ_h/S_c 时加速度振荡过程曲线。当 μ_h/S_c 比较小时(相当于以前使用的斜交轮胎或者现在的轮胎在湿滑的路面上行驶的情况)，振荡过程超调量比较小，并且衰减速度比较快。

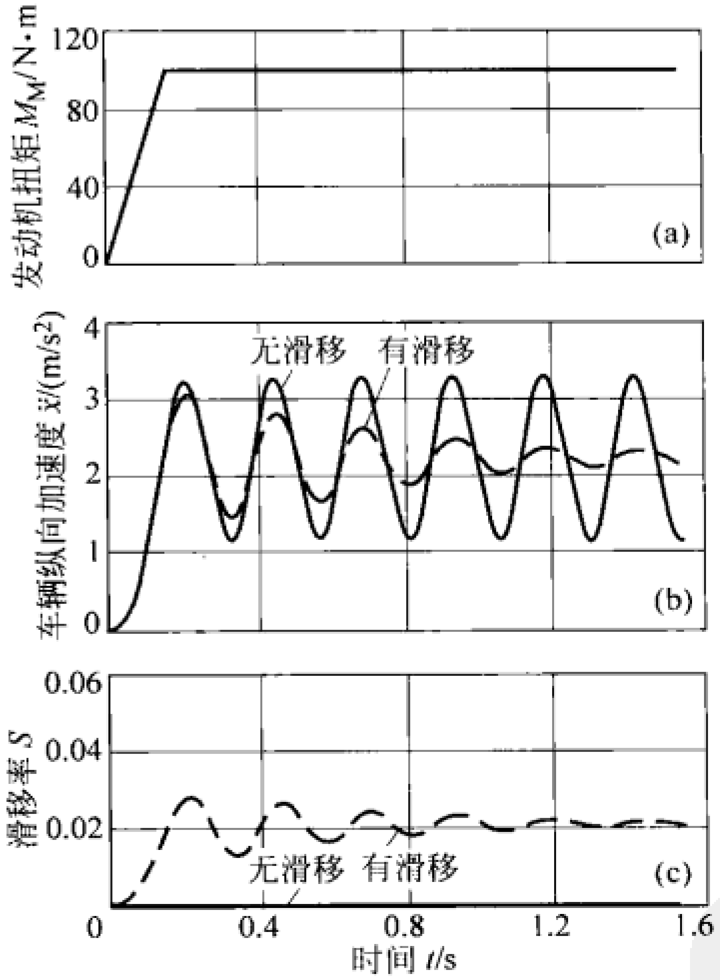


图 99.6 在有、无滑移率条件下计算出的车辆纵向加速度(车辆参数见图 99.5)

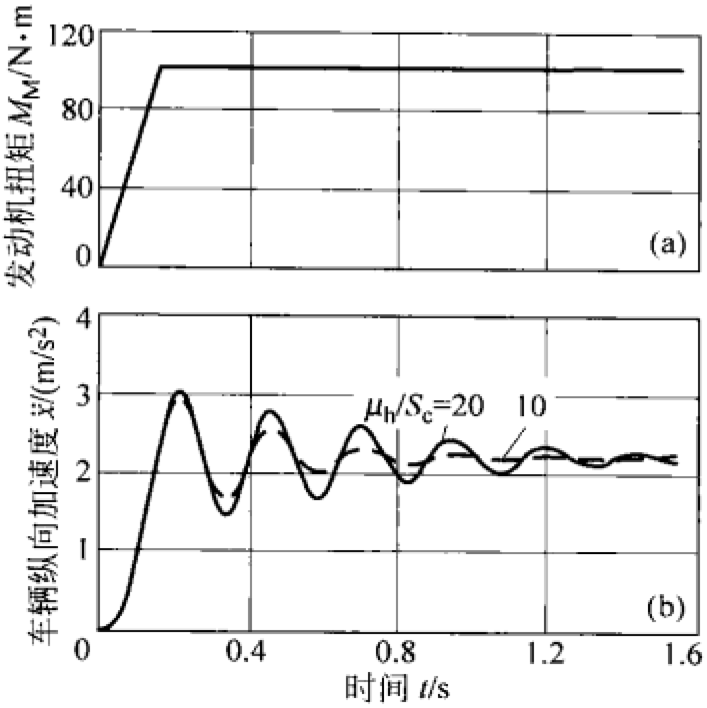


图 99.7 附着率-滑移率上升特性对车辆纵向窜动的影响(用 μ_h/S_c 值和图 99.2 上升过程近似描述)(车辆参数见图 99.5)

XVI 由发动机激励引起的车辆振动

在B篇开始时以单质量振动系统为例讨论了地面不平度激励(56.2.1节)和发动机激励(56.2.2节)时的振动情况。在第XI章到XIV章以及XV章的部分内容仅仅讨论了由于地面不平度激励产生的振动问题,但是没有继续采用单质量振动系统模型,而是采用了描述车辆的多质量振动系统模型,并且在第85节专门讨论了相对比较重的驱动系振动对车辆平顺性的影响问题(所谓的颠簸)。

在第XVI章中讨论车辆行驶在水平的路面上,仅仅受到发动机激励的振动问题。在内燃机中,准确地说是在活塞式发动机中,通过活塞的往复运动和燃烧过程产生作用力和扭矩,而这个作用力和扭矩通过驱动系统的支撑(一般情况下采用橡胶元件)使车身产生振动,并且通过振动和噪声影响到车内乘员。

下面首先对激励及产生的原因进行讨论。发动机激励可以分为由于质量引起的激励和燃烧过程引起的激励,首先针对单缸发动机进行讨论,然后再针对多缸发动机进行讨论。

最后对它们的影响进行讨论,并且建立驱动系统的支撑点,即发动机和车身之间的连接点的作用力关系。

根据图100.1在发动机上主要产生的是绕曲轴的作用力 F_z 和扭矩 M_x,有时还会产生垂直方向的扭矩 M_y。作用力 F_x 和 F_y 以及 M_z 很少或者几乎不产生。

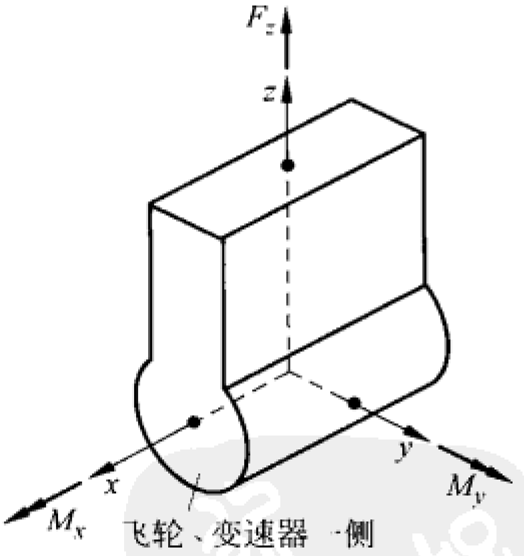


图 100.1 描述多缸发动机受力情况的坐标

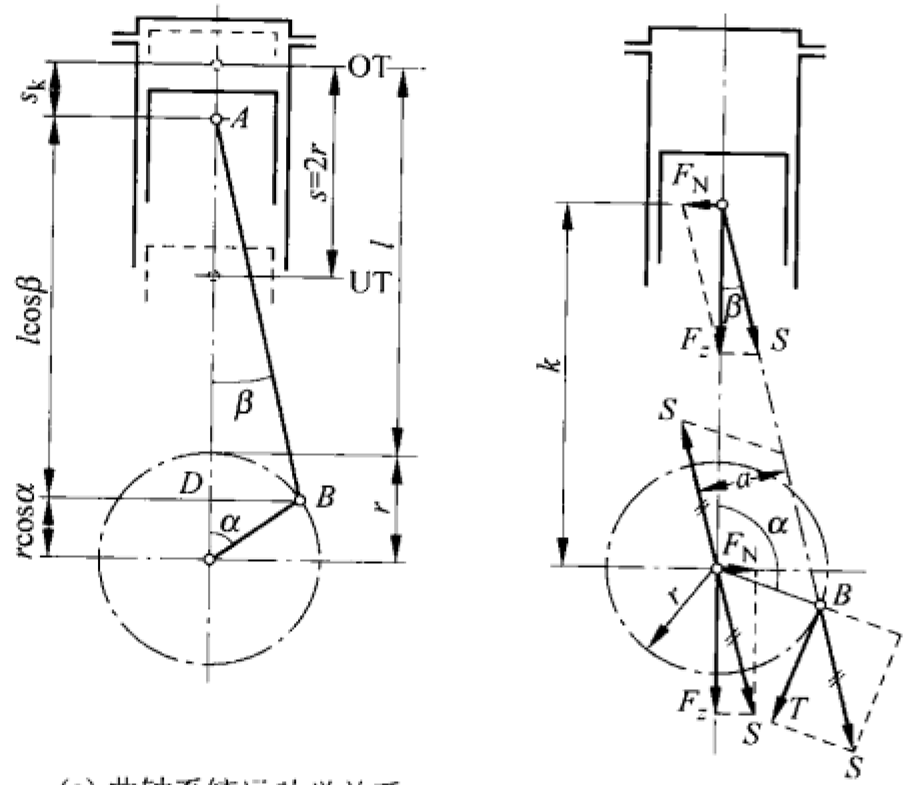
这里的 x 轴与曲轴方向一致。它可能与汽车的纵轴方向——到目前为止用 x 轴描述——保持一致,比如纵置发动机汽车。也可能与汽车的纵轴方向垂直,比如现在常见的前轮驱动轿车。z 轴与直列发动机的气缸中心轴方向一致,对于V型发动机则取气缸之间夹角的一半作为 z 轴的方向。如果发动机倾斜布置,则发动机的 z 轴方向与汽车的 z 轴方向不一致。

100 单缸发动机激励

100.1 曲柄连杆机构的运动学

根据曲柄连杆机构的运动学关系[130]，连杆长度 l 和曲柄半径 r（活塞行程 $s=2r$）（见图 100.2(a)），得到曲轴转角 α 与活塞位移 s_K 之间关系：

$$s_K + l\cos\beta + r\cos\alpha = l + r$$



(a) 曲轴系统运动学关系　　(b) 曲轴系统力的分解

图 100.2 发动机运动、作用力和扭矩的描述

α 角和 β 角之间的联系可以线段 $\overline{BD} = l\sin\beta = r\sin\alpha$ 得到，即 $\sin\beta = \sqrt{1-\cos^2\beta} = \lambda_P \sin\alpha$ 以及 $\cos\beta = \sqrt{1-\lambda_P^2\sin^2\alpha}$，这里 λ_P 为曲柄连杆机构的曲柄半径与连杆长度之比，即：

$$\lambda_P = r/l \tag{100.1}$$

这样就得到：

$$s_K = r(1-\cos\alpha) + l\left[1 - \sqrt{1-\lambda_P^2\sin^2\alpha}\right]$$

将开方式用两项展开式表示为：

$$\sqrt{1-\lambda_P^2\sin^2\alpha} \approx 1 - \frac{1}{2}(\lambda_P\sin\alpha)^2 - \frac{1}{8}(\lambda_P\sin\alpha)^4 - \frac{1}{16}(\lambda_P\sin\alpha)^6 - \cdots$$

并且忽略 4 次方以上各项的影响，这样就得到了活塞位移为：

$$s_K = r\left(1-\cos\alpha + \frac{\lambda_P}{2}\sin^2\alpha\right) = r\left(1+\frac{\lambda_P}{4} - \cos\alpha - \frac{\lambda_P}{4}\cos 2\alpha\right) \tag{100.2}$$

如果假设曲轴角速度 ω 为常数，则曲轴转动角度与时间 t 成正比：

$$\alpha = \omega t \tag{100.3a}$$

---

〔130〕 siehe Urlaub, A.: Verbrennungsmotoren. 2. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1995.

它与发动机转速之间关系为：

$$\frac{\omega/2\pi}{\mathrm{Hz}} = \frac{1}{60}\frac{n_M}{\mathrm{min}^{-1}} \quad 即 \quad \frac{\omega}{\mathrm{rad/s}} \approx \frac{1}{10}\frac{n_M}{\mathrm{min}^{-1}} \tag{100.3b}$$

对式(100.2)进行微分得到活塞速度：

$$\dot{s}_K = r\omega\left(\sin\omega t + \frac{\lambda_P}{2}\sin 2\omega t\right)$$

活塞的运动加速度为：

$$\ddot{s}_K = r\omega^2(\cos\omega t + \lambda_P\cos 2\omega t) \tag{100.4}$$

图 100.3 给出了连杆无限长($\lambda_P = 0$)和连杆有限长($\lambda_P = 0.3$)两种情况下活塞位移、速度和加速度曲线。

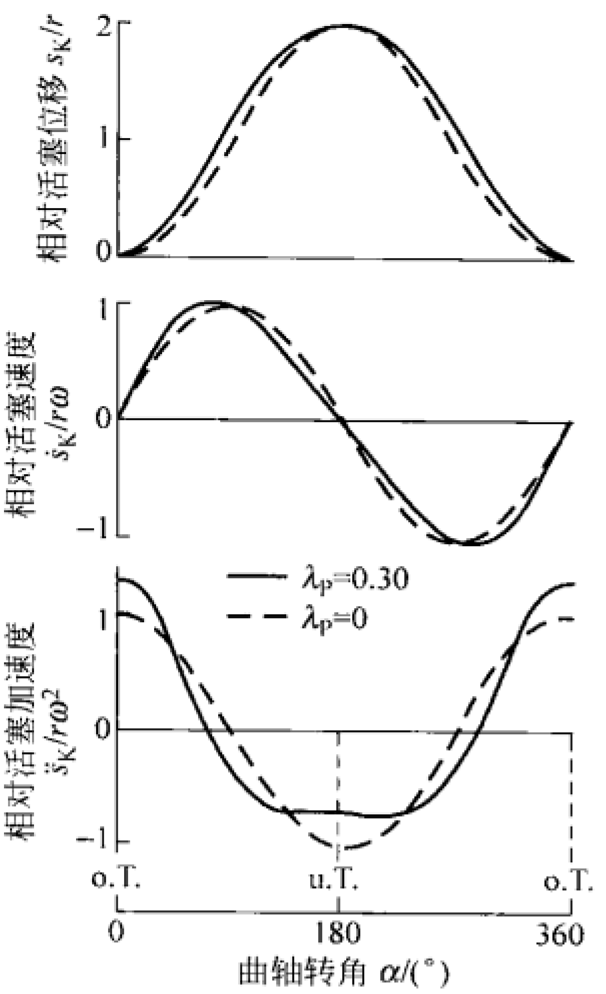


图 100.3 相对活塞运动随曲轴转角变化关系(出自参考文献 130)

100.2 质量力

质量力(惯性力)F_z 由质量 m_S 与表达式(100.4)给出的加速度 $\ddot{s}_K$ 的乘积组成：

$$F_z = -m_s\ddot{s}_K = -m_s r\omega^2(\cos\omega t + \lambda_P\cos 2\omega t) \tag{100.5}$$

这个力作用在驱动系统的支撑上。质量 m_S 包括活塞、活塞环、活塞销以及 1/4 到 1/3 连杆的质量。[131]

质量力 F_z 与曲轴转动角速度 ω 或者发动机转速 n_M 的平方成正比，并且随两个激励频率周期性波动，即 $1\cdot\omega$(称为 1 阶)和 $2\cdot\omega$(称为 2 阶)。

100.3 质量扭矩

在产生质量力 F_z 的同时还会产生一个质量扭矩 M_{xm}。

如图 100.2(b)所示，质量力 F_z 可以分解成沿连杆方向的作用力 S 和垂直作用在气缸表面的作用力 F_N，其表达式为：

$$S = F_z/\cos\beta = F_z/\sqrt{1-\lambda_P^2\sin^2\alpha}$$

$$F_N = F_z\tan\beta = F_z\lambda_P\sin\alpha/\sqrt{1-\lambda_P^2\sin^2\alpha}$$

在曲轴上 B 点的作用力 S 可以分解成径向力和切向力 T。而这个切向力将产生一个与之成正比的扭矩 $M_x = T\cdot r$(见图 100.2(b))，这个切向力为：

$$T = S\sin(\alpha+\beta) = F_z\sin(\alpha+\beta)/\cos\beta$$

利用近似表达式 $\tan\beta \approx \sin\beta = \lambda_P\sin\alpha$ 得：

$$T = F_z\left(\sin\alpha + \frac{\lambda_P}{2}\sin 2\alpha\right) = \frac{M_x}{r} \tag{100.6}$$

[131] 见前一个参考文献。

这个扭矩以及垂直作用在气缸表面的作用力产生的力矩 $F_N \cdot k$ 试图使得发动机相对于转动方向产生倾斜。

如果将质量力 F_z 表达式(100.5)和式(100.6)代入，则得到质量扭矩表达式(扭矩下标上增加一个字母 m，表示质量)：

$$M_{xm} = Tr = F_z r\left(\sin\alpha + \frac{\lambda_P}{2}\sin 2\alpha\right)$$

$$= -m_S r^2\omega^2\left(\sin\omega t + \frac{\lambda_P}{2}\sin 2\omega t\right)(\cos\omega t + \lambda_P\cos 2\omega t)$$

$$= -m_S r^2\omega^2\left[2\lambda_P\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin 2\omega t - 3\lambda_P\sin^3\omega t + \left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\sin 4\omega t\right]$$

由于 $4\sin^3\omega t = 3\sin\omega t - \sin 3\omega t$，代入上式得：

$$M_{xm} = -m_S r^2\omega^2\left[2\lambda_P\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin 2\omega t - \frac{3\lambda_P}{4}(3\sin\omega t - \sin 3\omega t) + \left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\sin 4\omega t\right]$$

$$M_{xm} = m_S r^2\omega^2\left[\frac{\lambda_P}{4}\sin\omega t - \frac{1}{2}\sin 2\omega t - \frac{3\lambda_P}{4}\sin 3\omega t - \left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\sin 4\omega t\right] \quad (100.7)$$

扭矩 M_{xm} 的大小与 F_z 的影响因素一致，它是由往复运动的质量 m_S、曲柄半径 r、曲柄半径与连杆长度的比值 $\lambda_P = r/l$ 以及曲轴旋转角速度 ω 或者发动机转速 n_M 的平方决定的。与 F_z 的差别在于出现了 3 阶和 4 阶成分。

例如：取 $\lambda_P = 1/4$ 时：

$$F_z = -m_S r\omega^2\left(\cos\omega t + \frac{1}{4}\cos 2\omega t\right)$$

$$M_{xm} = m_S r^2\omega^2\left[\frac{1}{16}\sin\omega t - \frac{1}{2}\sin 2\omega t - \frac{3}{16}\sin 3\omega t - \frac{1}{64}\sin 4\omega t\right]$$

在表 100.1 中第二列“单缸”中列出了这个例子的各阶成分的幅值。

100.4 气体扭矩

燃烧过程中在活塞上形成一个作用力，这个作用力的大小为燃烧压力 p_{zyl} 与活塞面积 A_K 的乘积。这个力不会对外部产生作用，因为它直接作用在气缸盖上，所以有：

$$F_{zg} = 0 \quad (100.8)$$

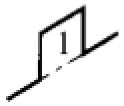
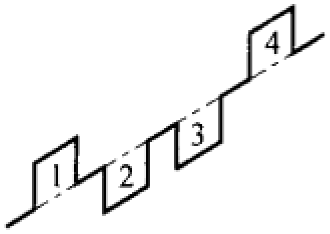
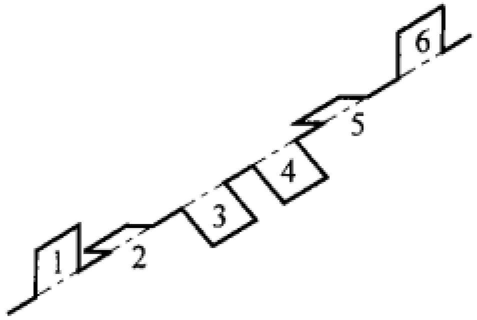
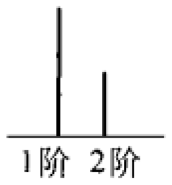
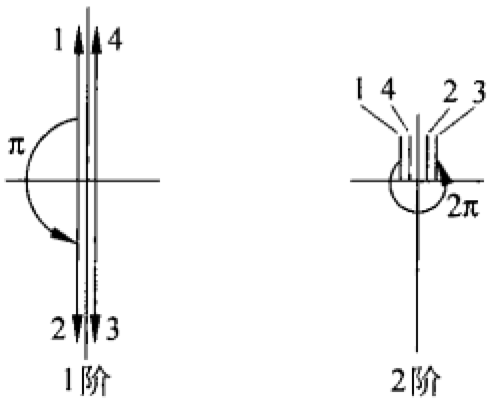
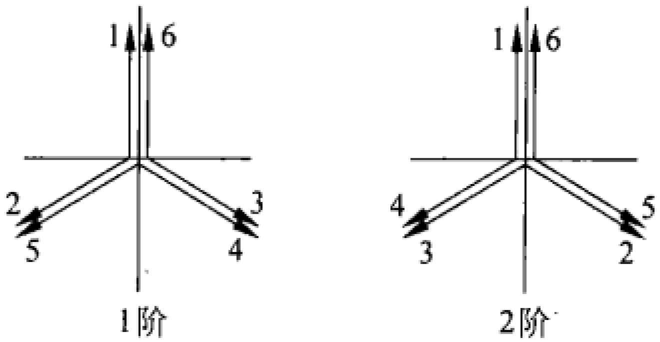
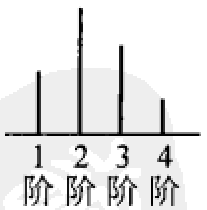
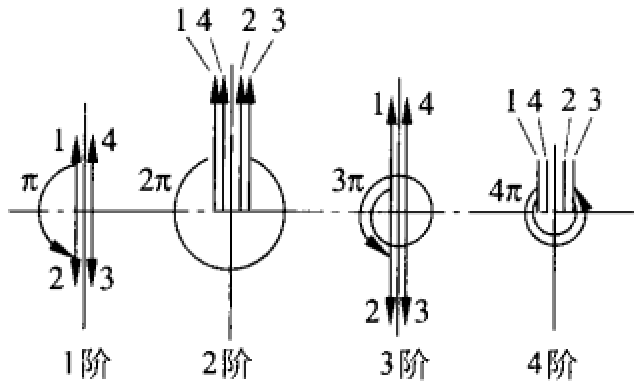
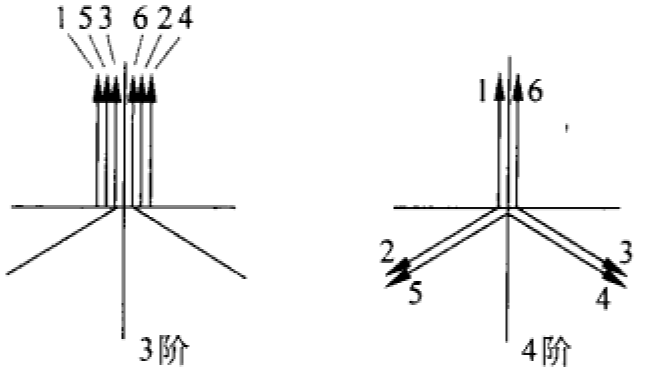
(附加的角标 g 表示气体)。

由于燃烧压力产生的扭矩——称为气体扭矩——作用在发动机壳体上，并且必须由驱动系统支撑来承受。与式(100.6)相似，其扭矩为：

$$M_{xg} = p_{zyl}A_K\, r\left(\sin\alpha + \frac{\lambda_P}{2}\sin 2\alpha\right) \quad (100.9)$$

质量力和质量扭矩以曲轴 360°转角为周期产生作用，而气体作用力和扭矩则因为二冲程和四冲程过程而产生差别，二冲程过程的周期为 360°，四冲程过程的周期为 720°。对于四冲程过程如果用一转(即 360°)作为一个周期长度，则在作用力和扭矩中出现 0.5 阶(0.5ω)和 1.5 阶(1.5ω)等成分。在二冲程过程中不会出现这种情况。利用傅里叶级数的展开形式得到气体扭矩的表达式为：

表 100.1 不同布置形式的发动机质量激励比较

	单缸	4 缸直列	6 缸直列
曲轴形式			
质量力	$F_z=-m_S r\omega^2(\cos\omega t+\lambda_P\cos 2\omega t)$ 	$F_z=-4m_S r\omega^2\lambda_P\cos 2\omega t$ 	$F_z=0$ 
质量扭矩	 $M_{zm}=m_S r^2\omega^2\{[(\lambda_P/4)\sin\omega t-(1/2)\sin 2\omega t-3\lambda_P/4\sin 3\omega t-(\lambda_P/2)^2\sin 4\omega t]\}$	 $M_{zm}=-4m_S r^2\omega^2[(1/2)\sin 2\omega t+(\lambda_P/2)^2\sin 4\omega t]$	 $M_{zm}=-6m_S r^2\omega^2(3\lambda_P/4)\sin 3\omega t$

$$M_{xg}=\overline{M}_x+a_{0.5}\sin(0.5\omega t+\varphi_{0.5})+a_1\sin(\omega t+\varphi_1)+a_{1.5}\sin(1.5\omega t+\varphi_{1.5})+a_2\sin(2\omega t+\varphi_2)+\cdots \tag{100.10}$$

这里$\overline{M}_x$为平均扭矩；a_i和φ_i为不同频率的正弦波成分所对应的幅值和相角，其中$i=0.5,1,1.5,\cdots$。图100.4描述了气体扭矩M_{xg}的变化过程，并且与质量扭矩M_{xm}进行了对比。

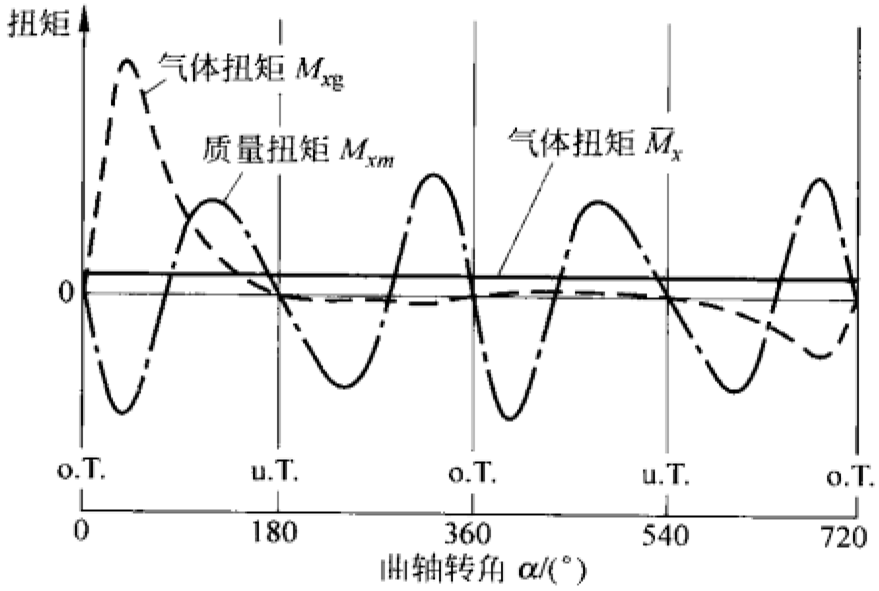


图100.4 单缸四冲程发动机质量扭矩和气体扭矩随曲轴转角变化关系

（出自参考文献130）

为了说明简谐振动，在此将复数形式的气体扭矩与曲轴转角之间的频率响应函数用相对比较简单的矩形函数来代替，对于四冲程发动机如图100.5(a)所示。

$$\frac{M_{xg}}{\overline{M}_x}=1+\sum_{i=0.5}\left\{\frac{8}{\pi i}\sin i\frac{\pi}{4}\cdot\sin\left[i\alpha+\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{i}{2}\right)\right]\right\} \tag{100.11}$$

图100.5(b)给出了各阶振动的幅值和相角。

100.5 单缸发动机总的激励

由图100.1可以看出，对于车辆振动的激励存在两个量，即作用力F_z和扭矩M_x，作用力仅仅来自质量的运动，与燃烧过程无关，因此总的作用力可以用式(100.5)描述：

$$F_z=-m_S r\omega^2(\cos\omega t+\lambda_P\cos 2\omega t) \qquad \text{见(100.5)}$$

而总的扭矩——这里用$M_{x\Sigma}$表示——则由根据式(100.7)确定的质量扭矩M_{xm}和根据式(100.10)或者用近似表达式(100.11)确定的气体扭矩组成。对于四冲程发动机可以写成：

$$\begin{aligned}M_{x\Sigma}&=M_{xm}+M_{xg}\\&=\overline{M}_x+a_{0.5}\sin(0.5\omega t+\varphi_{0.5})+a_1\sin(\omega t+\varphi_1)\\&\quad+m_S r^2\omega^2\frac{\lambda_P}{2}\sin\omega t+a_{1.5}\sin(1.5\omega t+\varphi_{1.5})\\&\quad+a_2\sin(2\omega t+\varphi_2)-m_S r^2\omega^2\frac{1}{2}\sin 2\omega t+\cdots\end{aligned} \tag{100.12}$$

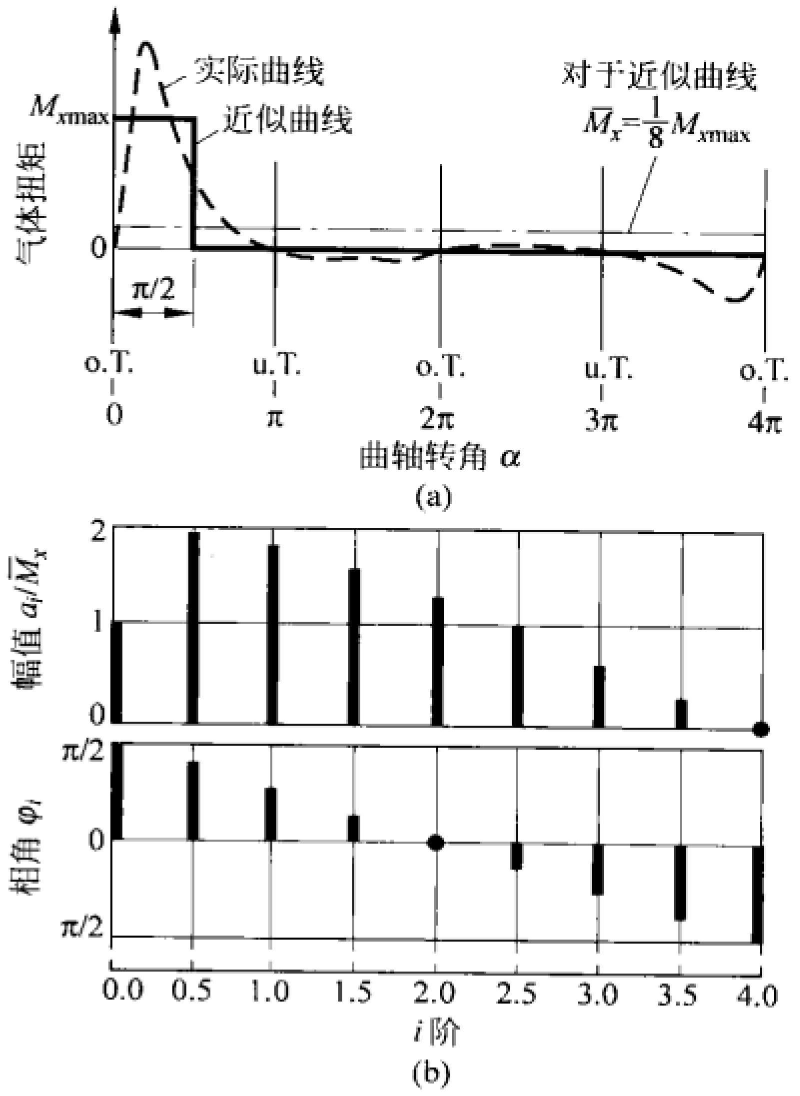


图 100.5 (a) 四冲程发动机实际气体扭矩随曲轴转角变化过程近似用矩形函数描述；(b) 矩形函数的幅值和相角，见式(100.11)

0.5 阶的振动成分仅来自于燃烧过程，整阶的振动成分则是由质量扭矩和气体扭矩两部分叠加而成的。它们的幅值和相角是由两个原理上不同的部分综合形成的。由燃烧过程形成的部分仅由平均扭矩$\bar{M}_x$ 和燃烧过程，即 $a_1,a_2,\cdots,\varphi_1,\varphi_2,\cdots$的大小决定，而与转速无关。由质量决定的扭矩部分仅仅与转速 n_M（与角速度 ω）有关，或者确切地说与它的平方（与 ω^2）有关，而与平均扭矩$\bar{M}_x$ 以及燃烧过程无关。

101 四冲程四缸直列发动机的激励

在前面讨论了单缸发动机的问题，它作为汽车驱动装置是没有意义的，但是作为研究发动机激励的振动问题的基础以及对于今后的计算都是非常有用的。下面将针对多缸发动机进行讨论，本节主要讨论轿车上最常用的四冲程四缸直列发动机。

在这里首先假设每一个缸的活塞质量 m_S、曲柄半径 r 和曲柄半径与连杆长度比 λ_P 都相等，而这一点在实际发动机中几乎能 100%达到。

由于曲轴的结构因素，人们必须考虑到各缸之间的夹角，其产生的作用力和扭矩必须矢量相加。对于四缸直列发动机在表 100.1 的第 3 列第 2 行给出了其曲轴曲柄形式，由表可以看出 2 缸和 3 缸相对于 1 缸和 4 缸有 180°＝π 的角度差。

101.1 质量力

在 z 方向的作用力 F_z 仅仅是质量力，而与燃烧过程无关，根据曲轴曲柄的布置形式，其作用的结果为：对于 1 缸和 4 缸的质量力可以根据式(100.5)得到：

$$F_{z1.} = F_{z4.} = -m_S r\omega^2(\cos\omega t + \lambda_P \cos 2\omega t) \tag{101.1}$$

对于 2 缸和 3 缸：

$$F_{z2.} = F_{z3.} = -m_S r\omega^2 [\cos(\omega t + \pi) + \lambda_P \cos 2(\omega t + \pi)] \tag{101.2}$$

各作用力的总和为：

$$F_z = -4m_S r\omega^2 \lambda_P \cos 2\omega t \tag{101.3}$$

也就是说在四缸直列发动机的质量力中的 1 阶成分相互抵消后消失，只有 2 阶成分相互叠加后存在。

对于四缸直列发动机的车辆，主要是质量力的 2 阶成分产生的激励通过振动和噪声影响到车内乘员。它的影响力将通过由发动机和橡胶支撑组成的振动系统减弱，关于这一点将在后面进行讨论。

对于四缸直列发动机产生的 2 阶质量力，可以通过设置以曲轴转速两倍的速度旋转的相对质量使之降低到零，如图 101.1 所示(这种可能性越来越多地成为现实)。其结果在图 101.2 中给出，在图(a)中描述了没有平衡轴的情况，这时在 27 Hz 位置上可以明显看出 2 阶质量力成分的影响，图(a)中描述了增加平衡轴后的情况，这时它的影响明显降低。(从图中还可以发现，2 阶质量力成分的影响没有完全被消除，这是由于在测量点上不仅存在着 2 阶质量力成分的激励，同时还存在着质量扭矩和气体扭矩的激励。另外由图中可以看出，还存在一些高阶的激励成分，当然这些成分在此不考虑。)

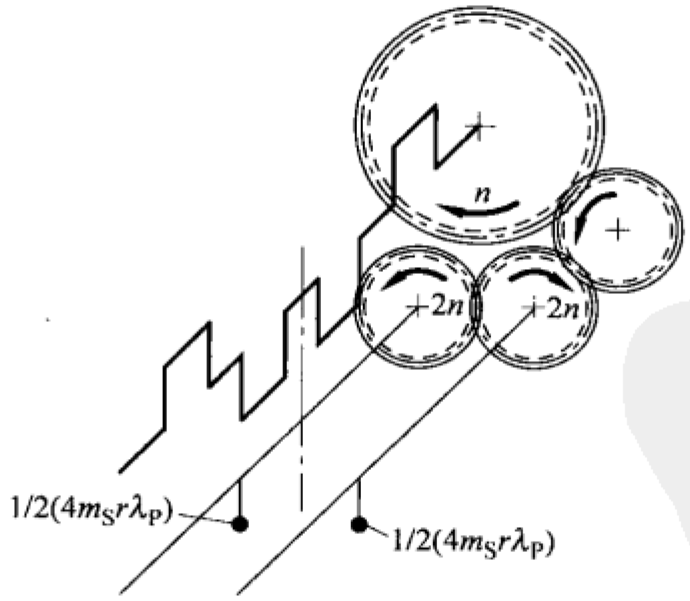


图 101.1 四缸直列发动机质量平衡系统对 2 阶质量扭矩的平衡
(出自：Maass, H.; Klier, H.: Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschine. Wien, New York: Springer Verlag 1981)

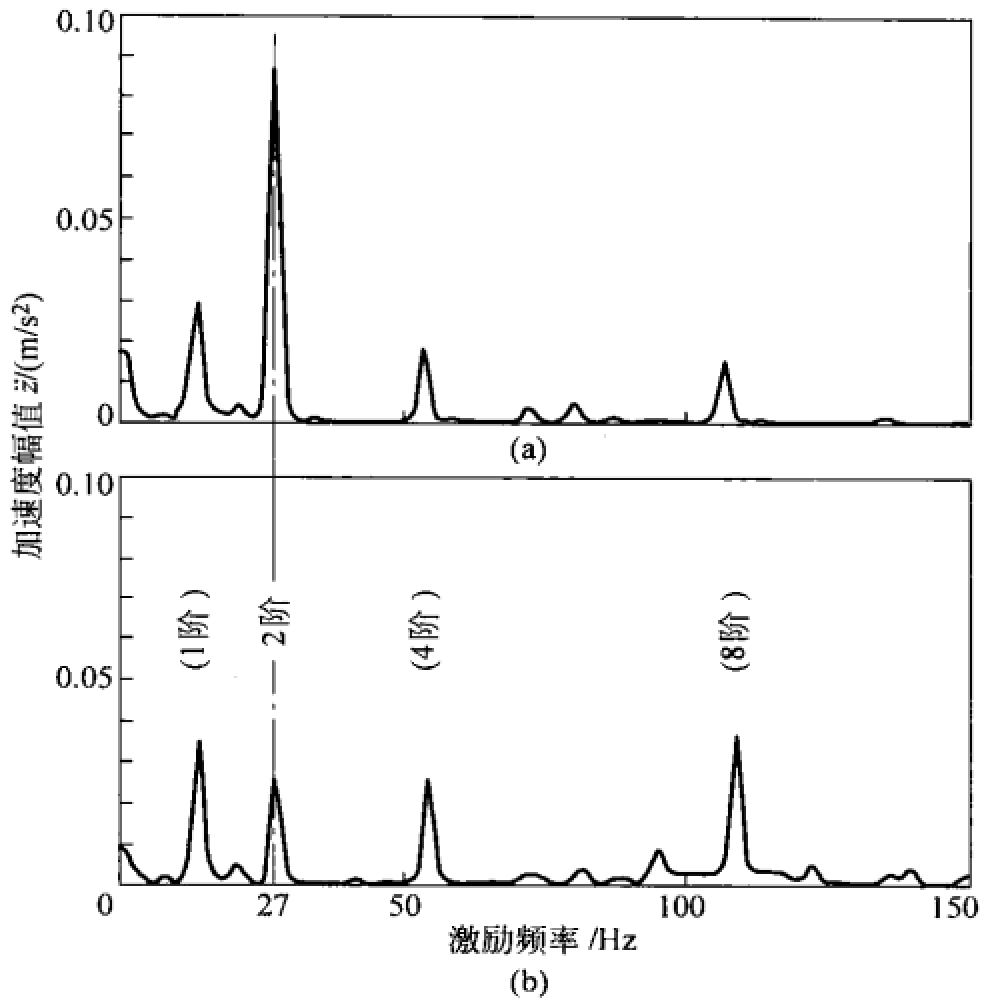


图 101.2 在发动机支撑上测量到的垂直加速度幅值$\ddot{z}$的比较，它是由四缸四冲程直列发动机在转速为 800 r/min 怠速运转（对于 2 阶激励相当于 27 Hz）时激励产生的。

(a) 无平衡轴；(b) 有平衡轴

101.2 质量扭矩和气体扭矩

与质量力向量叠加相对应，引出了四缸直列发动机的质量扭矩形式，在表 100.1 中第 3 列最后一行给出了扭矩各阶成分的方向，叠加后得到：

$$M_{xm} = -4m_{\mathrm{S}}r^2\omega^2\left[\frac{1}{2}\sin 2\omega t + \left(\frac{\lambda_{\mathrm{P}}}{2}\right)^2\sin 4\omega t\right] \tag{101.4}$$

在此只出现了 2 阶和 4 阶成分，作为一般情况偶数阶成分变为单缸时的 4 倍，奇数阶的成分因为相互抵消而消失。质量扭矩的 2 阶成分同样可以采用图 101.1 所示的增加平衡轴的方法进行中和，只是平衡轴上的质量须沿气缸轴线方向相互布置。

气体扭矩同样通过各缸叠加得到，图 101.3(b)给出了各阶成分的方向，通过叠加仅有偶数阶成分保留下来，半阶成分和奇数阶成分由于相互抵消而消失。由式(100.10)得：

$$M_{xg} = 4[\overline{M}_x + a_2\sin(2\omega t + \varphi_2) + a_4\sin(4\omega t + \varphi_4) + \cdots] \tag{101.5}$$

表达式中平均扭矩 $\overline{M}_x$ 和幅值 a_i 与单缸发动机一致，只是 4 缸发动机需要扩大 4 倍。

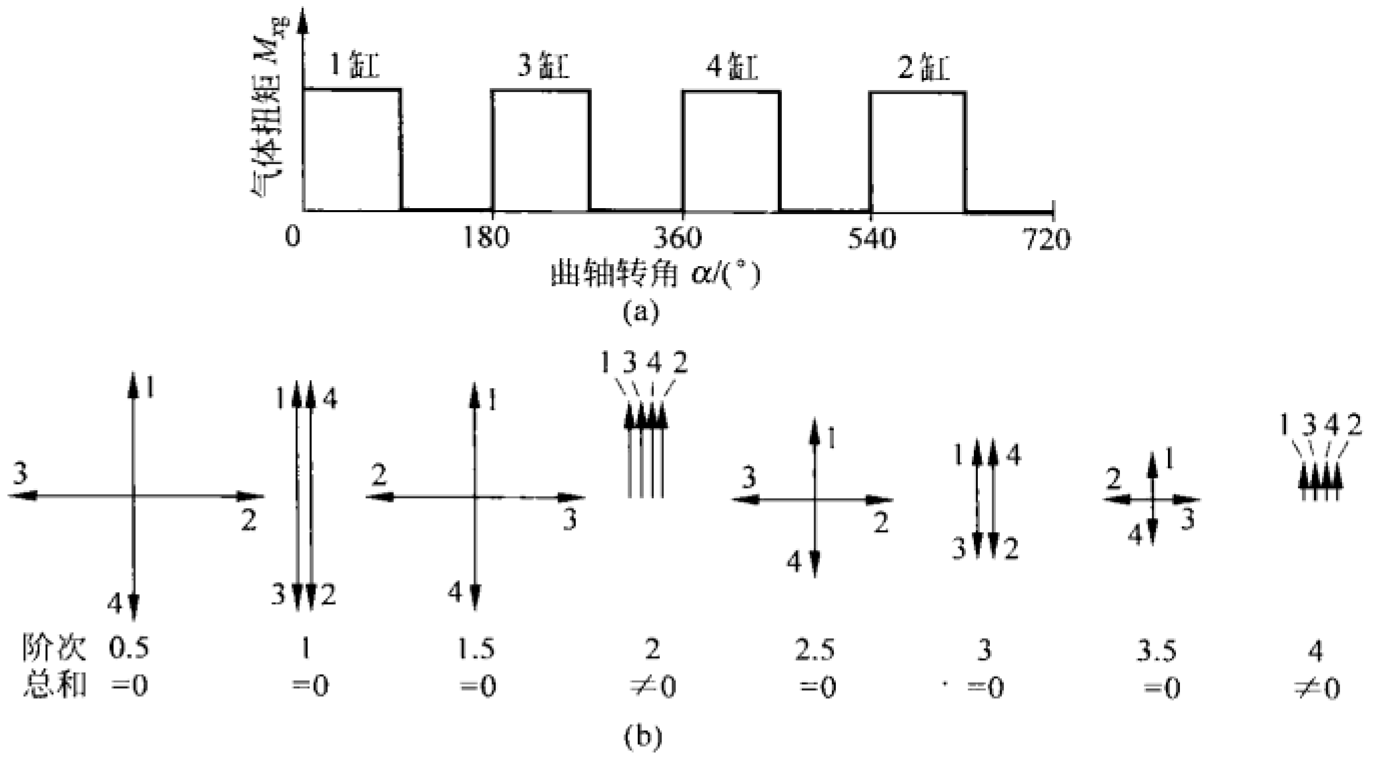


图 101.3　四缸四冲程直列发动机气体扭矩

(a) 用矩形函数近似描述时随曲轴转角变化关系；(b) 不同阶成分幅值的向量描述

总的扭矩由式(101.4)和式(101.5)相加得到：

$$
\begin{aligned}
M_{x\Sigma} &= M_{xm} + M_{xg} \\
&= 4\Big[\overline{M}_x + a_2\sin(2\omega t + \varphi_2) - m_S r^2\omega^2\,\frac{1}{2}\sin 2\omega t \\
&\quad + a_4\sin(4\omega t + \varphi_4) - m_S r^2\omega^2\left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\sin 4\omega t + \cdots\Big]
\end{aligned}
\tag{101.6}
$$

图 101.4 给出了总扭矩中 2 阶成分的变化曲线，图 101.4(a)为扭矩的矢量图，图中气体扭矩 M_{xg} 的幅值 a_2 和相角 φ_2 为常数。质量扭矩 M_{xg} 的幅值 $(1/2)m_S r^2\omega^2$ 随发动机转速 n_M(或者曲轴角速度 ω)的变化而变化。由此可以得到在低速时气体扭矩起主要作用，而在高速时质量扭矩起主要作用。由图 101.4(b)可以看出总的作用扭矩在某一个转速下存在一个最小值。这个最小值与气体扭矩的大小相关。这一点人们可以通过矢量图很容易得到。

图 101.4(c)描述了不同发动机转速下总的扭矩随曲轴转角变化关系。图 101.4(d)给出了不同发动机转速下各阶成分幅值的大小。在图 101.4(e)中描述了质量扭矩不变的条件下，气体扭矩改变时总扭矩的变化情况。

对于多缸发动机人们必须考虑 y 轴的扭矩，如图 100.1 所示，而这里只有质量力产生的扭矩。

气体力产生的扭矩在此为零，这是因为气体力作用在气缸盖和活塞顶上，对外不产生影响。对于本节讨论的四缸直列发动机，如果驱动系统质心不在 y 轴上，即 2 缸和 3 缸的中心位置，如图 101.5 所示，就会产生扭矩，其表达式为：

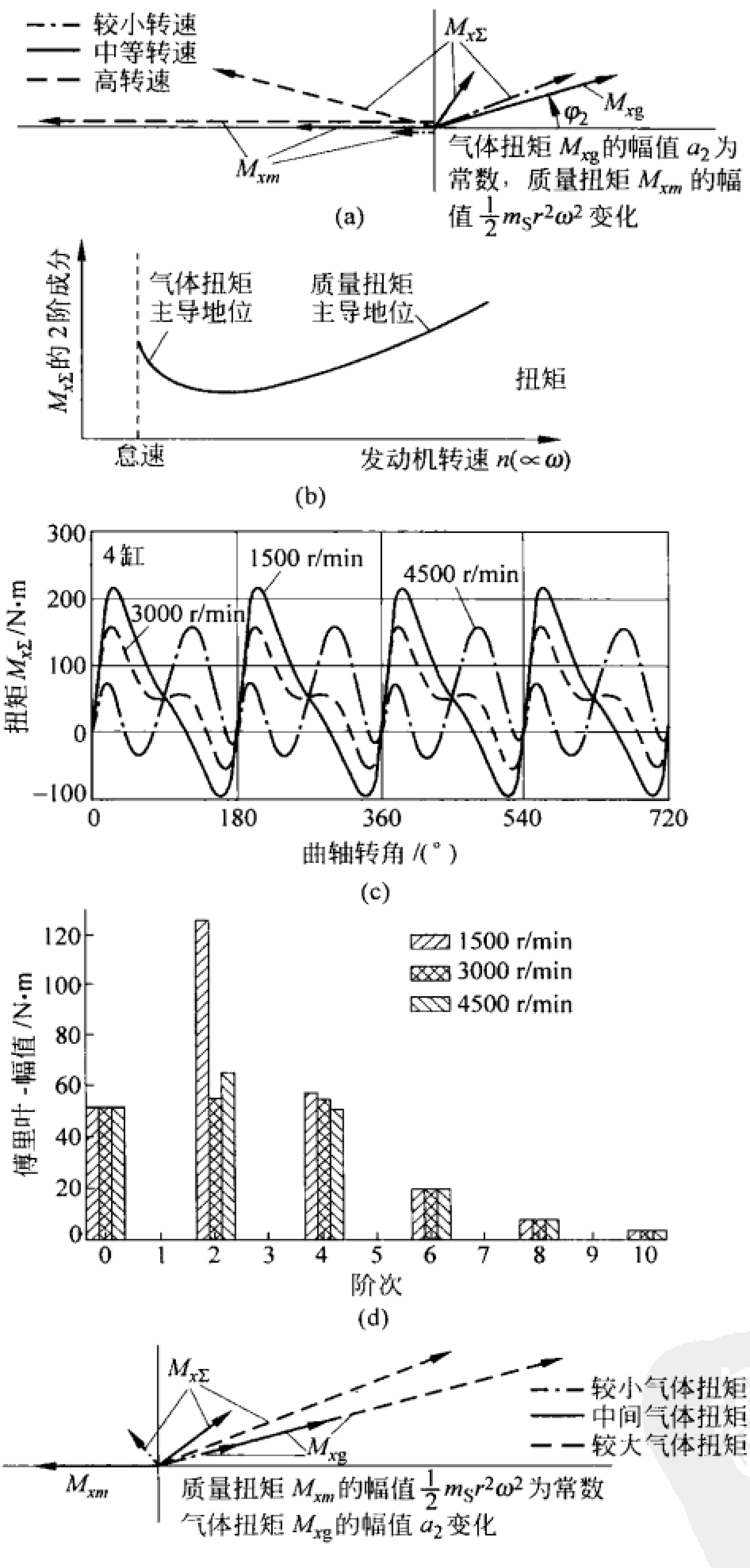


图 101.4　由质量扭矩和气体扭矩形成的扭矩

(a) 气体扭矩 a_2 不变质量扭矩 $(1/2)m_S r^2\omega^2$ 变化时 2 阶成分的向量图；(b) 气体扭矩 $M_{x\Sigma}$ 幅值随转速变化过程；(c) 随曲轴转角变化关系；(d) 阶次成分分析；(e) 质量扭矩不变气体扭矩变化时 2 阶成分的向量图

$$M_y = M_{ym} = -F_{z1.}\left(\frac{a}{2} - e_y + a\right) - F_{z2.}\left(\frac{a}{2} - e_y\right)$$
$$+ F_{z3.}\left(e_y + \frac{a}{2}\right) + F_{z4.}\left(e_y + \frac{a}{2} + a\right)$$

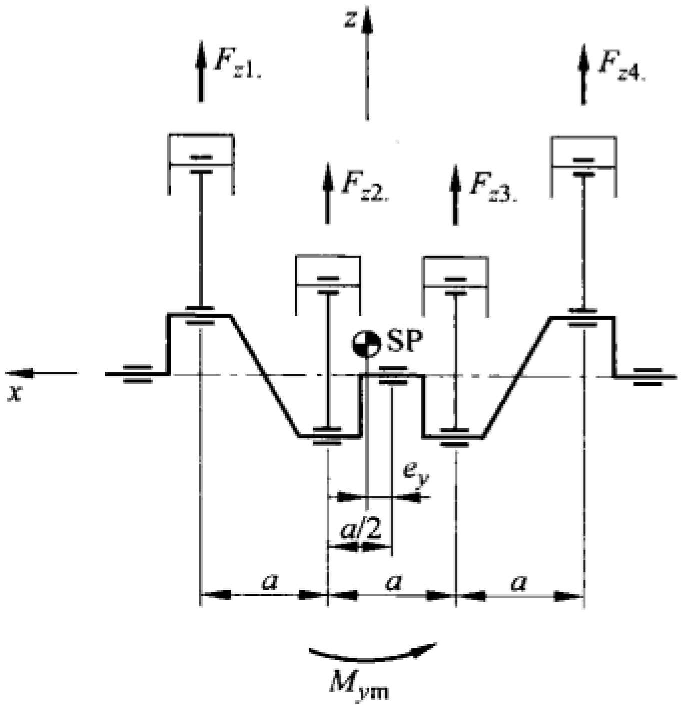


图 101.5 四缸直列发动机绕 y 轴形成的质量扭矩

根据式(101.1)和式(101.2)，将 1 缸和 4 缸、2 缸和 3 缸合并，得到下式：

$$\begin{aligned} M_{ym} &= -m_S r\omega^2(\cos\omega t + \lambda_P \cos 2\omega t)\left(-\frac{a}{2} + e_y - a + e_y + \frac{a}{2} + a\right) \\ &\quad - m_S r\omega^2[\cos(\omega t + \pi) + \lambda_P \cos 2(\omega t + \pi)]\left(-\frac{a}{2} + e_y + e_y + \frac{a}{2}\right) \\ &= -m_S r\omega^2(\cos\omega t + \lambda_P \cos 2\omega t)2e_y - m_S r\omega^2(-\cos\omega t + \lambda_P\cos 2\omega t)2e_y \\ &= -4m_S r\omega^2\lambda_P\cos 2\omega t \cdot e_y \end{aligned}$$

利用式(101.3)得到：

$$M_{ym} = F_z e_y \tag{101.7}$$

由上式可以看出，如果质心位置在 2 缸和 3 缸的中心位置时，四缸直列发动机对 y 轴的扭矩为零，这是由于 $e_y = 0$。

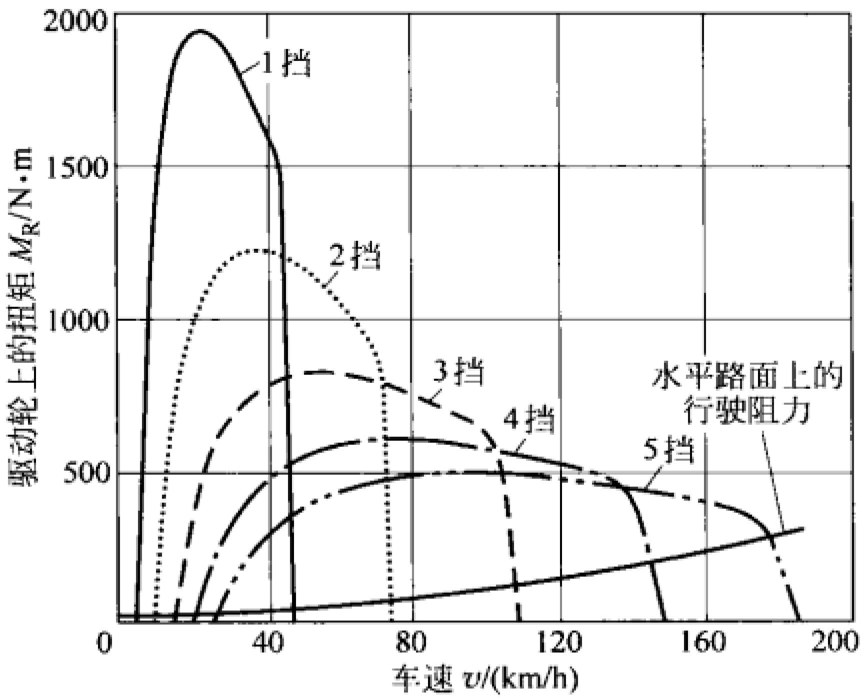
101.3 运行状态

质量力 F_z、质量扭矩 M_{xm} 和 M_{ym} 的激励幅值与激励频率的平方 ω^2（即与发动机转速的平方）成正比，而对于气体扭矩 M_{xg} 其幅值和激励频率与汽车的运行状态直接相关。因此，在此必须对车辆同时加以考虑。

首先从稳态扭矩入手进行讨论。图 101.6 作为例子给出了大家熟悉的“牵引力随速度变化曲线”。一方面图中描述了变速器 1—5 挡的驱动轮上的最大扭矩 M_R 以及相应的行驶速度，另一方面给出了在水平路面上匀速行驶状态。由此可以看出，驱

动扭矩与汽车行驶速度以及所选择的挡位有关，即与发动机转速有关。对前轮驱动的设计方案，驱动扭矩 M_R 由发动机、变速器和主减速器组成的驱动系统统一来决定，并且完全作用在驱动系统的支撑机构上。驱动系统扭矩 $\overline{M}_{Aggr}$ 在忽略了传动系统损失的前提下与 M_R 相等，并且对于四缸直列发动机与式(101.5)中的平均值相一致。所以，对于前轮驱动汽车可以写成：

$$\overline{M}_{Aggr} = M_R = 4\,\overline{M}_x i_K = 4\,\overline{M}_x i_G i_A \tag{101.8a}$$



101.6 驱动扭矩随车速变化关系曲线(所用参数见下表)

车辆参数：		发动机动力特性参数：	
质量	910 kg	最小转速	900 r/min
重心位置 l_V/l	0.5	最大转速	6540 r/min
车轮半径	0.3 m	最大功率	64 kW
迎风面积	1.9 m²	对应转速	6000 r/min
滚动阻力系数	0.01		
c_W 值	0.3		

传动系特性参数：		
	传动比	效率
i_G = 1 挡	4	0.95
2 挡	2.5	0.95
3 挡	1.7	0.95
4 挡	1.25	0.95
5 挡	1	0.95
车轴 i_A =	4	0.95

其中：$i_K = i_G i_A$ 为特性转换装置总传动比(i_G = 变速器传动比，i_A = 主减速器传动比)。这一点对于后置发动机后驱动的布置形式同样适用。对于标准的驱动形式(发动机和变速器前置、主减速器和驱动轴后置)主减速器扭矩不作用在驱动系统的支撑

上。因此，对于标准布置形式：

$$\overline{M}_{\mathrm{Aggr}}=\frac{M_{\mathrm{R}}}{i_{\mathrm{A}}}=4\,\overline{M}_{x}i_{\mathrm{G}} \tag{101.8b}$$

由此得到，动态气体扭矩是各不相同的。作为这个问题的解释在图 101.7 中将发动机与特性转换装置分别进行描述，并且分别支撑。假设到目前为止式(100.3a)成立，即 $n_{\mathrm{M}}\propto\omega=\mathrm{const}$（如果假设惯性飞轮无穷大，上面的假设是成立的），则曲轴的输出扭矩以及特性转换装置输入轴扭矩同样也是常数 $M_x=\mathrm{const}$。在这个稳态扭矩的基础上，作用在发动机部分还有动态扭矩，比如对于四冲程四缸直列发动机扭矩的 2 阶激励成分 $a_2\sin(2\omega t+\varphi_2)$，见式(101.6)。这个稳态和动态扭矩都必须由发动机的支撑来承受，但是只有动态扭矩才会激励车身产生振动，而根据前面的假设，特性转换装置的输入端扭矩只有稳定扭矩，不存在动态扭矩，这样它的支撑不需要承受动态扭矩，只承受稳态扭矩。

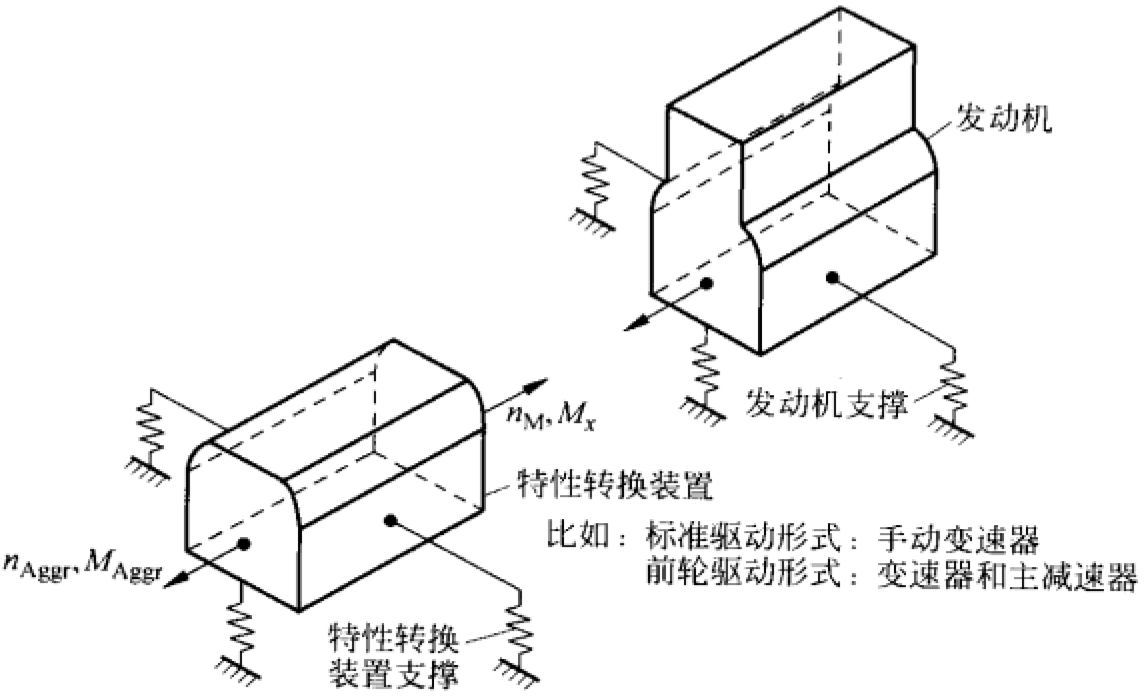


图 101.7 为了说明传递到车身的力和扭矩，将发动机机体与特性转换装置分开，并各自选择三个支撑

总的来说，几乎所有的汽车发动机和变速器壳体都固定在一起，形成了一个整体的驱动系统，所以这个整体驱动系统的支撑必须承受式(101.8)给出的稳态扭矩 $\overline{M}_{\mathrm{Aggr}}$ 和由气体力和质量加速产生的动态扭矩：

$$a_2\sin(2\omega t+\varphi_2)-m_{\mathrm{S}}r^2\omega^2\,\frac{1}{2}\sin 2\omega t+a_4\cdots+\cdots$$

对于动态扭矩不受特性转换装置的传动比 i_{K} 的影响。

在实际中由于有限大的惯性飞轮使得发动机转速以及曲轴角速度不等于常数，即 $n_{\mathrm{M}}\propto\omega\neq\mathrm{const}$。因此也使得发动机输出轴的扭矩（等于特性转换装置输入轴的扭矩）不是常数，这样也影响到特性转换装置的输出扭矩。与之相对应，特性转换装置的支撑装置也必须承受动态扭矩，支撑装置上扭矩的波动由总的动力传递系统决定，如第 99 节所述。

同样，到目前为止定义的质量力 F_z 和质量扭矩 M_{xm} 都假设曲轴角速度为常数，即 $\omega=\mathrm{const}$，

而当曲轴角速度变化时，即 $\omega \neq \text{const}$，它们也会随之发生变化。但是产生的差别很小。因此，在下面的讨论中仍采用 $n_M \propto \omega = \text{const}$（无穷大的惯性飞轮）。

对于前轮驱动的汽车驱动系统总的激励扭矩可以通过式(101.6)和式(101.8a)得到：

$$M_{x\Sigma\text{Aggr}} = 4\left[i_K \bar{M}_x + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) - m_S r^2 \omega^2 \frac{1}{2} \sin 2\omega t \right.$$
$$\left. + a_4 \sin(4\omega t + \varphi_4) - m_S r^2 \omega^2 \left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2 \sin 4\omega t + \cdots \right] \quad (101.9)$$

对于标准的驱动形式，上式的 i_K 用 i_G 代替。

对于动态的质量力，不受特性转换装置传动比的影响，因此它总是由式(101.3)决定。

在图 101.8 中给出了 2 阶成分的激励在整个讨论的频率范围内的变化情况。它们随频率的增大而上升，这是由于像前面多次强调的那样，质量力和质量扭矩随频率或者发动机转速的平方增加，不仅如此，气体力也(大约)随频率或者发动机转速的平方增加。气体力的变化不是直接与转速有关，而是由于空气阻力随速度的平方增加引起的。

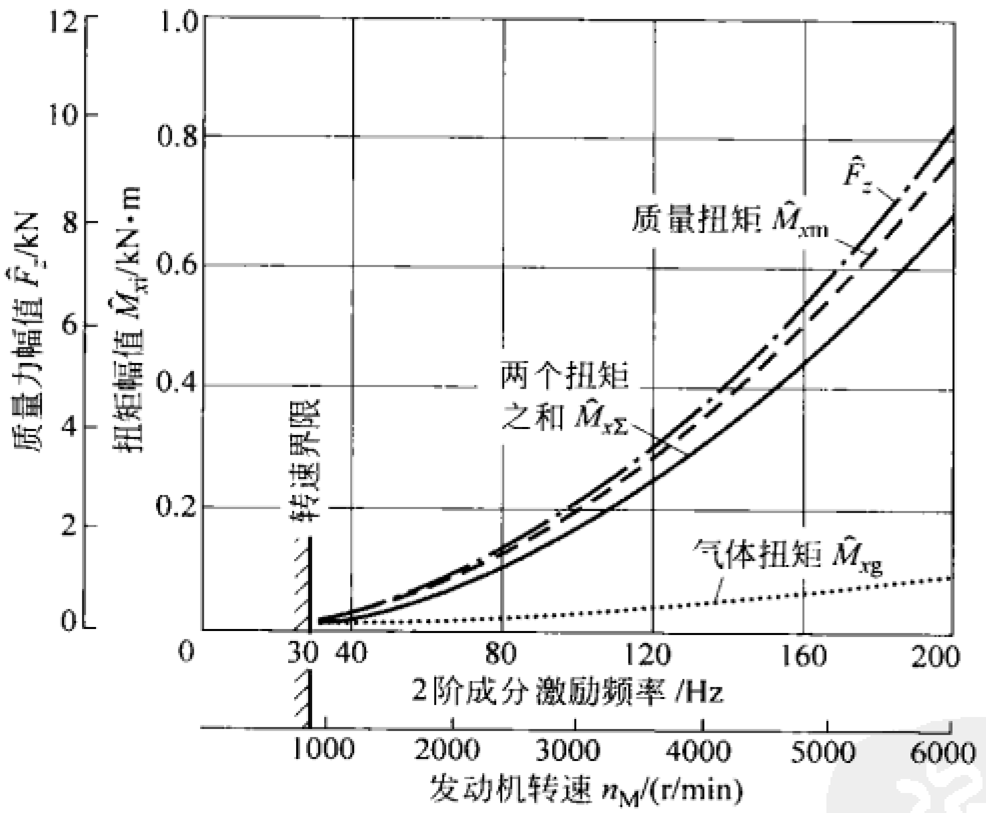


图 101.8 四缸四冲程直列发动机前置前驱动时 2 阶成分产生的激励(数据见表 101.6，变速器 5 挡，水平路面上行驶，前轴驱动。其他参数：$m_S = 0.65$ kg；$\lambda_P = 0.25$；$r = 0.039$ m；根据图 100.5(b)取 $a_2/\bar{M}_x = 1.27$；$\varphi_2 = 0$)

除了上面谈到的汽车行驶过程中产生的激励之外，还有汽车停车而发动机怠速运转状态(比如：十字路口红灯时)。这时发动机转速很低，与 $\omega^2 \propto n_M^2$ 相关的质量影响很小，气体扭矩也同样影响很小，不过它的大小会受到其他装置的影响，比如汽车空调系统或者装有自动变速器汽车的液力耦合器“爬行”的制动等。尽管气体

作用力相对比较小，如果各缸之间燃烧过程不均匀的话，也会产生可以感觉到的振动，即所谓的“怠速抖动”（见 103.4.1 节）。在这种特殊情况下，会产生比较低阶的激励成分，并且由于发动机转速比较低，激励频率也较小，具体内容见下面章节。

101.4 燃烧过程不一致的影响

对于燃烧过程一致的四缸发动机，根据图 101.3，相对于单缸发动机，激励成分中 0.5 阶、1 阶和 1.5 阶成分消失。而对于燃烧过程不一致的情况，这些成分又会出现，这里称为低阶成分。图 101.9 描述了用简单的矩形曲线描述的扭矩变化过程以及用矢量图给出的扭矩大小及方向。在图 101.9(a)中给出了一个气缸扭矩减小的情况，由此产生了 0.5 阶、1 阶和 1.5 阶的激励成分。图 101.9(b)中给出了点火角度相差 360°＝2π 的两个气缸扭矩减小的情况，这时只产生了 1 阶成分，0.5 阶和 1.5 阶成分没有出现。2 阶成分在两种情况下都存在，只是大小与燃烧过程一致的情况有所差别。

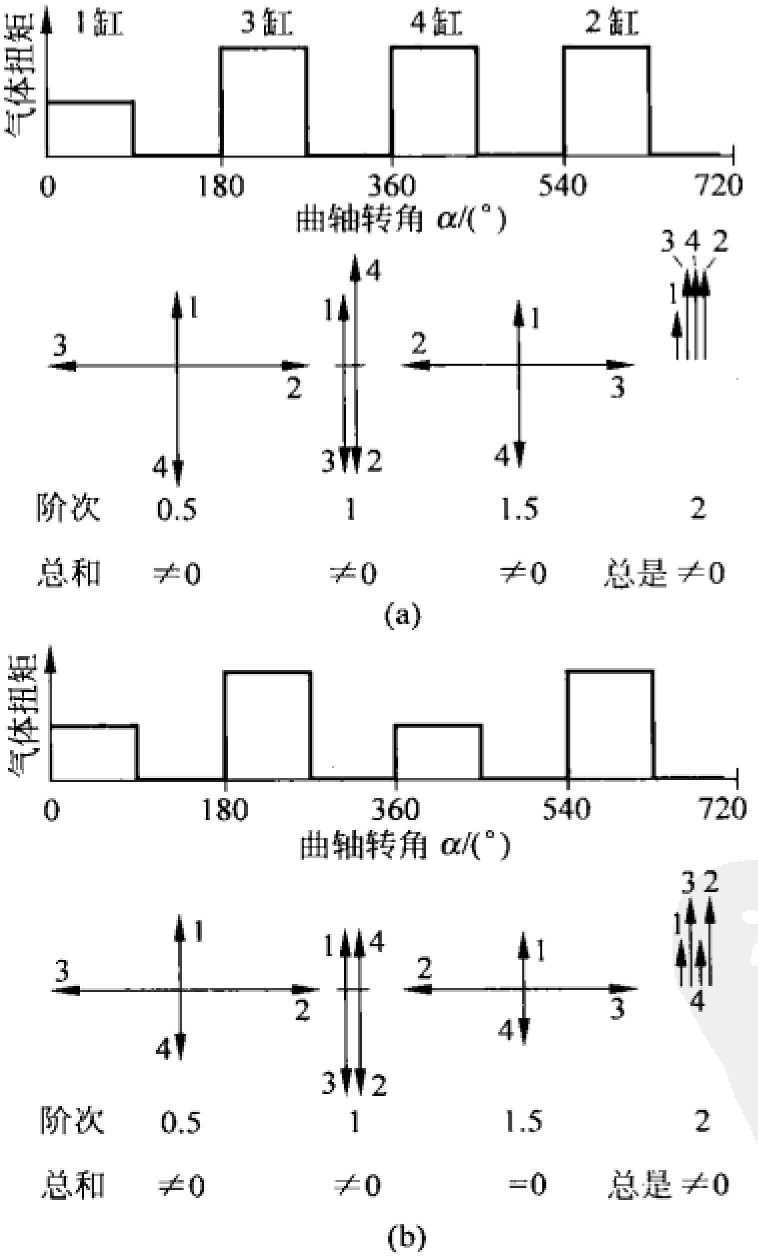


图 101.9 用图 101.3(a)所示的矩形函数描述四缸直列发动机燃烧过程不均匀产生的影响。
(a) 仅一个缸不均匀(这里是 1 缸)；(b) 两个缸不均匀(这里是 1 和 4 缸)

图 101.10 给出了各缸燃烧过程不一致时的测量结果。在各缸都工作时，可以看到 2 阶和 1 阶成分(由于 1 阶成分的出现，说明各缸燃烧过程不一致。)。当使得一个气缸停止工作时，不仅 1 阶和 2 阶成分变大，并且出现了明显的半阶成分。

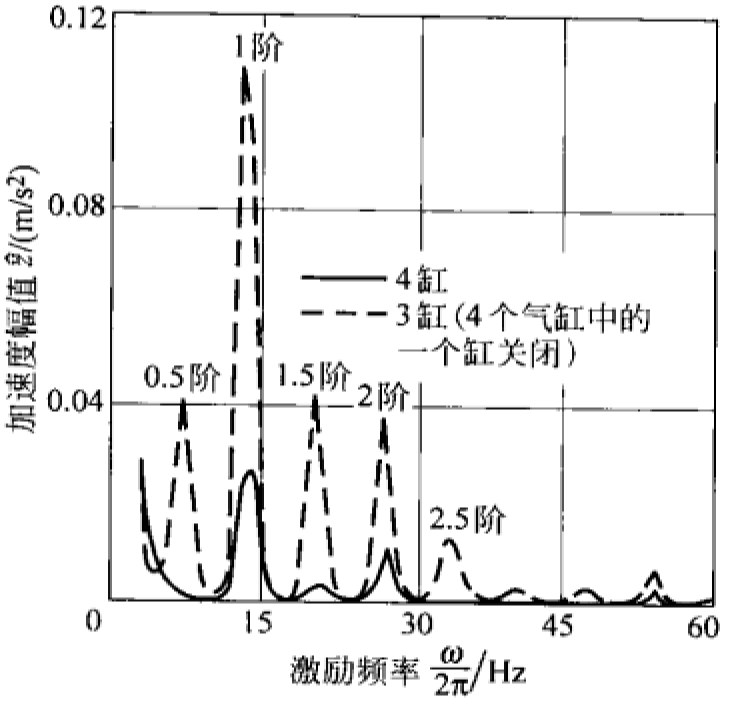


图 101.10 装备四缸四冲程直列发动机的车辆座椅轨道加速度幅值$\hat{z}$随频率变化特性(发动机转速 800 r/min 对应的 2 阶激励成分频率为 26.7 Hz)，测量结果出自布伦瑞克工业大学车辆技术研究所

102 其他多缸发动机

在表 102.1 中还给出了其他多缸发动机的质量力 F_z 和质量扭矩 M_{xm}、M_{ym} 的幅值以及各阶成分。气体扭矩 M_{xg} 利用给出的各缸之间点火角度差，对于各缸燃烧过程一致的发动机通过图 101.3 得到，而对于各缸燃烧过程不一致的发动机通过图 101.9 得到。

103 对于车身的振动激励

通过前面章节的讨论，明确了活塞式发动机工作过程产生的质量力、质量扭矩和气体扭矩，下面将针对它们对车身的作用进行讨论。

重心根据驱动系统支撑装置(一般采用橡胶支撑)的设计，在驱动系统(发动机和特性转换装置)和车身之间。

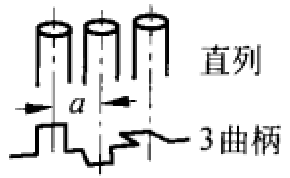
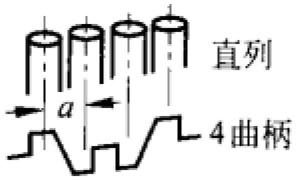
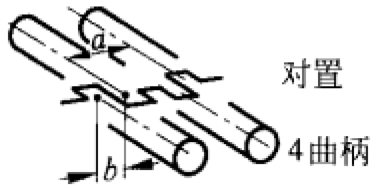
在第 85 节中关于驱动系统支撑装置进行了讨论，当时的目标是良好的舒适性，即在纯地面不平度激励条件下车身加速度最小。下面将讨论仅仅由发动机激励通过驱动系统对车身的影响。这两个激励最主要的区别在于它们占据不同的频率范围。

- 对于地面不平度激励主要讨论的频率范围为：

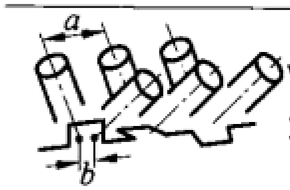
$$0 \sim 25\ \text{Hz}$$

它通过可以感觉到的振动影响到车内乘员。

表 102.1 常用多缸发动机的质量力和扭矩 2 阶、3 阶成分的幅值(1 阶成分总是为 0)、点火间隔。x 轴为曲轴轴心；y 轴为横向、气缸排列的中间位置；z 轴为直列发动机的气缸轴线，V 型发动机为夹角的一半

气缸布置形式	质量力 $F_z/m_S r\omega^2$		质量扭矩 $M_{xm}/m_S r^2\omega^2$		质量扭矩 $M_{ym}/m_S r^2\omega^2$		点火间隔 四冲程
	2 阶	3 阶	2 阶	3 阶	2 阶	3 阶	
3 缸							
	0	0	0	$-\frac{9}{4}\lambda_p$	$1.5\lambda_p$	0	240°/240°
4 缸							
	$4\lambda_p$	0	-2	0	0	0	180°/180°
	0	0	0	0	0	0	180°/180°
	$2\sqrt{3}\lambda_p$	0	$-\sqrt{3}$	0	0	0	180°/180°
5 缸							
	0	0	0	0	$4.74\lambda_p$	0	144°/144°

续表

气缸布置形式	质量力 $F_z/m_S r\omega^2$		质量扭矩 $M_{xm}/m_S r^2\omega^2$		质量扭矩 $M_{ym}/m_S r^2\omega^2$		点火间隔 四冲程
	2 阶	3 阶	2 阶	3 阶	2 阶	3 阶	
6 缸							
直列 6曲柄	0	0	0	$-\frac{9}{2}\lambda_p$	0	0	120°/120°
 V90° 3曲柄	0	0	0	$-\frac{9}{4}\sqrt{2}\lambda_p$	0	0	150°/90° 150°/90°
对置 6曲柄	0	0	0	0	0	0	120°/120°
V60° 6曲柄	0	0	0	$-\frac{9}{4}\sqrt{3}\lambda_p$	0	0	120°/120°
8 缸							
V90° 4曲柄	0	0	0	0	0	0	90°/90°
12 缸							
V60° 6曲柄	0	0	0	0	0	0	60°/60°

- 对于通过质量力、质量扭矩和气体扭矩产生的发动机激励，如果各缸燃烧过程一致，以四冲程四缸直列发动机为例，最低阶激励成分为 2 阶，当发动机转速范围为 900～6000 r/min 时，相应的频率范围为：

$$30 \sim 200\ \mathrm{Hz}$$

这时它通过噪声，即可以听到的振动影响到车内乘员。对于高阶成分（比如：对于六缸直列发动机会出现 6 阶成分）对应的频率范围更高。

- 对于各缸燃烧过程不一致产生的气体扭矩引起的激励，以四冲程四缸直列发动机为例，最低阶激励成分为 0.5 阶。在上面谈到的发动机转速范围内，相应的频率范围为：

$$7.5 \sim 50\ \mathrm{Hz}$$

它对车内乘员影响包括可以感觉到的和可以听到的振动两部分，两部分的频率范围及其相互重叠见图 94.1。

103.1　车辆振动系统

作为车辆振动系统如图 103.1 所示，这个系统在图 85.3(b)中曾经给出，只是当时为了讨论“窜动”问题采用了这个振动系统，在此仅仅假设地面不平度激励 $h=0$，

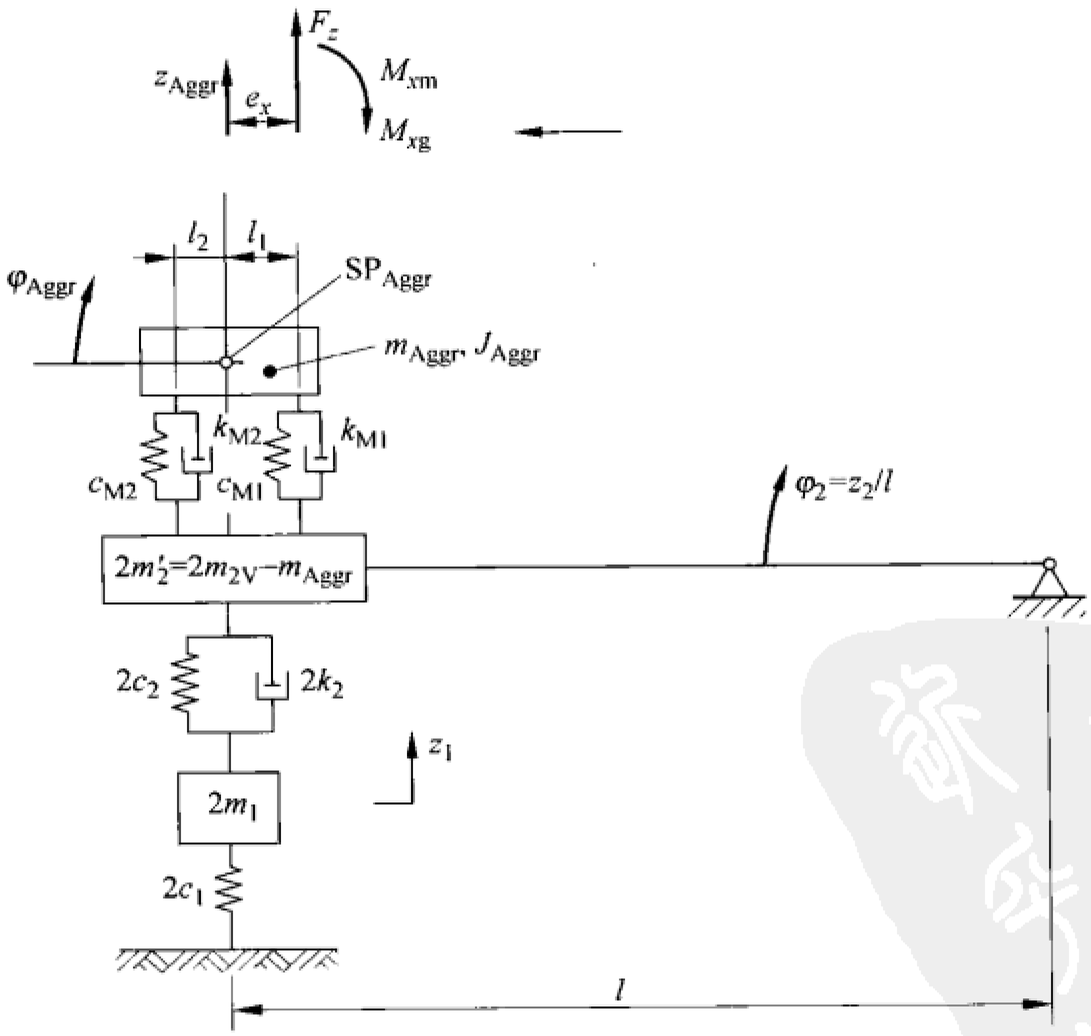


图 103.1　为讨论由发动机质量力 F_z、质量扭矩 M_{xm} 和气体扭矩 M_{xg} 激励引起车辆振动的替代系统，参见图 85.3(b)

而激励来自于发动机。为了最大范围地对激励进行研究，在此采用发动机横置的布置形式，而这种布置形式也是目前很多前轮驱动的轿车所采用的。车身上垂直方向作用了质量力 F_z，作用点与驱动系统重心 SP_{Aggr} 之间距离为 e_x，并且还作用了质量扭矩 M_{xm} 和气体扭矩的动态部分 M_{xg}。

振动激励的各阶成分的幅值采用在上面章节已经分析的结果。同时，振动系统分析也采用第 85 节给出的运动方程式(85.2)以及矩阵(85.5)到式(85.7)，还有简化表达式(85.8)到式(85.10)和式(85.3)表示的向量 x。仅仅激励向量 $\underline{B}$ 的表达式(85.4)用下式替代：

$$\underline{B} = [F_z, \quad -F_z e_x + M_x, \quad 0, \quad 0] \tag{103.1}$$

为了使问题简化，在此假设车身是刚性的，这样在讨论驱动系统支撑装置固有频率时，不会由于车身弹性的影响使问题讨论困难。并且在讨论时不计算车身的位移，而是计算作用力和扭矩[132]。

在质量 m_{Aggr} 和 $2m_2'$ 之间的弹簧作用力和减振器作用力形成了支撑系统的支撑力 F_L。由此得到：

$$F_L = c_M(z_{Aggr} - z_2) + k_M(\dot{z}_{Aggr} - \dot{z}_2) + c_\Delta \varphi_{Aggr} + k_\Delta \dot{\varphi}_{Aggr} \tag{103.2}$$

产生的绕 SP_{Aggr} 轴的支撑扭矩为：

$$M_L = c_\Delta(z_{Aggr} - z_2) + k_\Delta(\dot{z}_{Aggr} - \dot{z}_2) + c_M \varphi_{Aggr} + k_M \dot{\varphi}_{Aggr} \tag{103.3}$$

对于幅值的计算如下：就像在第 101 节和第 102 节详细讨论的那样，发动机激励是一个周期函数，它是由不同频率成分的正弦函数组成。对于线性系统可以对每个振动组成部分分别进行讨论。比如对于质量力的第 i 阶成分，可以写成：

$$F_{zi} = \hat{F}_{zi} \sin i\omega t = \underline{\hat{F}}_{zi} e^{ji\omega t} = \underline{\hat{F}}_{zi} e^{ji\frac{n_M}{10}t} \tag{103.4}$$

式中：n_M 为由式(100.3b)给出的发动机转速，单位为 r/min。(对于四缸直列发动机，质量力 F_z 中只有 2 阶成分，即 $i=2$，根据式(101.3)或者表 102.1 得到幅值为：$\hat{F}_{z2} = 4m_S r\lambda_P \omega^2 = 4m_S r\lambda_P \left(\frac{n_M}{10}\right)^2$。)

驱动系统各运动量可以表示为：

$$\begin{aligned}
z_{Aggri} &= \underline{\hat{z}}_{Aggri} e^{ji\omega t}; \quad \varphi_{Aggri} = \underline{\hat{\varphi}}_{Aggri} e^{ji\omega t} \\
\dot{z}_{Aggri} &= j(i\omega)\underline{\hat{z}}_{Aggri} e^{ji\omega t}; \quad \dot{\varphi}_{Aggri} = j(i\omega)\underline{\hat{\varphi}}_{Aggri} e^{ji\omega t} \\
\ddot{z}_{Aggri} &= -(i\omega)^2 \underline{\hat{z}}_{Aggri} e^{ji\omega t}; \quad \ddot{\varphi}_{Aggri} = -(i\omega)^2 \underline{\hat{\varphi}}_{Aggri} e^{ji\omega t}
\end{aligned} \tag{103.5}$$

作用在车身上的载荷为：

$$F_{Li} = \underline{\hat{F}}_{Li} e^{ji\omega t}; \quad M_{Li} = \underline{\hat{M}}_{Li} e^{ji\omega t} \tag{103.6}$$

---

[132] Berücksichtigung der Karosserieschwingungen in Mitschke, M.; Szöke, D.: Motorschwingungen-Karosserieschwingungen-Akustik, VDI-Tagung: "Tendenzen im modernen Karosseriebau", VDI-Berichte Nr. 665 (1987). Düsseldorf: VDI-Verlag.

103.2　驱动系统弹性支撑装置的优点

在 85.1 节中我们讨论的驱动系统与车架之间刚性连接($c_{Mi}\rightarrow\infty$)时，在地面不平度激励条件下，系统对于窜动的性能比较好；但是这种情况对于发动机激励的性能比较差。关于这一点的证明见图 103.2，在图中进行了质量力作用下弹性支撑和刚性支撑之间的对比。由图中曲线可知，对于刚性支撑在频率比较高时车身产生很大的加速度，由此会在车内引起很大的噪声。这是考虑到强度之外的另一个采用弹性支撑的重要原因。

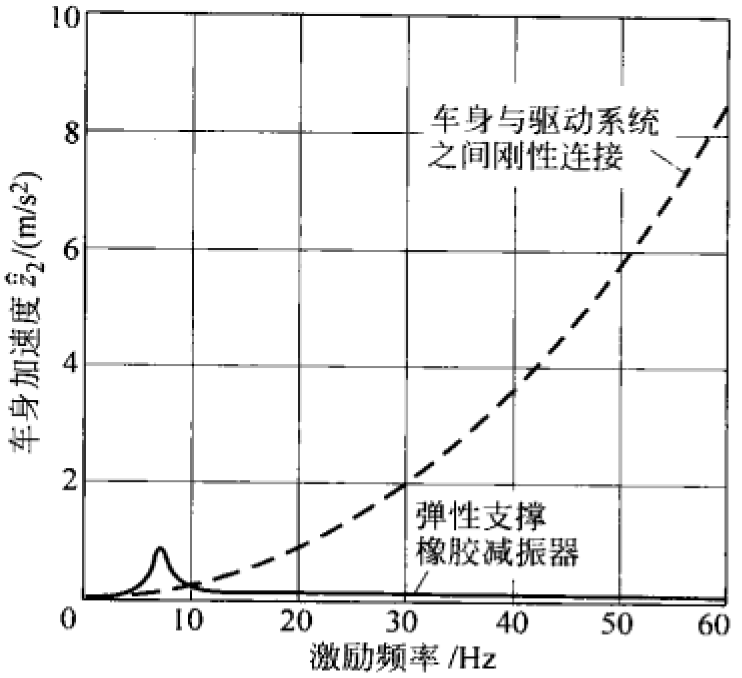


图 103.2　驱动系统刚性支撑与弹性支撑的比较

103.3　2 阶及高阶成分对车身产生的激励

在 103.1 节通过运动方程讨论了一般情况，下面将从简化的模型入手进行分析，对重要的问题有一个了解。

这里所谓的"简化"意味着：

—驱动系统受到发动机超临界状态激励，这意味着激励圆频率 ω 高于在式(85.11)和式(85.12)定义的驱动系统固有圆频率 ν_{Aggrz} 和 $\nu_{Aggr\varphi}$。对于四缸四冲程直列发动机，当激励为 2 阶成分时，在第 103 节开始时谈到，这个频率为 30 Hz。并且它适应于更高阶成分，而不适应低阶成分。关于这一点在 103.4 节还会进一步说明。

—激励圆频率远高于车身部分质量的固有圆频率 ν_2，并且假设车身为刚性的，这样可以取：

$$\dot{z}_2=0 \quad 和 \quad z_2=0 \tag{103.7}$$

由于车轮的固有频率接近驱动系统支撑装置的固有频率，所以车轮的运动在此也忽略不计。这样由图 103.1 给出的总系统就可以简化出一个两自由度的单质量系

统，如图 103.3 所示。

——并且进一步假设驱动系统的垂直运动和俯仰运动相互独立，则有：

$$k_{\Delta} = c_{\Delta} = 0 \tag{103.8}$$

这样，上面的两自由度的单质量系统可以进一步分解为两个单自由度的单质量系统。其中一个是讨论垂直振动的，另一个是讨论俯仰振动的。

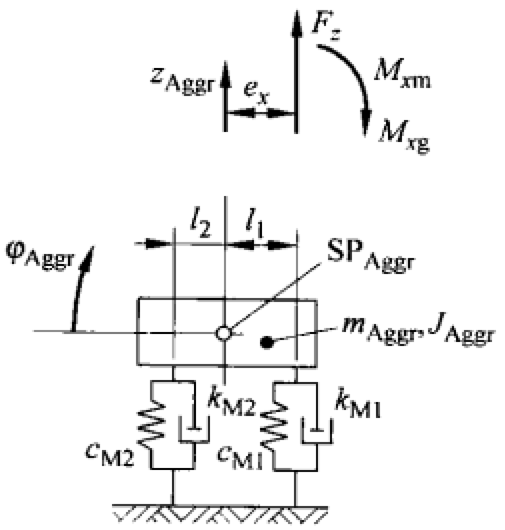


图 103.3 在图 103.1 基础上简化的振动系统

有了这三个假设，问题的讨论就与 56.2.2 节的情况一致了。运用上面讨论的结果得到支撑力 F_z 的频率响应函数的幅频特性如图 103.4 所示。由曲线可以看出，如果激励圆频率 ω 高于固有圆频率 ν，准确说 $\omega>\sqrt{2}\nu$，则支撑力的幅值 $\hat{F}_L$ 很小，并且可以对噪声起到很好的隔离作用。由此也就确定了最小的发动机转速和激励成分的最低阶。因为在上面的模型中对于驱动系统存在两个固有频率，当垂直运动和俯仰运动相互独立时，垂直振动的无阻尼固有频率 ν_{Aggrz} 由式(85.11)得到，俯仰振动的无阻尼固有频率 $\nu_{Aggr\varphi}$ 由式(85.12)得到，这样就要求激励圆频率满足：$\omega>\sqrt{2}\nu_{Aggrz}$ 和 $\omega>\sqrt{2}\nu_{Aggr\varphi}$。

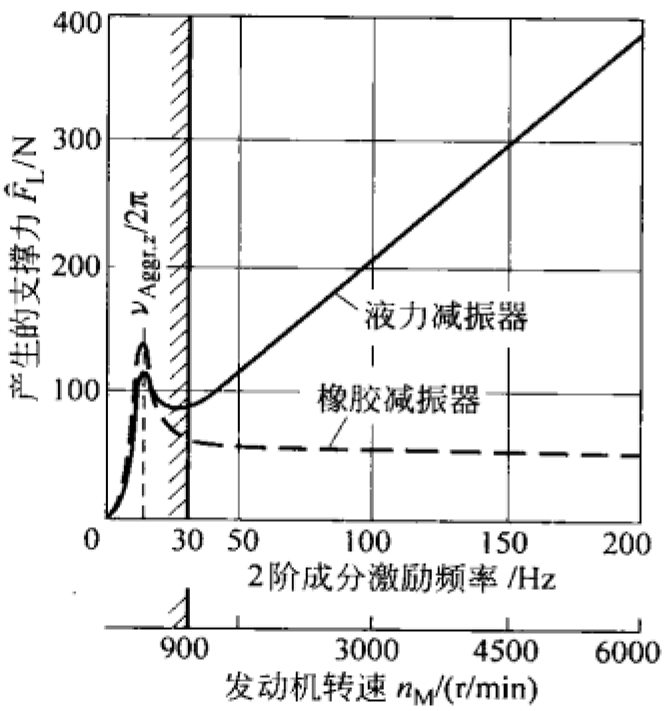


图 103.4 质量力 2 阶成分激励产生的支撑力幅值随频率变化关系

基于这样思路可以总结出驱动系统支撑装置的设计原则。如果曲轴角速度 ω 与发动机转速 n_M 成正比，即：

$$\frac{\omega}{\text{rad/s}} = \frac{1}{10}\frac{n_M}{\text{r/min}} \quad 或者 \quad \frac{\omega/2\pi}{\text{Hz}} = \frac{1}{60}\frac{n_M}{\text{r/min}} \qquad 见(100.3b)$$

并且，同时有多个频率的激励成分出现，即 2ω、4ω、…，用一般的形式表示为：$i\omega$，驱动系统支撑装置的固有频率选取的条件为：

$$\frac{\nu_{\mathrm{Aggrz}}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{\omega_{\min}/2\pi}{\mathrm{Hz}} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_{\mathrm{Mmin}}}{\mathrm{r/min}} \tag{103.9}$$

$$\frac{\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{\omega_{\min}/2\pi}{\mathrm{Hz}} = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_{\mathrm{Mmin}}}{\mathrm{r/min}} \tag{103.10}$$

这里 $i_{\min}$ 为最低阶的激励成分；n_{Mmin} 为发动机最低转速。

如果选择发动机最低转速为 $n_{\mathrm{Mmin}}=900\ \mathrm{r/min}$，最低阶的激励成分的阶数 $i_{\min}=2$，则给出了固有频率为：

$$\frac{\nu_{\mathrm{Aggrz}}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \quad 或者 \quad \frac{\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} 2 \frac{1}{60} \frac{900}{\mathrm{r/min}} \approx 21 \tag{103.11}$$

另外，从图 103.4 可以进一步看出，在超过界限频率之后，橡胶减振器的减振效果比液力减振器要好得多，并且 $\hat{F}_{\mathrm{L}}=f(\omega$ 或者 $n_{\mathrm{M}})$ 可以近似的用一个渐近线表示。

103.3.1 渐近线

渐近线的大小可以通过表达式来描述，并且通过它可以方便地得到有关驱动系统支撑装置的其他设计原则。

根据式(85.2)、式(85.3)、式(85.5)到式(85.12)、式(103.1)到式(103.3)以及做出的假设式(103.7)和式(103.8)给出在较高的激励频率下产生的复数形式的支撑力为：

$$\lim_{\omega\to\infty} \underline{\hat{F}}_{\mathrm{L}i} = \left[\nu^2_{\mathrm{Aggrz}} + \mathrm{j}\frac{k_{\mathrm{M}}}{m_{\mathrm{Aggr}}}(i\omega)\right]\left(\frac{-\underline{\hat{F}}_{zi}}{(i\omega)^2}\right) \tag{103.12}$$

产生的支撑扭矩为：

$$\lim_{\omega\to\infty} \underline{\hat{M}}_{\mathrm{L}i} = \left[\nu^2_{\mathrm{Aggr}\varphi} + \mathrm{j}\frac{k_{\mathrm{M}}}{J_{\mathrm{Aggr}}}(i\omega)\right]\left(\frac{\underline{\hat{F}}_{zi}e_x - \underline{\hat{M}}_{xi}}{(i\omega)^2}\right) \tag{103.13}$$

在表 103.1 中给出了实数形式的支撑系统载荷幅值的极限值(渐近值)，并且按照三个基本的发动机激励形式，即质量力、质量扭矩和气体扭矩进行了划分，同时还给出了液力减振器和橡胶减振器时不同的结果。图 103.5 给出了渐近线的走势。

得到的结论如下：

- 对于液力减振器在质量激励时支撑装置的载荷(支撑力)随发动机转速的增加而增加，对于橡胶减振器则保持不变，所以，橡胶减振器对于由于这个激励引起的车身振动以及车内噪声的隔离是比较有利的。
- 由式(103.9)和式(103.10)可知，驱动系统支撑装置的固有频率必须低于最小激励频率，并且两者之间要保持一定的距离。根据渐近线取值的表达式可以看出，ν_{Aggrz} 和 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}$ 应尽可能的小。因为渐近线取值与它们的平方值的大小有关，见图 103.5(b)。
- 由气体扭矩产生的支撑扭矩对于液力减振器随发动机转速 n_{M} 的增加而减小，对于橡胶减振器随发动机转速的平方 n_{M}^2 增加而减小。在 101.3 节“运行状态”中曾经指出，车辆在水平路面上行驶时，发动机扭矩与随速度平方增加的空气阻力有关，这样动态气体扭矩激励随发动机转速的平方 n_{M}^2 增加。这

表 103.1 支撑力$\hat{F}_{Li}$和支撑扭矩$\hat{M}_{Li}$的幅值的渐近值，i=阶数(比如：$i=2$)，激励圆频率$\omega \approx n_M/10$或者激励频率$\omega/2\pi \approx n_M/60$，$n_M$为发动机转速

		质量力激励 $\hat{F}_{zi}=f_{zi}\omega^2$	质量扭矩激励 $\hat{M}_{xmi}=a_{mi}\omega^2$	气体扭矩激励 $\hat{M}_{xgi}=a_{gi}=\text{const}$
液力减振器	产生的支撑力幅值 $\hat{F}_{Li}=$	$\frac{1}{i^2}f_{zi}\nu^2_{\text{Aggr}z}\sqrt{1+(2D_{\text{Aggr}z}/\nu_{\text{Aggr}z})^2(i\omega)^2}$ $\approx\frac{1}{i}f_{zi}2D_{\text{Aggr}z}\nu_{\text{Aggr}z}\omega$	0	0
	产生的支撑扭矩幅值 $\hat{M}_{Li}=$	0	$\frac{1}{i^2}a_{mi}\nu^2_{\text{Aggr}\varphi}\sqrt{1+(2D_{\text{Aggr}\varphi}/\nu_{\text{Aggr}\varphi})^2(i\omega)^2}$ $\approx\frac{1}{i}a_{mi}2D_{\text{Aggr}\varphi}\nu_{\text{Aggr}\varphi}\omega$	$\frac{1}{i}a_{gi}2D_{\text{Aggr}\varphi}\nu_{\text{Aggr}\varphi}\frac{1}{\omega}$
橡胶减振器	产生的支撑力幅值 $\hat{F}_{Li}=$	$\frac{1}{i^2}f_{zi}\nu^2_{\text{Aggr}z}\sqrt{1+i^2d_M^2}$ $\approx\frac{1}{i^2}f_{zi}\nu^2_{\text{Aggr}z}$	0	0
	产生的支撑扭矩幅值 $\hat{M}_{Li}=$	0	$\frac{1}{i^2}a_{mi}\nu^2_{\text{Aggr}\varphi}\sqrt{1+i^2d_M^2}\approx\frac{1}{i^2}a_{mi}\nu^2_{\text{Aggr}\varphi}$	$\frac{1}{i}a_{gi}d_M\nu^2_{\text{Aggr}\varphi}\frac{1}{\omega^2}$
各字母的含义见图 103.1 和第 85 节、103 节	$\nu^2_{\text{Aggr}z}=\frac{c_{M1}+c_{M2}}{m_{\text{Aggr}}}=\frac{c_M}{m_{\text{Aggr}}}$；$D_{\text{Aggr}z}=\frac{k_{M1}+k_{M2}}{2\sqrt{(c_{M1}+c_{M2})m_{\text{Aggr}}}}=\frac{k_M}{2\sqrt{c_M m_{\text{Aggr}}}}$；　$d_M=\frac{k_M^*\omega}{c_M}$；　$d_{M1}=d_{M2}=d_M$ $\nu^2_{\text{Aggr}\varphi}=\frac{c_{M1}l_1^2+c_{M2}l_2^2}{J_{\text{Aggr}}}=\frac{C_M}{J_{\text{Aggr}}}$；$D_{\text{Aggr}\varphi}=\frac{k_{M1}l_1^2+k_{M2}l_2^2}{2\sqrt{(c_{M1}l_1^2+c_{M2}l_2^2)J_{\text{Aggr}}}}=\frac{K_M}{2\sqrt{C_M J_{\text{Aggr}}}}$			
假设	$c_{M2}l_2-c_{M1}l_1=c_\Delta=0$；$k_{M2}l_2-k_{M1}l_1=k_\Delta=0$；$e_x=0$			

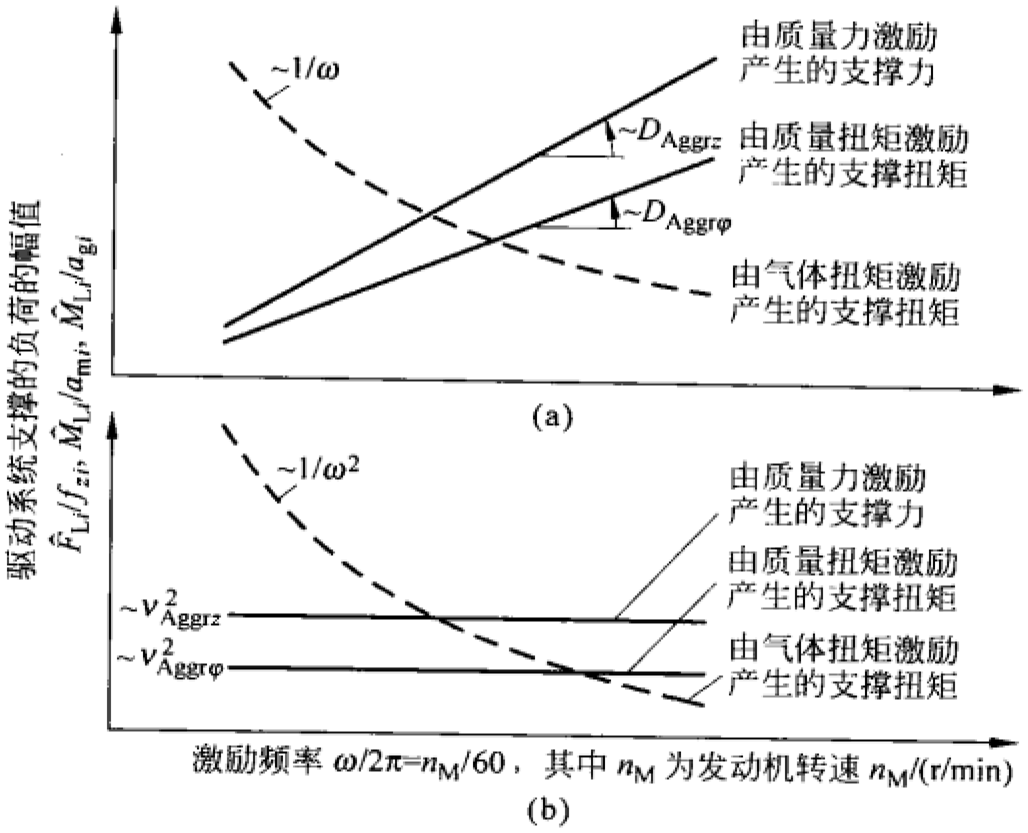


图 103.5 驱动系统支撑上的负荷渐近值随激励频率的变化过程

(a) 采用液力减振器的支撑；(b) 采用橡胶减振器的支撑(相关值计算见表 103.1)

样，对于液力减振器支撑扭矩与发动机转速成正比增加，即$(1/n_M)\cdot n_M^2=n_M$，对于橡胶减振器则保持不变，即$(1/n_M^2)\cdot n_M^2=1$。由此可知，在这种情况下橡胶减振器性能比较好。并且支撑系统固有频率$\nu_{Aggr\varphi}$越小，支撑扭矩以及对于车身的激励将随它的平方减小。

103.3.2 应用实例

作为实例在此针对四冲程四缸直列发动机，利用表 103.1 给出的驱动系统支撑装置承受的载荷的渐近值进行计算，当然是在表 103.1 给出的假设前提下进行的。

首先讨论由于质量力 F_z 产生的支撑力 F_L。根据式(101.3)可以得到 $F_z=-4m_S r\lambda_P\omega^2\cos 2\omega t$，它只有 2 阶成分。它的幅值为$\hat{F}_z=-4m_S r\lambda_P\omega^2$，所以表 103.1 中给出 f_{z2} 的值为 $f_{z2}=-4m_S r\lambda_P$。对于性能较好的橡胶减振器，渐近值为：

$$\lim_{\omega\to\infty}\hat{F}_{L2}\approx\frac{1}{2^2}4m_S r\lambda_P\nu^2_{Aggrz} \tag{103.14}$$

下面讨论由于质量扭矩 $M_{xm}=-4m_S r^2\omega^2\left[\frac{1}{2}\sin 2\omega t+\left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\sin 4\omega t\right]$(见式(101.4))引起的支撑扭矩。在此出现了 2 阶和 4 阶成分，由此可以计算出对于 2 阶激励成分采用橡胶减振器时的渐近值：

$$\lim_{\omega\to\infty}\hat{M}_{L2}\approx\frac{1}{2^2}4m_S r^2\ \frac{1}{2}\nu^2_{Aggr\varphi} \tag{103.15a}$$

对于 4 阶激励力成分对应得渐近值：

$$\lim_{\omega\to\infty}\hat{M}_{L4}\approx\frac{1}{4^2}4m_S r^2\left(\frac{\lambda_P}{2}\right)^2\nu^2_{Aggr\varphi} \tag{103.15b}$$

(4 阶成分的幅值与 2 阶成分相比较，小了 100 多倍。)

如果仅仅考虑气体扭矩的激励，当各缸燃烧过程一致时，一个缸的气体扭矩为：$M_{xg}=$

$4\left[i_K\overline{M}_x+a_2\sin(2\omega t+\varphi_2)\right]$（见式(101.5)），则 2 阶成分的渐近值为：

$$\lim_{\omega\to\infty}\hat{M}_{L2}=\frac{1}{2}4a_2d_M\nu^2_{\mathrm{Aggr}\varphi}\frac{1}{\omega^2}=\frac{1}{2}4a_2d_M\nu^2_{\mathrm{Aggr}\varphi}\left(\frac{10}{n_M}\right)^2 \tag{103.16}$$

103.4 发动机低阶成分产生的激励

在 103.3 节开始时，对图 103.1 所示的包括驱动系统质量、车身质量和车轮质量的一个系统进行简化，得到了图 103.3 所示的仅有驱动系统质量的简化系统。这样的简化得到的分析结论仅仅在激励频率很高时才成立，就像例子中四冲程四缸直列发动机中的 2 阶成分给出的那样。

当各缸燃烧过程不一致时，也可能产生低阶的激励成分。比如：出现的 0.5 阶成分——见第 103 节开始时列出的第三点——当发动机转速很低时（发动机怠速运转），会产生频率为 7.5 Hz 的激励成分。而在极端激励时驱动系统俯仰振动的固有频率为 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi=5.3$ Hz，见式(103.10)，并且是在扭矩激励条件下。这样低的驱动系统固有频率自然会影响到车身的运动（固有频率 $\nu_2/2\pi\approx1.5$ Hz）和车轮的运动（固有频率 $\nu_1/2\pi\approx11$ Hz）。或者说，在讨论过程中应该采用图 103.1 给出的总的系统。

在图 103.6 中给出了发动机 2 阶成分激励时的例子。图中描述了到目前为止作为评价指标的支撑力 $\hat{F}_L$ 和支撑扭矩 $\hat{M}_L$ 在质量力 F_z、质量扭矩 M_{xm} 和气体扭矩 M_{xg}（发动机各缸燃烧过程一致时）激励下幅值随频率的变化过程。分析过程中选择了不同的参数，固有频率选择了 6 Hz 和 12 Hz，并且针对液力减振器和橡胶减振器进行了讨论。

通过分析得到完整的系统的渐近值与由表 103.1 确定的简化系统的渐近值一致，这样就可以沿用 103.3.1 节给出的一般性结论：橡胶减振器性能优于液力减振器，并且，驱动系统固有频率应尽可能的小。

对于根据图 101.6 得到由气体扭矩引起的支撑扭矩幅值 $\hat{M}_L$ 的变化曲线，在图中同样考虑了两种减振器的影响，在图 103.6(c)中给出了一段曲线的放大图，并且由图中可以看出，其绝对值是很小的。整体模型与简化系统模型的区别在于共振峰值的位置，对于简化系统，由于不考虑其相关性，无阻尼固有频率大约为 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi\approx$ 6 Hz以及 12 Hz，而对于整体系统，由于考虑到驱动系统、车身以及车轮之间的相关性，共振峰值的位置对应频率会略高一些，它们分别大约是 7.5 Hz 以及 16 Hz（这些在第 85 节中对于由于地面不平度激励产生的驱动系统振动（称为：发动机颠簸）的讨论中得到）。

103.4.1 气体扭矩的低阶成分、怠速振动

对于气体扭矩的低阶成分（由于各缸燃烧过程不均匀产生）激励产生的振动的研

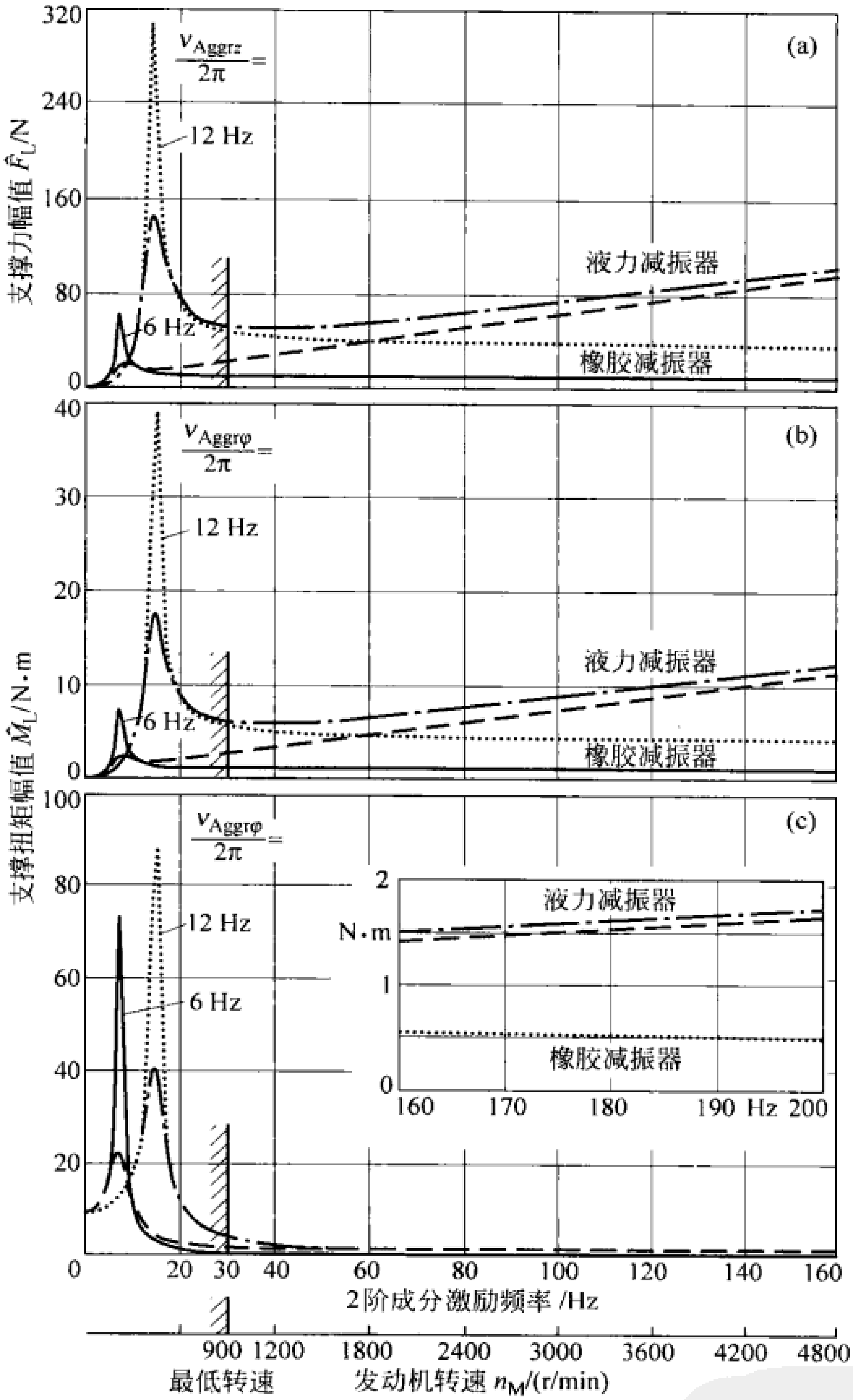


图 103.6　在轿车上横置的四缸四冲程直列发动机引起的驱动系统支撑上的负荷幅值随激励频率的变化过程，采用的计算模型参见图 103.1

(a) 质量力激励；(b) 质量扭矩激励；(c) 各缸均匀燃烧时的气体扭矩激励

（发动机和车辆参数见图 103.6，图 103.7，图 85.4，图 85.5）

究，其共振峰值向高频方向移动的问题必须引起重视。

比如在此假设 1 缸的作用力仅为其他三个气缸的 75%，根据图 101.9 可知，由此会产生 0.5 阶、1 阶和 1.5 阶成分，在此仅列出了前三个成分，其他成分未列出。在图 103.7 中给出了这三个激励成分产生的支撑扭矩的幅值。共振峰值在7.5 Hz的

情况与 0.5 阶激励成分在最低发动机转速 $n_M=900$ r/min 时的频率相重合，因为这时的激励频率为 $\omega/2\pi=0.5(n_M/60)=7.5$ Hz。这时将对车身和车内乘员产生很大的激励，这种现象被称为"怠速振动"。1 阶成分和 2 阶成分产生的支撑扭矩比较小，这是由于共振峰值对应的频率小于发动机最小转速。

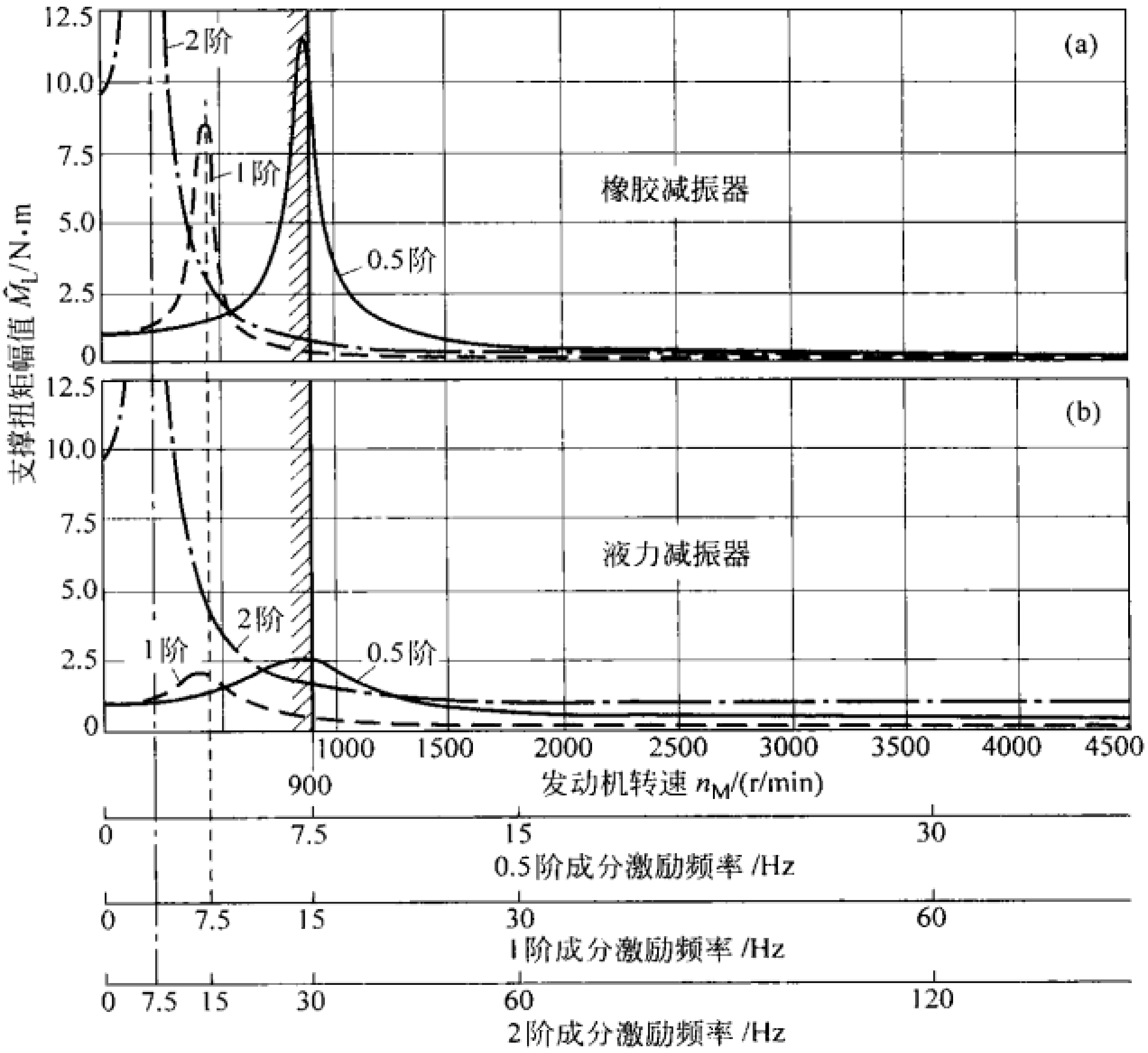


图 103.7 四缸四冲程直列发动机由于各缸燃烧不均匀形成的除 2 阶成分之外的 0.5 阶、1 阶成分激励产生的支撑扭矩(发动机和车辆参数见表 103.6)

因此，在尽量避免各缸燃烧过程不均匀的减振措施之外，还要求角固有频率 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi$ 应小于这个例子中给出的固有频率，或者在低频范围内应采用液力减振器。这一点在比较图 103.7 中的(a)和(b)就可以看出。

103.4.2 驱动系统关联的影响

到目前为止，所有的例子中都假设驱动系统垂直运动和俯仰运动相互独立。现在，取消在 103.3 节的式(103.8)给出的这个假设。

对于车身振动来说，由质量力和质量扭矩产生的支撑力和支撑扭矩的渐近值是非常重要的。但是它们的大小与驱动系统垂直运动和俯仰运动是否相关基本没有联系，因此人们没有必要对这个问题进行进一步讨论。

而对于由各缸燃烧过程不一致时气体扭矩产生的激励的情况就不同了。由

图 103.7 可知，0.5 阶成分在发动机怠速运转时激励的频率在共振区，这时两个运动的关联将对振动产生影响，而关于两个运动的关联在第 85 节进行了讨论。

图 103.8 给出了两个运动相互关联和不相关情况下的对比结果。由图(a)可以看出，在相互关联时产生一个附加的支撑力 F_L，而在相互无关时没有这个力，所以，从这一点来看，相互无关时系统性能比较优越。而由图(b)可以看出，相互关联时产生的支撑扭矩 M_L 相对比较小。综合起来看，什么情况下性能更优越一些，与总的振动系统有关。

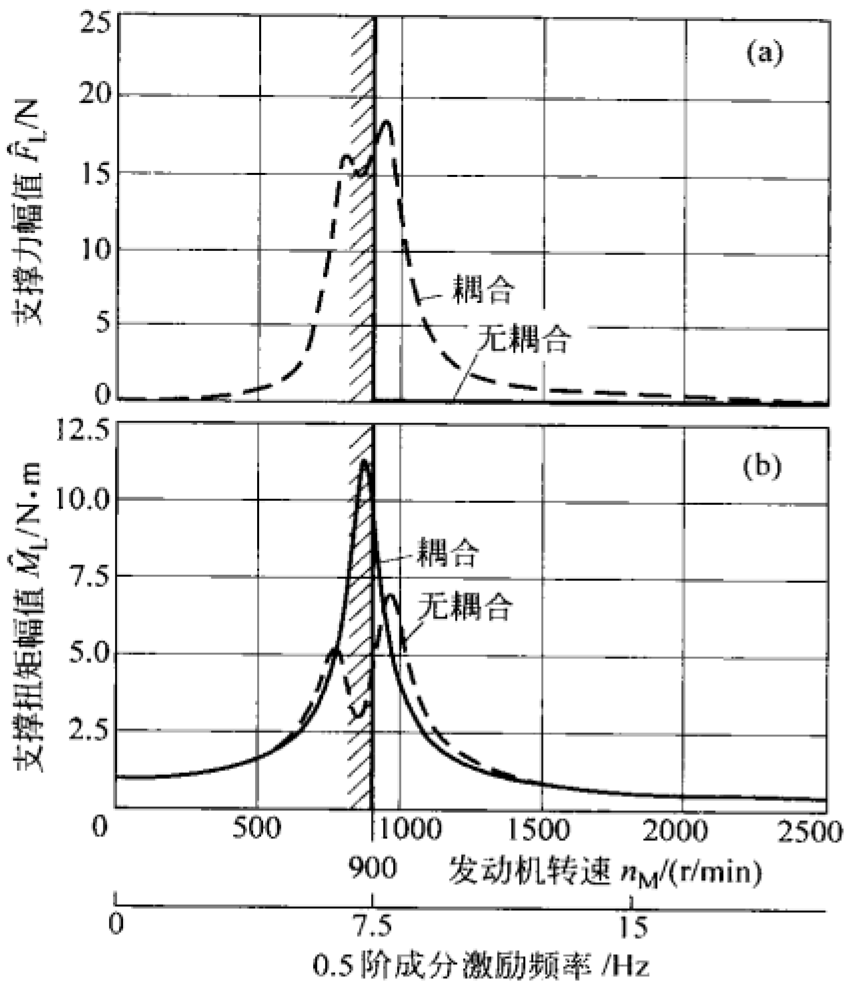


图 103.8　耦合和无耦合的驱动-振动系统受到气体扭矩 0.5 阶成分激励的影响（发动机和车辆参数见表 103.6，对于无耦合状态见表 85.6）

104　针对发动机激励的驱动系统支撑的设计

这一节同时也是第 XVI 章的总结。

104.1　针对质量激励的设计

为了减小由于干扰产生的振动，首先必须减小原始激励，这里是指质量力和质量扭矩。在第 100 节到第 102 节分析了大量的影响因素，比如往复质量、曲柄连杆系统平衡质量、气缸数和排列形式等。

在减小原始激励的同时，还必须考虑驱动系统支撑装置的设计，通过设计能达到

使激励的影响最小的目的。质量力和质量扭矩会产生激励，引起车身振动，由此而产生噪声，进而干扰到车内乘员。

对于质量激励的影响，降低是比较相对容易的。最低阶的激励成分 $i_{\min}$（例如：对于四缸直列发动机 $i_{\min}=2$，对于六缸直列发动机 $i_{\min}=3$）与发动机最低转速 $n_{\min}$ 一起形成了最小激励频率，这样就可以选择超临界状态的设计方法。（如果发动机最低转速 $n_{\min}=900\ \mathrm{r/min}$，对于直列四缸发动机的激励频率为 30 Hz，对于直列六缸发动机的激励频率为 45 Hz。）

超临界状态设计的条件为：

1）在质量力激励时，驱动系统垂直振动固有频率应满足式（103.9）的要求，即：

$$\frac{\nu_{\mathrm{Aggr}z}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_{\mathrm{Mmin}}}{\mathrm{r/min}} \tag{104.1}$$

对于四缸直列发动机，其垂直振动固有频率应满足 $\nu_{\mathrm{Aggr}z}/2\pi \leqslant 21\ \mathrm{Hz}$，见式（103.11），对于六缸直列发动机，由于没有质量力激励，所以垂直振动固有频率可以任意选择。

2）在质量扭矩激励时，驱动系统俯仰（或者侧倾）振动固有频率应满足式（103.10）的要求，即：

$$\frac{\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi}{\mathrm{Hz}} \leqslant \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\min} \frac{1}{60} \frac{n_{\mathrm{Mmin}}}{\mathrm{r/min}} \tag{104.2}$$

对于四缸直列发动机，其俯仰振动固有频率应满足 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi \leqslant 21\ \mathrm{Hz}$，见式（103.11），对于六缸直列发动机 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi \leqslant 32\ \mathrm{Hz}$。

3）另外在 103.3 节讨论渐近值时得到，支撑装置上产生的作用力幅值 $\hat{F}_{\mathrm{L}}$ 正比于 $\nu^2_{\mathrm{Aggr}z}$，作用扭矩幅值 $\hat{M}_{\mathrm{L}}$ 正比于 $\nu^2_{\mathrm{Aggr}\varphi}$。也就是说，如果使固有频率下降 10%（20%），支撑装置的负荷以及对车身的激励则下降 19%（36%）。

4）由 103.3 节讨论进一步得到在超临界状态下橡胶减振器性能优于液力减振器，支撑装置的负荷不随频率的增加而增加，并且绝对值很小。

104.2　针对气体扭矩激励的设计

在各缸燃烧过程一致的情况下，表达式（104.2）给出的结果在气体扭矩激励时同样适用，这是由于比如对于四冲程四缸直列发动机激励成分的最低阶数为 2 阶。

在各缸燃烧过程不一致的情况下，根据 101.4 节得到发动机在不利状态下的激励成分中最低阶数为 0.5 阶。这样，根据式（104.2）得到俯仰（或者侧倾）振动的固有频率应满足 $\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}/2\pi < 5.3\ \mathrm{Hz}$。如果动力系统的运动与车身质量和车轮质量相关联，这个值必须进一步减小。由此得到了超临界状态设计的条件见 5）。

5）$\nu_{\mathrm{Aggr}\varphi}$ 必须非常低。

由于很小的固有频率值会在发动机扭矩变化时引起驱动系统过大的位移，所以实现起来比较困难，这样在发动机各缸燃烧过程不一致时就会产生共振。在这种情

况下对于由支撑装置扭矩激励引起的车身振动只能通过更强的减振器，即液力减振器来降低。橡胶减振器对于共振区的振动是不适应的，而对于超临界状态的振动比较适应，见 104.1 节。

对于上述困难的解决方案见 6）。

6）对于在共振区的振动采用液力减振器，对于在超临界范围的振动采用橡胶减振器，总的来说，采用与频率相关的减振器。

104.3 地面不平度激励和发动机激励产生振动的综合分析

由 85.1 节的分析可知，对由于地面不平度引起的驱动系统振动，当驱动系统固有频率比较高时，车辆的平顺性比较好。而对于发动机激励引起的振动，它通过车身振动以及车内噪声影响到汽车的平顺性，这时正好与上面相反，固有频率比较低时，车辆的平顺性比较好。这样，对于发动机颠簸，液力减振器比较好，对于发动机激励，橡胶减振器比较好，当然这里的发动机激励不包括由于各缸燃烧过程不一致产生的激励并且在发动机转速比较低时的情况。[133] 对于发动机摇动和发动机激励，在产生共振时，则液力减振器的性能最好。

因为由于地面不平度激励产生的振动只是在一定的道路条件下出现（比如接缝距离为 5 m 的水泥混凝土路面，见第 85 节内容），而由发动机激励产生的振动一直存在，所以在设计时人们主要考虑发动机激励产生的噪声影响，因此选择很低的固有频率和橡胶减振器。

根据 85.2 节和 104.2 节的讨论，在两种不同激励下实现目标值的方法是采用与频率相关的减振器，即在共振区内采用强度大的减振器（液力减振器），在激励频率比较高时采用强度小的减振器（橡胶减振器）。与频率的相关关系可以通过图 104.1(a)所示的“线性液力支撑”来实现。这个支撑系统的模型与表 56.1 列出的格尔曼(Gehmann)模型一致，在那里主要是为了研究橡胶的弹性和阻尼特性而采用这个模型，在这里采用液力支撑仅仅是阻尼比橡胶的大。阻尼力与频率之间关系见表 56.1 中的 f 曲线。

对于如图 104.1(b)所示的“具有张弛系统的液力支撑”，如果激励的位移小于张弛量时，液力减振器部分不起作用，这时只有橡胶减振器起到减振作用。因为在共振区附近由发动机摇动和各缸不均匀燃烧过程引起的振动比在较高频率范围由质量引起的振动要大，这时与位移相关的液力支撑装置的作用相当于与频率相关的减振器。假如振动没有叠加，减振器的减振过程也就与频率无关。进一步改善的措施是采用

---

[133] Dödlbacher, G.: Einfluß der elastischen Motorlagerung auf den Schwingungskomfort im Pkw, Automobil Industrie 32 (1987), S. 449-455.

张弛量根据状态可调的液力支撑装置[134]，或者主动发动机支撑装置[135]。

每一个驱动系统支撑装置除了承受发动机激励和地面不平度激励产生的作用力之外，还必须承受静态和准静态作用力。这其中包括驱动系统的自重、汽车加速和制动过程中产生的纵向力、弯道行驶的侧向力以及为克服行驶阻力需要的发动机驱动扭矩。而在这些力中还包括有低频激励成分必须考虑，比如在第 99 节中讨论的纵向窜动就是如此。

因此，驱动系统支撑的确定变得更加困难。所以期望支撑原件只承受特定成分的载荷。比如所谓的"扭力轴"支撑[136]，利用它可以有效降低由四缸四冲程直列发动机的怠速振动激励引起的振动，见 103.4.1 节。

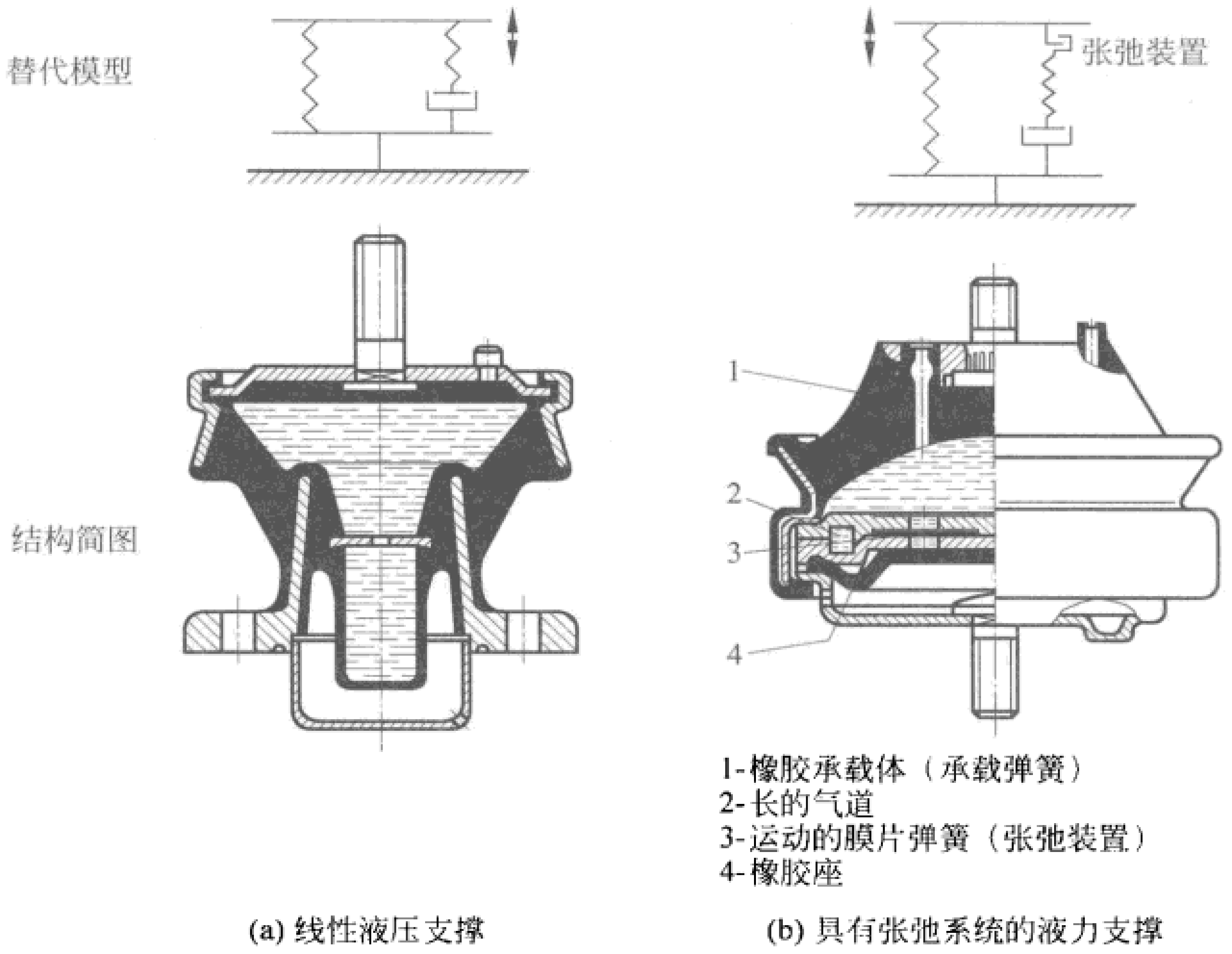


图 104.1　液力支撑系统简图

（出自：Hamaekers，A.：Entkoppelte Hydrolager als Lösung des Zielkonflikts bei der Auslegung von Motorlagern，Automobil Industrie 30(1985) Heft 5，S. 541-547）

〔134〕 Basshuysen，R. V.；Kuipers，G.；Hollerweger，H：Audi 100 mit TDI-Motor，ATZ 92 (1990) Heft 1，S. 14-21.

〔135〕 Haldenwanger，H.-G.；Klose，P.：Schwingungsisolation und-kompensation durch piezokeramisch aktivierte Motorlagerungen，ATZ 95 (1993) Heft 4，S. 174-179.

〔136〕 Klingner，B.：Einfluβ der Motorlagerung auf Schwingungskomfort und Geräuschanregung im Kraftfahrzeug，Diss. TU Braunschweig 1996.

XVII B篇总结

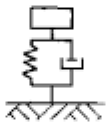
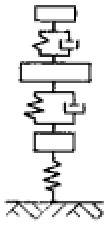
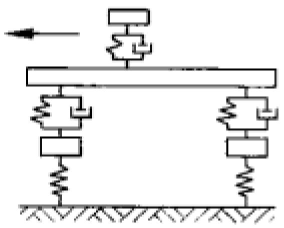
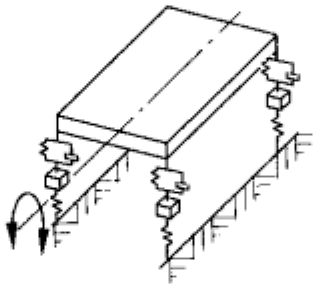
通过八章我们讨论了在外部激励(地面不平度)和内部激励(车轮-轮胎、发动机)作用下车辆的振动特性,在B篇的最后要借助一个表格来概括整个内容。

第二栏里列出了各章的“目标”。接下来的栏目分成三部分:“车辆”、“激励”和“车速”。这些决定了振动参数。第三栏里面画出了振动系统的草图,第四栏告诉我们在哪一节里可以找到相应的运动方程。

第五栏是最重要的,它将告诉我们从振动技术考虑车辆应如何设计?应进行哪些协调?在给出的节里总结了各章的结果。由此我们可以翻阅查找得到详细的情况。

PDG

表B 本篇内容一览

章	目标	车辆			激励		车速
		振动系统	运动方程	结果	激励种类	描述/结果	
1	2	3	4	5	6	7	8
IX	振动理论导论 车辆技术应用		—	—	发动机 车轮-轮胎 地面不平度	56.2.2节 57.1节 56.2.3节 57.1节 56.2.1节 57～59节	—
	无减振车辆 座椅	— —	— —	56.3节 56.4节	— —	— —	— —
X	评价尺度的汇总	—	—	60～62节	—	—	—
XI	车辆，纯垂直振动		63节	73节	地面不平度	65节，73节	65节，73节
	可控悬架系统	—	—	75节	单点	—	—
XII	车辆，垂直和俯仰振动		76节	86节	两点/单轮辙	式(76.7) ～式(76.13)	78节， 80.3节
	制动俯仰运动 “窜动”	图84.1 图85.3	84节 85节	84节 85节， 104.3节	制动 地面不平度	—	— 85节
XIII	车辆，主要是侧倾振动		87节	97节	四点/双轮辙		90.4节
XIV	悬架导向装置	导杆质量， 橡胶支撑， 车辙移动的影响	93～96节	97节	地面不平度	—	—
XV	车辆 纵向振动	图98.3 “窜动”图99.1	98.2节 99.1节	98.2节 99.2～ 99.4节	地面不平度 发动机	98.1节 —	98.1节 —
XVI	发动机激励下的振动	图103.1	103.1节	104节	发动机	100～102节	图101.6

C 篇

行驶的操纵稳定性

在第 2 节中将汽车的行驶特性根据需要按照坐标方向划分为局部问题进行讨论。在“A 篇：驱动和制动”中主要针对 x 轴方向(=行驶方向，人们也称为纵向动力学)；在“B 篇：车辆振动”中主要针对 z 轴方向(人们也称为垂直动力学)；在“C 篇：行驶的操纵稳定性”中主要针对 y 轴方向(人们也称为横向动力学)的问题进行讨论。操纵稳定性问题与绕垂直轴的转动角速度，即所谓的横摆角速度 $\dot{\psi}$ 密切相关，而与绕纵轴的转动的角位移，即所谓的侧倾运动 κ 关系不大。操纵稳定性问题主要是由于转向盘角位移 δ_L 或者外界干扰(比如侧向风)引起的。

汽车操纵稳定性是指汽车对驾驶员的转向操纵；对弯道行驶时车辆(通过操作加速和制动踏板而得到的)加速和减速以及对外界扰动的响应。

对于汽车操纵稳定性，主要是通过模拟以及实际交通工况的比较，以及研究工程师的主观判断去描述和评价。操纵稳定性好的车辆：

—应该容易控制(对驾驶员要求不应过高)；

—在出现扰动时，不应使驾驶员感到突然和意外；

—当载荷变化、轮胎变更或在不同路面上行驶时，操稳性的变化应尽可能小。

对于车辆的上述要求经常用“操稳性”的概念来总结，它是汽车所有重要的横向动力学特性的总和。一个“操稳性”好的车辆对于驾驶员应该保证无论在正常运行状态还是极限运动状态下车辆都是可控的。在正常运行状态下，即无事故运行时，可以沿用 B 篇“车辆振动”中“舒适性”来评价，在极限运行状态下，即在事故即将发生的情况下，用“安全性”进行评价，更准确地说，应该是“主动安全性”，其目标是降低事故发生的数量。

上面提出对驾驶员要求不应过高和不应使驾驶员感到突然和意外的条件，首先要求驾驶员必须认识汽车行驶的极限状态和知道如何在极限情况下控制车辆行驶，这样就要求车辆操稳性与驾驶员相匹配。换句话说，驾驶员和车辆要作为一个控制回路来考虑，这一点在试验时一直已经这样做了(因为驾驶员最终要对车辆进行评价)；而在理论方面则还很不够。图 105.1(a)上给出了一个简化后的控制回路：车辆

应该沿一条期望车道 y_{soll} 行驶，而事实上，车辆行驶在实际车道 y_{ist} 上。面对侧向偏差 $\Delta y = y_{soll} - y_{ist}$，驾驶员通过转向盘转角输入 δ_L 来加以调整，这样就有了新的实际车道 y_{ist} 和新的(希望能小些)侧向偏差 Δy。同时，汽车上还受到一个扰动，比如侧风的作用。

为了能从理论上对控制回路进行评价，"驾驶员"框和"车辆"框必须以数学表达式给出，然后我们才有可能来探讨上述要求是否已经实现，即车辆是否与驾驶员匹配。现有涉及"驾驶员-车辆"控制回路的文献表明，驾驶员必须适应各种车辆和各种行驶工况(比如，在停车场内转向盘要转许多圈才能停准车位；而在高速直线行驶时，转向盘的转角只有几度，甚至几分)，至少要能适应正常的、无事故危险的工况。这就意味着，在各种工况下，看来驾驶员的数学表达式应该是不同的。此外，驾驶员又是个性各异的。事实上，我们只对极限工况下的"驾驶员-车辆"控制回路感兴趣，因为在这种有事故危险的工况下，驾驶员用来适应和处理的时间十分有限，才有必要进行研究；而正常工况下的"驾驶员-车辆"控制回路实际上不值得去进行讨论。

鉴于对极限工况下驾驶员的情况了解很少，所以一般只单独考察车辆，当然，对车辆性能的了解总是必要的；但另一方面，孤立起来对车辆性能目前也难以评价，只有通过经验数据和比较性试验，即通过主观判断才能评价。

在图 105.1(b)上从控制回路中把车辆局部系统单独画出，在车辆上只有输入 δ_L、扰动和输出，比如 y_{ist}。习惯上，一种是讨论 $\delta_L = \text{const}$，特别是 $\delta_L = 0$ 即紧定转向盘的情况(fixed control)；另一种是考察一部没有驾驶员的汽车，比如在弯道出口处松开转向盘，来试验汽车的操稳性(free control)。除此之外，还有其他工况，在图 105.2 上加以概括，其中部分已有标准。

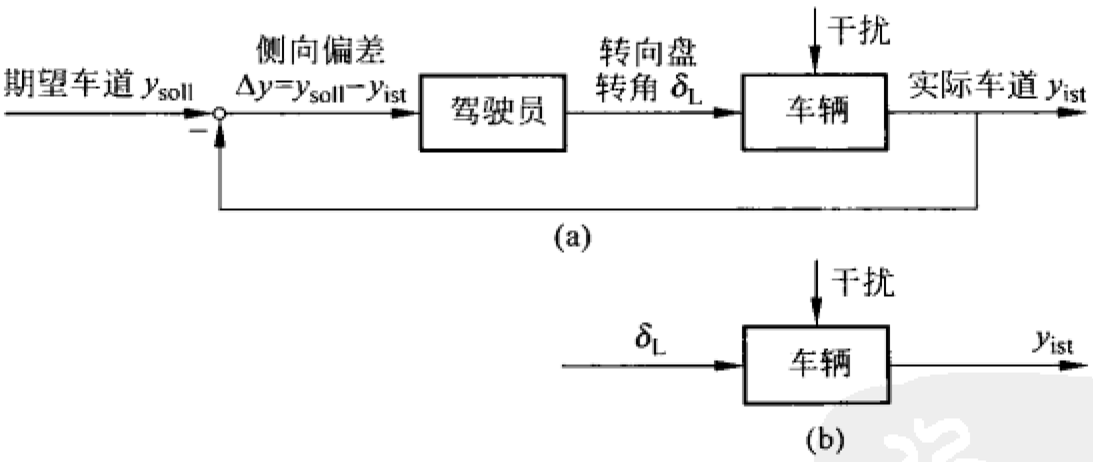


图 105.1 (a) 简化了的驾驶员-车辆控制回路；(b) 车辆的局部系统

在上述情况下，车辆的操稳性不仅要按照正常的使用情况来加以评价，即一个平均水平的驾驶员在一般情况下行驶，而且要人为地制造一些极限行驶状态，即可能发生事故的状态，对车辆加以评价，这样做的目的在于改善汽车行驶状态，使之能避免事故的发生。这方面，测量信息的提供，以及传感和运动要求方面的权衡看来是重要的。如果对驾驶员刺激和要求太少，他会懒洋洋的；如果要求过多，又会使他思想不能集中。

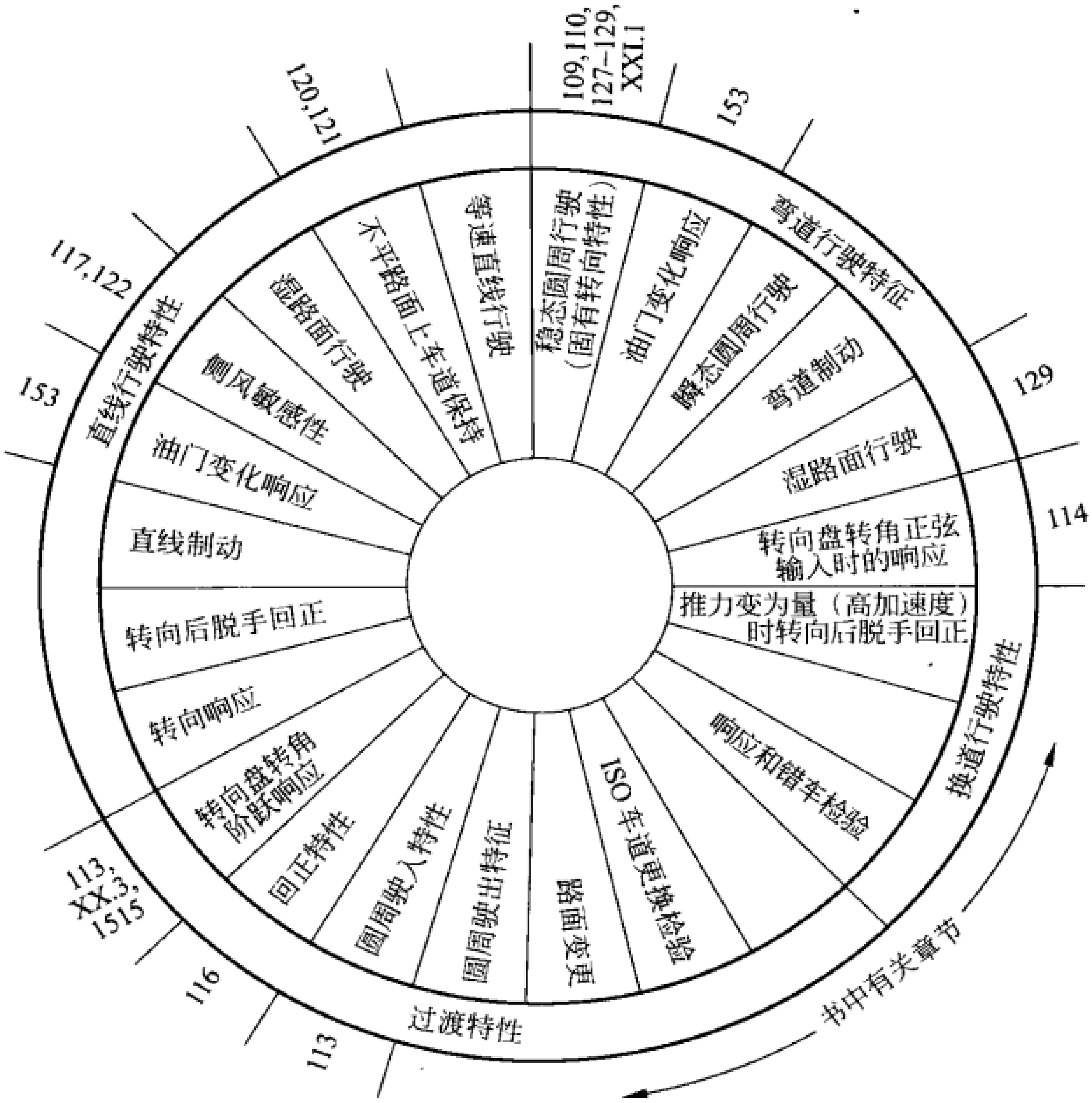


图 105.2　按主要行驶工况对操稳性进行检验[1,2]

在考虑汽车极限运行状态下操稳性的同时，也不应忘记正常行驶状态下的操稳性问题（假如两者有区别的话），这是由于所幸的是在德国 1999 年统计结果为每 100 000 km 才发生一次重大事故。[3]

C 篇内容进行了如下编排：

第 XVIII 章将从简单的线性车辆模型入手，忽略侧倾自由度。将要提出一些汽

---

〔1〕 Rönitz, R.; Braess. H.-H.; Zomotor, A.: Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen, Automobil-Industrie 22 (1977) Heft 1, S. 29-39 und 22 (1977) Heft 3, S. 39-48.

〔2〕 Zomotor, A.; Braess, H.-H; Rönitz, R.: Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen—Ein Rückblick auf die letzten 20 Jahre, ATZ 99 (1997), S. 780-786, ATZ 100 (1998), S. 236-243.

〔3〕 Errechnet aus "Verkehr in Zahlen" 1999, 28. Jahrgang, Bundesministerium für Verkehr. Für die Bundesrepublik Deutschland gelten für 1998 folgende Zahlen: 42, 3 Mill. Pkw und Kombi mit einer durchschnittlichen Fahrstrecke von 14 100 km/a, 513 300 Straßenverkehrsunfälle/a mit Personenschaden und Sachschaden über 4.000,-DM. Ergibt 995000 km/Unfall.

车技术方面的特征数值和客观的特征参数，并涉及主观判断问题。

第 XIX 章对驾驶员-车辆控制回路做一些基础性描述。以便理解第 XVIII 章所提出的若干客观特征参数和主观判断问题。

在下面几章中，又回到车辆问题上来。第 XX 章说明非线性轮胎特性的影响，导出前轮转向、后轮转向以及全轮转向的作用，并对附着极限附近的操稳性进行讨论。

第 XXI 章加入了弯道里外侧轮荷变化的影响，以及悬架和侧倾的影响。并且对辅助驾驶系统以及车辆动力学控制系统（ESP）进行讨论。

第 XXII 章最后给出“C 篇”的概括性总结。

XVIII 线性单轨模型，客观特征量，主观评价

这部分是进入复杂的操稳性领域的导论。为易于理解，对所提出的理论模型加上两点重要的假设，予以简化：

1. 车辆质心在路面上。因此，质心上作用的离心力不会改变两侧轮荷的大小（弯道外侧轮荷的增加以及内侧轮荷的减少都将被忽略）。另外，也不应该出现侧倾。
2. 系统是线性的。也就是说，比如轮胎侧向力与侧偏角成正比，或者侧向空气力与流入角成正比。

采用上述简化后，对车辆操稳性的描述只能局限于正常状态（而不能适用于附着极限的状态）。但是本章的导论对于理解操稳性还是很重要的。

从近几年开始，人们也在实际的现代车辆控制中采用这个简单的单轨模型。比如人们利用目前价格低廉的传感器测量转向盘输入角度 δ_L 和车辆横摆角速度 $\dot{\psi}_{Mess}$，并且同时平行地在计算机上利用上述模型计算出与所测量到的输入角 δ_L 相对应的理论值 $\dot{\psi}_{Theorie}$，并且与 $\dot{\psi}_{Mess}$ 进行比较。根据两者之间的差别 $\dot{\psi}_{Theorie}-\dot{\psi}_{Mess}$，在一侧产生制动力，产生一个绕车辆垂直轴的扭矩，最终使车辆以希望的状态转动（见155.1节“车辆行驶动力学控制系统（ESP）”）。

在理论探讨的同时，还定义了所谓客观特征概念，像不足转向、过多转向、稳定性、峰值响应时间等，还介绍了对车辆操稳性的主观评价。

105 双轴汽车的运动方程

图105.3(a)所示为一部双轴、四轮、质心在路面上的平面车辆模型。正如上面所讲，同一车轴上两轮轮荷的变化将被忽略；每根车轴上的两个车轮都可以用一个车轮来代替，这样车辆就简化为单轨模型。质心SP的速度 $\boldsymbol{v}_{SP}=\boldsymbol{v}$ 在车道曲线的切线方向，与切向加速度 $\dot{v}$ 一致；而向心加速度 v^2/ρ 则指向曲率中心M。距离 $\overline{MSP}$ 是车道曲线的曲率半径 ρ。v 与车辆纵轴线之间的夹角 β 称为质心的侧偏角；车辆置于固定坐标系 x_0，y_0 中，并转过一个横摆角 ψ，x_0 轴平行线与 v 之间的夹角没有专门的符号，记为

$$航向角 = \beta + \psi \tag{105.1}$$

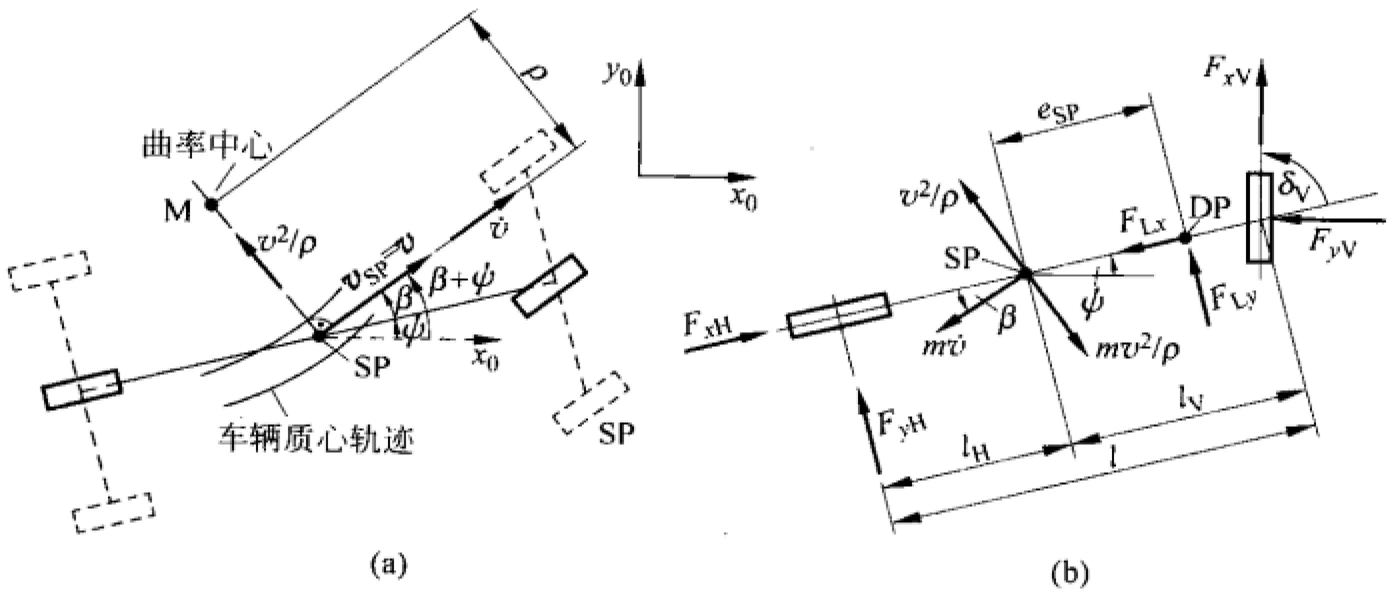


图 105.3 (a) 单轨模型上的运动学参数；(b) 受力情况

在图 105.3(b)上画出了作用在汽车上的力。车轮方向上的力 F_{xV} 和 F_{xH} 是前后切向力，垂直于车轮的作用力 F_{yV} 和 F_{yH} 是侧向力。在风压中心 DP 上作用有侧向空气力 F_{Ly} 和空气阻力 F_{Lx}，DP 与 SP 的距离用 e_{SP} 表示。

设汽车质量为 m，绕过 SP 铅垂轴的转动惯量为 J_z，前轮转向角为 δ_V，则可列写运动方程：

—车辆纵轴线上力的平衡

$$m\frac{v^2}{\rho}\sin\beta - m\dot{v}\cos\beta + F_{xH} - F_{Lx} + F_{xV}\cos\delta_V - F_{yV}\sin\delta_V = 0 \tag{105.2}$$

—垂直于车辆纵轴线上力的平衡

$$m\frac{v^2}{\rho}\cos\beta + m\dot{v}\sin\beta - F_{yH} - F_{Ly} - F_{xV}\sin\delta_V - F_{yV}\cos\delta_V = 0 \tag{105.3}$$

—绕 SP 的力矩平衡

$$J_z\ddot{\psi} - (F_{yV}\cos\delta_V + F_{xV}\sin\delta_V)l_V + F_{yH}l_H - F_{Ly}e_{SP} = 0 \tag{105.4}$$

对于平面模型有

$$\begin{aligned} &\text{前轴荷} \quad F_{zV} = G\frac{l_H}{l} - F_{LzV} \\ &\text{后轴荷} \quad F_{zH} = G\frac{l_V}{l} - F_{LzH} \end{aligned} \tag{105.5}$$

式中，车辆重力 $G=mg$，F_{LzV} 和 F_{LzH} 为前后轴的升力(见第 16 节)。

105.1 曲率中心和瞬心

从图 105.3(a)上看质心 SP 绕曲率中心 M 运动，但一般情况下整车不是绕 M，而是绕所谓瞬心 MP 运动。下面我们来说明这一差别。

按照图 105.4(a)，车辆在时间 dt 内从实线位置运动到虚线位置，某一点 P_1 的位移为 du，此外，车辆还绕过 P_1 的铅垂轴摆过角度 dψ。我们可以把这两个运动理解为绕图中所示的某一点 MP 的单纯转动，MP 即被称为瞬时转动中心或瞬心。

如果已知两点 P_1 和 P_2 的速度方向，即可作这两点速度方向的垂线，其交点即为瞬心 MP(图 105.4(b))。瞬时转动半径 ρ_P 可以从车辆绕铅垂轴的横摆角速度 $\dot{\psi}$ 来求得：

$$\rho_P = v_1/\dot{\psi} \qquad (105.6)$$

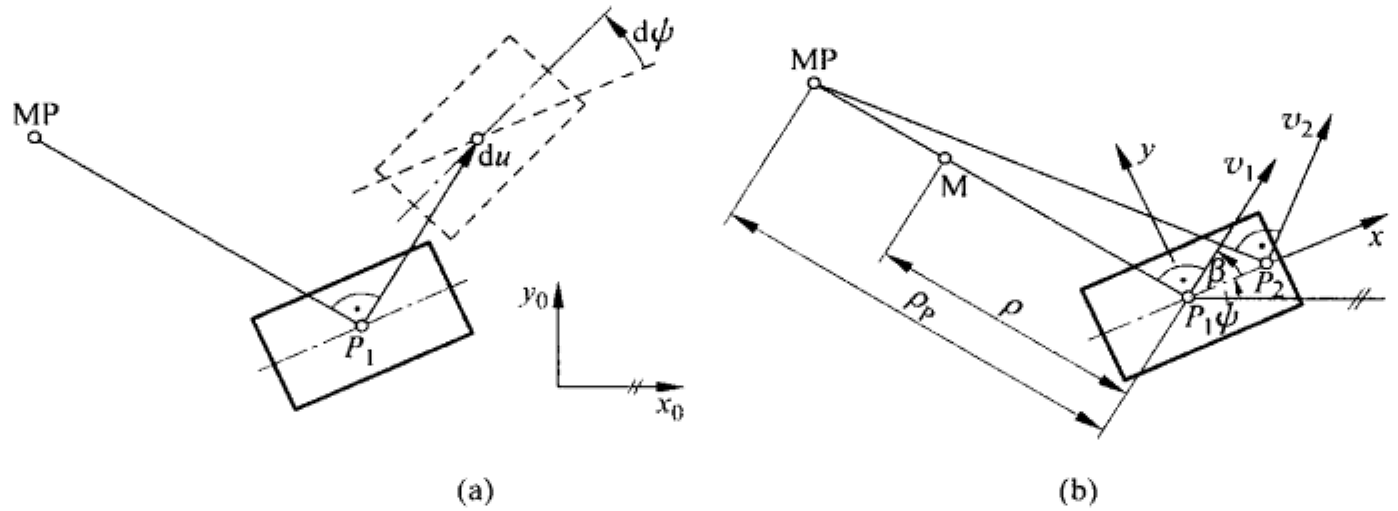


图 105.4 (a) 车辆在平面内绕瞬心 MP 转动；(b) 说明车辆瞬心 MP 和车辆上一点 P_1 的行驶曲线的曲率中心 M 两者位置的不同

从图 105.4 中可以看出，ψ 是在车辆上的坐标轴 x 相对于空间固定坐标轴 x_0 的转角。瞬时转动半径和曲率半径 ρ 之间的确是不同的。正如式(107.3)所表示的，ρ 可以由下式求得：

$$\rho = v_1/(\dot{\psi} + \dot{\beta}) \qquad (105.7)$$

这就是说，如果质心侧偏角 β 随时间变化，则车辆绕瞬心 MP 的瞬时转动半径 ρ_P 与绕质心轨迹曲率中心 M 的曲率半径 ρ 将是有区别的。

为了说明两者之间的区别，取三种特殊情况：

a) $\rho_P = \rho \rightarrow \dot{\beta} = 0$，　$\beta = \text{const}$

车辆在圆弧上作稳态运动。

b) $\rho = \infty \rightarrow \dot{\psi} + \dot{\beta} = 0$，　$\dot{\psi} = -\dot{\beta}$

车辆上一点，比如图 106.4(a)上的点 P_1 在直线上运动，而车辆同时绕 P_1 摆动。这样车辆此时绕瞬心转动，瞬时转动半径为 $\rho_P = -v_1/\dot{\beta} = v_1/\dot{\psi}$。

c) $\rho_P = \infty \rightarrow \dot{\psi} = 0$

车辆不摆动，而是相对于最后位置作平行移动，v_1 的方向可能变化。这时 $\rho = v_1/\dot{\beta}$。

106 转向特性

这里只对转向系统的最主要的特性作些解释。详细的说明将在第 149 节中进一步作出。

借助图 103.3(b)，我们已经列写了运动方程，该图上前轮转向角用 δ_V 表示。而这个角度直接对驾驶员来讲，不是很重要的，因为驾驶员是把转向盘转过了一个角 δ_L。所以下面要来建立 δ_V 和 δ_L 之间的关系。[4]

前轮转向的转向系统简图如图 106.1 所示，上面画出了转向盘、转向器、转向杆系、转向主销以及车轮。主销延长线与路面交点到轮迹中心之间的距离，从行驶方向看出，称为转向半径 r_L；而从侧面看，称为主销前指 n_K。当侧向力作用在左(l)右(r)前(V)轮上时，考虑到主销前指 n_K(见第 8 节)，如果忽略切向力，那么在转向器的转向杆系一侧入口处形成的力矩为：

$$M_L^* = (F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_R) \tag{106.1}$$

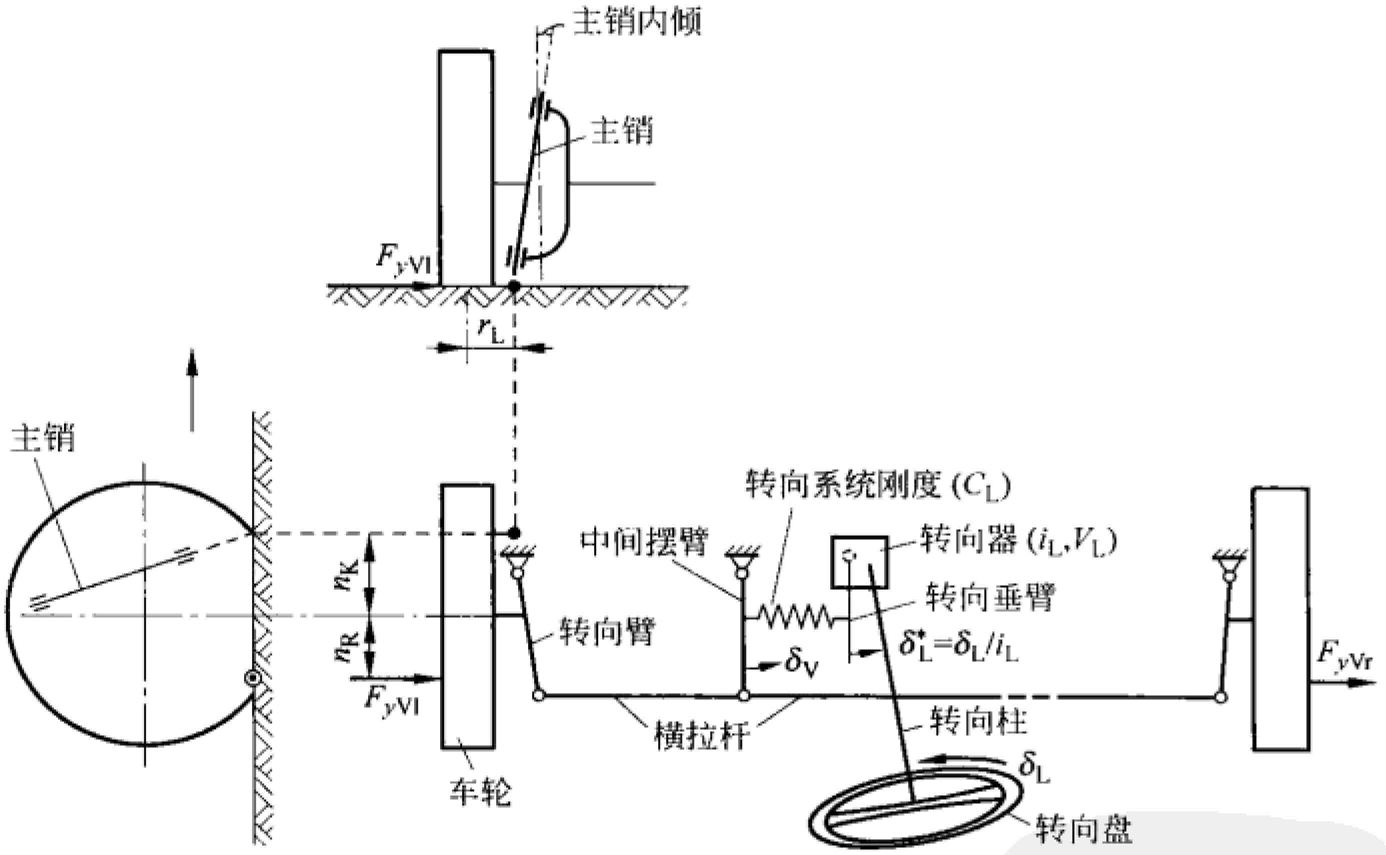


图 106.1 转向系统结构简图

而驾驶员在转向盘上所施加的力矩 M_L 乘以转向器与转向杆系的总转向传动比 i_L，在装有转向助力器时还要乘以转向助力系数 V_L，应和 M_L^* 相等：

$$M_L = \frac{M_L^*}{i_L V_L} \tag{106.2}$$

---

[4] 在英语中转向盘转角一般用 δ_H 表示。这里的角标 H 是指“手”。在此必须去掉 H，因为在德语中 H 表示“后面”的意思。

M_L^* 也可以用 δ_L,δ_V 和转向系统刚度 C_L 来表示。其中转向系统刚度本来是指转向杆系、转向器(它固定在车身上)以及转向柱的刚度总和,而在图 106.1 中只用一个假想的弹簧来表示。在线性范围内有:

$$M_L^* = C_L(\delta_L^* - \delta_V) \tag{106.3}$$

式中:

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} \tag{106.4}$$

称为"相对转向盘转角"。

即可得到所求的 δ_L 和 δ_V 之间的关系式:

$$\frac{\delta_L}{i_L} = \delta_L^* = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \delta_V + \frac{(F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_R)}{C_L} \tag{106.5}$$

表 106.1 内汇总了转向系统的一些重要数据。

表 106.1 转向系统的重要数据

(从厂家数据和布伦瑞克工业大学车辆技术研究所测量数据汇总)

	$\dfrac{\text{转向系统刚度}}{\text{空载前轴静态载荷}}$ $C_L/F_{zVstat\,leer}$ m/rad	转向传动比 i_L	主销前指 n_K/mm
轿车	0.9～4.1	16.0～22.0	1～27
货车,总质量＞20 t 的大客车	1.2～1.9	23.0～27.0	20～30

在上述简单算式推导过程中,忽略了转向系统中的摩擦(滞后)和间隙。这两者对转向系统承受冲击能力,路面接触的路感以及直线行驶都有影响。

轿车的转向助力系数 V_L(见式(106.2))不是常数。比如在高速公路上直线行驶时,转向器出口处的力矩 M_L^* 较小,这时可取 $V_L=1$,也就是说,全部转向力矩由体力产生;而当 M_L^* 较大时(如在停车场内调车),$V_L>1$。

107 线性单轨模型的微分方程

为了作动力学分析,运动方程(105.2)至方程(105.4)必须加以处理。

向心加速度 v^2/ρ 中质心轨迹的曲率半径 ρ 的倒数——曲率 $1/\rho$ 是航向角 $(\beta+\psi)$ 随弧长 u 的变化:[5]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\mathrm{d}(\beta+\psi)}{\mathrm{d}u} \tag{107.1}$$

[5] Siehe z. B. Dubbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, Berlin: Springer-Verlag, 16. Aufl. 1987, S. A66. Die Krümmung wird in der deutschsprachigen Literatur meistens mit κ bezeichnet. Da aber κ für den Wankwinkel vergeben wurde, wird die Krümmung wie in der englischsprachigen Literatur mit $1/\rho$ bezeichnet. Weiterhin wird die Wegkoordinate nicht wie üblich mit s, sondern mit u bezeichnet, da der Buchstabe s für die Laplace-Transformation benutzt wird.

又因为速度

$$v = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{107.2}$$

所以向心加速度

$$\frac{v^2}{\rho} = v^2\frac{(\dot{\beta}+\dot{\psi})}{v} = v(\dot{\beta}+\dot{\psi}) \tag{107.3}$$

在空间固定坐标系中的质心行程坐标，由图 107.1 可以通过下列推导求出：

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}y_0 = \sin(\beta+\psi)\mathrm{d}u; \quad \mathrm{d}x_0 = \cos(\beta+\psi)\mathrm{d}u \\ &\frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}u} = \frac{\mathrm{d}y_0}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}u} = \frac{\dot{y}_0}{v} = \sin(\beta+\psi); \quad \frac{\dot{x}_0}{v} = \cos(\beta+\psi) \\ &y_0 = \int v\sin(\beta+\psi)\mathrm{d}t + \mathrm{const}; \\ &x_0 = \int v\cos(\beta+\psi)\mathrm{d}t + \mathrm{const} \end{aligned} \tag{107.4}$$

另外，再把按式(8.5)线性化后的前后轴侧向力代入：

$$\begin{aligned} F_{y\mathrm{V}} &= c_{\alpha_\mathrm{V}}\alpha_\mathrm{V} \\ F_{y\mathrm{H}} &= c_{\alpha_\mathrm{H}}\alpha_\mathrm{H} \end{aligned} \tag{107.5}$$

式中 α_V 和 α_H 为前后轴上车轮侧偏角，而 c_{α_V} 和 c_{α_H} 为相应的侧偏刚度。

侧偏角 α_V 和 α_H 又要用 β 和 ψ 来表示。

在图 107.2 中，画出了前后轴速度矢量，它们在车辆纵轴线上的分量必须相等(车辆不可能被伸长)：

$$v\cos\beta = v_\mathrm{H}\cos\alpha_\mathrm{H}; \quad v\cos\beta = v_\mathrm{V}\cos(\delta_\mathrm{V}-\alpha_\mathrm{V})$$

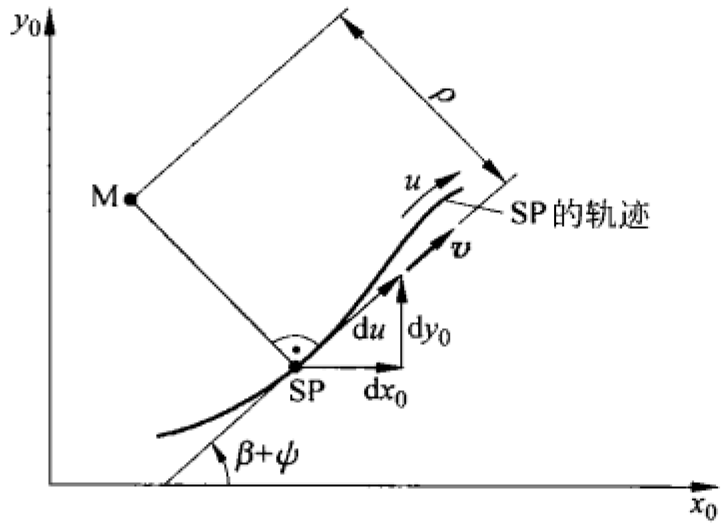


图 107.1 质心 SP 的轨迹，其曲率中心为 M，参看图 105.3(a)(用以推导式(107.1))

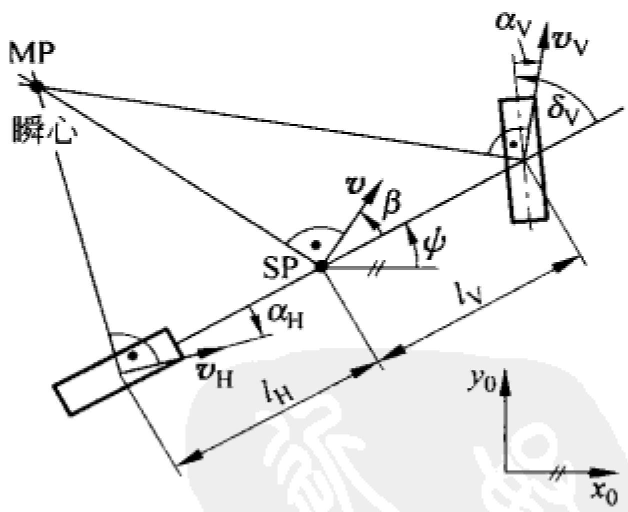


图 107.2 单轨模型的运动学参数

但是，由于纵轴线存在横摆角速度的缘故，因而前后轴速度矢量在车辆纵轴线垂线上的速度分量是不相等的：

$$v_\mathrm{H}\sin\alpha_\mathrm{H} = l_\mathrm{H}\dot{\psi} - v\sin\beta; \quad v_\mathrm{V}\sin(\delta_\mathrm{V}-\alpha_\mathrm{V}) = l_\mathrm{V}\dot{\psi} + v\sin\beta$$

从上述两组等式即可求出：

$$\tan\alpha_H = \frac{l_H\dot{\psi} - v\sin\beta}{v\cos\beta};\quad \tan(\delta_V - \alpha_V) = \frac{l_V\dot{\psi} + v\sin\beta}{v\cos\beta} \tag{107.6}$$

在角度较小时，有：

$$\alpha_V = -\beta + \delta_V - l_V\frac{\dot{\psi}}{v} \tag{107.7a}$$

$$\alpha_H = -\beta + l_H\frac{\dot{\psi}}{v} \tag{107.7b}$$

现在把式(106.3)、式(106.5)、式(106.7)和线性化的侧向空气作用力 F_{Ly} 表达式(17.3)代入运动方程(105.2)至方程(105.4)得到：

$$m\dot{v} = F_{xV} + F_{xH} - F_{Lx} \tag{107.8}$$

$$mv(\dot{\beta} + \dot{\psi}) + m\dot{v}\beta = c_{\alpha_V}\left(-\beta + \delta_V - l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right) + c_{\alpha_H}\left(-\beta + l_H\frac{\dot{\psi}}{v}\right) + k_y v_r^2\tau_L \tag{107.9}$$

$$J_z\ddot{\psi} = c_{\alpha_V}l_V\left(-\beta + \delta_V - l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right) - c_{\alpha_H}l_H\left(-\beta + l_H\frac{\dot{\psi}}{v}\right) + k_y e_{SP} v_r^2\tau_L \tag{107.10}$$

(2 阶量，如 $\beta\cdot\beta$，已被忽略，$F_{xV}\delta_V$ 也被略去)

最后再来看转向系统的方程(106.5)。我们把 F_{yV} 用式(107.5)和式(107.7a)代入，则有

$$\begin{aligned}\delta_V &= \delta_L^* - \frac{c_{\alpha_V}n_V}{C_L}\left(-\beta + \delta_V - l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right),\\ &= \frac{1}{1 + \dfrac{c_{\alpha_V}n_V}{C_L}}\left[\delta_L^* + \frac{c_{\alpha_V}n_V}{C_L}\left(\beta + l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right)\right]\end{aligned} \tag{107.11}$$

式中

$$n_V = n_K + n_R \tag{107.12}$$

是指主销前指与轮胎拖距之和。

在表 107.1 中，列出了转动惯量 J_z、惯性半径 $i = \sqrt{J_z/m}$ 以及 i/l(l 为轴距)的数据。

对轿车可取 $i/l = 0.5$，这样近似地有 $J_z \approx 0.25ml^2$。有时我们也取 $J_z = ml_V l_H$，当质心位于轴距中央时，就得到 $J_z \approx 0.25ml^2$。

表 107.1　轿车、旅行车、货车、大客车的转动惯量

全部数据在空载下取得

	$J_z/\mathrm{kg\cdot m^2}$	i/m	i/l
轿车(31 种车型)	851～2628	1.01～1.37	0.43～0.53
旅行车(12 种车型)	2629～5791	1.31～1.83	0.50～0.61
货车、大客车(5 种车型)	28 850～127 530	2.06～3.72	0.48～0.78

107.1 特殊情况：匀速行驶

在匀速行驶时，即

$$\dot{v} = 0$$

运动方程变为两个。把式(107.11)代入式(107.9)和式(107.10)，即得：

$$m v\dot{\beta} + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V}\delta_L^* + k_y v_r^2 \tau_L \tag{107.13}$$

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha_V} l_V^2 + c_{\alpha_H} l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)\beta = c'_{\alpha_V} l_V \delta_L^* + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L \tag{107.14}$$

这两个微分方程是进入行驶操纵稳定性领域的关键，它们的解我们将在本节内详细讨论。

式中的缩写

$$c'_{\alpha_V} = \frac{c_{\alpha_V}}{1 + \frac{c_{\alpha_V} n_V}{C_L}} \tag{107.15}$$

如果改写为下列形式

$$\frac{1}{c'_{\alpha_V}} = \frac{1}{c_{\alpha_V}} + \frac{1}{C_L/n_V} \tag{107.16}$$

就可以清楚地看出，前轴侧偏刚度是轮胎侧偏刚度 c_{α_V} 和除以 n_V 的转向系统刚度 C_L/n_V 的串联。

式(107.13)和式(107.14)这两个微分方程在各个对汽车技术感兴趣的国家[6]发表的众多文献中都被推导过，形式上大同小异，不过常常忽略转向系统刚度。首次出现于 Riekert, P.; Schunck, T. E.: Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeuges, Ingenieur-Archiv 11 (1940)，第 210-224 页。

107.2 轮胎拖距的考虑

在图 105.3 中假定，侧向力 F_{yV} 和 F_{yH} 都作用于轮胎接地印迹中心。从第 8 节的图 8.5 可知，侧向力作用点在轮胎接地印迹中心的后面，相距为轮胎拖距 n_R。如果我们要精确计算，就必须考虑前后轮胎的拖距 n_{RV} 和 n_{RH}。[7]

由式(105.4)得到：

$$J_z\ddot{\psi} - (F_{yV}\cos\delta_V + F_{xV}\sin\delta_V)l'_V + F_{yH}l'_H - F_{Ly}e_{SP} = 0 \tag{107.17}$$

---

[6] 在英文参考文献中 $\dot{\psi}$ 用 r 代替。

[7] Strackerjan, B.: Fahrversuche und Berechnungen zur Kurshaltung von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig 1973.

式中

$$l'_V = l_V - n_{RV} \tag{107.18a}$$

$$l'_H = l_H + n_{RH} \tag{107.18b}$$

当 $\dot{v}=0$ 时，由式(107.13)和式(107.14)得到：

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha_H} l'_H - c'_{\alpha_V} l'_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V}\delta_L^* + k_y v_r^2 \tau_L \tag{107.19}$$

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha_V} l_V l'_V + c_{\alpha_H} l_H l'_H)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha_H} l'_H - c'_{\alpha_V} l'_V)\beta = c'_{\alpha_V} l'_V \delta_L^* + k_y e_{SP} v_r^2 \tau_L \tag{107.20}$$

用这两个微分方程来描述行驶操稳性要比式(107.13)和式(107.14)精确些，但相差不多，所以采用这么复杂的形式不太值得。因此，下面我们还是继续用式(107.13)和式(107.14)。

XVIII.1 匀速圆周行驶

在建立了方程组之后，我们先研究一种简单的情况，也就是以不变的车速 v，沿着半径为 ρ 的圆周行驶，即向心加速度 v^2/ρ 为常数的行驶工况(按照 105.1 节，这时的轨迹曲率中心、圆心与瞬心重合)。这种稳态圆周行驶工况也是标准化的试验工况，通过这种试验研究可以确定转向盘输入、横摆角等参数的数值。

在第 XVIII.1 章里，将从稳态圆周行驶的理论着手研究这些参数，把它们(称为特征参数)与试验结果相比较，并通过主观判断来作出评价。

108 向心加速度

首先从最重要的变量——向心加速度开始。可以先从车辆技术的极限值角度；其次从道路线形设计角度；最后从一般情况下正常行驶的角度出发来分别给出向心加速度的几个数值。由此，就可以很容易估计出：第 XVIII 章所讨论的“线性单轨模型”在多大的向心加速度范围内还能适用。

108.1 最大值(简化分析)

如果没有侧向空气力，忽略切向力，并认为角度都很小，则由式(105.3)可以得到：

$$F_{yV} + F_{yH} = m\frac{v^2}{\rho} \tag{108.1}$$

即前后轴侧向力之和等于离心力。我们再把式(8.1)中车轮附着率 μ_{yV} 和 μ_{yH} 代入式(108.1)，即得：

$$\mu_{yV} F_{zV} + \mu_{yH} F_{zH} = m\frac{v^2}{\rho} \tag{108.2}$$

在前后轴上车轮附着率相等的情况下，有

$$\mu_{yV}=\mu_{yH}=\mu_y \tag{108.3}$$

根据式(105.5)在忽略升力条件下得：

$$F_{zV}+F_{zH}=mg$$

就可得到：

$$\mu_y=\frac{v^2/\rho}{g} \tag{108.4}$$

因为附着率受到侧向附着系数 μ_{yh} 所限制，见第 5 节，所以对应于向心加速度最大值有

$$\mu_h=\frac{(v^2/\rho)_{max}}{g} \tag{108.5}$$

如果附着系数被超过，车辆就滑向侧面，有时还伴随着绕自身铅垂轴的转动(被称为侧滑或离心极限)。

如果假设附着极限对于侧向(y 方向)和圆周方向(x 方向)相同，即 $\mu_{yh}=\mu_{xh}$，见第 11 节中的 Kamm 圆，则可以从图 5.7 中得到在不同天气条件下所能达到的相对向心加速度与附着系数之间关系的概况。在干燥路面上，普通轮胎对应的最大向心加速度可达 $1.1g\sim1.0g$(与车速有关)；而在潮湿冰面上的最小值可低到 $0.15g$。

表 108.1 列出了一些测量所得的最大值数据。就一般车辆(不是赛车)而言，所达到的向心加速度都低于上面所示的数值，因为上面的数据是按式(108.5)求得，而在列写式(108.5)过程中所做的一系列简化都有利于提高向心加速度。

表 108.1 在干燥路面上测得的相对向心加速度最大值 $\frac{(v^2/\rho)_{max}}{g}$

车辆	$\frac{(v^2/\rho)_{max}}{g}$	备注
轿车	0.73～0.8	布伦瑞克工业大学车辆技术研究所在半径 $\rho\approx100$ m 的圆周上测得
鞍式列车	0.34～0.36	为倾覆所限[8]
重型货车	0.35～0.4	见参考文献 9
轻型货车	0.5～0.6	

在赛车上主要通过装用特殊的高附着系数的轮胎，以及安装空气动力学的制动装置(阻风板)来提高侧向加速度(在第 140 节将详细讨论)。如果考虑到车辆的升力作用，则最大的侧向加速度为：

$$(v^2/\rho)_{max}=\mu_{yh}\frac{mg-(F_{LzV}+F_{LzH})}{m} \tag{108.6}$$

例如：$\mu_{yh}=1.5$，$m=600$ kg，根据式(16.1)和式(16.2)得：$(F_{LzV}+F_{LzH})=(c_{zV}+c_{zH})A(\rho/2)v^2$，这里：$\rho\approx5/4$ kg/m³(是空气密度)，$A=1.5$ m²，$c_{zV}=c_{zH}=-0.4$，$v=80$ m/s$=288$ km/h，这样得到侧向相对加速度为：$(v^2/\rho)_{max}=31$ m/s²$\approx3g$，而没有空气升力时仅为 $1.5g$。

道路的超高(增加一个横坡角 α_q)可以提高侧向加速度。按图 108.1 可以得到：

---

[8] Isermann, H.: Die Kippgrenze von Sattelkraftfahrzeugen mit fester und flüssiger Ladung. Deutsche Kraftfahrforschung und Straßenverkehrstechnik, Heft 200, 1970.

[9] Grubisic, K.: Verfahren zur optimalen Bemessung von Fahrzeugrädern. Diss. TH München 1970.

$$\sum F_y = F_{yV} + F_{yH} = G\frac{v^2}{\rho g}\cos\alpha_q - G\sin\alpha_q$$

$$\sum F_z = F_{zV} + F_{zH} = G\frac{v^2}{\rho g}\sin\alpha_q + G\cos\alpha_q$$

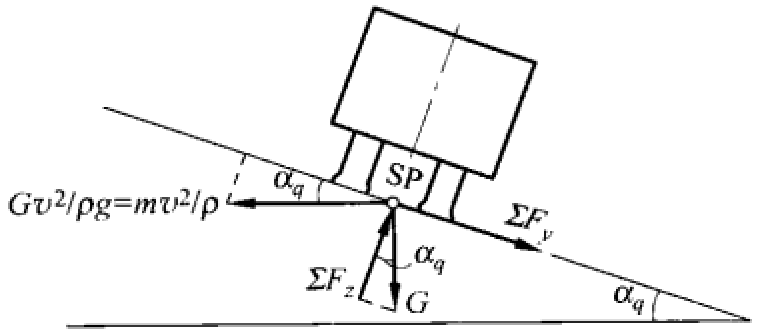


图 108.1 车辆在常超高(横坡角 α_q)的路上

由此导出附着率为

$$\mu_y = \frac{\sum F_y}{\sum F_z} = \frac{\frac{v^2}{\rho g}\cos\alpha_q - \sin\alpha_q}{\frac{v^2}{\rho g}\sin\alpha_q + \cos\alpha_q} = \frac{\frac{v^2}{\rho g} - \tan\alpha_q}{1 + \frac{v^2}{\rho g}\tan\alpha_q}$$

式中 $\tan\alpha_q$ 称为横坡坡度，记为

$$\tan\alpha_q = p_q \tag{108.7}$$

则有

$$\mu_y = \frac{v^2/\rho g - p_q}{1 + \frac{v^2}{\rho g}p_q} \tag{108.8}$$

或者相对向心加速度的最大值

$$(v^2/\rho g)_{\max} = \frac{\mu_{yh} + p_q}{1 - \mu_{yh}p_q} \tag{108.9}$$

例如当 $\mu_{yh}=1.0$ 和 $p_q=0.1$(≈10%的超高)时，$\frac{v^2/\rho}{g}=1.21$。或者当 $\mu_{yh}=0.1$ 和 $p_q=0.1$ 时，$\frac{v^2/\rho}{g}=0.2$。

也就是说，在干燥路面上，所能达到的向心加速度可以提高 21%；而在结冰道路上甚至可以提高 100%。因而车速可以相应提高 10%和 41%。

但是横坡坡度不允许太大，否则缓慢行驶的车辆($v^2/\rho=0$)在结冰路面上会发生侧滑。最大横坡坡度 p_q 应满足下列条件：

$$p_q \leqslant \mu_{yhmin} \tag{108.10}$$

式中 μ_{yhmin} 为路面已知的最小附着系数。

当 $\mu_{yhmin}=0.15$(0℃时的结冰路面)时，$p_q \leqslant 0.15$(15%)。

108.2 由道路线形决定的数值

道路线形是从车辆动力学基本原理出发进行设计的[10]。其道路最大的横坡坡

[10] Richtlinien für die Anlage von Straβen RAS, Teil Linienführung (RAS-L), Forschungsgesellschaft für Straβen-und Verkehrswesen, Köln 1995.

PDG

度为：

$$p_{q\max} = 8\% \tag{108.11}$$

在弯道或直线上由于排水方面的原因，最小的横坡坡度为：

$$p_{q\min} = 2.5\% \tag{108.12}$$

道路最小弯道半径 $\rho_{\min}$ 的大小与设计车速 v_e、地面侧向附着系数 μ_{yh} 以及道路横坡坡度 p_q 有关，见式(108.8)和式(108.9)。由此计算出的向心加速度在车速比较低时比较大，而在车速比较高时比较小，比如：在 50 km/h 时大约为 2.4 m/s²；在 120 km/h 时大约为 1.5 m/s²。

108.3 平均水平的驾驶员在弯道上达到向心加速度

一般的驾驶员几乎不可能达到 108.1 节给出的最大值；但通常都超过 108.2 节中规定的数值。文献指出，一般驾驶员所达到侧向加速度变动幅度很大，我们在这里只能给出一些基本数据：

85％的驾驶员在德国干燥的联邦道路上行驶时保持在 0.45g 以下；而在潮湿道路上则低于 0.34g[11]。对一般驾驶员来说，只在 0.2％的驶过路段上低到 0.3g[12]。所达到的侧向附着率是曲率半径 ρ 的函数[13]：在 85％的情况下，$\rho=100$ m 时，$\mu_y<0.35$；$\rho>300$ m 时，$\mu_y<0.2$。事故率随附着系数减小而上升。[14,15]

108.4 线性化的极限

根据 8.2 节，侧向力-侧偏角曲线一般直到 $F_{y\max}(=\mu_h F_z)$ 的 1/3 时还是可以线性化的。由此，按式(108.5)可以得到向心加速度。

$$\left(\frac{v^2}{\rho g}\right)_{\text{lin}} \leqslant \frac{1}{3}\mu_{yh} \tag{108.13}$$

在 8.2 节中谈到，在干燥路面上甚至到 $v^2/\rho g=0.4$ 时，还可以作线性化处理。

---

〔11〕 Lamm, B.: Fahrdynamik und Streckencharakteristik. Institut für Straßenbau und Eisenbahnwesen. Universität Karlsruhe, H. 11, 1972.

〔12〕 Smith, J. G.; Smith, J. E.: Lateral Forces on Vehicle During Driving. Automobile Engineer 1967, S. 510-515.

〔13〕 Spindler, W.: Wege, Querbeschleunigungen und die Wahl der Überholwege bei Kurvenfahrt von Kraftfahrzeugen. Diss. TH München 1963.

〔14〕 Schulze, K.-H.; Dames, J.; Lange, H.: Untersuchungen über die Verkehrssicherheit bei Nässe. Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Teil I, H. 189, 1975.

〔15〕 Alberti, V.; Babbel. E.: Improved Driving Stability by Active Braking of the Individual Wheels. International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC'96). Aachen 1996.

与 108.2 节、108.3 节中的数据进行比较后可知，一般的行驶，或一般驾驶员驾驶车辆时都可以用线性化的单轨模型来描写。而在冰面上行驶时是个例外：这时驾驶员把道路附着利用得十分强烈（当然是无意识的，结果也就导致事故的增加），这时已经超出线性化极限。

109 与向心加速度有关的函数，圆周行驶参数

在这一节里，将从理论上阐明圆周行驶中的一些相互关系，为下面第 110 节和第 111 节打下基础。另外，一些试验结果说明理论是可用的。

以匀速 v 在半径 ρ 的圆周上行驶时，

$$\dot{\beta}=0,\quad \ddot{\psi}=0 \tag{109.1}$$

并由式(107.3)，得到

$$\frac{v^2}{\rho}=v(\dot{\beta}+\dot{\psi})=v\dot{\psi}\quad 或 \quad \dot{\psi}=\frac{v}{\rho} \tag{109.2}$$

再忽略侧风的影响($k_y=0$)，这样由微分方程(107.13)和(107.14)可以列写出描述稳态圆周行驶的方程组

$$(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v}=c'_{\alpha_V}\delta_L^* \tag{109.3}$$

$$-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\beta+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v}=c'_{\alpha_V}l_V\delta_L^* \tag{109.4}$$

从这两个方程出发，可以计算下列两组函数：

a) 与向心加速度 v^2/ρ 有关的，部分是与曲率 $1/\rho$(以及曲率半径 ρ)有关的参数，像转向盘输入 δ_L，转向盘力矩 M_L 等绝对值（计算式汇总在表 109.1 中）；

b) 只与车速 v 有关，也就是与 ρ 无关的相对值。通常我们把绝对值除以 δ_L，得到相对值 β/δ_L，$\dot{\psi}/\delta_L$ 等等，并把它们称之为圆周行驶参数，其算式汇总在表 109.2 中。在第 XVIII.2 章和第 XIX.1 章中进行动态分析时，这些参数是作为传递函数出现的。

这些函数的数值可以由车辆的参数（质量 m，轴距 l，质心位置 l_V 和 l_H，轮胎侧偏刚度 c_{α_V}，c_{α_H}）和转向系统的参数（C_L，i_L，V_L，n_V，）确定。有一部分参数集中在式(109.7)所表示的“特征车速”v_{ch} 中，特征车速的意义在下面几节中将会阐明。在表 109.1 和表 109.2 的算式中还引用了一些相对值，像除以静态轴荷的侧偏刚度 c_{α_H}/F_{zH}，这样与质心位置有关的参数就不再出现了（但在质心处的侧偏角 β 和 β/δ_L 中是例外）。

下面逐个分析这些函数。

109.1 转向盘输入

由表 109.1 中的式(109.5)，得到转向盘输入：

$$\delta_L = \frac{i_L l}{\rho} + m i_L \frac{c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V}{c'_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l} \frac{v^2}{\rho} = \delta_{L0} + \frac{i_L l}{v_{ch}^2} \frac{v^2}{\rho} \quad (109.5)$$

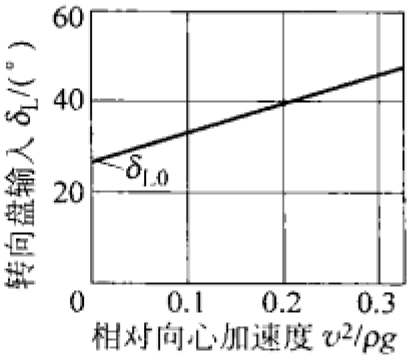
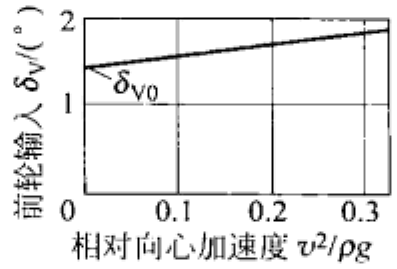
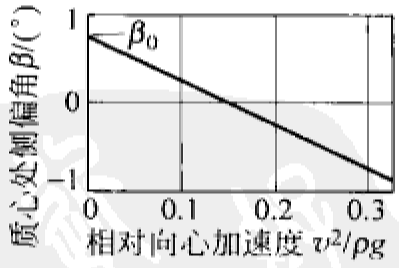
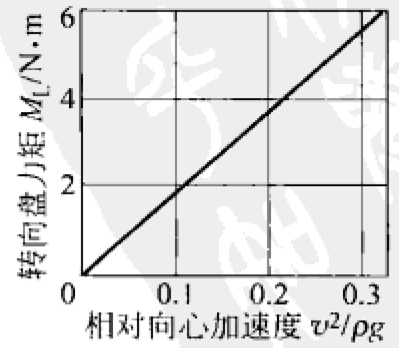
它随 v^2/ρ 作线性变化(图 109.1)。

当车辆沿圆周非常缓慢行驶时，向心加速度 $v^2/\rho=0$，这时有

$$\delta_L(v^2/\rho = 0) = \delta_{L0} = \frac{i_L l}{\rho} \quad (109.6)$$

这个结果从图 109.2 上可以很容易理解。当向心加速度 $v^2/\rho=0$ 时，离心力引起的车轮侧向力(因而是它们的侧偏角)为零。圆心 M 就在后轮的垂直线上，所以圆周半径

表 109.1 与向心加速度有关的参数

	缩 写	
转向盘输入 $\delta_L = \frac{i_L l}{\rho} + m i_L \frac{c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V}{c'_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l} \frac{v^2}{\rho}$ (109.5a) $\delta_L = \delta_{L0} + \frac{i_L l}{v_{ch}^2} \frac{v^2}{\rho}$ (109.5b)	$\delta_L(v^2/\rho=0) = \delta_{L0} = \frac{i_L l}{\rho}$ (109.6) “特征车速”v_{ch} 由下式导出： $v_{ch}^2 = \frac{c'_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l^2}{m(c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)}$ (109.7a) $v_{ch}^2 = g l \frac{c_{\alpha_H}}{F_{zH}} \frac{SQ}{1-SQ}$ (109.7b) $SQ = \frac{c'_{\alpha_V}/F_{zV}}{c_{\alpha_H}/F_{zH}}$ (109.8)	
前轮输入 $\delta_V = \frac{l}{\rho} + m \frac{c_{\alpha_H} l_H - c_{\alpha_V} l_V}{c_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l} \frac{v^2}{\rho}$ (109.9)	阿克曼角 $\delta_V(v^2/\rho=0) = \delta_{V0} = l/\rho$ (109.10)	
质心处侧偏角 $\beta = \frac{l_H}{\rho} - \frac{m l_V}{c_{\alpha_H} l} \frac{v^2}{\rho}$ (109.11a) $\beta = \beta_0 - \frac{F_{zH}}{c_{\alpha_H}} \frac{v^2}{\rho g}$ (109.11b)	$\beta(v=0) = \beta_0 = \frac{l_H}{\rho}$ (109.12)	
转向盘力矩 $M_L = \frac{m n_V l_H}{i_L V_L l} \frac{v^2}{\rho}$ (109.13a) $M_L = \frac{F_{zV} n_V}{i_L V_L} \frac{v^2}{\rho g}$ (109.13b)		

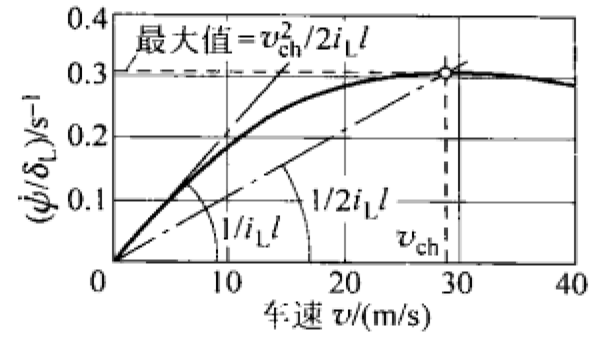
表中曲线所用数据取自表 111.1 中的车辆 7，圆周半径 $\rho=100$ m。

表 109.2 圆周行驶参数

横摆角速度/转向盘输入

$$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)=\frac{1}{i_L l}\frac{v}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.14)$$

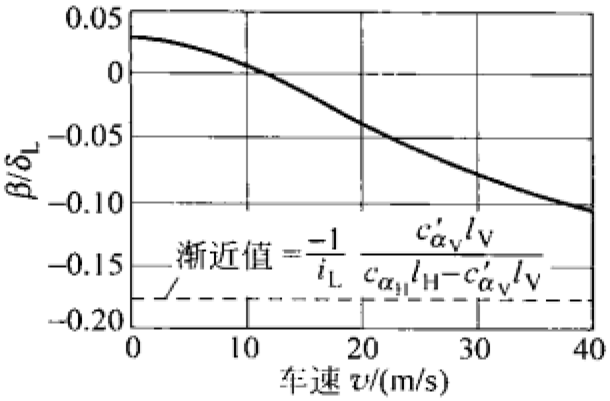
v_{ch}参看表 109.1 中式(109.7)



质心处侧偏角/转向盘输入

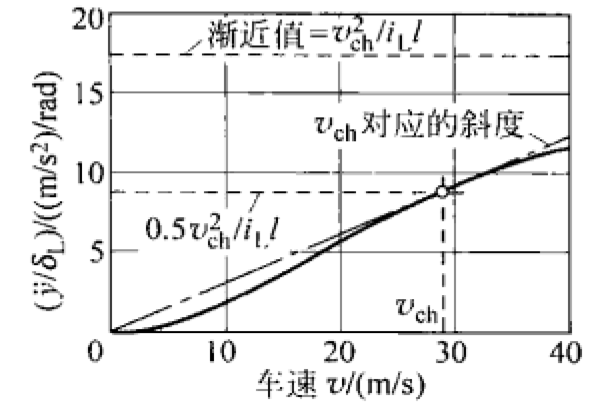
$$\left(\frac{\beta}{\delta_L}\right)=\frac{l_H}{i_L l}\frac{1-\dfrac{m l_V}{c_{\alpha_H} l_H l}}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.15a)$$

$$\left(\frac{\beta}{\delta_L}\right)=\frac{l_H}{i_L l}\frac{1-\dfrac{F_{zH}}{c_{\alpha_H} l_H g}v^2}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.15b)$$



侧向加速度/转向盘输入

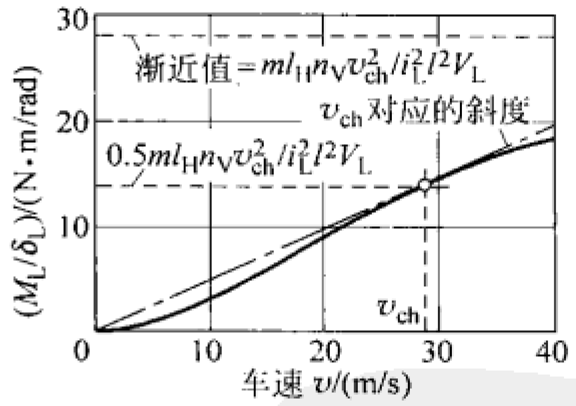
$$\left(\frac{\ddot{y}}{\delta_L}\right)=\frac{1}{i_L l}\frac{v^2}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.16)$$



转向盘力矩/转向盘输入

$$\left(\frac{M_L}{\delta_L}\right)=\frac{m l_H n_V}{i_L^2 l^2 V_L}\frac{v^2}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.17a)$$

$$\left(\frac{M_L}{\delta_L}\right)=\frac{F_{zV} n_V}{i_L^2 V_L}\frac{v^2/gl}{1+(v/v_{ch})^2} \quad (109.17b)$$



表中曲线所用数据取自表 111.1 中的车辆 1，$v_{ch}^2>0$（即为不足转向的车辆）。

$$\rho=\frac{l}{\delta_V(v^2/\rho=0)}=\frac{l}{\delta_{V0}}$$

由于没有力矩作用在转向系统上，从式(106.3)和式(106.4)得到

$$\delta_{V0}=\delta_{L0}^{*}=\delta_{L0}/i_L$$

这样从两个算式得到

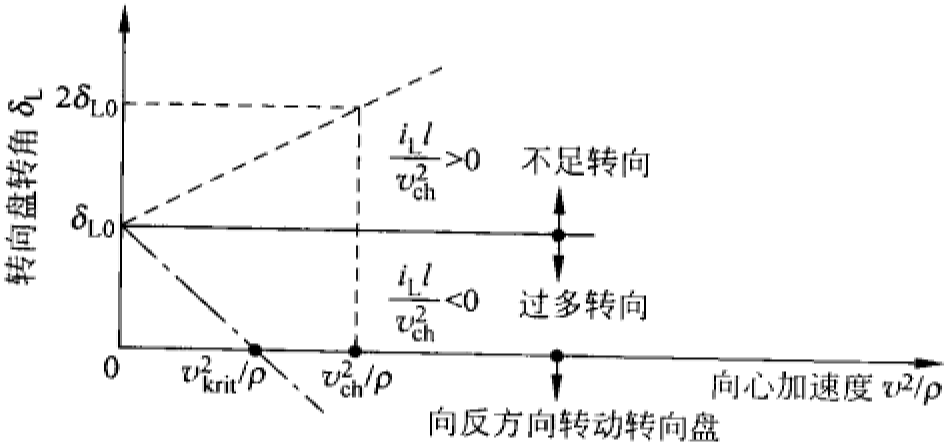


图 109.1 转向盘转角随向心加速度的变化

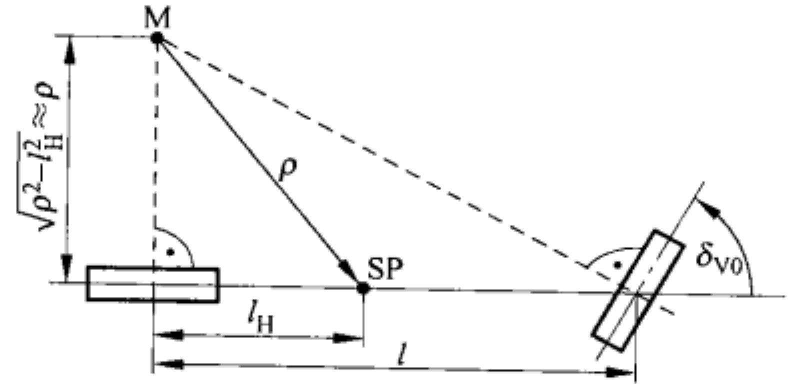


图 109.2 在车速很低时前轮输入 δ_{V0}，曲率半径 ρ 和轴距 l 之间的关系

$$\rho = \frac{i_L l}{\delta_{L0}}$$

这与式(109.6)是一致的。

现在车辆在圆周上开始加速，这时式(109.5)中 v^2/ρ 前面的因数就决定了：驾驶员应该如何转向，才能保持圆周行驶的半径不变。如果因数是正的，因而图109.1中的斜率也是正的，那么随着车速增加，驾驶员必须加大转向盘的输入。这种情况在后面将定义为“不足转向”，见式(110.6a)。而在达到“特征车速”v_{ch}时，转向盘输入正好是静态输入的2倍，即 $2\delta_{L0}$。v_{ch}^2 按表109.1中式(109.7a)来定义。

在图109.3(a)上测试结果证实了随 v^2/ρ 增加，δ_L 正比例上升的结论[16]。当然只是在 v^2/ρ 从 0～4 m/s² 左右的范围内，从108.4节可知，在这一范围内，对干燥路面上的圆周行驶而言，线性理论是有效的。从试验结果我们还知道，两倍的转向盘静态输入 $2\delta_{L0}$，在这里差不多等于60°，已经超出线性范围。这就意味着，前面所说的 $2\delta_{L0}$ 和 v_{ch} 的对应关系只是在有限情况下才是成立的。因此，我们不把 v_{ch} 作为一个重要概念来介绍，而在更多的情况下是把它作为简化书写工作量的一种缩写来对待。

---

〔16〕 这5部车与大部分轿车一样，具有不足转向特性，见110.1节。

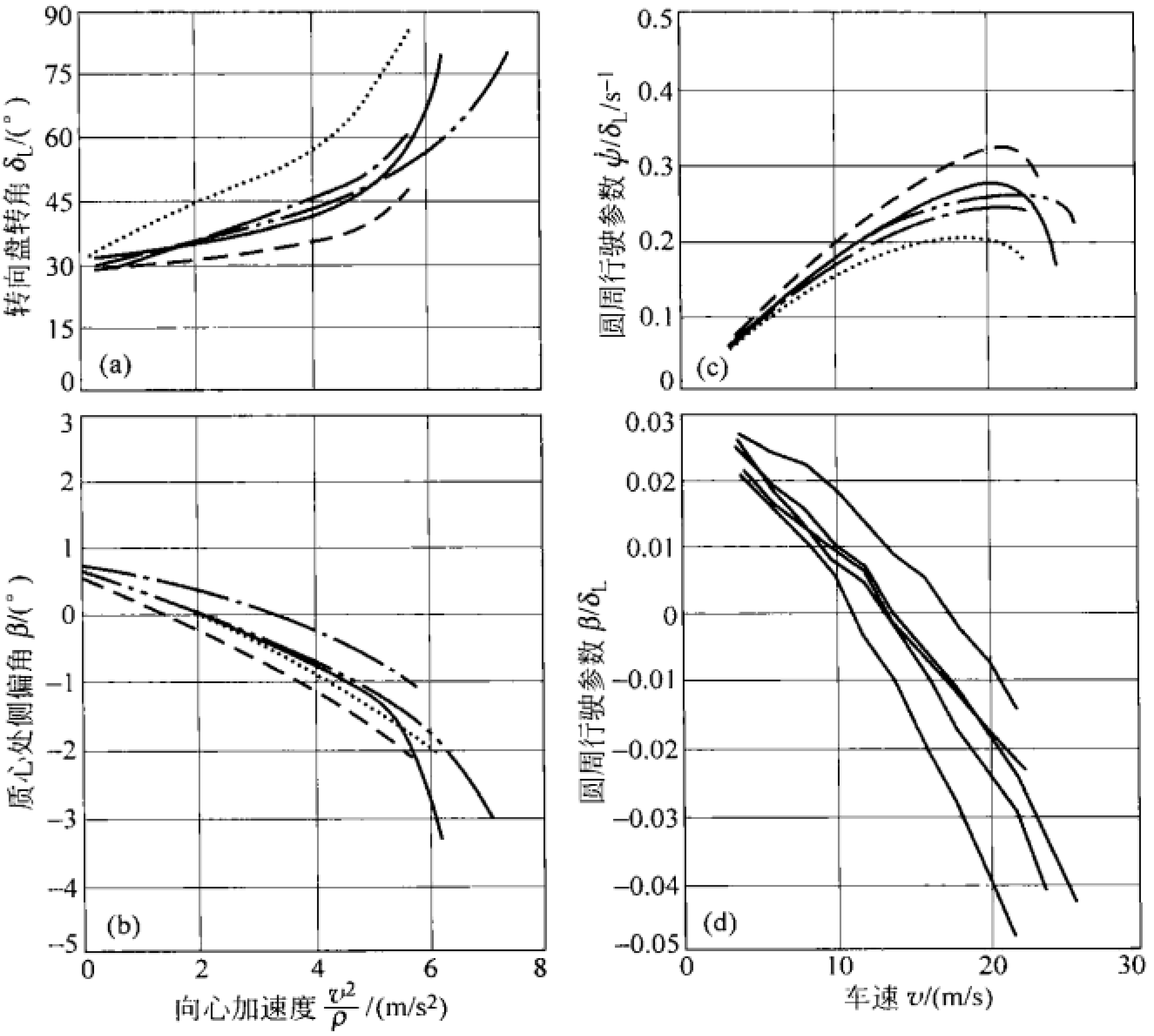


图 109.3　5 部前驱动轿车($m\approx1000$ kg)的圆周行驶试验数据，干燥路面，半径 $\rho=100$ m，布伦瑞克工业大学车辆研究所

如果式(109.5)中 v^2/ρ 的因数是负的(即 $v_{ch}^2<0$)，因而图 109.1 中的斜率也是负的，这时随着向心加速度增加，驾驶员必须减小转向盘转角。这种情况被称为“过多转向”，见式(110.6b)。达到“极限车速”v_{krit}时，转向盘转角为零。这里，极限车速

$$v_{krit}^2=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2}{m(c'_{\alpha_V}l_V-c_{\alpha_H}l_H)} \tag{109.18}$$

如果车速还可能继续增加，那么驾驶员必须反向转动转向盘(例如在向右转弯时，要把转向盘向左转)。

$v_{ch}^2<0$ 意味着 v_{ch}是虚数，正如第 112 节所证明的，这是一部不稳定的车辆。

109.2　前轮输入，侧偏角

转向盘输入角 δ_L 与前轮输入角 δ_V 之间差别在于转向系统传动比 i_L 和转向系统刚度 C_L，参看第 106 节。从表 109.1 的式(109.5a)和式(109.9)上看，$\delta_L^*=\delta_L/i_L$ 与 δ_V 之间的判别很简单，就在于 c'_{α_V} 和 c_{α_V}，也就是说，对 δ_L^* 来讲要考虑轮胎侧偏刚度和转向系统的刚度，而对 δ_V 来说只需考虑轮胎侧偏刚度。

这一点对于微分方程组(107.13)和(107.14)也是有效的。如果把 $\delta_L^* = \delta_L / i_L$ 写成 δ_V，那么必须用 c_{α_V} 取代 c'_{α_V}。从形式上看，两者差别很小，但从车辆技术上看差别是相当大的！

和 δ_L 一样，按照式(109.9)δ_V 也是随 v^2/ρ 而线性变化。当 $v^2/\rho = 0$ 时，前轮输入

$$\delta_V(v^2/\rho = 0) = \delta_{V0} = l/\rho \tag{109.10}$$

称为阿克曼角[17]，参看表 109.1 中的式(109.10)。

常用的 δ_V 和侧偏角 α_V、α_H 之间的关系可以由图 109.4(是图 107.2 的细化)导出。从大的三角形，通过

$$\rho = l\,\frac{\sin[90° - (\delta_V - \alpha_V)]}{\sin[\delta_V - (\alpha_V - \alpha_H)]} \approx \frac{l}{\delta_V - (\alpha_V - \alpha_H)}$$

得到前轮输入

$$\delta_V = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) \tag{109.19}$$

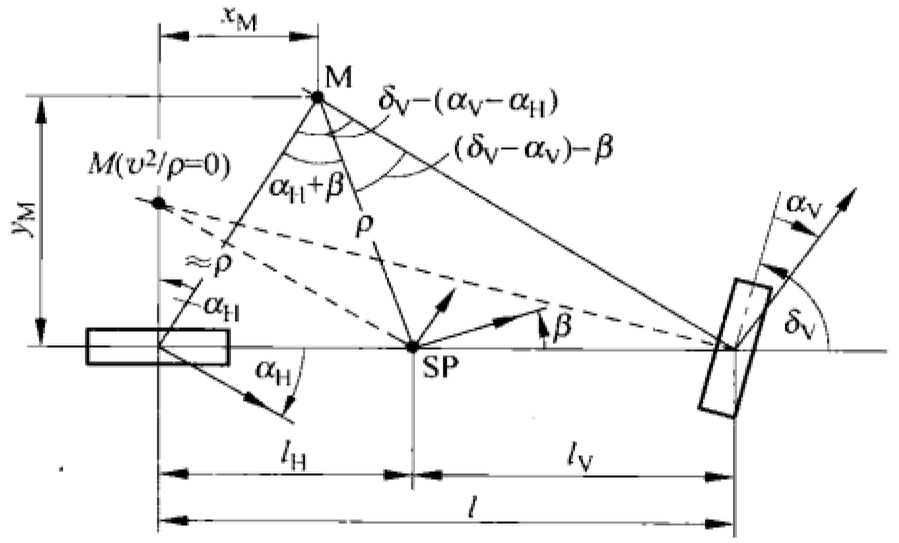


图 109.4　用以说明角度之间关系的单轨模型简图

式(109.19)说明，当 $v^2/\rho > 0$，半径 ρ 不仅与轴距 l 和前轮输入 δ_V 有关，而且还与侧偏角的差 $\alpha_V - \alpha_H$ 有关。在 δ_V 不变的情况下，按照 $\alpha_V - \alpha_H$ 的符号不同，半径 ρ 可以大于或小于 $v^2/\rho = 0$ 时的 ρ 值。

侧偏角的差 $\alpha_V - \alpha_H$ 可通过式(107.5)算出

$$\alpha_V = \frac{F_{yV}}{c_{\alpha_V}} = \frac{1}{c_{\alpha_V}}\frac{l_H}{l}m\frac{v^2}{\rho} \tag{109.20}$$

$$\alpha_H = \frac{F_{yH}}{c_{\alpha_H}} = \frac{1}{c_{\alpha_H}}\frac{l_V}{l}m\frac{v^2}{\rho} \tag{109.21}$$

即得到

$$\alpha_V - \alpha_H = \frac{c_{\alpha_H} l_H - c_{\alpha_V} l_V}{c_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l} m \frac{v^2}{\rho} \tag{109.22}$$

---

[17] Ackermann 是英国的一个汽车制造师，1917 年为慕尼黑的 Lankensperger 工作，他发明了车辆转向装置，并且申请了英国专利。

这个与表 109.1 中式(109.9)的第二个相加项相对应。

109.3 质心处的侧偏角

在表 109.1 中，与质心处侧偏角 β 有关的算式和曲线都是作为向心加速度 v^2/ρ 的函数来处理的。$v^2/\rho=0$ 时定义为正的，随着向心加速度的增加，先是减小到零，继而又成为负的。图 109.3(b)中的试验结果证明了这种线性下降的趋势，当然也还是在 0～4 m/s^2 的线性范围内(在干燥的路面上)。

根据式(109.11b)，β 只与后轴相对侧偏刚度 c_{α_H}/F_{zH} 有关，而与前轮和转向系统的数据无关。这一点也可从图 109.4 中左边小三角形，通过

$$\rho = l_H \frac{\sin(90^\circ-\beta)}{\sin(\alpha_H+\beta)} \approx \frac{l_H}{\alpha_H+\beta}$$

得到

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H = \beta_0 - \alpha_H \qquad (109.23)$$

所以 β 只随后轴的侧偏角 α_H 而变化。

109.4 在圆周中车辆的位置

圆心 M 相对于车辆后轴的位置，可从图 109.4 求出：

$$y_M \approx \rho\cos\alpha_H \approx \rho \qquad (109.24)$$

$$x_M \approx \rho\sin\alpha_H \approx \rho\alpha_H = \rho\frac{F_{yH}}{c_{\alpha_H}} = \frac{m}{c_{\alpha_H}}\frac{l_V}{l}v^2 \qquad (109.25)$$

当角较小，即 ρ 相对于轴距 l 很大时(也就是在线性化模型中)y_M 约等于 ρ。在车辆纵轴线方向，M 的位置 x_M 则与 ρ 无关！

109.5 转向盘力矩

按照表 109.1 中的式(109.13)，M_L 与 v^2/ρ 成线性关系。它的大小由前轴侧向力 $F_{yV}=(l_H/l)mv^2/\rho$，轮胎拖距和主销前指之和 n_V，转向系统传动比 i_L 以及转向助力系数 V_L 决定。

109.6 圆周行驶参数

就像第 109 节开始时所讲的，圆周行驶参数，如 $\dot{\psi}/\delta_L$，β/δ_L 等只与车速 v 有关，而与圆周半径 ρ 无关，表达式见表 109.2。

先说明最常用的圆周行驶参数——相对于转向盘输入角 δ_L 的横摆角速度 $\dot{\psi}$ 在

v_{ch}^2值分别为正和负时的曲线如图 109.5 所示。如 $v_{ch}^2<0$，当达到式(109.18)定义的极限车速 v_{krit}时，$\dot{\psi}/\delta_L$ 等于无穷大；如 $v_{ch}^2>0$，达到表 109.1 中式(109.7)定义的特征车速 v_{ch}时，$\dot{\psi}/\delta_L$ 取得最大值。这些理论曲线的走向在图 109.3(c)的测量曲线中已经看到过。

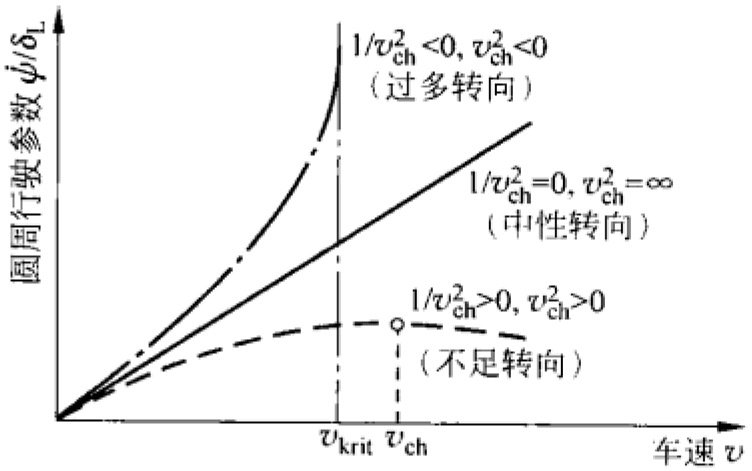


图 109.5 当 v_{ch}值分别为实数、虚数和无穷大时，圆周行驶参数 $\dot{\psi}/\delta_L$ 随车速 v 变化的简图

我们几乎只对 $v_{ch}^2>0$ 的情况感兴趣，下面把这种情况称之为不足转向的转向特性。如果 i_L、l 和 v_{ch}已知，我们可以很快确定 $\dot{\psi}/\delta_L=f(v)$的走向，参看表 109.2 中上面的曲线。转向系统传动比 i_L 和轴距 l(两者都很容易确定，通常是已知的)乘积的倒数就是曲线在原点的斜率。而 $\dot{\psi}/\delta_L$ 的最大值则位于以上斜率之半为斜率的直线上。

反过来，如果已知 i_L、l，可以通过称重获得 m，那么即可从测量所得的 $\dot{\psi}/\delta_L$ 曲线近似地求得轮胎侧偏刚度 c_α 和转向系统刚度 C_L，而这两个参数在试验台上试验时比较难以确定。

不足转向车辆的圆周行驶参数曲线的渐近线和 v_{ch}对应的斜率可由表 109.2 查到。$\ddot{y}/\delta_L$ 和 M_L/δ_L 是互相成比例的。β/δ_L 的测量曲线在图 109.3(d)中也给出了。

110 车辆客观特征值，主观陈述

稳态圆周行驶的试验过程[18,19]，一般是车辆以车速 v 在给定半径，即 $\rho=\text{const}$ 的圆周上行驶。车速逐级增加：开始以很低的速度，离心力接近于零；继而车速增加，一直提高到在稳态条件下所能达到的最大向心加速度为止。试验中测量转向盘转角、侧向加速度，还附加推荐测量质心处侧偏角、横摆角速度、转向盘力矩和侧倾角。上述有些参数的测试值汇总在图 109.3 和图 110.2 上。

从试验结果可以计算出很多特征参数，再与主观印象进行比较后，就可以用来表征稳态操稳性的好坏。稳态操稳性的好坏有多种定义方法，这一方面是由于人的感

〔18〕 Passenger Cars—Steady-state Circular Driving Behaviour— Open-Loop Test Procedure. ISO 4138: 1996 (E).

〔19〕 Rompe, K.; Heißing, B.: Objektive Testverfahren für die Fahreigenschafen von Kraftfahrzeugen—Quer-und Längsdynamik. Hrsg.: Mitschke, M.; Frederich, F. Köln: Verlag TÜV Rheinlang 1984.

觉的复杂性；另一方面也是因为试验结果与主观评价之间存在着不确定的关系。其中只有部分定义可以按线性理论来理解。也就是说，按照 108.4 节所说，在干燥路面上侧向加速度低于 0.4g 时才是适用的。

下面将要讨论一些特征参数，确定它们变化曲线的线性范围，并与第 109 节的线性理论的结果进行比较。

110.1 不足转向与过多转向

不足转向和过多转向是人所熟知的概念，在圆周行驶试验的基础上可以用它来描述行驶动力学性能（虽然在涉及瞬态行驶特性时也在口头上说不足转向或过多转向，但这两个概念只适用于稳态圆周行驶）。

在标准中[20,21]，列有各种特征参数，但它们的陈述几乎相同，如表 110.1 所列。在第 2 栏中是标准所给出的表达式；而第 3 栏是简化表达式，只适用于半径 ρ 为定值时。

表 110.1 不足转向和过多转向的各种定义

定义		当 ρ=const 即 δ_{L0}=const 时	按照线性理论
转向盘转角梯度	$=\dfrac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (110.1a)		$=\dfrac{i_L l}{v_{ch}^2}$ (110.1b)
不足转向/过多转向梯度	$=\dfrac{1}{i_L}\dfrac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}$ (110.2a)	$=\dfrac{1}{i_L}\dfrac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (110.2b)	$=\dfrac{1}{v_{ch}^2}$ (110.2c)
固有转向系数	$=\dfrac{1}{i_L l}\dfrac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}$ (110.3a)	$=\dfrac{1}{i_L l}\dfrac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (110.3b)	$=\dfrac{1}{v_{ch}^2}$ (110.3c)
转向灵敏度	$=\dfrac{d(1/\rho)}{d\delta_L}$ $=\dfrac{1}{v^2}\dfrac{1}{d\delta_L/d(v^2/\rho)}$ (110.4a)		$=\dfrac{v_{ch}^2}{i_L l}\dfrac{1}{v^2}$ (110.4b)
	或转向灵敏度[22] $=\dfrac{d(v^2/\rho)}{d\delta_L}$ $=\dfrac{1}{d\delta_L/d(v^2/\rho)}$ (110.5a)		$=\dfrac{v_{ch}^2}{i_L l}$ (110.5b)

1～3 栏是一般情况，第 4 栏是线性范围内的特殊情况。

〔20〕 见参考文献 18。

〔21〕 Straβenfahrzeuge, Begriffe der Fahrdynamik. DIN 70000: 1994-01 und Road Vehicles-Vehicle Dynamics and Road Holding Ability—Vocabulary, ISO 8855, 1991.

〔22〕 见前一个参考文献。

我们定义，不足转向特性是

$$\frac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}>0 \tag{110.6a}$$

显然，这就意味着：我们慢慢提高车速 v，因而向心加速度 v^2/ρ 也随之增大，这时转向盘输入 δ_L 必须相应增加，才能使车辆保持在给定的半径为 ρ 的圆周上行驶。假如驾驶员不这样做，车辆就会沿着较大的半径行驶，也就是说显得它们**不足转向**（英语为 to understeer）。

反之，过多转向是

$$\frac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}<0 \tag{110.6b}$$

这时，驾驶员必须减小转向盘输入，以保持圆周半径不变。如果转向盘转角保持一定，那么车辆就会沿较小的半径的圆周行驶，即车辆是**过多转向**（英语为 to oversteer）。

两者之间的界限称为**中性转向**

$$\frac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}=0 \tag{110.6c}$$

（这是稳定性极限，参看第 112 节）。

用图 110.1 可以解释所有三种概念。假定一部发动机后置，后驱动的轿车在冰面上沿半径为 ρ 的圆周行驶。随着向心加速度 v^2/ρ 的增大，转向盘输入 δ_L 开始线性增加，随后非线性增加，最后又下降。在达到最大值之前，车辆是不足转向；在最大值时是中性转向；而后是过多转向。

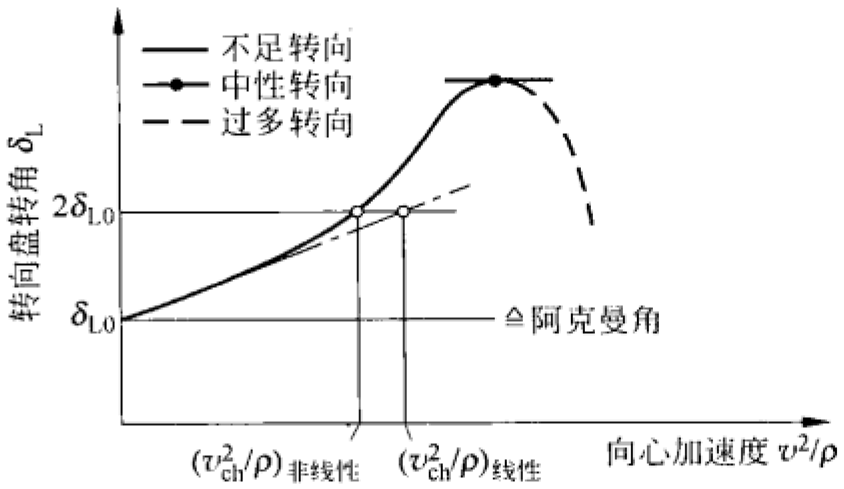


图 110.1　在半径不变的圆周行驶时的不足转向和过多转向的定义

在图 110.2 中表示的是 25 部轿车测试数据的范围（而不是图 109.3(a) 上的 5 部轿车）。可见，不仅在侧向加速度较小是不足转向，而且在干燥路面上达到相当高的侧向加速度时，特性也还是不足转向。另外，所有车辆的曲线都集中在相对来讲比较窄的范围内。

由此，我们可以得出结论：当车辆是不足转向时，并且曲线落在上述所给出的范围内时，车辆的圆周行驶性能可以认为是好的，至少是不坏的（见表 110.2 中的特性参数数据）。

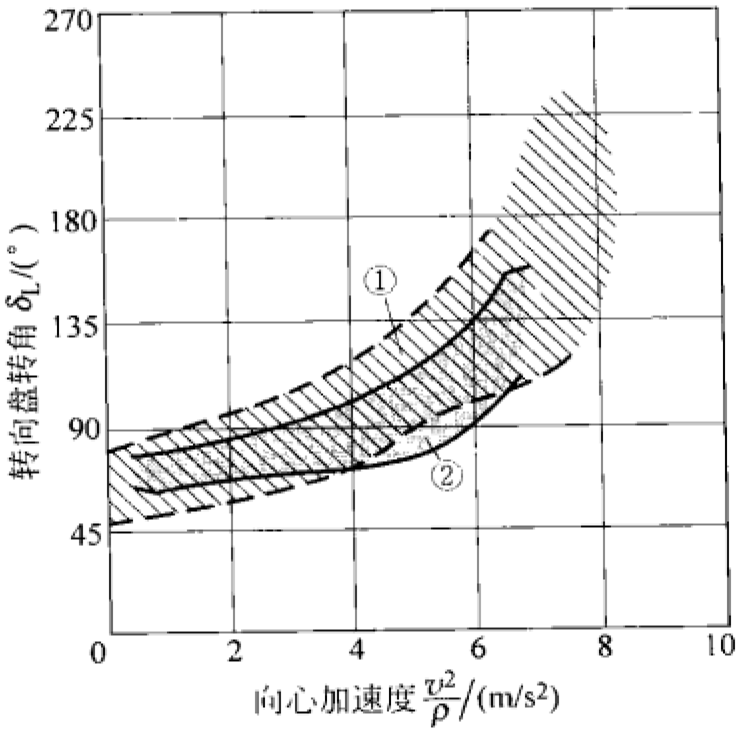


图 110.2 干燥路面上，ρ=40 m 时，圆周行驶试验的结果

① 15 部车辆数据（出自 Rompe/Heißing[23]）；② 10 部轿车，布伦瑞克工业大学车辆技术研究所 1984/1985 年试验数据

表 110.2 中给出的特性参数数据是在圆周上行驶，并且在线性范围内计算的结果，涉及的转向盘转角梯度、不足转向梯度和固有转向系数通过表 110.1 最后一列的表达式得到，并且由表达式可知它们与特征速度的平方 v_{ch}^2 成反比，而车辆特征速度和相关参数通过表 109.1 中的式(109.7b)和式(109.8)得到。

表 110.2 用以描写线性范围内圆周行驶特性的特征参数值

（作者和其他试验结果汇总）

特性参数	单位	车种					
		前驱动轿车	标准驱动轿车	后驱动轿车	全轮驱动轿车	旅行车	货车
转向盘转角梯度 $\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	$\frac{(°)}{m/s^2}$	2.3～7.8 (车例数 9)	2.5～7.3 (6)	6.3 (1)	5.3 (1)	11.0 (1)	10.4～20.3 (4)
不足转向/过多转向梯度 $\frac{1}{i_L}\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	$\frac{(°)}{m/s^2}$	(11～40)×10^{-2} (14)	(15～52)×10^{-2} (9)	(21～34)×10^{-2} (2)	13.3×10^{-2} (1)	(13～53)×10^{-2} (4)	(28～55)×10^{-2} (4)
固有转向系数 $\frac{l}{i_L l}\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$	$\frac{(°)}{m/s^2}$	(5～18)×10^{-2} (14)	(5～16)×10^{-2} (9)	(9～15)×10^{-2} (1)	5.3×10^{-2} (1)	(5～22)×10^{-2} (4)	(6～11)×10^{-2} (4)
特征车速 v_{ch}	m/s (km/h)	18～35 (65～124)	19～31 (68～112)	20～25 (70～90)	21.7 (78)	16.7 (60)	20～32 (70～100)

〔23〕 见参考文献 19。

以往人们用 $\alpha_V-\alpha_H>0$ 作为不足转向的标志；而用 $\alpha_V-\alpha_H<0$ 作为过多转向的标志。这种区分方法是按照式(110.13)，在车轮输入 δ_V 基础上确定的[24]。今天这种方法已经失去价值，因为驾驶员不能直接操纵前轮，而只能操纵转向盘。前轮输入 δ_V 和转向盘输入 δ_L 之间的关系正如式(107.5)所表示的，除了转向系统传动比 i_L 之外，还受到转向系统刚度 C_L 的影响。

110.2 质心处侧偏角梯度，转向盘转角-质心处侧偏角梯度

尽管质心处侧偏角 β 如图 109.3(b)的试验结果所示只有几度，在正常行驶范围内变化只有几分。并且从测试技术上讲，β 难以测准。但是 β 对驾驶员感觉来讲仍然是一个重要参数。

既然质心处侧偏角实际上是一个重要参数，因而车辆纵轴线与车速方向之间的差别对驾驶员来说是一个重要信息，那么我们就不应该采用质心处侧偏角 β，而应该像图 110.3 所示的那样，采用驾驶员处的侧偏角 β_{Fa}。由式(109.23)可以求得：

$$\beta_{Fa}=\frac{l/2+l_S}{\rho}-\alpha_H=\frac{l/2+l_S}{\rho}-\frac{ml_V}{c_{\alpha_H}l}\frac{v^2}{\rho}=\frac{l/2+l_S}{\rho}-\frac{F_{zH}}{c_{\alpha_H}}\frac{v^2}{\rho g} \tag{110.7}$$

轿车的质心或驾驶员都几乎位于轴距中点，即

$$\beta\approx\beta_{Fa} \tag{110.7a}$$

在讨论质心处侧偏角绝对值的同时，人们也引入了相关的量，比如前一节常用的“梯度”的概念。在表 110.3 中给出了线性范围内各个量的数学表达式以及测量结果。

其客观特征值与主观陈述之间的关系总结如下：

- 驾驶员处侧偏角 β_{Fa}(见式(110.7))应尽可能小。这个主观的陈述人们经常可以看到，但是在实际中很少能通过测量技术进行证明。[25] 对于四轮转向汽车，即附加了后轮转向的汽车，经常要求 $\beta=0$[26]；
- 质心处侧偏角梯度(见表 110.3 中式(110.8)) $d\beta/d(v^2/\rho)$ 应尽可能小(准确地说是绝对值)；
- 转向盘转角-质心处侧偏角梯度(见表 110.3 中式(110.9)) $d\delta_L/d\beta$ 与驾驶员感受之间只有很小的联系。

现在分析一下上述这些要求在车辆技术上实现的可能性：β_{Fa} 应该小些。就意味着，首先，$\beta_{Fa}(v^2/\rho=0)=(l/2+l_S)/\rho$ 应该小些。这个角不仅取决于 ρ，而且还与后轴的位置 $l/2+l_S$ 有关。而后者在较大的车辆上要比较小的车辆上大些，因此，从车辆技术角度来看 β_{Fa} 是不好控制的(至少在前轮转向时是如此，在全轮转向时另当别论)。

---

[24] Olley, M.: National Influences on American Passenger Car, Design. Proc. Inst. Aut. Engrs Vol. XXXII 1938.

[25] Bergmann, W.: Considerations in Determining Vehicle Handling Requirements. SAE-Paper 690 234 (1969).

[26] Irle, N.; Shibahata, Y.; Ito, H.; Uno, T.: Hicas—Improvement of Vehicle Stability and Controllability by Rear Suspension Steering Characteristics. SAE-865114.

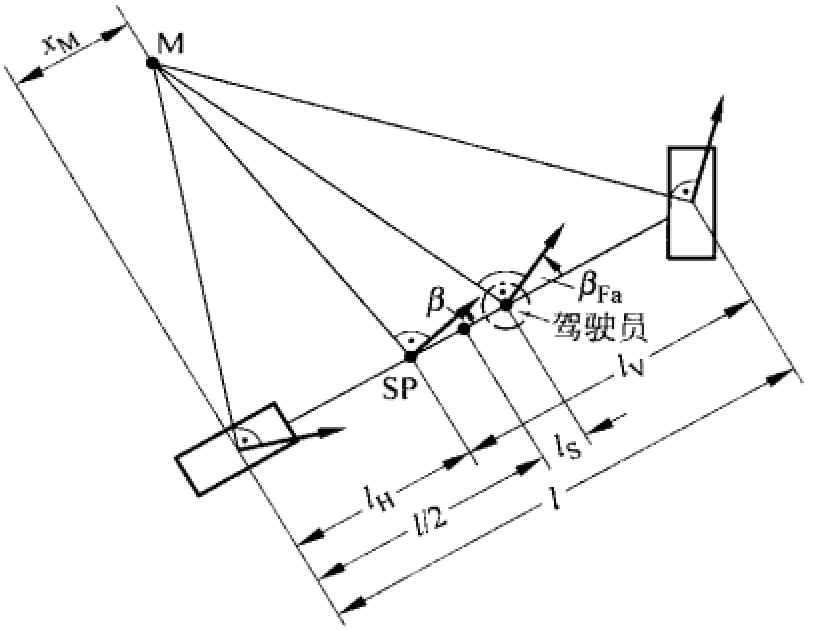


图 110.3 用于计算驾驶员处侧偏角 β_{Fa} 的简图（与图 107.2 比较。l_S 的定义参看 B 篇第 79 节）

表 110.3 对质心处侧偏角的各项要求及其相应的线性表达式，第二列为线性范围内的表达式，第三列为测量结果

定义	由线性理论得到的表达式	测量值
质心处侧偏角梯度 β_{Fa}	$=\frac{l/2+l_S}{\rho}-\frac{ml_V}{c_{\alpha_H}l}\frac{v^2}{\rho}$ 见(110.7) $=\frac{l/2+l_S}{\rho}-\frac{F_{zH}}{c_{\alpha H}}\frac{v^2}{\rho g}$	
质心处侧偏角梯度 $\frac{d\beta}{d(v^2/\rho)}$	$=-\frac{ml_V}{c_{\alpha_H}l}=-\frac{1}{g}\frac{F_{zH}}{c_{\alpha_H}}$ (110.8)	$0.23\sim0.48\ \frac{Grad}{m/s^2}$
转向盘转角-质心处侧偏角梯度 $\frac{d\delta_L}{d\beta}$	$=\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}\frac{d(v^2/\rho)}{d\beta}=-\frac{i_L l}{v_{ch}^2}\frac{c_{\alpha_H}l}{ml_V}=-\frac{i_L l}{v_{ch}^2}g\frac{c_{\alpha_H}}{F_{zH}}$ (110.9)	$4.9\sim19.8$
转向保持系数 $\frac{1}{i_L l}\frac{d\delta_L}{d\beta}$	$=-\frac{1}{v_{ch}^2}\frac{c_{\alpha_H}l}{ml_V}=-\frac{1}{v_{ch}^2}g\frac{c_{\alpha_H}}{F_{zH}}$ (110.10)	$0.10\sim0.39\ \frac{1}{m}$

布伦瑞克工业大学车辆技术研究所测试：5 部轿车，前驱动，试验时质量≈1150 kg，轴距≈2.5 m，质心位置 $l_V/l\approx0.5$，$i_L\approx20$，干燥路面，$\rho=100$ m。

质心处侧偏角梯度绝对值要求小些。按表 110.3 中的式(110.8)可以通过增大 c_{α_H}/F_{zH} 才能达到，也就是后轮的轮胎刚度要大些。

由表 110.3 中的式(110.9)，把它除以 i_L，即可得到：

$$\frac{1}{i_L}\frac{d\delta_L}{d\beta}=-\frac{l}{v_{ch}^2}\frac{c_{\alpha_H}l}{ml_V}=-\frac{gl}{v_{ch}^2}\frac{c_{\alpha_H}}{F_{zH}}$$

把式(110.8)代入，就有

$$\frac{1}{i_L}\frac{d\delta_L}{d\beta}=-\frac{1-SQ}{SQ}=1-\frac{1}{SQ} \qquad (110.11)$$

除以 i_L 的转向盘转角-质心处侧偏角梯度不仅仅取决于后轴的轮胎相对侧偏刚度。

110.3 转向盘力矩

转向盘力矩 M_L，确切地说是手施加的力，由于体力的原因不能太大（特别在停车场内调车时，这一点是很重要的）。而在高速时为保持路感，又不能太小（由此引出了转向助力系数应是可变的转向助力器）。

在圆周行驶时，相应地定义另外一个参数：转向盘力矩-侧向加速度梯度

$$\frac{dM_L}{d(v^2/\rho)} \tag{110.12}$$

在图 110.4 中汇总了一些文献的数据。梯度不能低于 15 N·m/g[29]，以免行驶情况的信息（所谓 haptischer，即路感）太小。也不能大于图 110.4 上给出的区域上限，否则，驾驶员在换道行驶和快速驶入曲线车道时会发生困难[30]。

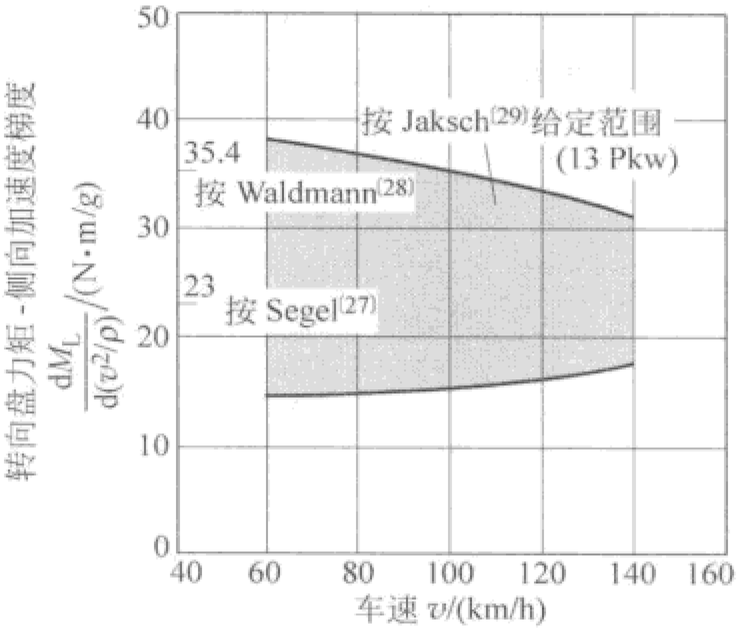


图 110.4 有关文献给出的在干燥路面上的转向盘力矩-侧向加速度梯度[27,28]

在线性范围内，可把式(109.13)代入式(110.12)：

$$\frac{dM_L}{d(v^2/\rho)} = \frac{m n_V l_H}{i_L V_L l} = \frac{1}{g}\,\frac{1}{i_L V_L} F_{zV} n_V \tag{110.12a}$$

这一梯度仅仅取决于转向系统传动比 i_L、转向助力系数 V_L、前轴静态轴荷 F_{zV} 以及轮胎拖距与主销前指之和 n_V；而不像前面所讨论的参数那样，还与轮胎侧偏刚度和转向系统刚度有关。

---

[27] Segel, L.: The Variable Stability Automobile Concept and Design. SAE-Paper 275 (1965), S. 1-10.

[28] Waldmann, D.: Untersuchungen zum Lenkverhalten von Kraftfahrzeugen, Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik. Heft 218 (1971).

[29] Jaksch, F. O.: Vehicle Parameter Influence on Steering Control Characteristics. International Journal of Vehicle Design, 1983, S. 171-194.

[30] Jaksch, F. O.: The Steering Characteristics of the Volvo Concept Car VIII. ESV-Conference, Wolfsburg, Oktober 1980.

111 车辆参数对圆周行驶特性的影响

上面两节中导出的函数和特征参数在这一节里将要举例加以说明，并阐明车辆各个参数对圆周行驶特性的作用。在表 111.1 中列写了它们的绝对值，还按照表 110.1 把重要的相对参数数值也一并给出。轮胎和转向系统参数分别取自图 8.7 和表 106.1。因为整个第 XVIII 章里仅仅涉及线性范围，所以本节的阐述也不超出线性范围。在图 111.1 中汇总了全部结果。

表 111.1 所用车辆数据。轴距 $l=2.5$ m，转向系统传动比 $i_L=19$，转向助力系数 $V_L=1$，相对惯性半径 $i/l=0.46$（$J_z=mi^2$）

车辆	质量 m kg	质心位置 l_V/l 1	侧偏刚度 前轴 $c_{\alpha V}$ N/rad	侧偏刚度 后轴 $c_{\alpha H}$ N/rad	轮胎拖距与主销前指之和 n_V m	转向系统刚度 C_L N·m/rad	$\frac{c_{\alpha V}}{F_{zV}}$ 1/rad	$\frac{c_{\alpha H}}{F_{zH}}$ 1/rad	$\frac{c'_{\alpha V}}{F_{zV}}$ 1/rad	SQ 1	v_{ch} m/s
1	1000	0.5	50 000	50 000	0.06	10 000	10	10	7.69	0.769	29
2	1000	0.5	75 000	75 000	0.06	10 000	15	15	10.34	0.690	29
3	1000	0.5	25 000	25 000	0.06	10 000	5	5	4.35	0.870	29
4	1000	0.5	50 000	50 000	0.04	20 000	10	10	9.09	0.909	50
5	1000	0.5	50 000	50 000	0.08	5000	10	10	5.56	0.556	18
6	1000	0.6	45 000	55 000	0.06	10 000	11.25	9.17	8.86	0.966	81
7	1000	0.4	55 000	45 000	0.06	10 000	9.17	11.25	6.89	0.613	21
8	1400	0.6	50 000	50 000	0.06	10 000	8.93	5.95	6.86	1.154	虚数[a]

a) $v_{kYit}=33.4$ m/s。

111.1 用于计算的基本模型

首先讨论表 111.1 中的车辆 1，其质心在轴距中点，四轮装用相同轮胎。在图 111.1 中的曲线 I(a)到(e)表示各个参数随相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 而变化的情况，并且只画到 $v^2/\rho g=0.3$ 为止。按 109.4 节在干燥路面上这一范围内线性化总是有效的。

由于轴荷和轮胎相同，所以前后轴的侧偏角 $\alpha_V=\alpha_H$，按式(109.20)和式(109.21)计算结果，如图中曲线 I(a)所示，侧偏角小于 2°。参看式(109.23)，可得质心处侧偏角 β 当 $v^2/\rho g=0$ 时为 0.7°，如图中曲线 I(c)所示；而当 $v^2/\rho=1.25$ m/s² 时，$\beta=0°$；$v^2/\rho=3$ m/s² 时，β 约为 −1°。这样得到质心处侧偏角梯度 $d\beta/d(v^2/\rho)=-0.567°/(m/s^2)$，与表 110.3 中所列数值相比，其绝对值偏大。由于前后轴侧偏角相等，所以由式(109.19)可知，前轮输入 δ_V 保持常数，不随向心加速度变化，如曲线 I(b)所示，$\delta_V=1.4°$。参看式(109.5a)，从曲线 I(d)可以看出，转向盘转角输入在 $v^2/\rho g$ 从 0～0.3 之间，从 27°增加到 37°，也就是车辆是不足转向的。转向盘转角梯

度 $d\delta_L/d(v^2/\rho)=3.33°/(m/s^2)$，在表 110.2 给出的范围内。两倍的转向盘转角输入 $2\times27°=54°$，如果假定仍在线性范围内，则将在 $v^2/\rho g\approx0.75$ 时达到，那么相应的特征车速 $v_{ch}\approx29$ m/s。

转向盘转角-质心处侧偏角梯度 $d\delta_L/d\beta=-5.87$，接近表 110.3 中所给范围的下限。当 $v^2/\rho g=0.3$ 时，转向盘力矩 M_L 为 5 N·m。转向盘力矩-侧向加速度梯度 $dM_L/d(v^2/\rho)=16.7$ N·m/g，处于图 110.4 中所给区域的下部。

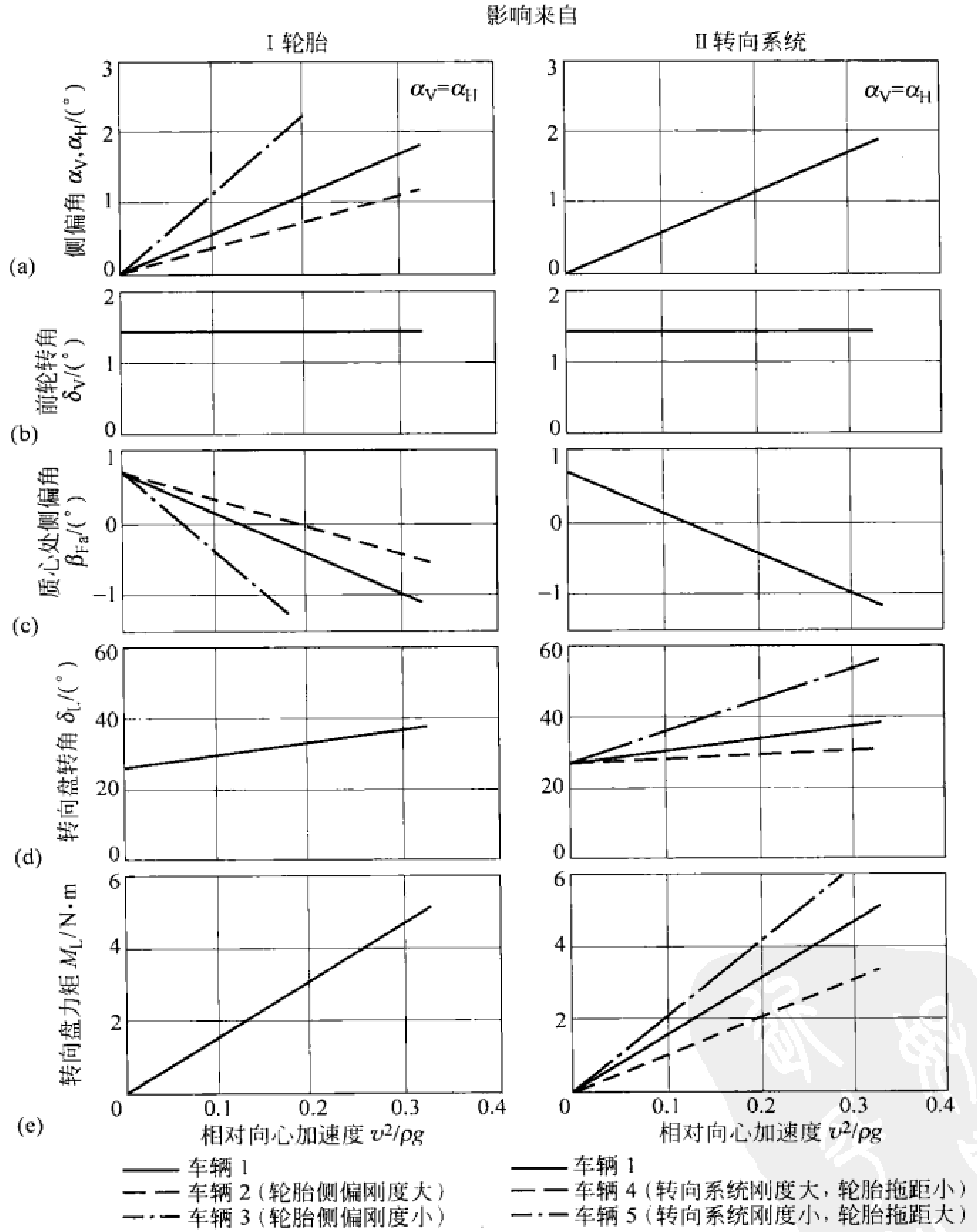


图 111.1 车辆参数对圆周行驶特性的影响

（车辆参数参看表 111.1，圆周半径 $\rho=100$ m）

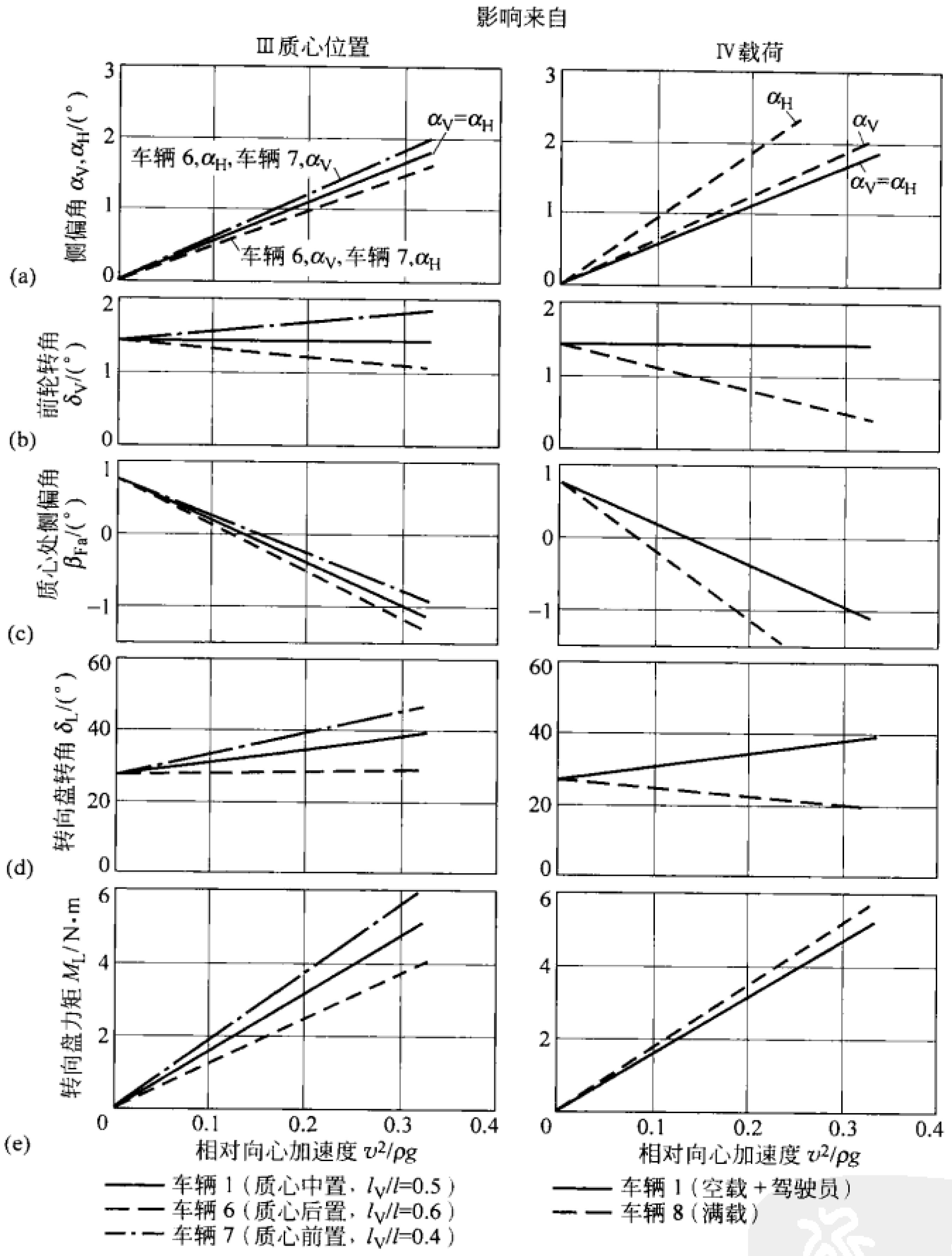


图 111.1（续）

111.2　侧偏刚度的影响，质心处侧偏角的意义

车辆 2 和 3 各轮的侧偏刚度 $c_{\alpha_V}=c_{\alpha_H}$，其大小分别比车辆 1 提高和降低 50%。因此，图 111.1 中曲线 I(a)和 I(c)，即侧偏角 $\alpha_V=\alpha_H$ 和质心处侧偏角 β，发生变化；而前轮输入 δ_V，转向盘输入 δ_L 以及转向盘力矩 M_L，因而特征车速 v_{ch} 和不足转向梯

度的大小不变。

从上述简单的例子可以看出，不能单单用不足转向程度大小作为衡量圆周行驶特性的尺度；而必须同时再用质心处侧偏角一起来评价才行。车辆 2 的轮胎侧偏刚度较大，与车辆 1 相比，其质心处侧偏角梯度绝对值有所降低，$d\beta/d(v^2/\rho)=-0.379°/(m/s^2)$；由于 $d\delta_L/d(v^2/\rho)=3.33°/(m/s^2)$ 保持不变，所以转向盘转角-质心处侧偏角梯度绝对值有所提高，$d\delta_L/d\beta=-8.79$。按照 110.3 节的观点，车辆 2 应该比车辆 1 性能好些。

111.3 转向系统参数的影响

按照表 109.1 中的表达式，对转向盘输入 δ_L 来讲，轮胎拖距和主销前指之和 n_V 与转向系统刚度 C_L 之比 n_V/C_L 是关键性的；而对转向盘力矩 M_L 来讲，只有 n_V 是决定性的。两者表达式中都包含了转向系统传动比 i_L。

车辆 4 与车辆 1 相比，转向系统刚度增加了 100%，同时减小了轮胎拖距与主销前指之和，结果转向盘输入 δ_L 曲线有所下降，如图 111.1 中曲线 II(d)所示。v_{ch} 约为 50 m/s，$d\delta_L/d(v^2/\rho)=1.21°/(m/s^2)$。同时由于 n_V 减小，所以 M_L 也有所下降（曲线 II(e)）。而侧偏角，前轮输入以及质心处侧偏角均不受上述改变的影响。车辆 5 的转向系统较软，δ_L 就较大，$v_{ch}\approx 18$ m/s，$d\delta_L/d(v^2/\rho)=8.47°/(m/s^2)$，同时由于 n_V 增加，因而 M_L 也有所增大。

假如保持 n_V 不变，只改变 C_L，那么对转向盘输入起作用，也就是对不足转向的趋势起作用；而对转向盘力矩 M_L 不起作用。反之，只改变 n_V，而保持 n_V/C_L 不变，则只有转向盘力矩的大小随之改变。

所以，除了转向盘输入和质心处侧偏角及其有关的特征参数外（参看 110.1 节和 110.2 节），还必须引进第三个评价参数，即驾驶员在转向盘上施加的力矩，来评价操纵特性。关于这方面应考虑的观点在 110.3 节中已经讨论过了。

111.4 质心位置的影响

为了与前面所讨论的质心中置的车辆（$l_V/l=0.5$）进行比较，我们要考察前重（$l_V/l=0.4$）和后重（$l_V/l=0.6$）的车辆。质心的移动引起轴荷的改变，因而侧偏刚度也随之改变。但在轮胎尺寸和轮胎气压相同时，侧偏刚度的改变与轴荷改变并不成比例。按照经验，轮荷增加 10%，c_α 值只上升约 5%；反之则相应下降约 5%。

所以轮荷较大的车轴其侧偏角较大，如图 110.1 中曲线 III(a)所示，即后重时，$\alpha_H>\alpha_V$；前重时，$\alpha_V>\alpha_H$。因而后重时，侧偏角之差 $\alpha_V-\alpha_H$ 为负值，前轮输入 δ_V 随侧向加速度的增加而减小，转向盘输入 δ_L 则增加，但是增加幅度与转向系弹性有关，如 III(b)所示。由于转向系统刚度的作用，在后重车辆上随着向心加速度的增加，转向盘输入 δ_V 仍然上升，也就是说车辆这时仍是轻微不足转向的；对于前重的车辆，δ_V

随 $v^2/\rho g$ 上升的幅度大于质心中置的车辆，所以质心中置和前重的车辆则是有较强不足转向趋势的。

在曲线 III(c)中不再像前面那样表示质心处侧偏角 β，而是按照 110.2 节定义的驾驶员处侧偏角 β_{Fa}。假设在车辆 1、6 和 7 中，驾驶员位于同一位置，在轴距中点，那么它们的 $\beta_{Fa}(v^2/\rho=0)$ 是相等的。只是侧偏角随向心加速度的变化情况受到质心位置的影响。在后重车辆上变化最大。

在前重车辆上，由于前轮轮荷较高，所以转向盘力矩最大，参看 III(e)。

总之，质心位置不同的三种车辆具有不同的操纵特性(参看表 111.2)。

表 111.2 特征参数与质心位置的关系

车辆	$\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)}$ (°)/(m/s²)	$\frac{d\beta}{d(v^2/\rho)}$ (°)/(m/s²)	$\frac{d\delta_L}{d\beta}$	M_L/N·m 当 $v^2/\rho=3$ m/s² 时
7 前重	6.05	−0.500	−12.1	5.6
1 质心中置	3.33	−0.567	−5.87	4.7
6 后重	0.61	−0.59	−1.03	3.7

现在我们要问，能否使质心位置不同的三部车辆的操纵性一致？如果前重车辆上前轮轮胎侧偏刚度大些，后轮侧偏刚度小些；在后重车辆上与之相反，那么也许可以做到 $\alpha_V=\alpha_H$，使得曲线 III(a)中它们相应的曲线与质心中置的车辆一致。这样做的结果是，$v^2/\rho g$ 变化时，三种车辆的前轮输入 δ_V 可能会保持常值。如果它们的 i_L 和 $l_H/l \cdot n_V/C_L$ 相同，那么随 $v^2/\rho g$ 增加，转向量输入的增加也会是相同的。这样，三种车辆的不足转向梯度会是一致的。

但与此矛盾的是，转向盘力矩 M_L 会是不一致的。例如，尽管三种车辆转向系统传动比 i_L 以及轮胎拖距与主销前指之和 n_V 都一样，但在前重车辆上前轮侧向力还是大于其他两种车辆，结果转向盘力矩 M_L 大于其他两种车辆。为了减小 M_L，必须或者减小 n_V；或者提高 i_L；或者增加转向助力器的转向助力系数 V_L。但是 n_V 的变化是会影响不足转向梯度的，这又不得不通过转向系统刚度 C_L 来补偿。

要使作为第三个参数的驾驶员处侧偏角梯度一致，只有三种车辆的后轴侧偏角相同才行，而这又是和不足转向梯度一致相矛盾的。

由此可见，质心位置不同的车辆要做到转向盘转角、转向盘力矩以及驾驶员处侧偏角曲线一致，也就是要做到具有相同的操纵特性是不可能的。

111.5 载荷的影响

对圆周行驶来讲十分重要的参数中有三个受到载荷变化的影响，也就是质量 m，

质心位置 l_V/l 以及侧偏刚度 c_{α_V}、c_{α_H}（前重和质心中置的轿车，是前置发动机，行李舱后置的，所以载荷增加时，质心后移。后重轿车是发动机后置，行李舱前置的，所以后排座坐人时，质心后移，而行李舱加载时，质心前移，结果质心位置变化相对小些）。

以质心中置的空载车辆为例来说明载荷对操纵特性的影响。为简单起见，假设侧偏刚度 c_{α_V} 和 c_{α_H} 保持不变（这时轮胎气压与载荷将不匹配或匹配失当）。

从图 111.1 曲线 IV(a)～(e)可见，轮胎侧偏角，侧偏角之差，因而前轮输入 δ_V 以及转向盘输入 δ_L 有了关键性的变化。空载时不足转向的车辆，加载后成为过多转向！为了减小这一变化，轮胎侧偏刚度应该与载荷较好地匹配。

由于后轴侧偏角变化较大，所以质心处侧偏角变化也比较强烈。因为前轴轴荷加载后增加不多，因此，转向盘力矩几乎没有增加。

XVIII.2 瞬态特性

在讨论了稳态圆周行驶（某种程度上可以说是准静态的状况）之后，我们现在可以考察双轴汽车的瞬态特性了。当然还是采用简化的线性单轨模型。数学上先从解齐次方程开始。这要比 B 篇 55.1 节中讨论车辆转动时重要得多，因为在操稳性研究中还可能出现非稳定状况。然后再解非齐次方程组，并导出传递函数/时间函数和频率过程。

从车辆技术上看，是要描述转向角输入时的行驶响应以及侧风干扰时的行驶响应。还要涉及与主观判断的关系。

112 稳定性，固有频率，阻尼

没有侧风扰动时（$k_y=0$），式(107.13)和式(107.14)的齐次方程为

$$mv\dot{\beta}+(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v}=0 \tag{112.1}$$

$$J_z\ddot{\psi}+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v}-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\beta=0 \tag{112.2}$$

设

$$\beta_{\text{hom}}=\underline{\hat{\beta}}e^{\lambda t},\quad \dot{\psi}_{\text{hom}}=\underline{\hat{\dot{\psi}}}e^{\lambda t} \tag{112.3}$$

代入后，得到

$$[mv\lambda+(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})]\underline{\hat{\beta}}+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\underline{\hat{\dot{\psi}}}}{v}=0$$

$$-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\underline{\hat{\beta}}+[vJ_z\lambda+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)]\frac{\underline{\hat{\dot{\psi}}}}{v}=0$$

缩写为

$$a_1\underline{\hat{\dot{\psi}}}+b_1\underline{\hat{\beta}}=0$$

$$a_2\underline{\hat{\psi}}+b_2\underline{\hat{\beta}}=0$$

按照特征行列式，例如$\underline{\hat{\psi}}$可由下式求得：

$$\underline{\hat{\psi}}=\frac{\begin{vmatrix}0 & b_1\\0 & b_2\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\a_2 & b_2\end{vmatrix}}$$

因为分子行列式 $0b_2-0b_1=0$，所以只有当分母行列式

$$a_1b_2-a_2b_1=0$$

时才能有解。

由此得到所谓特征方程

$$\lambda^2+2\sigma_f\lambda+\nu_f^2=0 \tag{112.4}$$

式中

$$2\sigma_f=\frac{m(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)+J_z(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})}{J_zmv} \tag{112.5}$$

$$\nu_f^2=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2+mv^2(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)}{J_zmv^2} \tag{112.6}$$

(式中角标 f 是指所谓的"固定控制"(即转向盘固定)，齐次微分方程式(112.1)和(112.2)右侧等于零，与式(107.13)和(107.14)相比较，意味着 $\delta_L=0$，相当于转向盘在中间位置保持不动)。

特征方程决定了解的实部是负的，还是正的，即系统是稳定的，还是不稳定的。从二次方程(112.4)可以很容易看出，如果两个常数

$$\sigma_f>0 \quad 和 \quad \nu_f^2>0 \tag{112.7}$$

那么固有振动将会衰减(因而车辆系统是稳定的)。而从式(112.5)可见，$\sigma_f>0$ 是肯定的；但根据式(112.6)中分子的符号 ν_f^2 可能大于零或小于零。

按照式(112.3)，稳定性意味着，质心处侧偏角 β 和横摆角速度 $\dot{\psi}$ 在转向盘输入或扰动以后本身应能最终处于惯性状态。这里，这种状态不是一定要和扰动前的状态绝对一样的。例如，在直线行驶时，转向盘从 $\delta_L=0$ 转过一个角度，这时横摆角速度 $\dot{\psi}$ 从 0 经过一个过渡过程后达到 $\dot{\psi}=$ const，参看图 113.2(b)。也就是说，车辆沿圆周行驶。但这时横摆角 ψ 本身还一直随时间正比例增大。再举一例：直线行驶的车辆，受到侧风扰动，经过一定时间后，侧向加速度取得一个常值 $\ddot{y}=v^2/\rho=v(\dot{\psi}+\dot{\beta})$，参看图 117.5(i)。如果驾驶员不调整转向盘，那么侧向位移 $y=\iint\ddot{y}\,dt^2$ 将一直增大，与时间的平方成正比，趋向无穷大(参看图 117.5(h))。也就是车辆可能会强烈地趋于不稳定，不过驾驶员很容易使车辆回到稳定状况。所以下面只有在 $\nu_f^2<0$ 时才认为是不稳定的。[31]

112.1 稳定性和不足转向/过多转向

稳定性条件可通过特征车速(按表 109.1 中式(109.7)来定义)或者通过固有转

---

[31] Stabilität nach der sog. Momenten-Methode kann auch zeichnerisch überprüft werden, s. Milliken, W. F.; Dell' Amico, F.; Rice, R. S.: The Static Directional Stability and Control of an Automobile. SAE 760712 und Maretzke, J.; Richter, B.: Einfluβ der Aerodynamik auf die Richtungsstabilität von Pkw, VDI-Berichte 546 (1984).

PDG

向系数（按表 110.1 中式（110.3c））来与圆周行驶联系起来。将式（109.7）和式（110.3c）代入式（112.6），即得：

$$\nu_f^2=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2}{J_z m v^2}\left(1+\frac{v^2}{v_{ch}^2}\right)=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2}{J_z m v^2}\left(1+\frac{v^2}{i_L l}\frac{d(\delta_L-\delta_{L0})}{d(v^2/\rho)}\right) \qquad (112.8)$$

如果$(1+v^2/v_{ch}^2)>0$ 或 $d(\delta_L-\delta_{L0})/d(v^2/\rho)>0$，则车辆是一个稳定系统。

如果 $v_{ch}^2>0$ 或特征车速 v_{ch} 是实数，或者 $d(\delta_L-\delta_{L0})/d(v^2/\rho)>0$，那么上述条件总是满足的。这种情况与下面陈述一致：

- 稳定的汽车应该是不足转向的。

如果 $v_{ch}^2<0$，即 v_{ch} 是虚数，那么汽车只有在低于一定车速时才是稳定的，按式（109.18），这一车速记为极限车速 v_{krit}。即：

- 过多转向的车辆只有在一定车速范围内才是稳定的，超出这一车速后就处于不稳定状态。

稳定性（按式（112.8））和圆周行驶（按图 109.1 和图 109.4）之间的关系如图 112.1 和后面的表 113.2 所示。

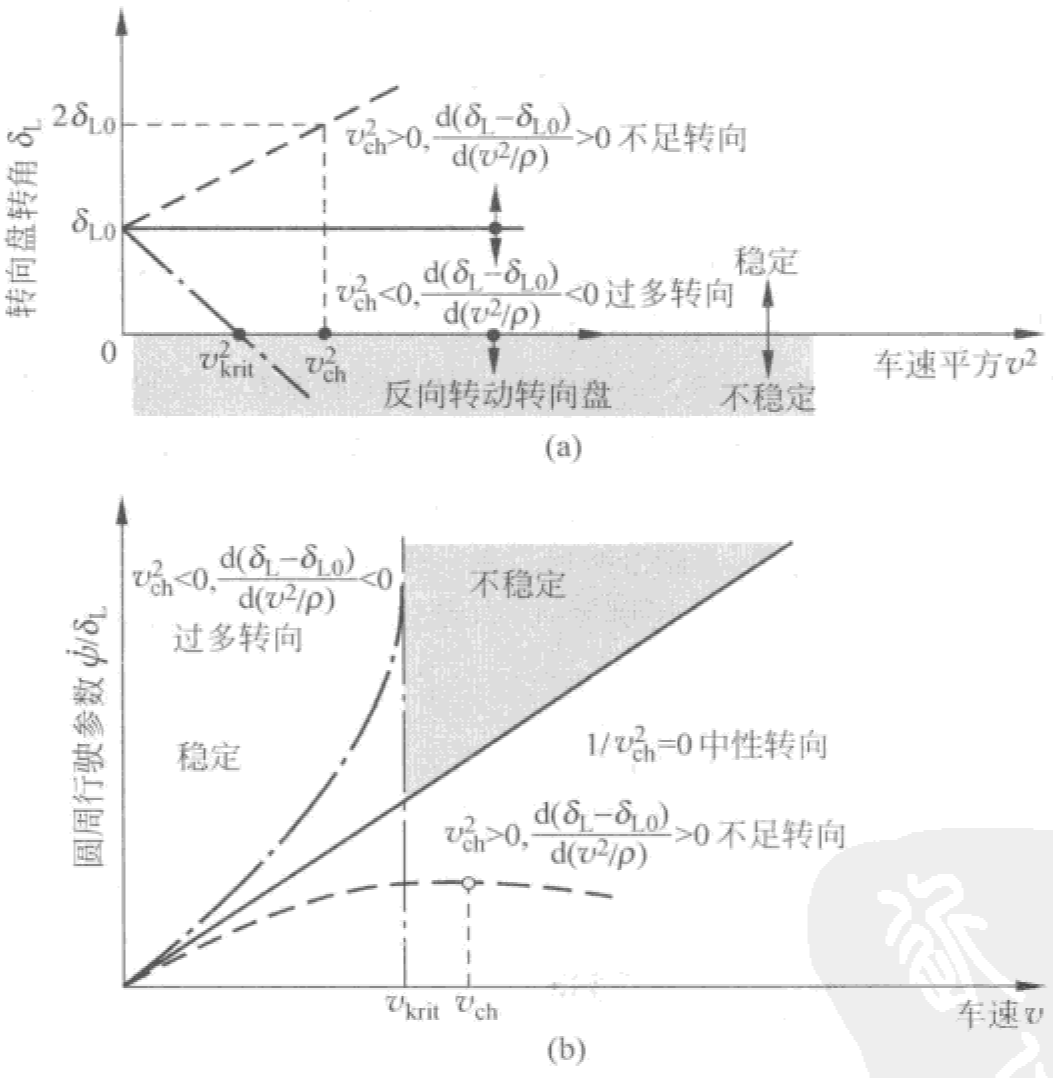


图 112.1　稳定性区域的描述

（a）在转向盘输入 δ_L-车速平方 v^2 坐标系中；（b）在圆周行驶参数 $\dot{\psi}/\delta_L$-车速 v 坐标系中

112.2 固有频率，相对阻尼系数

关于稳定性还有一个重要的问题，那就是运动如何消减，是单调衰减还是振动衰减。

二次方程式(112.4)有两个解：

$$\lambda_{1,2} = \sigma_f \pm \sqrt{\sigma_f^2 - \nu_f^2} \tag{112.9}$$

这样，齐次方程式(112.3)的解由两部分组成：

$$\dot{\psi}_{hom} = \psi_1 e^{\lambda_1 t} + \psi_2 e^{\lambda_2 t} \tag{112.10}$$

在 $\sigma_f>0$，$\nu_f^2>0$ 或者 $\nu_f^2<0$ 的不同条件下，上述函数有三种不同的时间函数。

第一种情况：$\sigma_f>0$ 和 $\nu_f^2>0$，这时车辆是稳定的。在 $\sigma_f^2-\nu_f^2>0$ 时，式(113.10)中 s_1 和 s_2 的值将为负实数。其随时间变化曲线如图 112.2 所示，图中两条虚线分别是式(112.10)中的两个相加项，实线为两项之和。$\dot{\psi}(t)$曲线"爬行地"趋近于渐近值：

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{\text{stat}} \tag{112.11}$$

即接近表 109.2 中式(109.14)定义的圆周行驶参数。在一段时间之后车辆将圆周行驶。

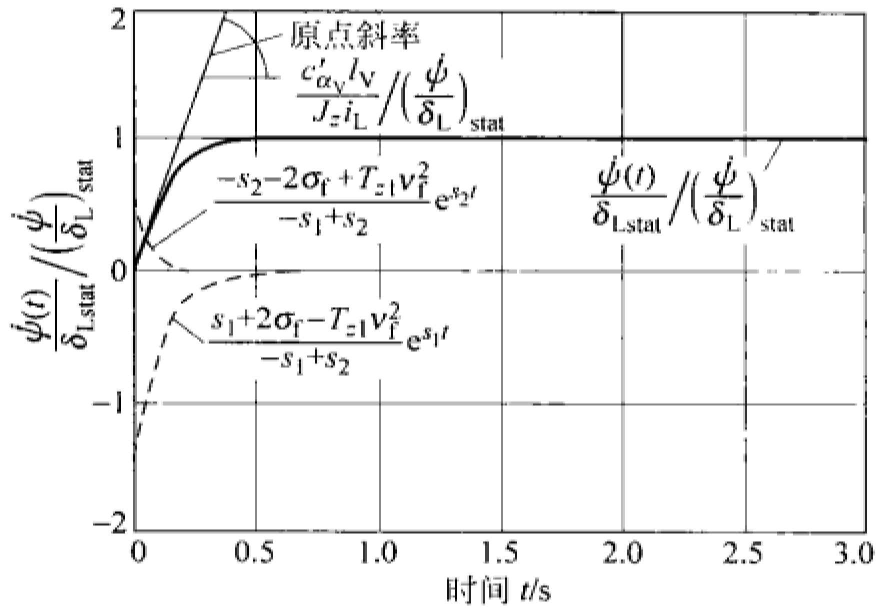


图 112.2 横摆角速度 $\dot{\psi}(t)$/转向盘阶跃 $\delta_{L\text{stat}}$，除以圆周行驶参数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$后的时间过程
($\sigma_f>0$，$\nu_f^2>0$，$\sigma_f^2-\nu_f^2>0$)

第二种情况：$\sigma_f>0$ 和 $\nu_f^2>0$，但是 $\sigma_f^2-\nu_f^2<0$，这时根据式(112.9)可知 s_1 和 s_2 的值为共轭复数。车辆也是稳定的，传递函数是一个衰减振动过程的形式：

$$\frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{L\text{stat}}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{\text{stat}}\left[1 - e^{-\sigma_f t}\left(\cos\nu_{fd}t + \frac{D_f - T_{z1}\nu_f}{\sqrt{1-D_f^2}}\sin\nu_{fd}t\right)\right] \tag{112.12}$$

见图 112.3。
(式中字母 ν_{fd}、D_f 和 T_{z1} 代表的意义在后面解释)

第三种情况：$\sigma_f>0$ 和 $\nu_f^2<0$，即 $\sqrt{\sigma_f^2-\nu_f^2}>\sigma_f$，这时 s_1 为正值，s_2 为负值。由于 s_1 的缘故使得车辆将不稳定，表达式中的指数函数趋近于无穷大，这样也使得整个表达式趋近于无穷大，参见图 112.4。在这种情况下$(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$为负值。

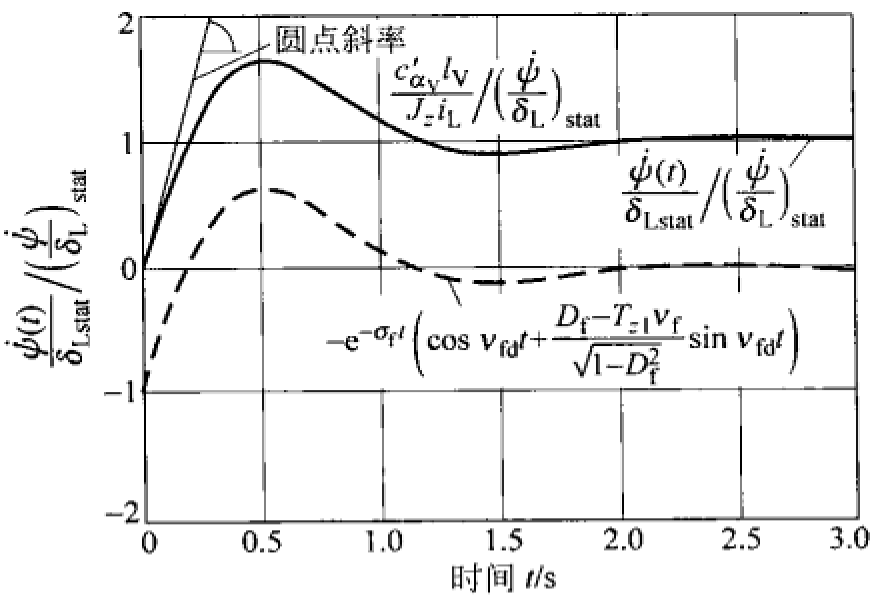


图 112.3 横摆角速度 $\dot{\psi}(t)$/转向盘阶跃 δ_{Lstat}，除以圆周行驶参数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$后的时间过程

$(\sigma_f > 0, \nu_f^2 > 0, \sigma_f^2 - \nu_f^2 < 0)$

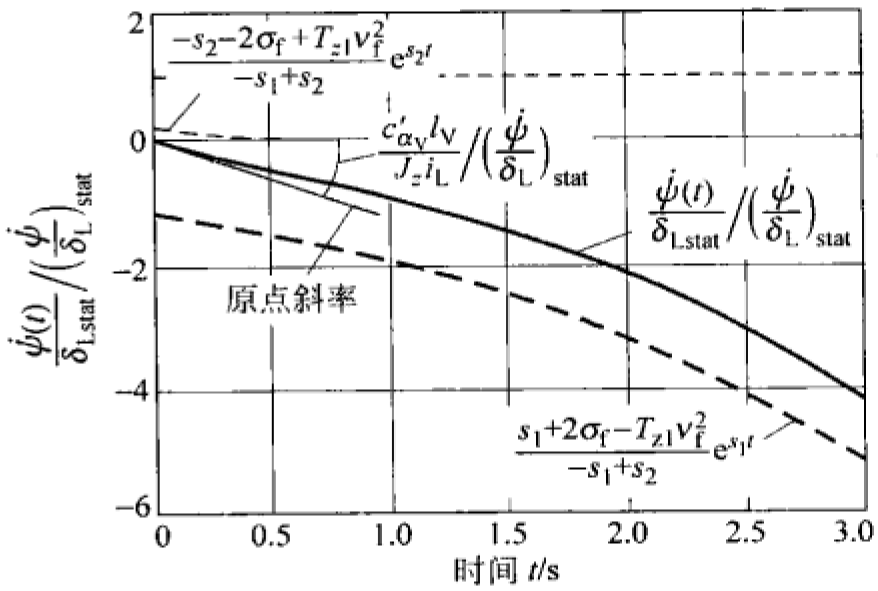


图 112.4 横摆角速度 $\dot{\psi}(t)$/转向盘阶跃 δ_{Lstat}，除以圆周行驶参数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$后的时间过程

$(\sigma_f > 0, \nu_f^2 < 0)$

为了更清楚说明稳定和非稳定状态，在图 112.5 中画出了上述三种情况下的车辆行驶轨迹。三部汽车开始时都是从左侧(横坐标负方向)沿直线驶来。在“0 米”处给转向盘施加一个阶跃输入。两部稳定的车辆 1 和 2 经过一个过渡过程后，沿圆周行驶，而不稳定的车辆 3 的行驶曲线弯曲得越来越厉害。驾驶员必须调整转向盘转角来力图使车辆保持在道路上行驶，也就是使不稳定车辆趋于稳定。

下面将仅仅针对稳定状态作详细讨论，与 55.1 节的方程式相对应，在此 ν_f 是无阻尼固有圆频率，σ_f 是衰减常数。从这两个参数可以求出相对阻尼系数

$$D_f = \frac{\sigma_f}{\nu_f} \tag{112.13}$$

以及有阻尼固有圆频率

$$\nu_{fd} = \nu_f \sqrt{1 - D_f^2} \tag{112.14}$$

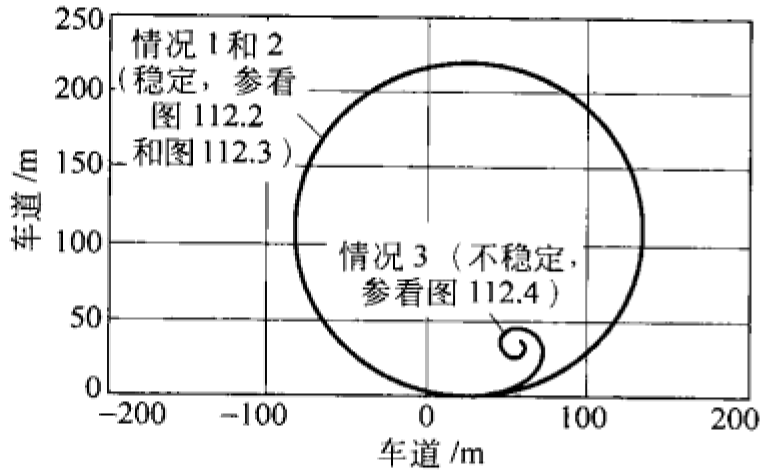


图 112.5 在这一节中所论及的三种情况下车辆行驶轨迹

从图 112.6 中可以了解 $\nu_f/2\pi$, D_f 和 $\nu_{fd}/2\pi$ 的变化趋势和数值范围。三个参数均与车速有关。无阻尼固有圆频率 ν_f 在 $v=0$ 时是无穷大，对于不足转向的车辆 1—7 在 $v\to\infty$ 时都趋于界限值：

$$\lim_{v\to\infty}\nu_f^2=\lim_{v\to\infty}\nu_{fd}^2=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2}{J_z m v_{ch}^2}=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l}{J_z m i_L}\frac{d\delta_L}{d(v^2/\rho)} \tag{112.15}$$

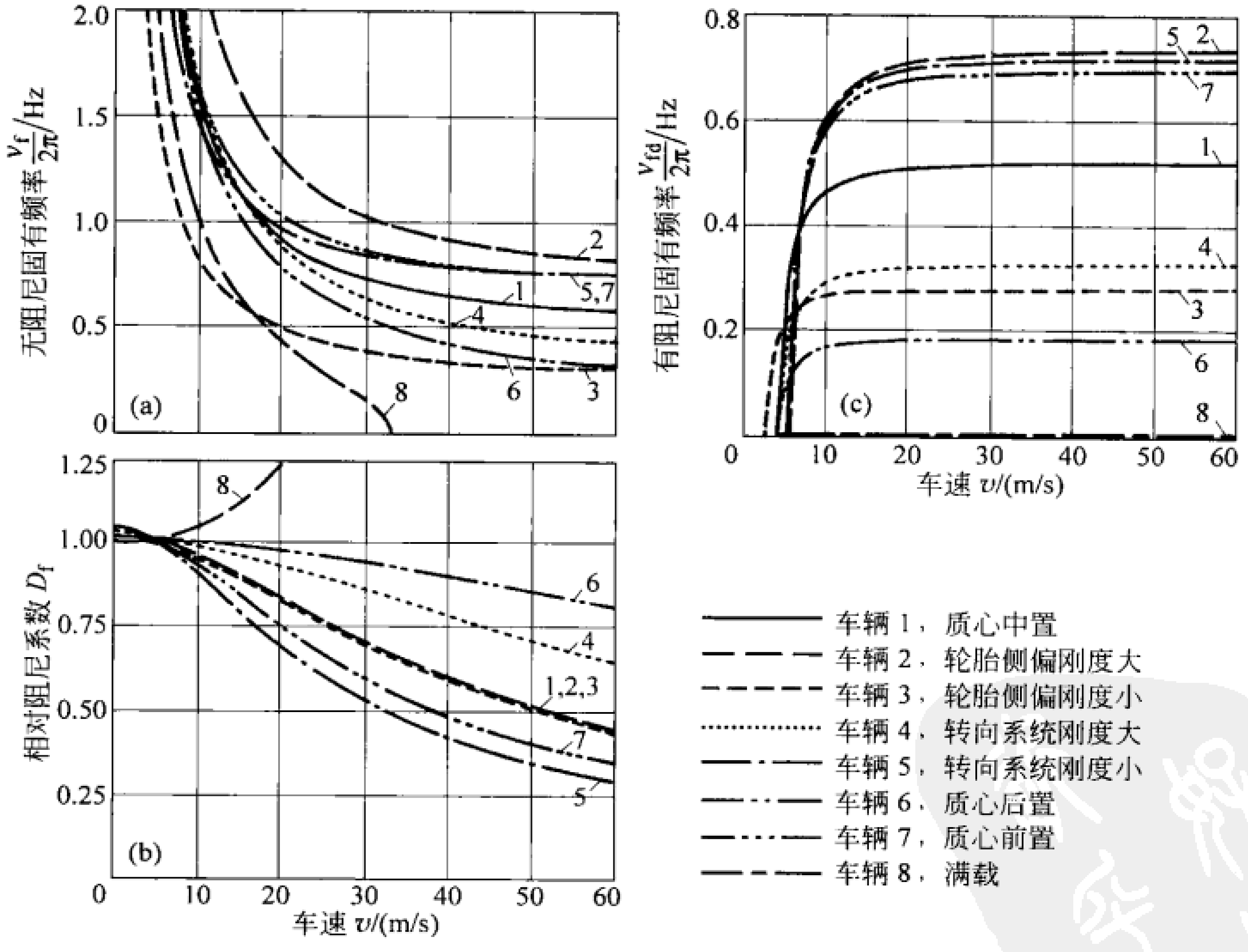


图 112.6 表 111.1 中所列各种车辆的行驶性能特征参数

这里的 v_{ch}^2 通过表 109.1 中的式(109.7b)求得，如果按第 107 节近似地取 $J_z/m=i^2\approx l_V l_H$，则有：

$$\lim_{v\to\infty}\nu_f^2=\lim_{v\to\infty}\nu_{fd}^2\approx\frac{g}{l}\frac{c_{\alpha_H}}{F_{zH}}(1-SQ) \tag{112.15a}$$

式中 SQ 是侧偏刚度之比，由表 109.1 中式(109.8)决定。

相对阻尼系数 D_f 直到车速很低时，其值还小于 1，也就是说，在扰动后，轿车一直是振动衰减的。有阻尼固有频率 ν_{fd} 从零趋于上述无阻尼固有圆频率 ν_f 的渐近值。高速时，它的数值在 0.2～0.7 Hz 范围内，如图 112.6(c)所示，其中现代轿车取较大值。可见，绕车辆铅垂轴的横摆运动固有频率 $\nu_{fd}/2\pi$ 或者说横向运动($\dot{\psi}$，$\ddot{y}$，β)比车辆振动固有频率要低得多(根据 B 篇：车身固有频率大约为 1.5 Hz，座椅固有频率为 3.5 Hz，发动机固有频率为 6 Hz 和车轮固有频率约为 15 Hz)。而相对阻尼系数 D_f 正好相反，横摆运动的 D_f 值至少在约 30 m/s 车速范围内要比车辆振动的 D_f 高。

在图 112.6 中描述了一个特殊情况，这就是过多转向的车辆 8。根据曲线(b)可知，它的 $D_f>1$，这时的运动不再是振荡衰减，而是单调衰减。根据曲线(a)，在车速超过 $v=33$ m/s 后，它是不稳定的。

112.3 固有侧向扰动的考虑

第 112 节的第一句话是假定 $k_y=0$，也就是车辆上没有侧向空气力的作用。这是不确切的，因为即使没有侧风的作用，由于质心处侧偏角 β 的存在，车辆会受到扰动，因而作用有侧向空气力。确切地讲，应按式(117.1)把下式

$$v_r^2\tau_L=-v^2\beta \tag{112.16}$$

代入式(107.13)和式(107.14)。这样齐次方程组可写为：

$$mv\dot{\beta}+(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H}+k_yv^2)\beta+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v}=0 \tag{112.17}$$

$$J_z\ddot{\psi}+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v}-[(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)-k_ye_{SP}v^2]\beta=0 \tag{112.18}$$

而 2 倍的衰减常数为

$$2\sigma_f=\frac{m(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)+J_z(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H}+k_yv^2)}{J_zmv} \tag{112.19}$$

无阻尼固有圆频率的平方为

$$\nu_f^2=\frac{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l^2+mv^2(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)+k_yv^2[c_{\alpha_H}l_H(l_H+e_{SP})+c'_{\alpha_V}l_V(l_V-e_{SP})]-k_ye_{SP}mv^4}{J_zmv^2} \tag{112.20}$$

把它们和不考虑固有侧向扰动时相比较，从图 112.7 中可见，差别并不很大(直到 $v\approx30$ m/s 时，在这一例子中两者差别都可忽略)。所以可以建议用简化的算式(112.1)、(112.3)、(112.5)、(112.6)来计算。

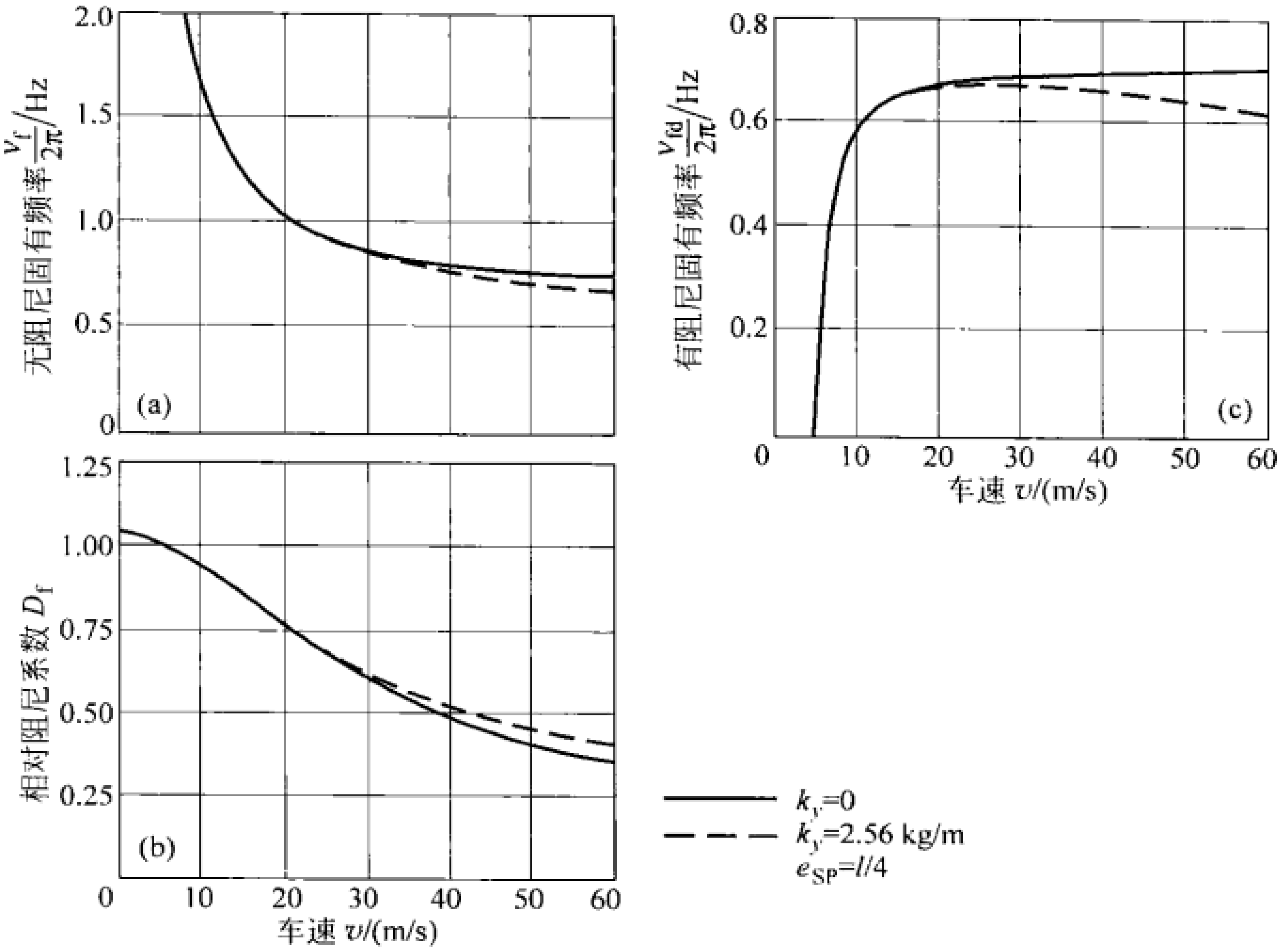


图 112.7 考虑和不考虑因质心处侧偏角 β 引起的固有侧向扰动时的比较(车辆参数参见表 111.1 中车辆 7)

113 操纵性能，转向盘转角斜坡输入

上一节研究了齐次方程的解，现在来讨论非齐次方程，并回答车辆在有了转向盘输入后如何响应的问题。正像对任何技术系统作一般性评价时一样，要区分两种不同的初始函数：

—特殊的单一函数；

—简谐激励。

在轿车研究中常用的单一函数是阶跃函数；但在试验时实际用的是斜坡函数(参看图 113.1(a)和(b))。在轿车带居住挂车试验时，采用脉冲函数，或近似的脉冲函数。在这一节中将讨论车辆对阶跃函数和斜坡函数的响应；而在第 114 节中要讨论对简谐激励的响应。

如果侧风扰动忽略不计($k_y=0$)，则微分方程(107.13)和(107.14)可写为

$$mv\dot{\beta}+(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v}=c'_{\alpha_V}\delta_L^* \tag{113.1}$$

$$J_z\ddot{\psi}+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v}-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\beta=c'_{\alpha_V}l_V\delta_L^* \tag{113.2}$$

113.1 拉普拉斯变换，传递函数和放大因数

在计算车辆响应时，只要采用常系数线性微分方程组，就可以应用拉普拉斯变换。这是一种特殊的计算过程，“可以大大简化计算和思维劳动”。[32]

转向盘输入的时间函数 $\delta_L(t)$，其拉普拉斯变换 $\delta_L(s)$ 为：

$$\delta_L(s) = \int_0^\infty e^{-st}\delta_L(t)\,dt$$

与此相应地有，质心处侧偏角

$$\beta(s) = \int_0^\infty e^{-st}\beta(t)\,dt$$

横摆角速度

$$\dot{\psi}(s) = \int_0^\infty e^{-st}\dot{\psi}(t)\,dt$$

求导后得到：

$$s\beta(s) = \int_0^\infty e^{-st}\dot{\beta}(t)\,dt$$

$$s\dot{\psi}(s) = \int_0^\infty e^{-st}\ddot{\psi}(t)\,dt$$

把上述五个复式代入微分方程(113.1)和(113.2)，就可以得到比较容易处理的两个代数方程：

$$[mvs + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})]\beta(s) + [mv^2 - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)]\frac{1}{v}\dot{\psi}(s) = c'_{\alpha_V}\delta_L^*(s) \tag{113.3}$$

$$-(c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)\beta(s) + [vJ_z s + (c'_{\alpha_V} l_V^2 + c_{\alpha_H} l_H^2)]\frac{1}{v}\dot{\psi}(s) = c'_{\alpha_V} l_V \delta_L^*(s) \tag{113.4}$$

由此可以求得，比如横摆角速度的拉普拉斯变换式：

$$\dot{\psi}(s) = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat} \frac{1 + T_{z1}s}{1 + \frac{2\sigma_f}{\nu_f^2}s + \frac{1}{\nu_f^2}s^2}\delta_L(s)$$

我们把比值 $\dot{\psi}(s)/\delta_L(s)$ 称为传递函数，它是 s 的函数。因为 ν_f 在不稳定情况下可能为虚数，所以只能按 ν_f^2 来书写，而不按 ν_f 来写。$s=0$ 时，传递函数等于放大因数 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$，也就是表 109.2 中式(109.14)里的圆周行驶参数。在表 113.1 中汇总了最重要的传递函数。

113.2 阶跃响应

作为例子，假定转向盘输入 $\delta_L(t)$ 如图 113.1(a)所示的阶跃函数，也就是说转向盘突然从静止状态转到 δ_{Lstat}。尽管在上面已经谈到，这种输入在试验中是不可能实现的，但是通过讨论，可以得到一些有关车辆技术特性的基本认识。

---

[32] Pestel, E.; Kollmann, E.: Grundlagen der Regelungstechnik. Braunschweig: Vieweg 1968.

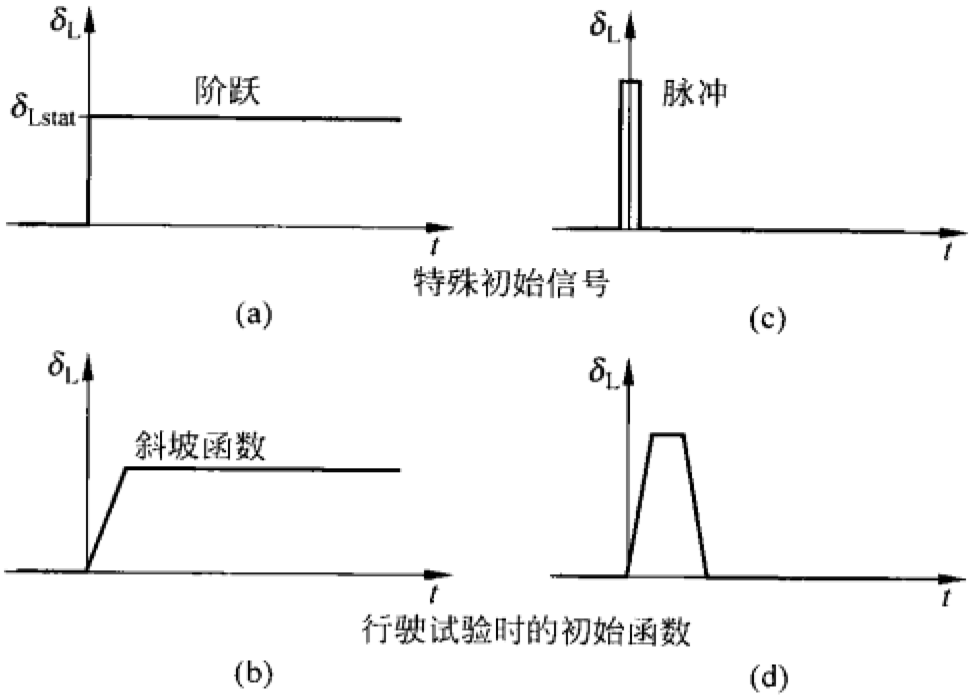


图 113.1 以转向盘输入 δ_L 为例，说明特殊初始函数（自变量为时间 t）

其拉普拉斯变换为[33,34]

$$\delta_L(s) = \frac{\delta_{Lstat}}{s} \tag{113.9}$$

并以横摆角速度为例来说明响应情况，按表 113.1 中式（113.5）有：

$$\frac{\dot{\psi}(s)}{\delta_{Lstat}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat} \frac{1 + T_{z1} s}{1 + \frac{2\sigma_f}{\nu_f^2} s + \frac{1}{\nu_f^2} s^2} \frac{1}{s}$$

或

$$\frac{\dot{\psi}(s)}{\delta_{Lstat}} = \left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat} \nu_f^2 \frac{1 + T_{z1} s}{s(s^2 + 2\sigma_f s + \nu_f^2)}$$

把其中第三个因子作分解：

$$\frac{1 + T_{z1} s}{s(s^2 + 2\sigma_f s + \nu_f^2)} = \frac{1 + T_{z1} s}{s(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s - s_1} + \frac{C}{s - s_2}$$

按照系数相等的原则，得到：

$$A + B + C = 0; \quad A2\sigma_f - Bs_2 - Cs_1 = T_{z1}; \quad A\nu_f^2 = 1$$

其中二次方程的解在式（112.9）中已经给出（在那里解 s 用 λ 表示）。

在逆变换到时间域后[35,36]，即可得到阶跃响应：

---

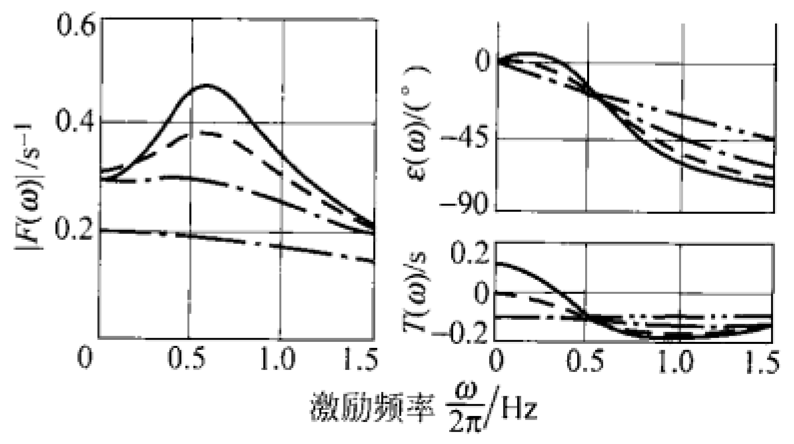
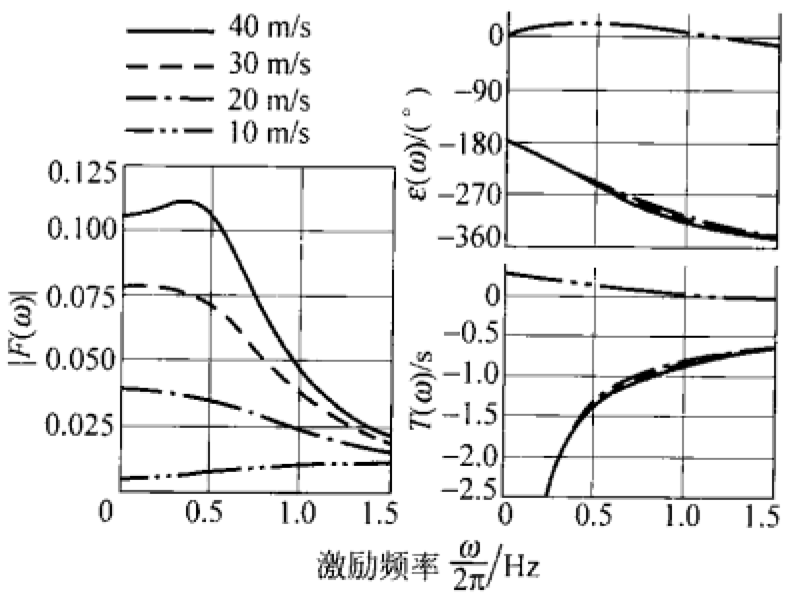
〔33〕 见前一个参考文献。

〔34〕 Vgl. z. B. Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation, München: Oldenbourg 1961.

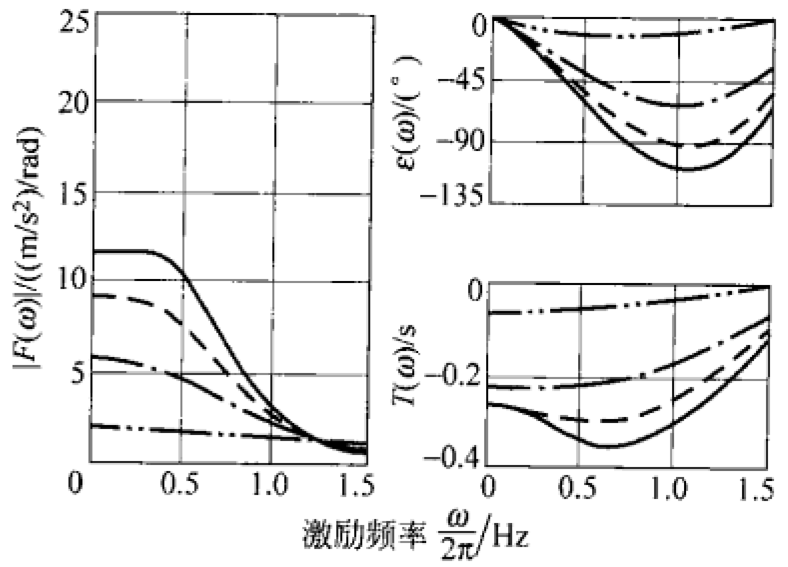
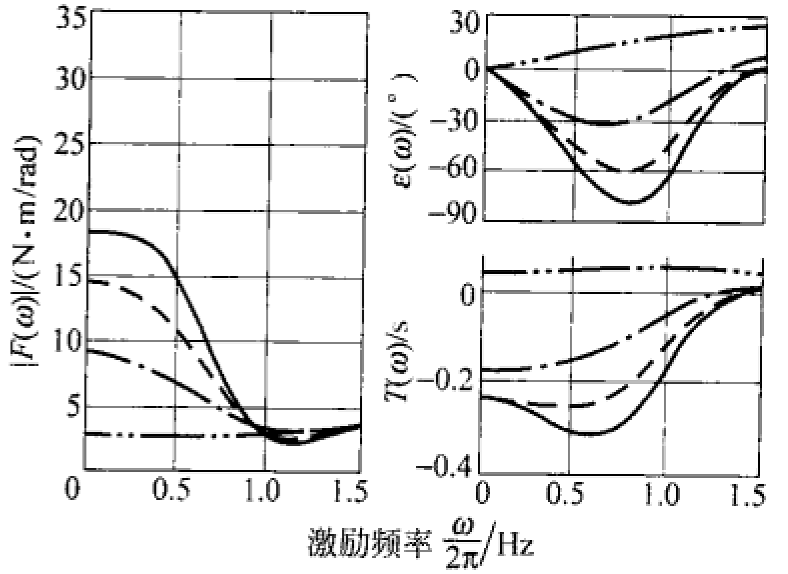
〔35〕 见参考文献 32。

〔36〕 见参考文献 34。

表 113.1 传递函数和频率特性

传递函数 $F(s)$	缩　写	频率过程的例子($s=j\omega$)
横摆角速度 转向盘输入 $F(s)=\dot{\psi}(s)/\delta_L(s)=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat}\frac{1+T_{z1}s}{1+\frac{2\sigma_f}{\nu_f^2}s+\frac{1}{\nu_f^2}s^2}$ (113.5)	$T_{z1}=\frac{mvl_V}{c_{\alpha_H}l}$ $F(0)=(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}=\frac{1}{i_L l}\frac{v}{1+(v/v_{ch})^2}$	
质心侧偏角处 转向盘输入 $F(s)=\beta(s)/\delta_L(s)=\left(\frac{\beta}{\delta_L}\right)_{stat}\frac{1+T_{z1}s}{1+\frac{2\sigma_f}{\nu_f^2}s+\frac{1}{\nu_f^2}s^2}$ (113.6)	$T_{z1}=\frac{J_z v}{c_{\alpha_H}l_H l-l_V m v^2}$ $F(0)=(\beta/\delta_L)_{stat}=\frac{l_H}{i_L l}\frac{1-\frac{ml_V}{c_{\alpha_H}l_H l}v^2}{1+(v/v_{ch})^2}$	

续表

传递函数 $F(s)$	缩　写	频率过程的例子($s=j\omega$)
$\dfrac{\text{侧向加速度}}{\text{转向盘输入}}$ $F(s)=\ddot{y}(s)/\delta_L(s)=\left(\dfrac{\ddot{y}}{\delta_L}\right)_{stat}\dfrac{1+T_{z1}s+T_{z2}s^2}{1+\dfrac{2\sigma_f}{\nu_f^2}s+\dfrac{1}{\nu_f^2}s^2}$ (113.7)	$T_{z1}=\dfrac{l_H}{v}$ $T_{zi}=\dfrac{J_z}{c_{\alpha_H}l}$ $F(0)=(\ddot{y}/\delta_L)_{stat}=\dfrac{1}{i_L l}\dfrac{v^2}{1+(v/v_{ch})^2}$	
$\dfrac{\text{转向盘力矩}}{\text{转向盘输入}}$ $F(s)=M_L(s)/\delta_L(s)$ $=\left(\dfrac{M_L}{\delta_L}\right)_{stat}\dfrac{1+T_{z1}s+T_{z2}s^2}{1+\dfrac{2\sigma_f}{\nu_f^2}s+\dfrac{1}{\nu_f^2}s^2}$ (113.8)	$T_{z1}=\dfrac{ml_H^2+J_z}{mvl_H}$ $T_{z2}=\dfrac{J_z}{c_{\alpha_H}l_H}$ $F(0)=(M_L/\delta_L)_{stat}$ $=\dfrac{ml_H n_V}{i_L^2 l^2}\dfrac{v^2}{1+(v/v_{ch})^2}$	

$F(0)$相当于圆周行驶参数，见表 109.2。$\lvert F(\omega)\rvert$≙振幅比，$\varepsilon(\omega)=\arg(F(j\omega))$≙相位角，$T(\omega)=\varepsilon(\omega)/\omega$≙相位偏移时间，$\nu_f^2$参看式(112.6)，$\sigma_f$参看式(112.5)，$v_{ch}$参看式(109.7)。曲线数据取自表 111.1 中车辆 1，$i/l=0.46$。

$$\frac{\dot{\psi}(t)}{\delta_{\mathrm{Lstat}}}=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_{\mathrm{L}}}\right)_{\mathrm{stat}}\left[1+\frac{s_1+2\sigma_{\mathrm{f}}-T_{z1}\nu_{\mathrm{f}}^2}{-s_1+s_2}\mathrm{e}^{s_1t}+\frac{-s_2-2\sigma_{\mathrm{f}}+T_{z1}\nu_{\mathrm{f}}^2}{-s_1+s_2}\mathrm{e}^{s_2t}\right] \tag{113.10}$$

当时间 $t=0$ 时有

$$\frac{\dot{\psi}(0)}{\delta_{\mathrm{Lstat}}}=0 \tag{113.11}$$

以及

$$\left.\frac{\mathrm{d}\dot{\psi}}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}\frac{1}{\delta_{\mathrm{Lstat}}}=\frac{\ddot{\psi}(0)}{\delta_{\mathrm{Lstat}}}=\frac{c'_{\alpha\mathrm{V}}l_{\mathrm{V}}}{J_z i_{\mathrm{L}}} \tag{113.12}$$

函数式(113.10)可以分为三种情况进行分析，关于这个内容在112.2节中已进行了讨论。

如果我们把时间函数与稳定/不稳定概念、112.1节，特别是113.1节中关于不足转向/过多转向的叙述联系起来，就可以得到表113.2。

表 113.2 113.2节和112.2节中的瞬态性能与第109节和110节中的圆周行驶之间的关系

	瞬态性能	圆周行驶
稳定 $\sigma_{\mathrm{f}}>0$ $\nu_{\mathrm{f}}^2>0$	(情况1,112.2节) $\sigma_{\mathrm{f}}^2-\nu_{\mathrm{f}}^2>0$ $D_{\mathrm{f}}>1$ 单调变化	过多转向的车辆 $\mathrm{d}\delta_{\mathrm{L}}/\mathrm{d}(v^2/\rho)<0$ 当 $v<v_{\mathrm{krit}}$ 时
	(情况2,112.2节) $\sigma_{\mathrm{f}}^2-\nu_{\mathrm{f}}^2<0$ $D_{\mathrm{f}}<1$(很低车速除外) 振动过程	不足转向的车辆 $\mathrm{d}\delta_{\mathrm{L}}/\mathrm{d}(v^2/\rho)>0$ (几乎所有的轿车)
稳定 $\sigma_{\mathrm{f}}>0$ $\nu_{\mathrm{f}}^2<0$	(情况3,112.2节) 单调变化	过多转向的车辆 $\mathrm{d}\delta_{\mathrm{L}}/\mathrm{d}(v^2/\rho)<0$ 当 $v>v_{\mathrm{krit}}$ 时

113.3 转向盘转角斜坡输入

正如第113节开头所指出的，由于上面所讨论的转向盘阶跃输入要求转向盘转角增加的梯度无穷大，因而在行驶试验时实际上是不可能的。所以我们采取图113.1(b)中所示的斜坡函数输入。

因为这种操纵性行驶试验采用已相当广泛，所以已经标准化[37,38]。按照标准，在给定车速下，转向盘应尽可能快地转到要求的转角 δ_{Lstat}，达到一定的稳态侧向加

〔37〕 ISO 7401:Road Vehicles—Lateral Transient Response, Test Methods, 1988 (E).

〔38〕 在ISO 7401标准中对于“阶跃”输入的要求。$v=80$ km/h, $\ddot{y}_{\mathrm{stat}}=4$ m/s², $\frac{\mathrm{d}\delta_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}t}>200°/\mathrm{s}$。

速度 $\ddot{y}_{\text{stat}}$。在此首先针对一辆不足转向的轿车，计算出其响应特性，计算结果如图 113.2 所示。由图中(b)曲线可以看出，横摆角速度 $\dot{\psi}$ 上升速度非常快，并且很快达到最大值。在转向盘角输入不再上升之后，横摆角速度快速接近稳态值 $\dot{\psi}_{\text{stat}}$，振荡过程几乎看不到，这是由于在速度达到 $v=100$ km/h 时阻尼系数 D_f 相对比较大，见图 112.6(b)。横向加速度随时间变化曲线如图中曲线(c)所示。它与横摆角速度变化基本一致，但是有两个差别，一个是上升速度较慢，第二个是超调量比较小。另外横向加速度在转向盘角输入不再上升时出现一个拐点(这一点在图 113.3(c)所示的试验曲线中形成比较光滑的过渡)。

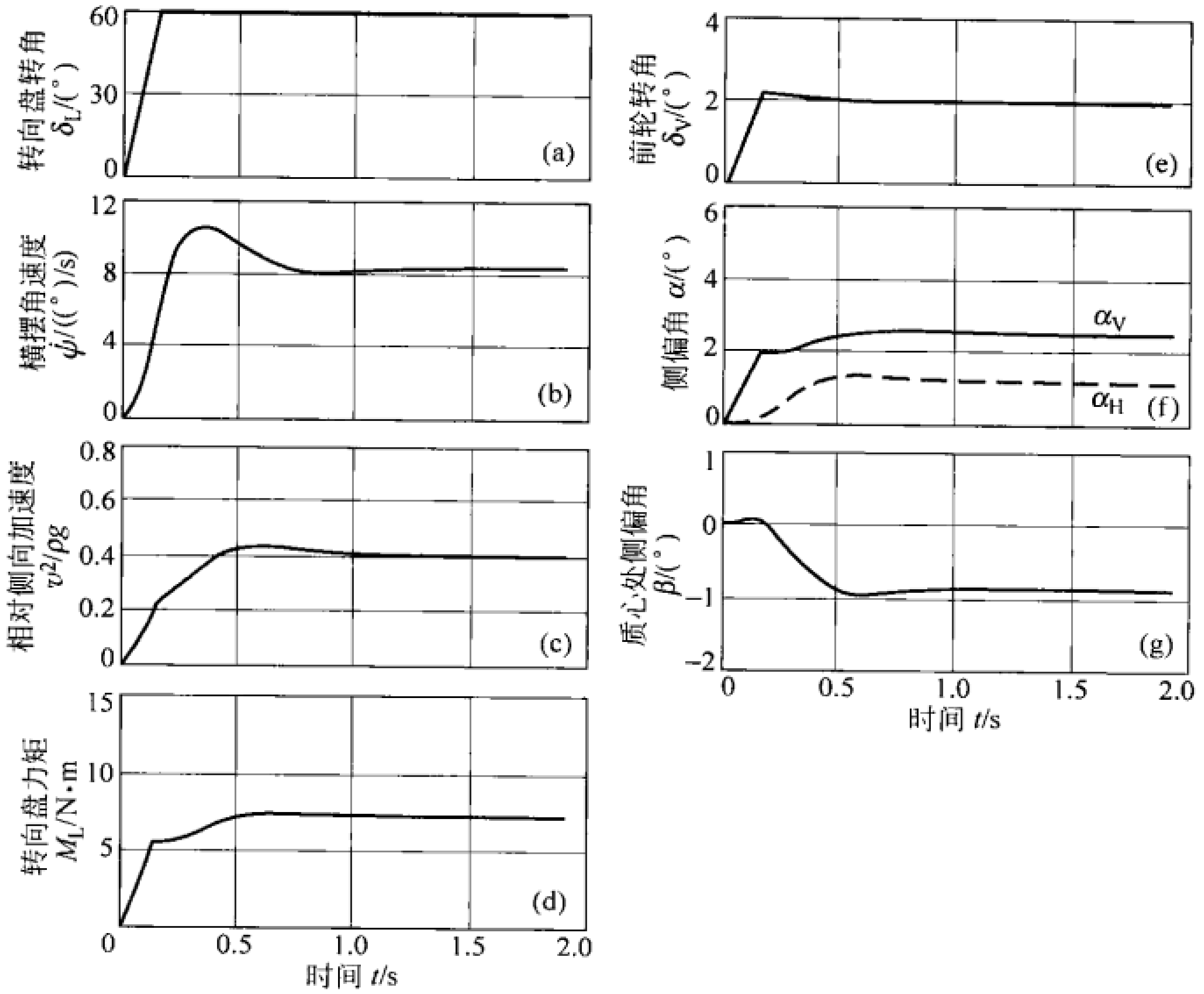


图 113.2　转向盘斜坡输入时，不足转向的前重轿车的时间函数($v=100$ km/h)

由于车辆前轮是转向轮，所以前轮侧偏角 α_V 随之上升。并且上升速度高于后轮的 α_H。稳态前轮侧偏角 α_V 大于后轮的 α_H，这是由于前轮载荷比较大。转向盘扭矩(见曲线(d))正比于前轴侧向力，也就是与前轮侧偏角成正比，所以曲线走势完全相似。

前轮转向输入 δ_V(见曲线(e))与 δ_L 的上升过程略有不同，它超过了稳态值后又逐渐接近稳态值。这主要是受到转向系刚度 C_L 和轮胎拖迹与主销前指之和 n_V 的影响(不是由于前轮质量的影响，因为它本身就没有被考虑)。

质心处侧偏角 β(见曲线(g))在出现很小的超调量之后，由于横向加速度很大，

逐渐接近负的稳定值。

在图 113.3 上给出了一些测试结果。图中各个测量值都用稳态值相除，使之标准化。试验时转向盘转角的坡度与 ISO 标准要求相符。[39] 由两个图中曲线对比可知，计算结果与试验结果是一致的。

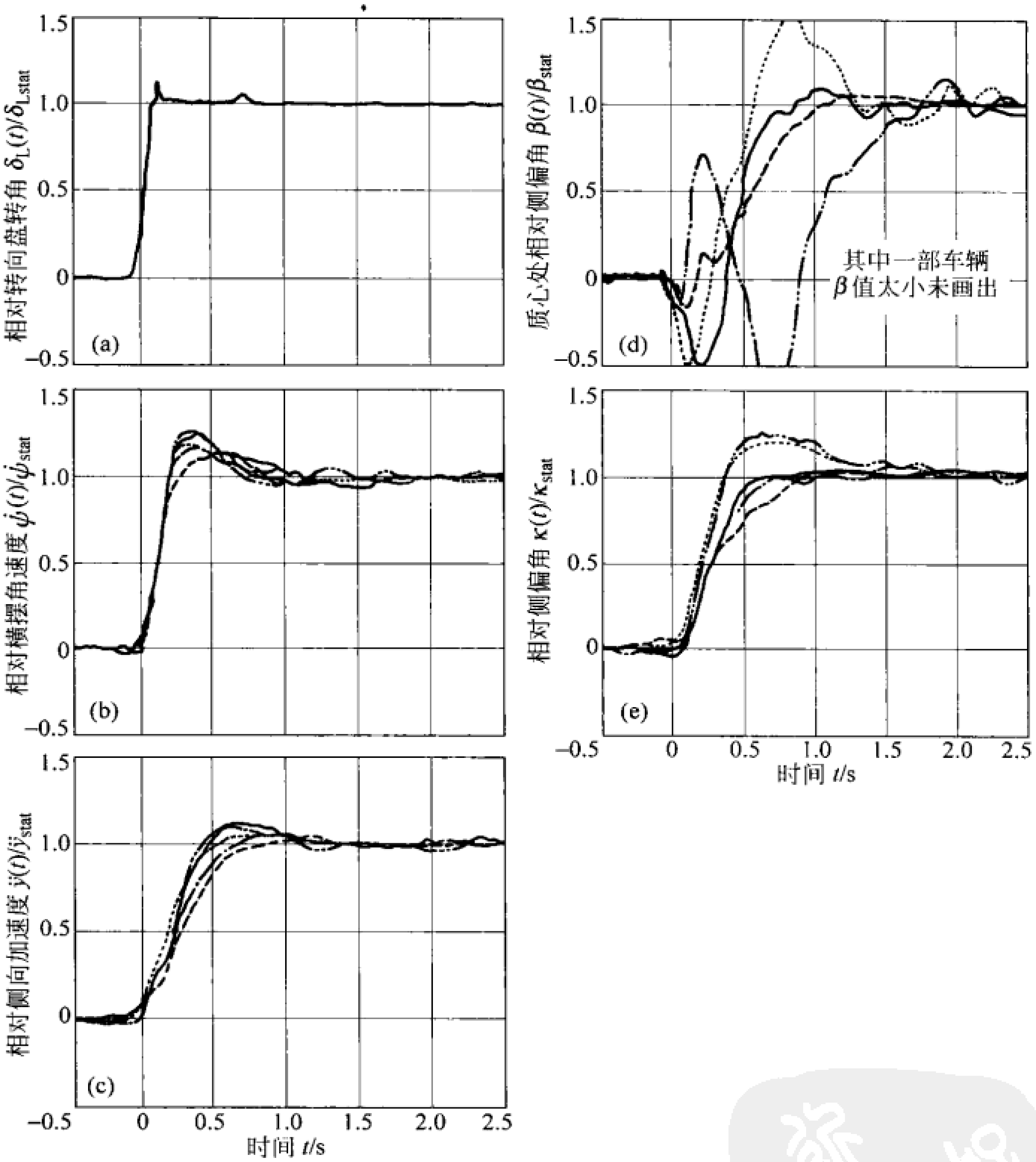


图 113.3　各个参数趋于稳定值的时间过程的比较（标准化试验所得）

(a) 转向盘转角；(b) 横摆角速度；(c) 侧向加速度；(d) 质心处侧偏角；(e) 侧倾角数据取自布伦瑞克工业大学车辆技术研究所对 5 部轿车进行的转向盘阶跃试验：左转弯，$v\approx$ 100 km/h，$\ddot{y}_{stat}\approx 0.4g$

[39]　在 ISO 7401 标准中对于"阶跃"输入的要求：$v=80$ km/h，$\ddot{y}_{stat}=4$ m/s²，$d\delta_L/dt>200°/s$。

113.4 车辆参数

由车辆的响应函数，例如在转向盘斜坡输入时(参看图 113.4(a))车辆横摆角速度-时间函数曲线(参看图 113.4(b))可以确定一些用以评价的参数。通常情况是：

- 放大因数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$与表 109.2 中式(109.14)给出的圆周行驶参数相一致；
- 响应时间(Response-Time)$T_{\dot{\psi}}$，即由转向角输入δ_L最大值的 50%开始，到横摆角速度达到稳态值$\dot{\psi}_{stat}$的 90%所持续的时间[40]；
- 峰值响应时间(Peak-Response-Time)$T_{\dot{\psi}max}$即所谓达到第一个峰值所持续的时间[41]；

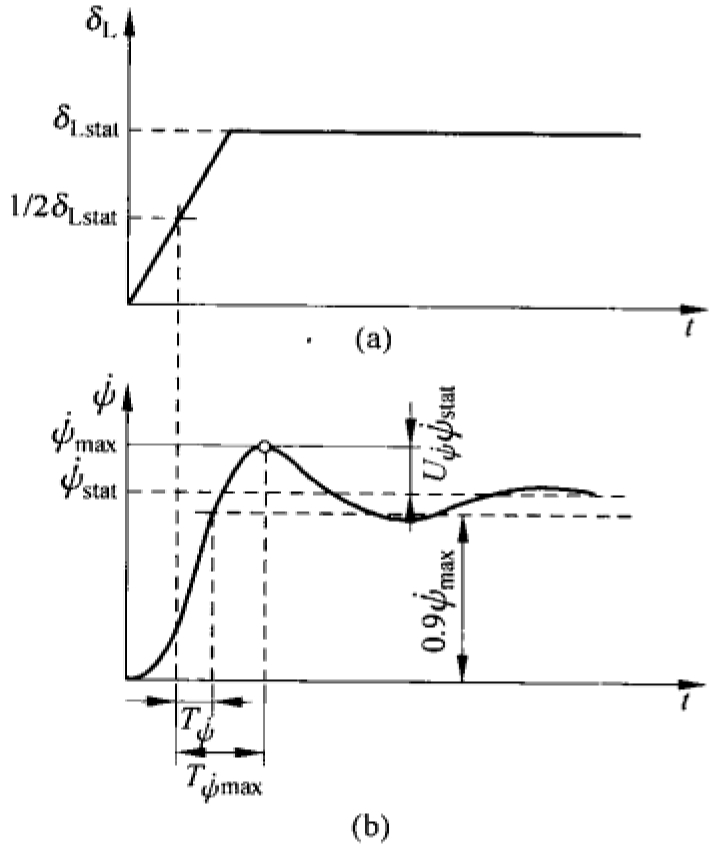


图 113.4 以横摆角速度为例，定义过渡过程的一些特征参数。注脚 stat 表示圆周行驶参数值。$T_{\dot{\psi}}$ 上升时间；$T_{\dot{\psi}max}$ 峰值响应时间(Peak-Response-Time)；$U_{\dot{\psi}}$ =除以稳态值$\dot{\psi}_{stat}$的相对过振幅度

- 除了上述的$T_{\dot{\psi}max}$外，还扩展到圆周行驶时质心处侧偏角β_{stat}，提出了另一个所谓 TB 值[42]：

$$TB = T_{\dot{\psi}max}\beta_{stat} \tag{113.13}$$

- 相对过振幅度：

---

[40] 见参考文献 37。

[41] 见参考文献 37。

[42] Linke. W.; Richter, B.; Schmidt, R.: Simulation and Measurement of Driver Vehicle Handling Performance, SAE-Paper 730489 (1973).

$$U_{\dot{\psi}} = \frac{\dot{\psi}_{\max} - \dot{\psi}_{\text{stat}}}{\dot{\psi}_{\text{stat}}} \tag{113.14}$$

表 113.3 上汇总了现代轿车的一些参数数值，还给出了侧向加速度 $\ddot{y}$ 的大小。

表 113.3 布伦瑞克工业大学车辆技术研究所测试的车辆特征参数

测 试 参 数		单位	轿车测试数值
放大因数	$(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$	1/s	0.20～0.30
峰值响应时间	$T_{\dot{\psi}\max}$	s	0.33～0.50
	$T_{\ddot{y}\max}$	s	0.67～0.95
相对过振幅度	$\frac{\dot{\psi}_{\max} - \dot{\psi}_{\text{stat}}}{\dot{\psi}_{\text{stat}}}$	%	13～27
	$\frac{\ddot{y}_{\max} - \ddot{y}_{\text{stat}}}{\ddot{y}_{\text{stat}}}$	%	3～14
TB 值	$T_{\dot{\psi}\max} \cdot \beta_{\text{stat}}$	Grad · s	(−0.04)+0.17～0.53

$v \approx 100$ km/h，$\ddot{y}_{\text{stat}} \approx 0.4g$，干路面，$\mathrm{d}\delta_L/\mathrm{d}t|_{t=0} \approx 200\ ^\circ/\mathrm{s}$，取左转弯和右转弯多次试验平均值。

只有在振动能趋于渐近值的车辆，即不足转向的车辆（几乎所有轿车都属于不足转向）才能确定 $T_{\dot{\psi}\max}$ 和 TB 值（见表 113.2）。

113.4.1 车辆参数的评价

把第 110 节稳态圆周运动的主观评价，扩展到转向盘斜坡输入试验的评价中。根据参考文献[43,44]得到一部操纵性能良好的轿车应满足下列条件：

- 圆周行驶参数＝放大因数 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{\text{stat}}$ 要大；
- 达到第一个峰值的时间，即所谓峰值响应时间（Peak-Response-Time）$T_{\dot{\psi}\max}$ 要小。

也就是要求车辆能对转向盘转角的输入急剧地反应。在图 113.5 中在综合了上述两项要求的坐标系上给出了试验结果。

但这里还没有说明极限值或希望的范围。人们只是一般地可以讲，$(\dot{\psi}/\delta_L)$ 不要太大，以免由于驾驶员无意识所做的轻微转向盘转动而引起车辆很大的响应。另一方面又不能太小，才不至于为了操纵车辆而要费力地、过大地转动转向盘。$T_{\dot{\psi}\max}$ 太大，车辆响应过于迟钝；而太小了，又失之过于灵敏。

另外的一些客观参数 $T_{\dot{\psi}}$、$T_{\ddot{y}}$ 和 TB 值与主观评价之间具有“明显的联系”[45]。

---

〔43〕 Bisimis, E.; Beckmann, H.-D.; Rönitz, R.; Zomotor, A.: Lenkwinkel-Sprung und Übergangsverhalten von Kraftfahrzeugen, ATZ 79 (1977) Heft 2, S. 577-586.

〔44〕 McRuer, D. T.; Klein, R. H.: Automobile Controllability-Driver/Vehicle Response for Steering Control. Summary Report, DOT/HS-801 407(1976).

〔45〕 Riedel, A.; Arbinger, R.: Subjektive und objective Beurteilung des Fahrverhaltens von Kraftfahrzeugen, FAT-Schriftenreihe Nr. 139, Frankfurt 1997.

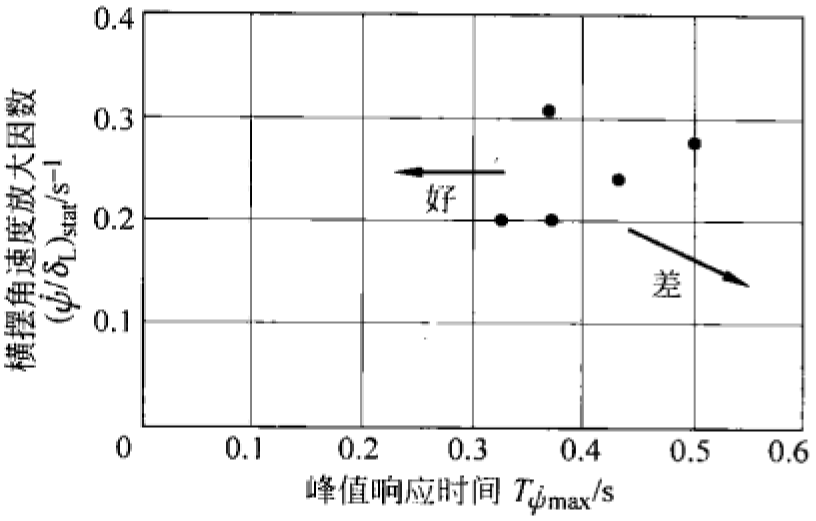


图 113.5 一些轿车的横摆角速度放大因数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$与峰值响应时间$T_{\dot{\psi}\max}$之间的关系(布伦瑞克工业大学车辆技术研究所 1984/1985 年测试，$v\approx100$ km/h，$\ddot{y}_{stat}\approx0.4g$，干路面，$d\delta_L/dt\approx200$ °/s，取左转弯和右转弯多次试验平均值)

但是对于横摆角速度的相对过振幅度$U_{\dot{\psi}}$的意义，驾驶员给出了相反的陈述。

113.4.2 车辆参数-放大因数-峰值响应时间

怎样才能满足上面对车辆提出的要求，即在保证大的放大因数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$的同时，又能使得峰值响应时间很小？下面将用实例的车辆(表 111.1 给出的)进行分析。

先比较一下图 113.6 中三部质心位置不同的车辆。

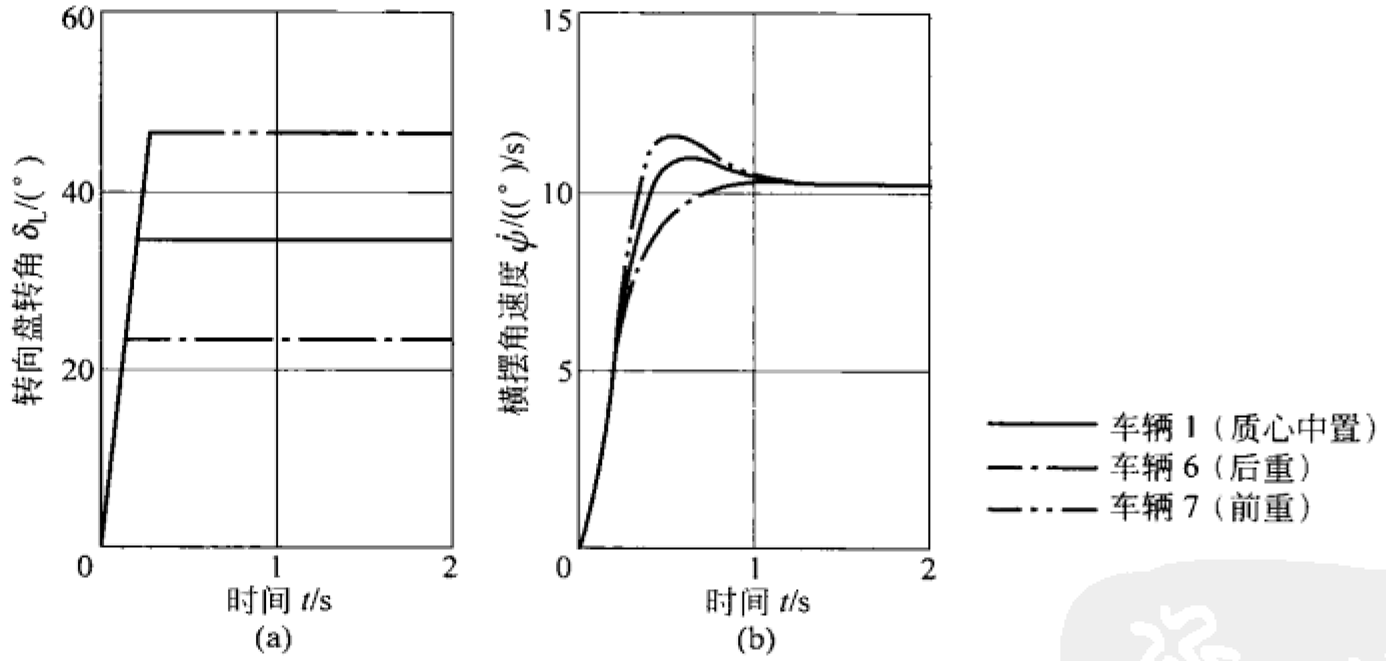


图 113.6 转向盘转角斜坡输入时，车辆参数对横摆角速度的时间函数的影响
(车辆参数见表 111.1，根据 ISO[47]，取 $v=22.2$ m/s$=80$ km/h，$\ddot{y}_{stat}\approx4$ m/s²，$d\delta_L/dt=200$ °/s)

后重车辆 6 有两点值得注意：第一点是按标准[46]进行试验时，为了达到 0.4g 的稳态侧向加速度(相应的$\dot{\psi}_{stat}=\ddot{y}_{stat}/v=10.3$°/s)，所需要的转向盘转角输入最

[46] 见参考文献 37。
[47] 见参考文献 37。

小，$\delta_L=23.7°$；第二点是横摆角速度的时间曲线没有过振现象。这里第一点意味着，车辆 6 的放大因数 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ 很大，而这又导致它的不足转向梯度较小，参看图 111.1III(d)。这里第二点，车辆的横摆角速度没有过振现象而“爬近”渐近值，说明车辆对转向盘输入的响应缓慢。从图 112.6(b)可见，原因是相对阻尼系数很大，$D_f(v=22.2\ \mathrm{m/s})\approx1$。这种情况下 $T_{\dot{\psi}\max}$ 是无法确定的。

在质心中置的车辆 1 上，为达到上述的侧向加速度，转向盘转角输入必须达到 $\delta_L=35.1°$；这种车辆的放大因数较小，不足转向梯度比车辆 6 大些。$\dot{\psi}(t)$ 曲线有过振现象，因为根据图 112.6(b)，$D_f(v=22.2\ \mathrm{m/s})\approx0.82$，小于 1；$T_{\dot{\psi}\max}\approx0.54$ s。前重车辆 7 上，$\delta_L=46.5°$，比车辆 1 和 6 都大，放大因数更要小些，不足转向梯度还要大些。$T_{\dot{\psi}\max}\approx0.50$ s，车辆的响应是最快的，当然其过振现象最强烈，因为 $D_f(v=22.2\ \mathrm{m/s})=0.70$，小于车辆 1。

从质心变化的这三个例子可以看出，$T_{\dot{\psi}\max}$ 减小的同时，也使放大因数 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ 减小。但按照 113.4.1 节的观点，放大因数减小是我们不希望的，所以我们必须，例如在前重车辆上要减小转向系统传动比 i_L，把 i_L 从 19 降低到 14.3，以使其与车辆 1 具有相同的 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ 值。当然按照 109.5 节、110.3 节和 111.3 节，这会使转向盘力矩增大，所以必须加装伺服转向助力器，如果车辆已安装了伺服转向助力器，则必须增加它的助力强度。

在表 113.4 上还汇总了其他车辆的结果。表中最后一列为转向系的传动比 i_L，其大小的不同是为了保持相同的放大因数。对转向盘输入响应最快的车辆，即峰值响应时间 $T_{\dot{\psi}\max}$ 最小的车辆是装备了侧偏刚度比较大的轮胎的车辆 2，或者说这辆车具有最高的无阻尼固有频率 $\nu_f/2\pi$ 和有阻尼固有频率 $\nu_{fd}/2\pi$，见图 112.6(a)和(c)以及式(112.15)。

表 113.4 转向盘转角斜坡输入引起的结果

车辆	$\delta_{L,stat}$	$\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat}$	$T_{\dot{\psi}\max}$	$\frac{\dot{\psi}_{max}-\dot{\psi}_{stat}}{\dot{\psi}_{stat}}$	i_L[使 $(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ 保持 0.297/s]
1	35.1°	0.297/s	0.54 s	8.9°/s	19
2	35.1°	0.297/s	0.46 s	5.4°/s	19
3	35.1°	0.297/s	0.96 s	10.7°/s	19
4	26.4°	0.395/s	0.79 s	3.6°/s	25.3
5	56.9°	0.184/s	0.50 s	21.4°/s	11.7
6	23.7°	0.440/s	—	0	28.1
7	46.5°	0.225/s	0.50 s	14.3°/s	14.3
8	12.3°	0.849/s	—	0	—(因为是满载车辆)

车辆数据见表 111.1(最后一栏除外)，计算条件按 ISO[48]，$v=22.2\ \mathrm{m/s}=80\ \mathrm{km/h}$，$\ddot{y}_{stat}\approx4\ \mathrm{m/s^2}$，$\mathrm{d}\delta_L/\mathrm{d}t|_{t=0}\approx200\ °/\mathrm{s}$。

---

〔48〕 见参考文献 37。

113.5 转向盘转角输入速度和车速的影响

下面我们用一些例子来说明当转向盘转角输入速度和车速变化时，上述结果有什么变化。

在图 113.7 中可以看出不同的 δ_L 增长速度(a)对于横摆角速度 $\dot{\psi}$ 的影响(b)。增长越快，当然 $\dot{\psi}$ 就上升越快，峰值响应时间 $T_{\dot{\psi}\max}$ 也就越短(c)。

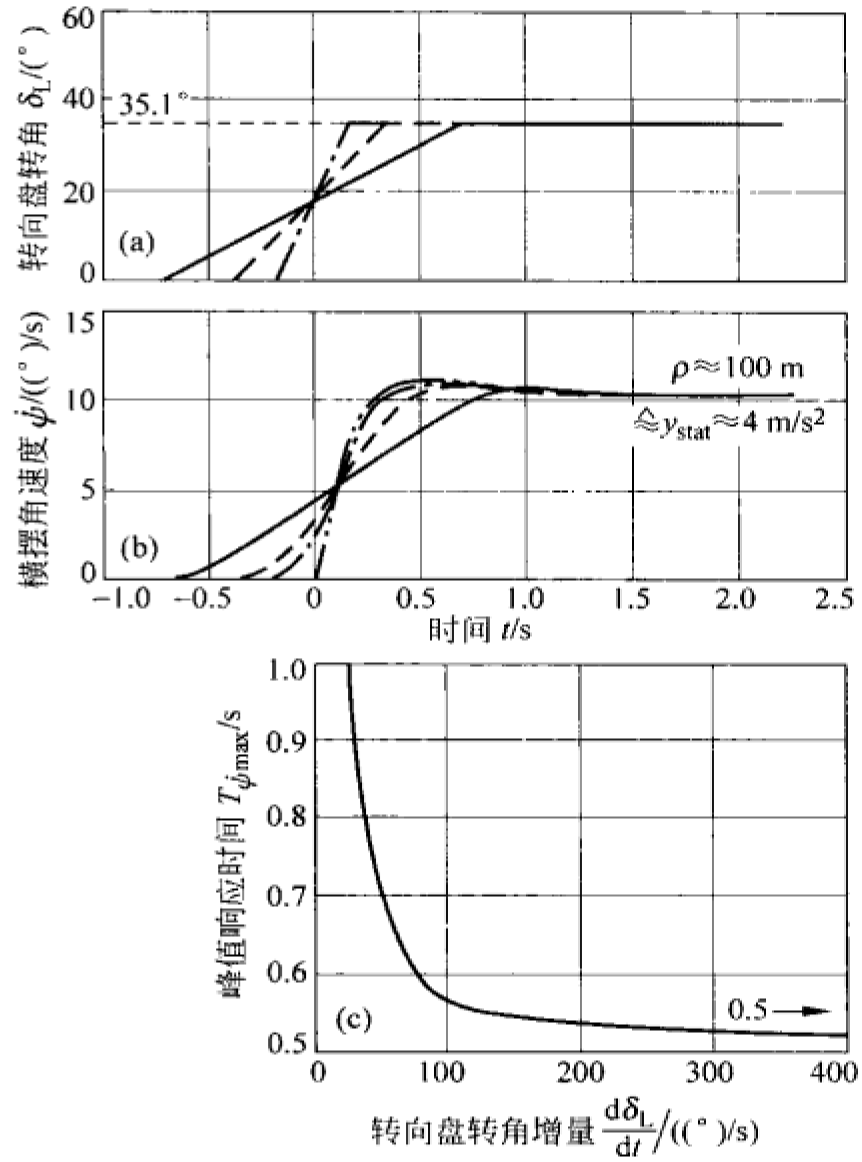


图 113.7 不同的 δ_L 增长速度(a)对 $\dot{\psi}$ 的影响(b)，以及 δ_L 增长速度对 $T_{\dot{\psi}\max}$ 的影响(c)
(车辆参数见表 111.1 中车辆 1，v=22.2 m/s=80 km/h)

从图 113.8 可以看出车速对于过渡过程影响是非常大的，在此对于每一个车速采用的转向盘斜坡输入是相同的(见图(a))，在不同速度下横摆角速度的曲线变化非常大(见图(b))。并且达到了另外的稳态值 $\dot{\psi}_{stat}$(比较图 109.5)。另外，随着速度的增加，过振幅量也增加，这是由于阻尼系数 D_l 随之减小，见图 112.6(b)。

从图 113.8(b)上也许还不能立刻推断出：车速不同时(尽管 $\delta_L(t)$ 增长过程相同，其半径也各不相同这一情况。而在图 113.8(c))上可以看到 v=10 m/s 时，半径 $\rho\approx$90 m；v=22.2 m/s 时，$\rho\approx$130 m；v=40 m/s 时，$\rho\approx$230 m。

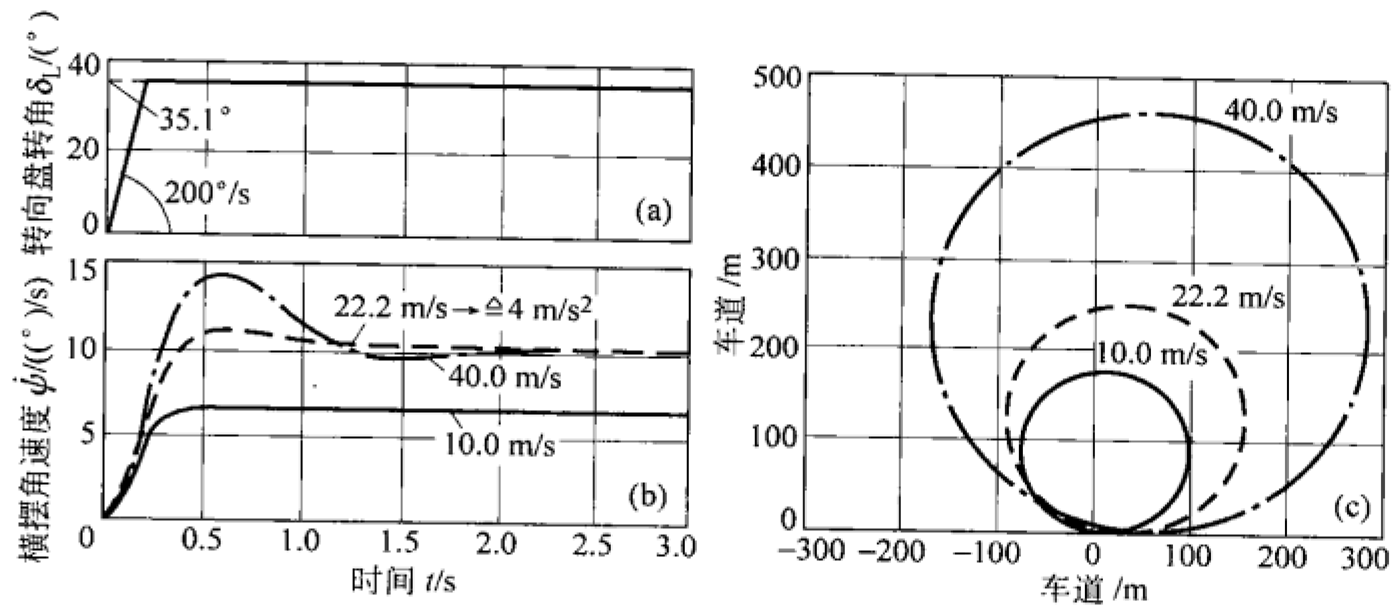


图 113.8 车速对过渡过程的影响

(a)，(b)为时间曲线；(c)为曲线行驶状态

(车辆参数参看表 111.1 中车辆 1)

所以接下来，在图 113.9(a)上我们选取不同的稳态转向盘输入，以使得车辆在振动衰减后，都能控制在相同半径 $\rho\approx500$ m 的圆周上行驶。这时从曲线(e)可见，这些行驶圆周彼此是错开的：对应于 10 m/s 的圆心在左边，而 40 m/s 对应的圆心又在 22.2 m/s 的右边。这就意味着，通过这一计算，车辆不能在道路上行驶；而要在一个很大的空场上来进行模拟试验，比如选用飞机场。另外，图 113.9(b)～(d)表明，随

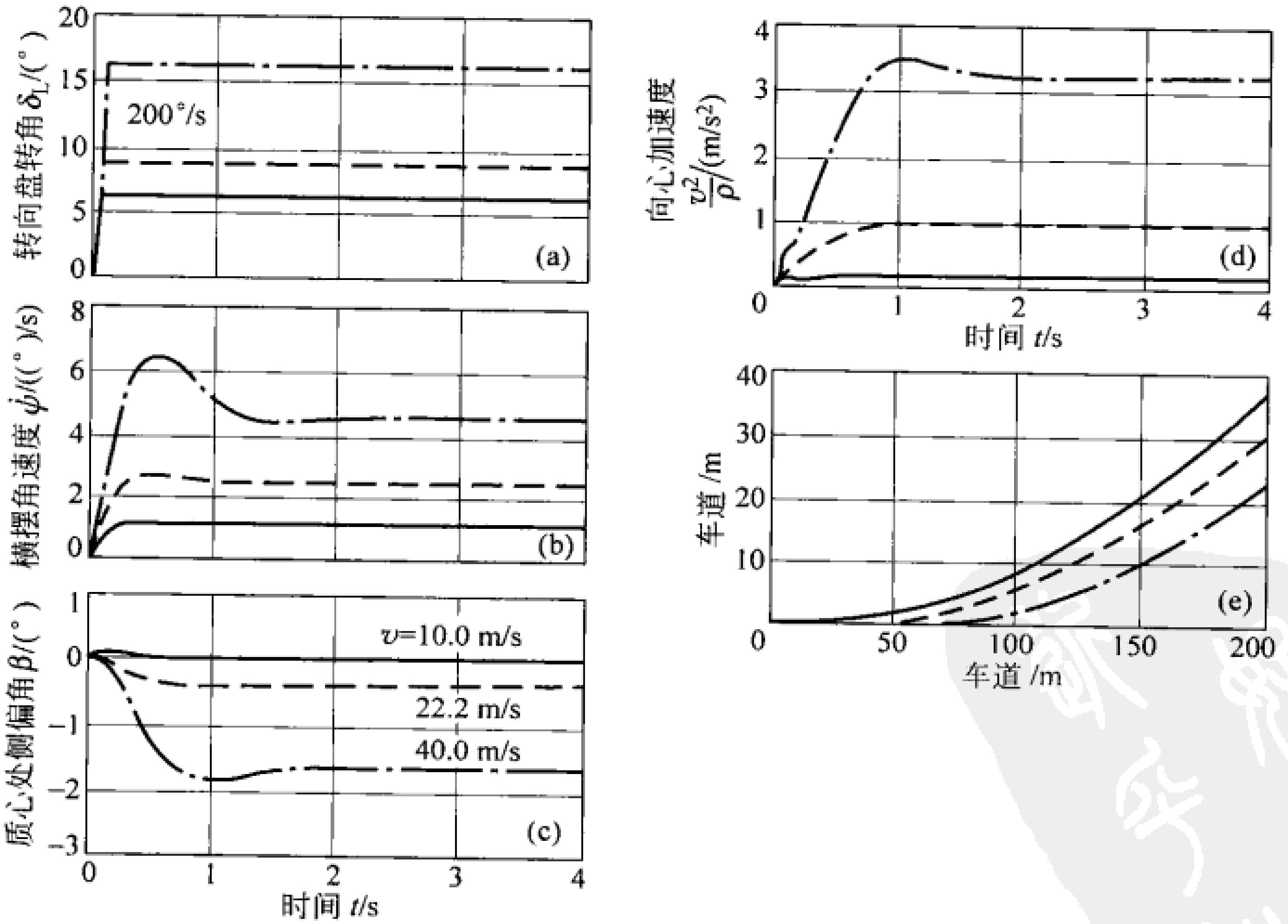


图 113.9 给定半径 $\rho\approx500$ m 时，不同车速对过渡过程的影响

(车辆参数见表 111.1 中的车辆 1)

着车速上升，不仅横摆角速度 $\dot{\psi}$，质心处侧偏角 β 和侧向加速度 $\ddot{y}$ 的渐近值增大了；而且它的过振幅度也增大了。所以比起采用一定的 δ_L 值来，我们用一定的半径 ρ，而变化转向量输入 δ_L 来进行试验要明显得多。

114 转向特性，频率特性

在第 113 节中，车辆是通过转向盘阶跃输入或斜坡输入来激励的，也就是考察时域响应。在这一节里，转向盘在一个较长时间内作正弦转动。由此来考察频率特性，再细分为幅频特性和相频特性。

研究频率特性的目的在于：

1. 可以对瞬态特性作简单的描述；
2. 在不能采用转向盘斜坡输入时，可通过频率特性进行研究，比如：

—车速很高时，为了使得侧向加速度 v^2/ρ 不致超限，半径 ρ 必须很大，因而采用转向盘斜坡输入的试验场地就要很大，不易实现。

—在不均匀的路面上[49]（在雪地上）。

3. 用以考察驾驶员-车辆的控制回路（参看第 XX 章）。

如果车辆转向盘上受到圆频率为 ω 的正弦激励输入：

$$\delta_L = \underline{\hat{\delta}}_L e^{j\omega t} = \hat{\delta}_L \sin \omega t \tag{114.1}$$

那么，在固有振动衰减后（假定车辆是稳定的线性系统）可以以横摆角速度为例写出车辆的响应：

$$\dot{\psi} = \underline{\hat{\dot{\psi}}} e^{j\omega t} = \hat{\dot{\psi}} \sin(\omega t + \varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}) \tag{114.2}$$

式中，$\underline{\hat{\delta}}_L$、$\underline{\hat{\dot{\psi}}}$ 是复振幅，$\hat{\delta}_L$、$\hat{\dot{\psi}}$ 是实振幅，$\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ 是 $\dot{\psi}$ 与 δ_L 之间的相角（图 114.1）。把 $s=j\omega$ 代入表 113.1 中的传递函数，即可得到复放大函数。

一般，复放大函数又可称为复传递函数，可由 B 篇的 55.2 节得到，其振频特性见式(55.28)，相频特性见式(55.29)。

114.1 频率特性的解释

在表 113.1 中给出了在不同车速下最重要的参数其振幅比和相角随激励频率 $\omega/2\pi$ 变化的情况。对频率特性来讲，只有从 $\omega/2\pi=0$ 到约 1.5 Hz 这一范围是重要的，因为在这一范围内驾驶员可以完成转向盘的转动（至少动作基本上是谐调的，也就是在所谓转向盘转动的人体工程极限以内）。

---

[49] Deppermann, K. H.: Einfluß von Schneeketten auf die Fahrdynamik allradangetriebener Personenkraftwagen, ATZ 90 (1988) Heft 4, S. 209-211.

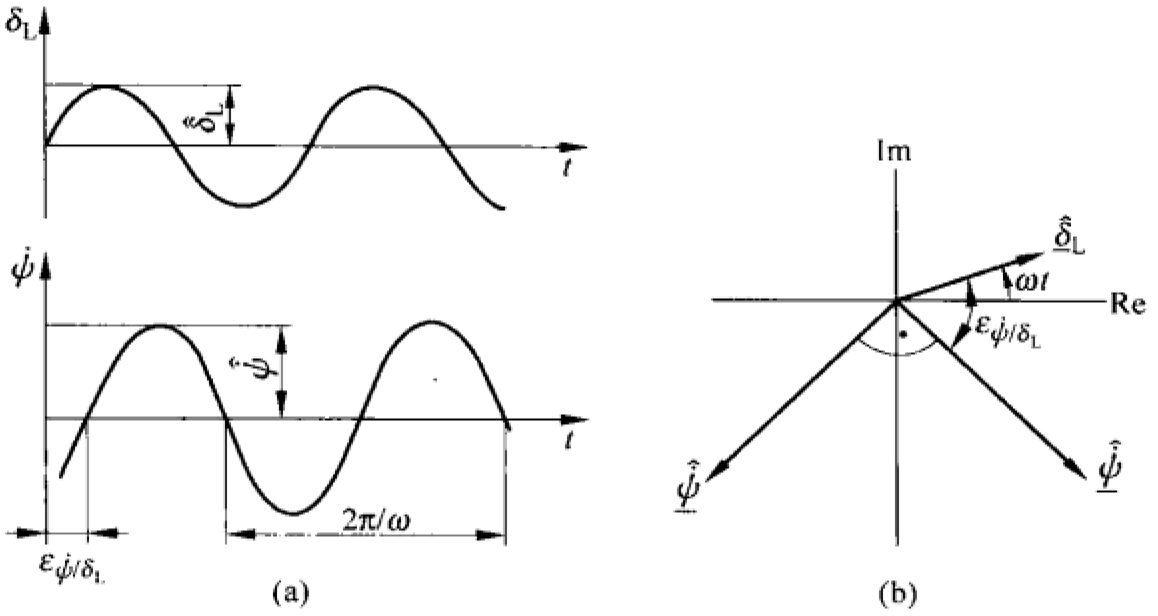


图 114.1 频率特性

(a) 正弦输入 δ_L，正弦输出 $\dot{\psi}$（作为时间 t 的函数，振动周期为 $2\pi/\omega$）；(b) 在复平面内矢量的描写

首先我们来解释表 113.1 右上角的横摆角速度的频率特性。$\omega=0$ 时，振幅比相当于式(112.11)确定的圆周行驶参数$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$，

$$F(\omega=0)=\left.\frac{\hat{\dot{\psi}}}{\hat{\delta}_L}\right|_{\omega=0}=\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat} \tag{114.3}$$

这一点也是在讨论圆周行驶时就已经知道的。由图 109.5 可知，不足转向的车辆随车速增加，$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$也随之增大，达到特征车速 v_{ch}时取得最大值，而后又减小。因为作为计算出发点的车辆 1，其 $v_{ch}=29$ m/s，所以 $F(0)$的数值当 $v=20$ m/s、30 m/s 和 40 m/s 时彼此差别不大。

ω 值较小时，随着频率增加，其振幅比与 $\omega=0$ 时相比差别不大，因为$\hat{\dot{\psi}}/\hat{\delta}_L$-$\omega$ 曲线在 $\omega=0$ 处斜率接近零。当激励圆频率 ω 接近固有圆频率时（即 $\omega\approx\nu_f$），振幅比取得最大值（参看 B 篇，55.2 节）。而最大值的大小与相对阻尼系数 D_f 有密切关系。由于 ν_f和 D_f 都是车速 v 的函数，所以振幅比也与车速密切相关，参看图 112.6。$v=10$ m/s 时，因为 $D_f\approx1$，所以没有共振峰值。在 $v>20$ m/s 时，固有圆频率 ν_f几乎不再有大的变化，而相对阻尼系数 D_f 则随车速增加而下降，所以振幅比的最大值也随车速增加而增加，但差不多位于同一激励频率处。这就意味着，转向盘输入转角一定时，车辆行驶越快，共振范围内的横摆角速度越高。

当 $\omega=0$ 时，转向盘输入 δ_L 与横摆角速度 $\dot{\psi}$ 之间的相位角 $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ 为零，即车辆响应 $\dot{\psi}$ 与激励 δ_L 同相；而其积分，即横摆角 ψ 则要比转向盘的转动滞后 90°。随着频率增加，相角 $\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$一般为负值，并且其最小值为$-\pi/2$。这就是说，横摆角速度 $\dot{\psi}$ 要比转向盘转动 δ_L 滞后 90°，而横摆角 ψ 则要滞后 180°。当 v 较高（如表 113.1 右上角图中 $v=40$ m/s），而频率较低时，$\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}$ 可能取正值，$\dot{\psi}$ 赶过了 δ_L，相应的 ψ 落后于 δ_L 不到 90°。

为清楚起见，把 δ_L、$\dot{\psi}$ 和 ψ 在 10 m/s 和 40 m/s 两个车速下随着时间变化的情况汇总在图 114.2 上。并按三种不同频率给出：$\omega/2\pi=0.2$ Hz（接近稳态），0.6 Hz（$v\approx$40m/s 时出现共振工况）和 1.0 Hz。转向盘转角振幅不变的情况下，车速较低时（$v=10$ m/s），横摆角速度随频率的变化几乎没有，相角的变化在时间曲线上也几乎看不出来；而横摆角的振幅随频率增加一直减小，因为 $\hat{\psi}=\hat{\dot{\psi}}/\omega$。在车速较高时（$v=40$ m/s），只有横摆角的振幅随频率的变化看得出来。

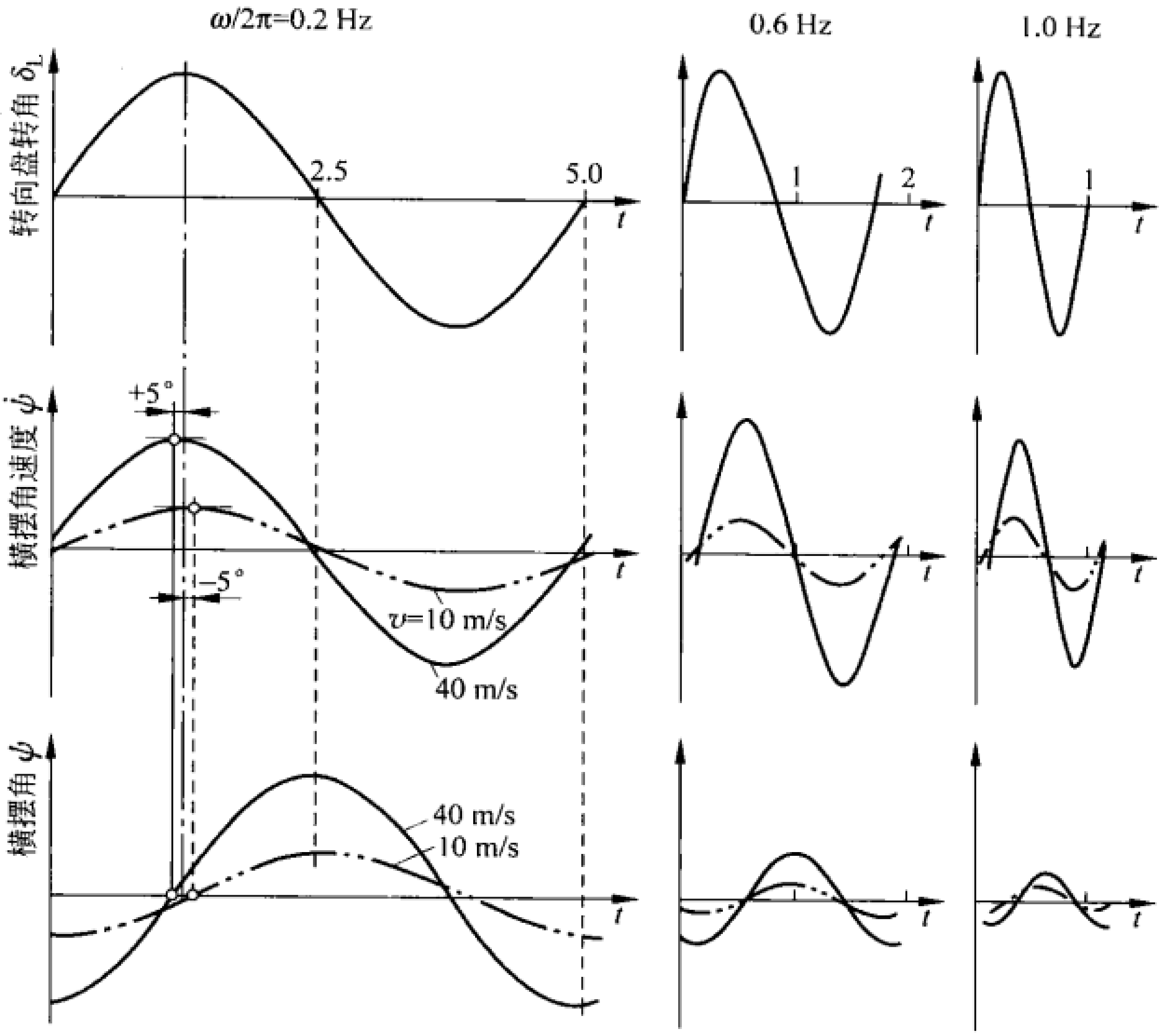


图 114.2 不同车速和激励频率时，转向盘输入角 δ_L，横摆角速度 $\dot{\psi}$ 和横摆角 ψ 的时间函数

在表 113.1 中第 2 行所示的质心处侧偏角 $\hat{\beta}(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ 的频率过程需要加以说明：从表 110.2 第 2 行可见，一超过 $v=10$ m/s，放大因数，圆周行驶参数 $(\beta/\delta_L)_{stat}$ 就开始取负值。而因为振幅比 $|F(\omega)|$ 总是正的，负的放大因数意味着相角为 $-180°$。所以在 $v>10$ m/s 时，相角从 0°跃变为 $-180°$。

从侧向加速度的振幅比 $\hat{\ddot{y}}(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ 以及转向盘力矩的振幅比 $\hat{M}_L(\omega)/\hat{\delta}_L(\omega)$ 可以看到，没有共振峰值，并且当车速较高时，振幅比在约 1 Hz 处急剧下降（从图 113.2 中，我们已经注意到，转向盘斜坡输入时，$\ddot{y}$ 和 M_L 的过振现象不明显）。

在表 113.1 中，在相位角 $\varepsilon(\omega)$ 曲线下面作为第三个曲线图出现的是时间相差：

$$T(\omega)=\frac{\varepsilon(\omega)}{\omega} \tag{114.4}$$

这样，式(114.2)列写的横摆角速度就可改写为：

$$\dot{\psi}=\hat{\dot{\psi}}\sin(\omega t+\varepsilon)=\hat{\dot{\psi}}\sin\omega(t+T) \tag{114.5}$$

式中 T 是车辆的响应时差。

在较低频率范围内，时差 $T(\omega)$ 和振幅比常常是一常数，所以，以横摆角速度/转向盘输入为例可以近似地写成：

$$\frac{\underline{\hat{\dot{\psi}}}}{\underline{\hat{\delta}_L}}=\frac{\hat{\dot{\psi}}}{\hat{\delta}_L}e^{j\varepsilon(\omega)}\approx\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L}\right)_{stat}e^{j\omega T} \tag{114.6}$$

从表 113.1 中的曲线可见，质心处侧偏角、侧向加速度和转向盘力矩的 $T(\omega)$ 值要比横摆角速度的小，即：在各个车辆参数中，横摆角速度对转向盘输入的响应最快。所以可以把横摆角速度作为驾驶员的一个重要信息参数。

114.2　频率特性的评价

总起来讲，频率特性是由激励圆频率 ω，圆周行驶参数（在第 113 节中也称为放大因数），固有频率 ν_f 和 ν_{fd}，相对阻尼系数 D_f 决定的；而后面 4 个参数又取决于车速 v，所以频率特性也与车速 v 有关。由于这些函数比较复杂，就很容易理解：我们对于一部瞬态性能良好的车辆应该具有什么样的频率特性所能提示的东西是十分有限的。从研究成果[50]可知，驾驶员把在多弯路段上能很快行驶的车辆认为是瞬态性能良好的车辆。而这些车辆上，

- 圆周行驶参数（＝横摆角度速度放大因数）$(\dot{\psi}/\delta_L)_{stat}$ 比较大；
- 阻尼 D_f 是比较大的（按表 113.4 中的例子，大的阻尼 D_f 又是与要求比较小的峰值响应时间相矛盾的）。

一个进一步的目标要求是：

- 在很低的频率范围内，不允许出现侧向加速度振幅下降的现象[51,52]；
- 横摆角速度振幅的峰值在频率 $\omega=\nu_f$ 时不允许太大[53,54]。
- 相角 ε 以及转向角与车辆响应之间的响应延迟时间 T 应尽可能小[55]。

---

〔50〕 见参考文献 43。

〔51〕 Bantle, M.; Braess, H.-H.: Fahrwerksauslegung und Fahrverhalten des Porsche 928, ATZ 79 (1977), Heft 9, S. 369-378.

〔52〕 Mortimer, R. G.; Olson, P. L.: Some Factors Limiting Driver-Vehicle Performance, SAE 730017.

〔53〕 见参考文献 51。

〔54〕 见参考文献 7。

〔55〕 Jaksch, F. O.: Driver-Vehicle Interaction with Respect to Steering Controlability, 5th VSD-2nd IUTAM Symposium, Swets& Zeitlinger 1977。

Weir 和 Di Marco[56] 把下面这种车辆认为是最佳车辆：横摆角速度的放大因数（$\dot{\psi}/\delta_L$）$_{stat}$ 以及所谓当量延迟时间 T_{eq} 应在一定范围内。T_{eg} 是相角为 45°时，激励圆频率的倒数（这种考虑方式来自一阶系统。但这里只有当车速较低时，才可以近似视为一阶系统）从表 113.1 的曲线可以看出：$\varepsilon_{\dot{\psi}/\delta_L}=45°$时，$\omega/2\pi\approx1$ Hz，所以 $T_{eq}=1/\omega\approx0.16$ s。另外有（$\dot{\psi}/\delta_L$）$_{stat}\approx0.3\ s^{-1}$。欧洲生产轿车的参数范围如图 114.3 所示，这一范围明显地小于 Weir 和 Di Marco 给出的范围。

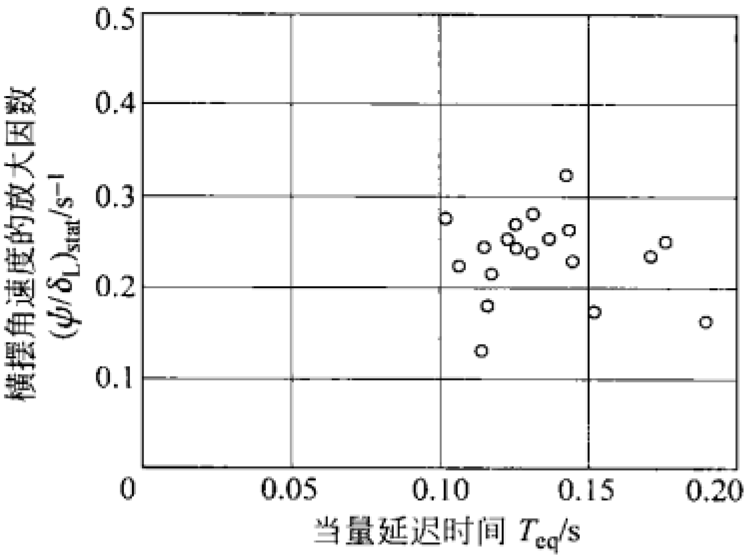


图 114.3 $v=80$ km/h，$\ddot{y}_{max}=0.5\ g$ 时的欧洲轿车参数范围

（Horn，A.：Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straβe. Diss. TU Braunschweig 1985）

114.3 车辆参数的影响

在图 114.4 上还是以前面多次用过的不足转向车辆 1—7 为例来说明车辆参数的影响。车速一直取 $v=30$ m/s。把各参数的振幅比都除以圆周行驶参数，即除以 $\omega=0$ 时的振幅比。这种描述方式还可以告诉我们，频率增加时，相对于圆周行驶来讲，瞬态性能将如何变化。

根据 114.2 节提出的评价尺度，车辆 2 相对于其他车辆是最好的。这是由于车辆 2 具有最重要的特性是"轮胎侧偏刚度较大"。在频率范围 $\omega/2\pi=0\sim1$ Hz 内，$\hat{\dot{\psi}}/\hat{\delta}_L$ 的超振幅度相对最小，$\hat{\ddot{y}}/\hat{\delta}_L$ 的下降很小，相角 ε 从绝对值来看，总是最小的。这一点通过装有"侧偏刚度比较小"的轮胎的车辆 3 可以很好地证明。另外，可以认为前重的车辆 7 性能也比较好。

在文献中常常发现有这种提法："中性转向的车辆是好的"。这一观点我们不能同意，因为像车辆 4 和车辆 6 的不足转向梯度看来很小，但是它们的相角绝对值太大了。

在图 114.5 上比较了空载车辆 1 和满载车辆 8 的横摆角速度的频率特性。可见，由于满载的原因，使操稳性恶化了（如果轮胎参数不能与载荷匹配的话）。

---

[56] Weir; Di Marco: Correlation and Evaluation of Driver/Vehicle Directional Handling Data, SAEPaper 780010 (1978).

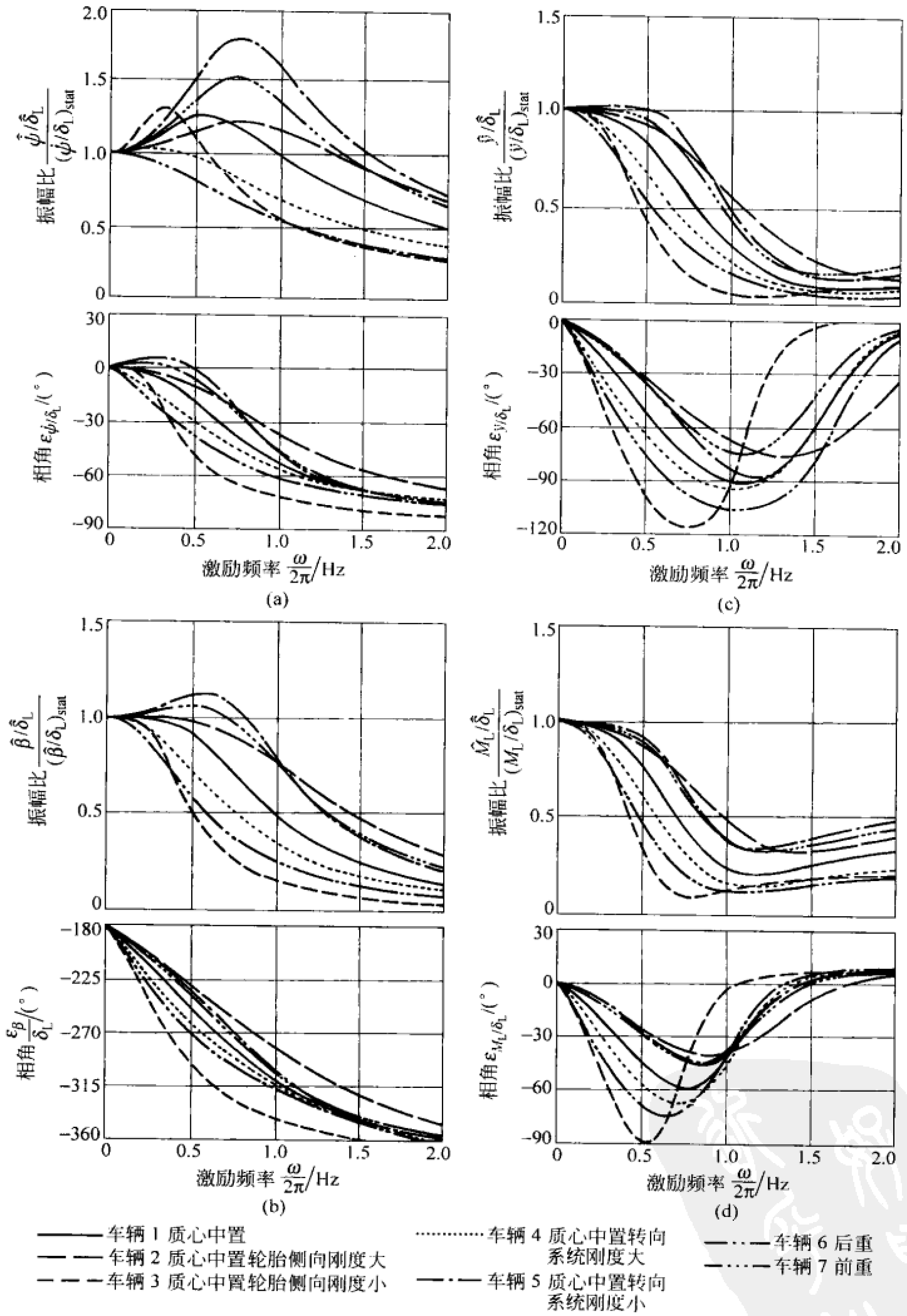


图 114.4 表 111.1 所列的各个不足转向车辆的频率特性，$v=30$ m/s

(a) 横摆角速度 $\dot\psi(\omega)/\delta_L(\omega)$；(b) 质心处侧偏角 $\beta(\omega)/\delta_L(\omega)$；

(c) 侧向加速度 $\ddot y(\omega)/\delta_L(\omega)$；(d) 转向盘力矩 $M_L(\omega)/\delta_L(\omega)$

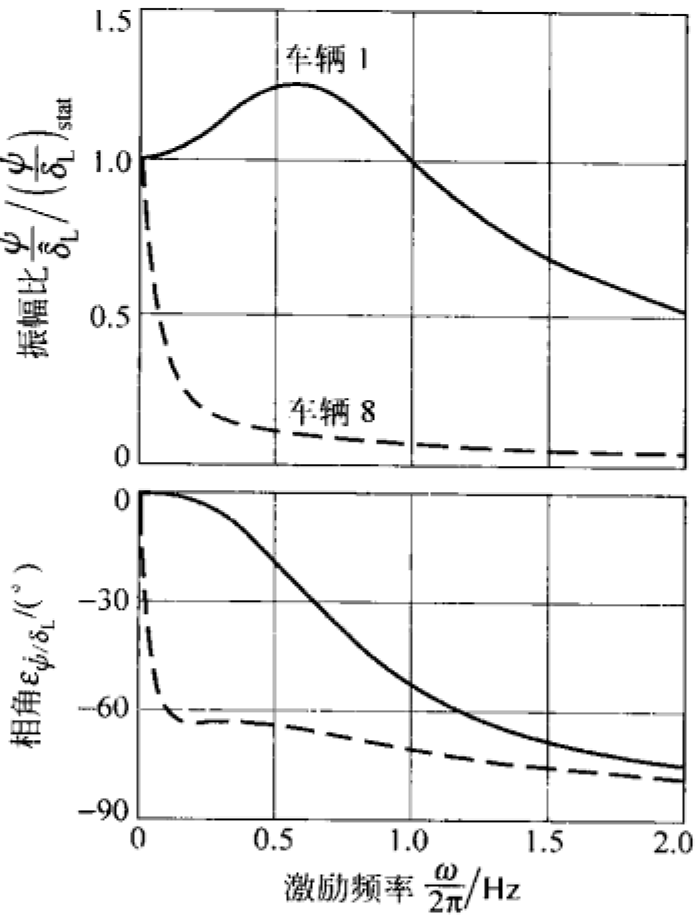


图 114.5 空载车辆 1 和满载车辆 8 之间横摆角速度频率特性的比较（数据见表 111.1），$v=30$ m/s

115 在给定车道曲线上的行驶，“理想的”驾驶员，缓和曲线

在 113.5 节中通过图 113.13 指出，尽管稳态参数都是相匹配的，但在转向盘斜坡输入情况下，车辆仍然要在不同的圆周上行驶。所以下面我们要来研究，在车道曲线给定的情况下，驾驶员应如何转动转向盘，才能使车辆前面某一点能准确地沿着曲线运动。我们设想这个点和车辆固定相连。因为偏差一直应该是零，所以我们把这种驾驶员称为“理想的驾驶员”[57]。下面进行的计算在第 XIX.1 章中讨论有驾驶员转动转向盘的车辆时还要用到。

图 115.1 中该点以 P 表示。它在前轴前方 l_P 处，驾驶员向前预瞄 P 点。由于驾驶员在轿车上的位置约在质心 SP 处，所以前视距为 l_V+l_P，而预期时间为

$$T_P=\frac{l_V+l_P}{v} \tag{115.1}$$

（在第 XIX.1 章中也称为“预测时间”或“先期时间”。）

预瞄点 P 的轨迹曲线，按式(107.1)和式(107.3)，其曲率为

$$\frac{1}{\rho_P}=\frac{1}{v}(\dot{\beta}_P+\dot{\psi}) \tag{115.2}$$

---

[57] Mitschke, M.: Untersuchungen über die Slalomfahrt eines Kraftfahrzeuges, ATZ 68 (1966) Heft 6, S. 202-206.

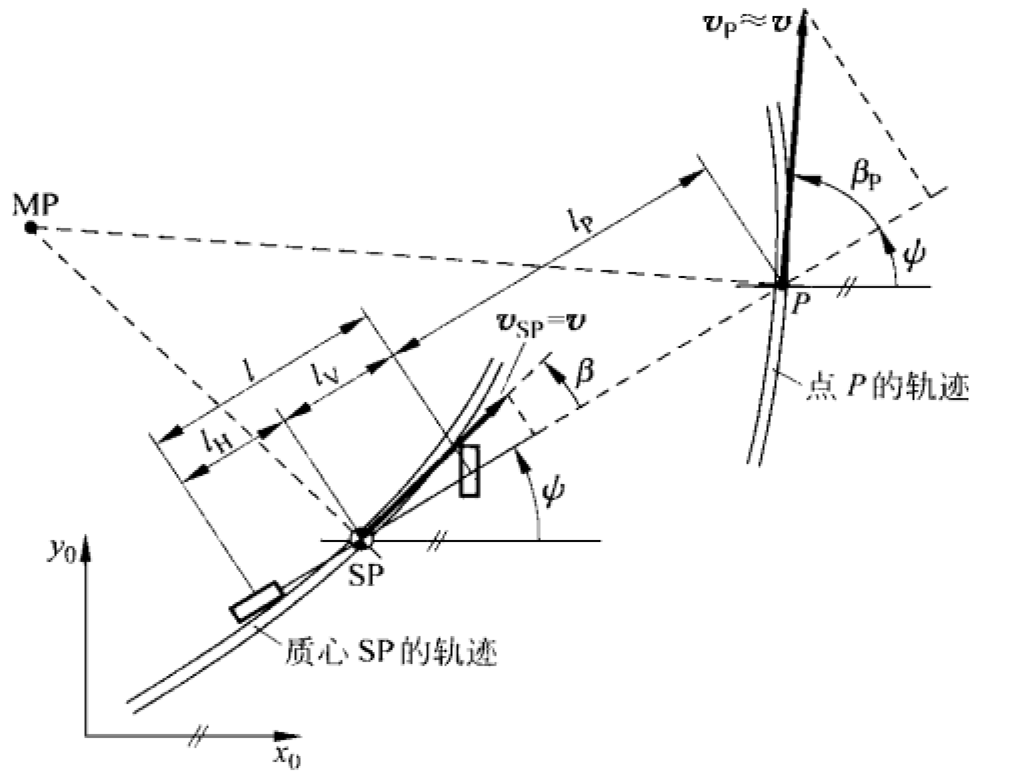


图 115.1 在给定车道上行驶

P 点的侧偏角 β_P 由下式求出：

$$\tan \beta_P = \frac{(l_V + l_P)\dot{\psi} + v\sin\beta}{v\cos\beta}$$

线性化后有

$$\beta_P = \beta + (l_V + l_P)\frac{\dot{\psi}}{v} \tag{115.3}$$

由式(115.2)和式(115.3)，并注意到式(107.3)，即可写出 P 点轨迹曲线的曲率 $1/\rho_P$ 与质心 SP 的轨迹曲线的曲率 $1/\rho_{SP}$ 之间的关系：

$$\frac{1}{\rho_P} = \frac{1}{\rho_{SP}} + \frac{l_V + l_P}{v}\frac{\ddot{\psi}}{v} = \frac{1}{\rho_{SP}} + T_P\frac{\ddot{\psi}}{v} \tag{115.4}$$

以及质心 SP 处的侧偏角速度 $\dot{\beta}$

$$\dot{\beta} = \frac{v}{\rho_P} - (l_V + l_P)\frac{\ddot{\psi}}{v} - \dot{\psi} \tag{115.5}$$

如果把式(115.5)及其积分式代入单轨模型的已知运动方程(107.13)、(107.14)中，忽略侧向扰动，即可得到两个新的运动方程：

$$m(l_V + l_P)\ddot{\psi} + [c'_{\alpha_V} l_P + c_{\alpha_H}(l + l_P)]\frac{\dot{\psi}}{v} + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})\psi + c'_{\alpha_V}\delta_L^* = mv^2\left(\frac{1}{\rho_P}\right) + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})v\int\left(\frac{1}{\rho_P}\right)\mathrm{d}t \tag{115.6}$$

$$J_z\ddot{\psi} + [c_{\alpha_H} l_H(l + l_P) - c'_{\alpha_V} l_V l_P]\frac{\dot{\psi}}{v} + (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)\psi - c'_{\alpha_V} l_V\delta_L^* = (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)v\int\frac{1}{\rho_P}\mathrm{d}t \tag{115.7}$$

上面两个方程的右边是曲率和它的积分，或者用另一方式表示为预瞄点 P 的侧向加速度 v^2/ρ_P 以及 P 点的航向角 $v\int 1/\rho_P \mathrm{d}t=\beta_P+\psi$。下面我们参照第112节和第113节的做法，先讨论齐次解，后讨论非齐次解。

115.1 在给定车道曲线情况下的稳定性

解齐次方程时导出一个二次特征方程（参看式(112.4)），如果驾驶员是向前预瞄($l_P>0$)，则特征方程中的常数均为正值，即系统是稳定的。也就是说，这个理想驾驶员是可以通过转动转向盘来使车辆准确地在给定的车道曲线上行驶（实际上，驾驶员是不可能做到这一点的。因为一方面他不可能立即做出反应，他们的反应时间大于零。其次，在某种情况下要求这么大幅度地和迅速地转动转向盘，也是体力所不能胜任的（人类学极限））。

特征参数是无阻尼固有圆频率 ν_{id}(id=乘有理想驾驶员的车辆)：

$$\nu_{id}=\sqrt{\frac{c_{\alpha_H} l}{J_z+ml_V(l_V+l_P)}} \tag{115.8}$$

相应的相对阻尼系数和阻尼常数为：

$$D_{id}=\frac{l+l_P}{2v}\nu_{id},\quad \sigma_{id}=\frac{l+l_P}{2v}\nu_{id}^2 \tag{115.9}$$

以及有阻尼的固有圆频率为：

$$\nu_{idd}=\nu_{id}\sqrt{1-D_{id}^2} \tag{115.10}$$

我们把式(115.8)与式(112.6)；式(115.9)与式(112.5)相比较，就可看出，在给定车道曲线上，理想驾驶员驾驶的车辆行驶参数是与给定转向盘输入时的车辆行驶参数不同的。图115.2表示了在三种不同的前视距 l_P 情况下，参数 ν_{id}、D_{id} 和 ν_{idd} 与车速的关系。可见沿轨迹曲线准确运动的 P 点距前轴越远，即驾驶员前视距 l_P 越大，则其固有频率越小，相对阻尼系数越大。

115.2 缓和曲线

在解非齐次方程组(115.6)和(115.7)之前，我们应该先来探讨一个车道曲率变化的特殊路段。假定道路由直线段直接转入圆弧，那么侧向加速度 $\ddot{y}=v^2/\rho$ 由零阶跃到某一数值，驾驶员也必须要立刻给转向盘一个阶跃输入。显然这是不可能的，结果车辆会偏离给定的车道曲线。为了避免这一现象，现代修建的道路上都设有缓和曲线，其线形按回旋曲线确定：

$$\frac{1}{\rho(u)}=\frac{u}{A^2} \tag{115.11}$$

即曲率 $1/\rho$ 随驶过的路程 u 作线性变化（图115.3），常数 A 称为缓和曲线参数。

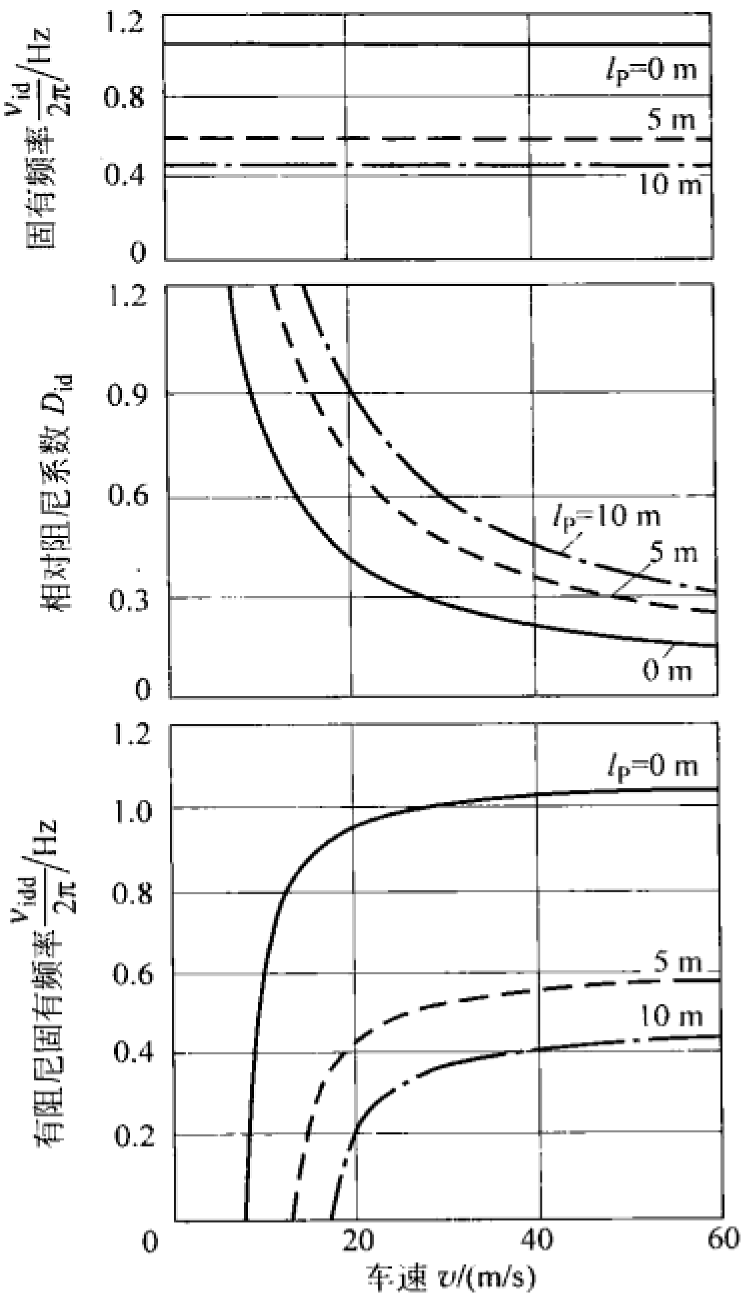


图 115.2 理想驾驶员驾驶的一般车辆在不同的预视距离下（表 111.1 中车辆 1）的操稳性特征参数

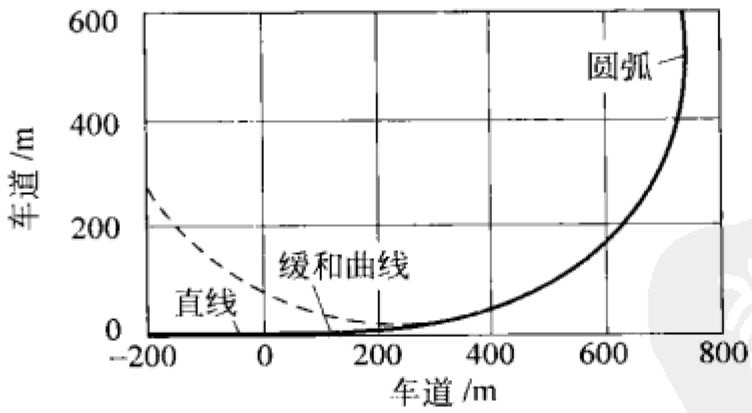


图 115.3 从直线段经过缓和曲线进入圆弧段的过程

在车速较低时，可以忽略侧向加速度和轮胎侧偏角，按式(109.6)近似地取 $\delta_L = i_L l/\rho$。所以在缓和曲线上行驶时，转向盘输入 δ_L 由式(115.11)，可以按下式决定：

$$\text{对于}\frac{v^2}{\rho} \approx 0, \quad \text{则 } \delta_L(u) \approx \frac{i_L l}{\rho} = \frac{i_L l}{A^2}u \tag{115.12}$$

如果 $u = vt$，则

$$\delta_{\mathrm{L}}(t) \approx \frac{i_{\mathrm{L}} l}{A^{2}} v t \tag{115.13}$$

就是说，在缓和曲线上低速行驶时，驾驶员必须与驶过路程 u 成正比地转动转向盘。或者说，转向盘输入与时间成线性关系（图 115.4(a)，当 $v=10\ \mathrm{m/s}$ 时）。

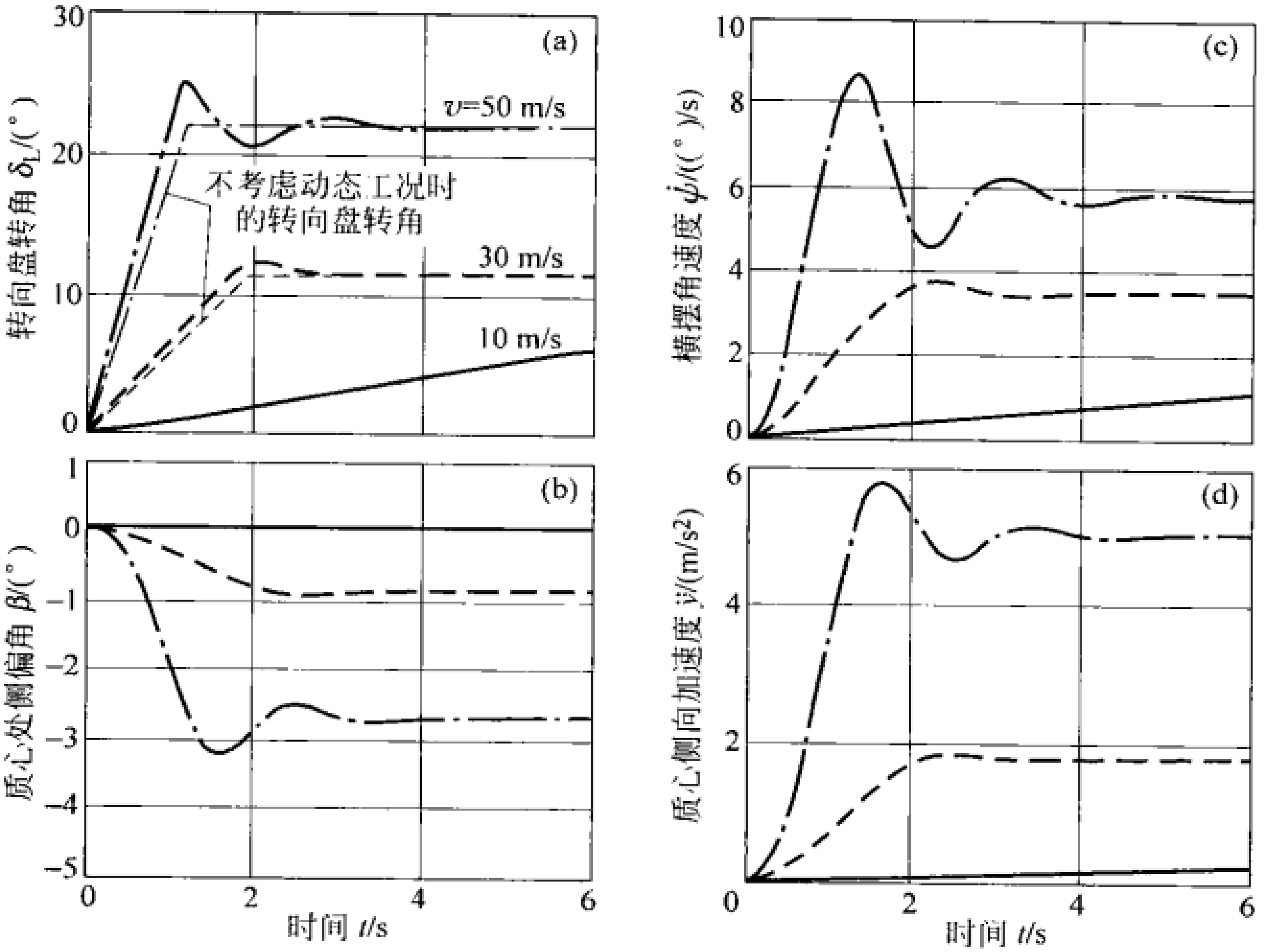


图 115.4 “理想”驾驶员驾驶的车辆响应过程

缓和曲线的 $A=\rho/3$，圆弧半径 $\rho=500\ \mathrm{m}$（车辆参数见图 115.2，$l_{\mathrm{P}}=5\ \mathrm{m}$）

115.3 转向盘输入

车速较高时，转向盘输入 δ_{L} 不再与时间 t 成正比。它可以根据式(115.6)、式(115.7)推出的下列微分方程求得

$$\frac{1}{\nu_{\mathrm{id}}^{2}}\ddot{\delta}_{\mathrm{L}}(t)+\frac{2\sigma_{\mathrm{id}}}{\nu_{\mathrm{id}}^{2}}\dot{\delta}_{\mathrm{L}}(t)+\delta_{\mathrm{L}}(t) = i_{\mathrm{L}} l\left[1+\left(\frac{v}{v_{\mathrm{ch}}}\right)^{2}\right]\left[\frac{1}{\nu_{\mathrm{f}}^{2}} \frac{1}{\ddot{\rho}_{\mathrm{P}}(t)}+\frac{2\sigma_{\mathrm{f}}}{\nu_{\mathrm{f}}^{2}} \frac{1}{\dot{\rho}_{\mathrm{P}}(t)}+\frac{1}{\rho_{\mathrm{P}}(t)}\right] \tag{115.14}$$

方程左边的 ν_{id}、σ_{id} 可按 115.1 节的“理想驾驶员”情况求得；右边的参数都是在紧定转向盘(fixed control)情况下的参数，也是已知的：v_{ch}^{2} 由表 109.1 中式(109.7)，ν_{f}^{2} 由式(112.8)，σ_{f} 由式(112.5)，$i_{\mathrm{L}} l[1+(v/v_{\mathrm{ch}})^{2}]$ 由表 109.2 中式(109.14)求出。

图 115.4 上，$v=30\ \mathrm{m/s}$ 和 $50\ \mathrm{m/s}$ 时，可以看到车辆进入振动状态的动态过程。为了清楚起见，在图 115.4 上还按式(115.13)把不考虑动态工况的低速情况也一并画出。可见，驾驶员必须一面很快地转动转向盘，另一方面又要不断加以修正以使其

趋近于渐近值(＝圆周行驶参数)。因为车辆是一直精确地正好在给定的车道曲线上行驶，所以不必进行任何控制。只有当车辆偏离给定的车道时，驾驶员才必须加以控制，这将在第 XIX.1 章中讲到。

116　转向盘自由状态下车辆的行驶特性(自由控制)

从第 109 节到第 114 节讨论了事先给定转向盘输入 δ_L 的情况，即 $\delta_L=0$ 或者 δ_L ＝常数(所谓的“固定控制”)，或者转向盘输入 $\delta_L(t)$ 为阶跃函数、斜坡函数和正弦函数。在第 115 节中认为车辆由“理想驾驶员”操控，在事先给定轨迹曲线的条件下计算出了必要的 $\delta_L(t)$。

在实际中还会遇到这样的情况，那就是在弯道出口，不返回转向盘，而是将它松开，让它自由回正，或者让转向盘克服扶在它上面的手的摩擦，回到平衡位置。在一般的行驶试验过程中，车辆先以一定的车速在给定半径的圆周上行驶，使车辆达到给定的横向加速度，然后让驾驶员松开转向盘。从图 116.1 中的测量结果可见，这时出现了衰减振动。

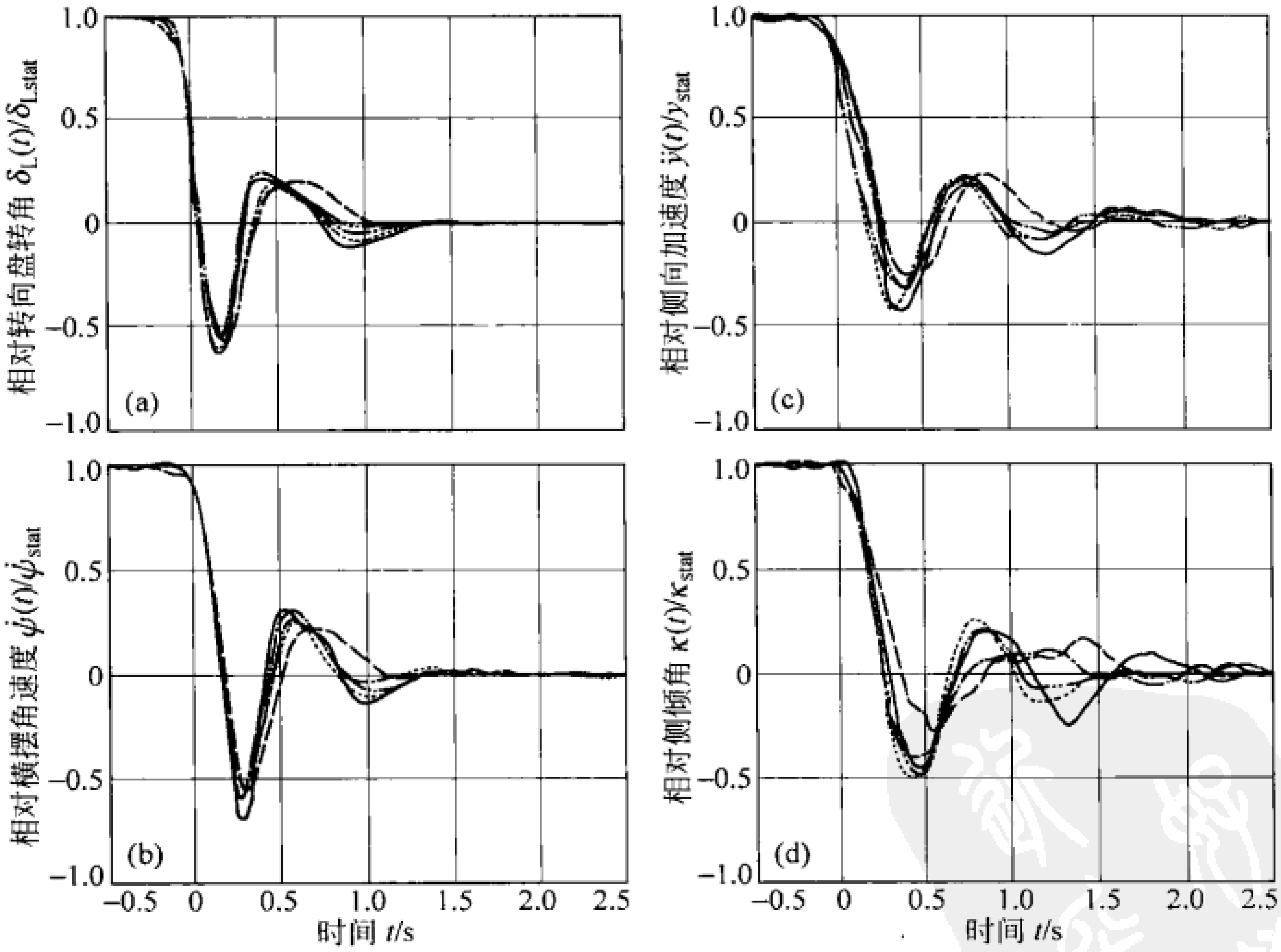


图 116.1　五种前轮驱动轿车的松开转向盘操纵测试结果($m\approx1000$ kg)，由德国布伦瑞克工业大学车轮技术研究所提供。比较了除稳态初始值后的转向盘转角，横摆角速度，侧向加速度和侧倾角的时间特性。边界条件，右转，$v=\text{const}$，$\ddot{y}_{stat}=0.4g$

这个过程人们一般称为“自由控制”。下面我们将利用熟悉的线性单轨模型，扩

展成转向模型对上述过程进行描述。

116.1 运动方程

对于车辆整体，我们可以沿用式（107.9）和式（107.10）进行描述。车速 $v=$ const，并且侧向风的影响忽略不计。

$$mv(\dot{\beta}+\dot{\psi})=c_{\alpha_V}\left(-\beta+\delta_V-l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right)+c_{\alpha_H}\left(-\beta+l_H\frac{\dot{\psi}}{v}\right) \qquad \text{见(107.9)}$$

$$J_z\ddot{\psi}=c_{\alpha_V}l_V\left(-\beta+\delta_V-l_V\frac{\dot{\psi}}{v}\right)-c_{\alpha_H}l_H\left(-\beta+l_H\frac{\dot{\psi}}{v}\right) \qquad \text{见(107.10)}$$

根据图 106.1，转向模型中必须增加质量力。对于“下面”部分，即通过转向系连接的车轮有下面的表达式：

$$J_A(\ddot{\delta}_V+\ddot{\psi})=-F_{yV}n_V-C_L(\delta_V-\delta_L^*)-K_A\dot{\delta}_V$$

式中 J_A 为两个转向车轮绕转向轴的转动惯量，K_A 为与相对速度成比例的减振器的阻尼常数，减振器固定在转向拉杆和车身之间。

设转向盘绕转向柱的转动惯量为 J_L，转向传动部分、转向柱轴承和驾驶员的手与转向盘之间总的摩擦系数为 R_L，则对于所谓的“上面”部分有如下的表达式：

$$J_L\ddot{\delta}_L=C_L(\delta_V-\delta_L^*)-R_L\operatorname{sgn}(\dot{\delta}_L)$$

将式（107.5）和式（107.7a）代入上面的表达式，就得到四个微分方程：

$$mv\dot{\beta}+(c_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta+\left(mv+\frac{c_{\alpha_V}l_V-c_{\alpha_H}l_H}{v}\right)\dot{\psi}-c_{\alpha_V}\delta_V=0 \qquad (116.1)$$

$$(c_{\alpha_V}l_V-c_{\alpha_H}l_H)\beta+J_z\ddot{\psi}+\frac{c_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2}{v}\dot{\psi}-c_{\alpha_V}l_V\delta_V=0 \qquad (116.2)$$

$$-c_{\alpha_V}n_V\beta+J_A\ddot{\psi}-\frac{c_{\alpha_V}n_Vl_V}{v}\dot{\psi}+J_A\ddot{\delta}_L+K_A\dot{\delta}_V$$
$$+(C_L+c_{\alpha_V}n_V)\delta_V-\frac{C_L}{i_L}\delta_L=0 \qquad (116.3)$$

$$-C_L\delta_V+J_L\ddot{\delta}_L+R_L\operatorname{sgn}(\dot{\delta}_L)+\frac{C_L}{i_L}\delta_L=0 \qquad (116.4)$$

116.2 车辆参数的影响

在下面的图中描述了新增加的参数对车辆行驶状态的影响。采用的车辆是车辆 1。

在图 116.2 中描述了不同阻尼常数的影响。在根本没有阻尼的情况下（$K_A=0$，$R_L=0$），无论是转向盘转角随时间变化曲线还是横摆角速度曲线都可以非常明显地看出，整个系统是衰减振动，其频率约为 1 Hz。

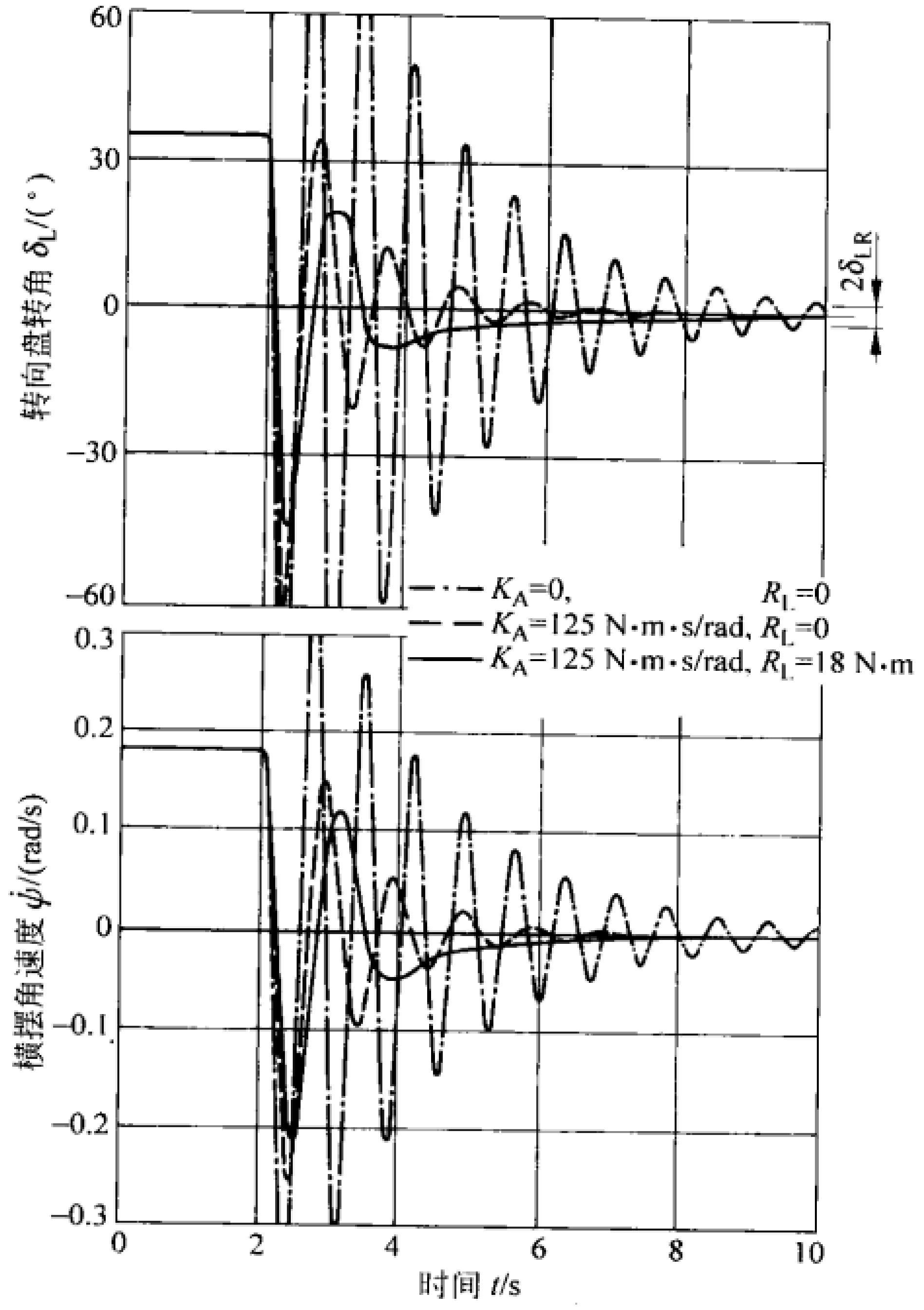


图 116.2 在各种阻尼下的松开转向盘操纵结果，K_A 为转向系统液力阻尼常数，R_L 为转向器里转向柱中以及转向盘上手的摩擦阻尼，车辆 1（表 111.1），$J_L=0.045$，$J_A=0.60\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$，圆周行驶时，手从转向盘上松开前的侧向加速度，$\ddot{y}\ (t=0)=4\ \text{m/s}^2$，$v=22.22\ \text{m/s}=80\ \text{km/h}$，($\rho=123\ \text{m}$)，$R_L=18\ \text{N}\cdot\text{m}$，按式(116.5)，相应有 $\delta_{LR}=\pm2°$

如果在车辆上加装一个转向减振器（$K_A=125\ \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s/rad}$，减振器相对阻尼系数为 $D_A=K_A/2\sqrt{(C_L+c_{a_V}n_V)J_A}=1/\sqrt{2}$）时，转向盘的振动快速衰减，车辆的振动也快速衰减。而且如果再增加一个摩擦减振器 R_L，振动衰减的结果会更好。但是摩擦减振器的摩擦阻力不能过大，因为由于摩擦阻力的存在会使得车辆转向盘无法回到零位，即无法回到直线行驶状态。转向盘被“卡住”的范围为：

$$\delta_{LR}=\pm\frac{R_L i_L}{C_L} \tag{116.5}$$

由图 116.3(a)可知，车速越高，衰减的速度就越慢。而比较大的转向盘转动惯量 J_L 会减小减振器的作用（见图 116.3(b)），这是由于转向盘转动惯量越大，储存的能量就越大。

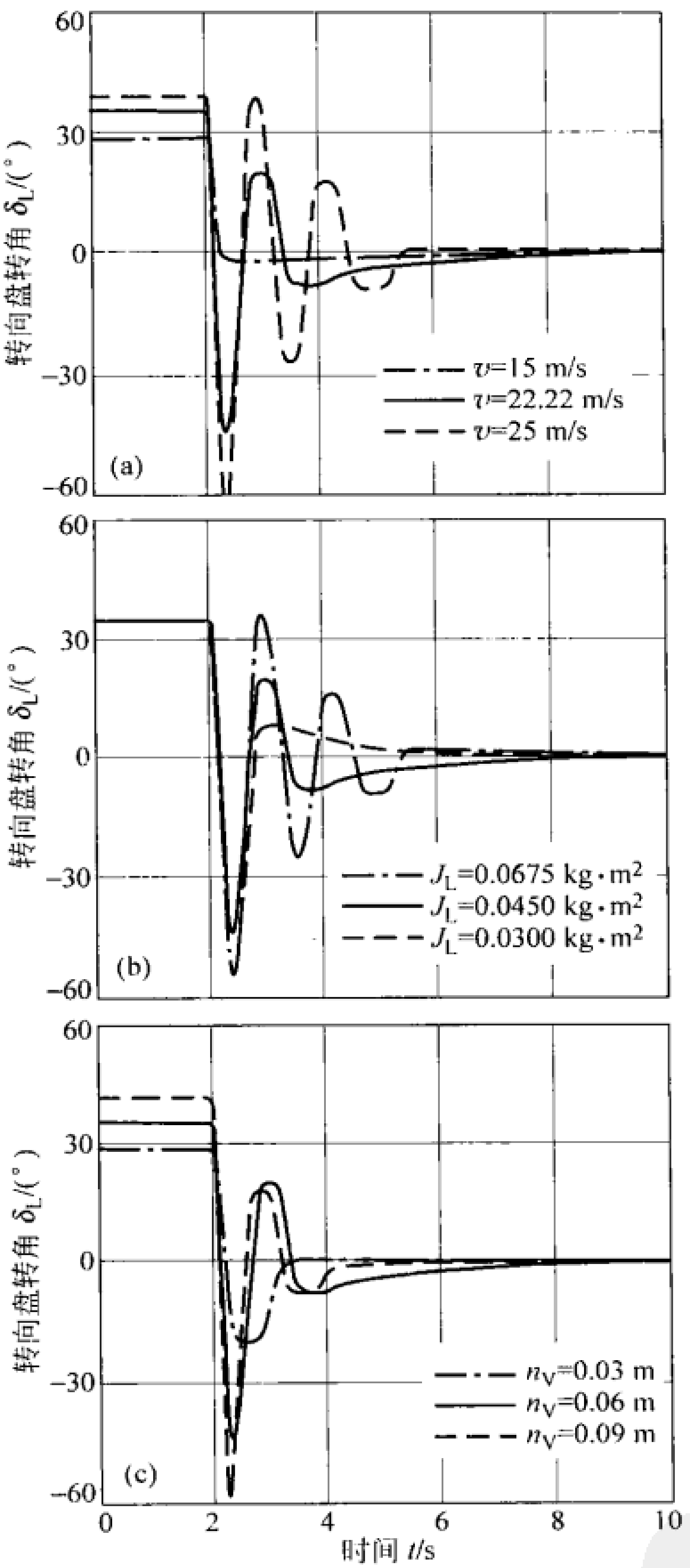


图 116.3 圆周半径 ρ(123 m)不变,松开转向盘操纵结果。车辆参数:车辆 1(表 111.1);$J_L=0.045$;$J_A=0.60\ kg\cdot m^2$;$K_A=125\ N\cdot m\cdot s/rad$;$R_L=18\ N\cdot m$。

(a) 不同车速 v;(b) 不同转向盘转动惯量 J_L,$v=22.22\ m/s=80\ km/h$;

(c) 不同的轮胎拖距和主销前指之和 n_V,$v=22.22\ m/s=80\ km/h$

比较小的轮胎拖迹与主销前指之和(见图 116.3(c))在前轮上形成的回正力矩也比较小,转向盘可以更快地回到零位(除非存在库仑摩擦而形成残余转角)。当 $n_V=0$ 时,它将不再回正。

“自由控制”系统也可能出现不稳定状态(在此没有涉及),比如:前轮驱动车辆

在纵向加速（驾驶员踏下加速踏板）时，就可能遇到。

117 侧风性能

根据有关统计，[58]因侧风引起的事故极少。所以讨论汽车侧风性能的意义主要是在舒适性，在驾驶员操作负荷方面。对侧风不敏感的车辆是舒适的，因为驾驶员无需多转动转向盘。

整个问题可从图 117.1 上看出。侧风的风力 F_{Ly}，如图中(a)所示是阶跃式的（比如从树林里驶出），那么车辆就要偏离预定的直线行驶（图(b)）。驾驶员必须修正转向盘，才能使车辆重新回到它原来的车道上去。驾驶员的反应将在 122.1 节里讨论。这里只讨论车辆性能，比方说：按图 117.1(b)把转向盘紧定（fixed control），那么车道偏移会有多大？或者讲，应该如何转动转向盘，才能使车辆的侧向偏移保持为零（即“理想驾驶员”）？下面从简单的情况开始，讨论定值侧向风。这种情况涉及的算式较少，而且容易掌握总的概念。

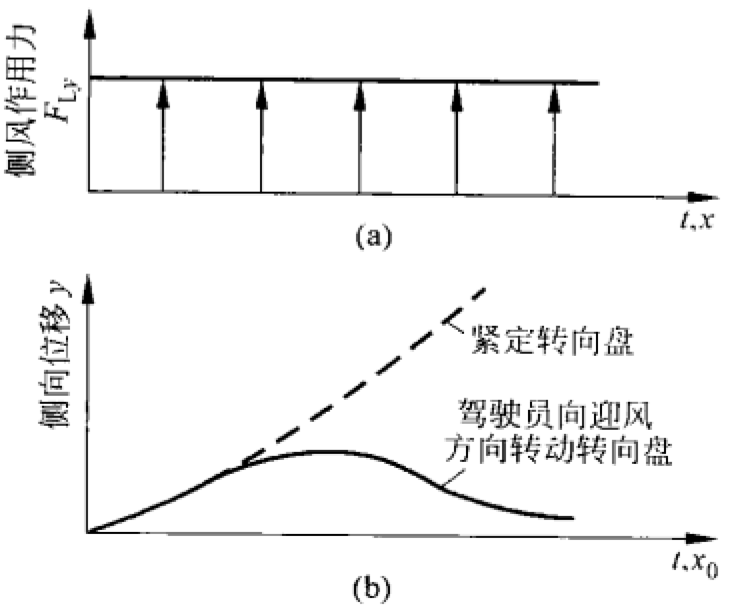


图 117.1 侧风对直线行驶的影响

117.1 定值侧向风

尽管驾驶员把图 117.1(b)所示的侧向偏离减到了零，并且振荡也已经完全衰减，还必须把转向盘向迎风方向转过一定的角度并保持不动。这个转动的角度是一个常数（它是一个稳态行驶状态），下面来确定转过角度的大小。

车辆如保持直线行驶状态，那么如图 117.2 所示，速度 $\boldsymbol{v}_{SP}$、$\boldsymbol{v}_V$ 和 $\boldsymbol{v}_H$ 必须保持在 x_0 方向上。如果侧向风的风速为 w_y，作用方向沿 y_0 轴的正向。将在这个方向上产生由于侧向风力 F_{Ly}，并且根据式(17.3)，它的大小与 $v_r^2\tau_L$ 成正比。由于侧

[58] Wallentowitz, H.: Seitenwindverhalten von Kraftfahrzeugen, ATZ 82 (1980) Heft 9, S. 435-442.

向风力 F_{Ly}的作用，出现了侧向反力 F_{yV}和 F_{yH}，因而出现轮胎侧偏角 α_V 和 α_H，其方向如图所示。又因为 F_{Ly}靠近前轴，所以 $F_{yV}>F_{yH}$，也就是说，如果前后轴上装用相同的轮胎，则 $\alpha_V>\alpha_H$。而这一点只有附加一个前轮转向角 δ_V 才能做到（见图 117.2）。

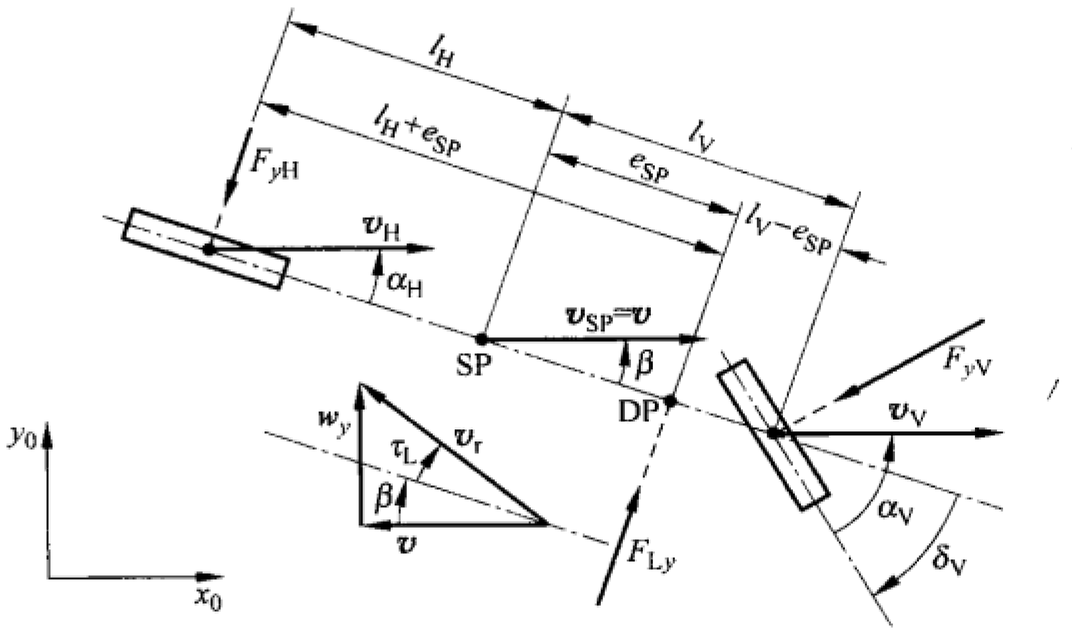


图 117.2 直线行驶时在侧风影响下单轨模型上的力和运动学参数

相应的转向盘转角 δ_L^* 可由式(107.13)和式(107.14)求出，考虑到这时是直线行驶，附加了条件：

$$\ddot{\psi}=0,\quad \dot{\psi}=0,\quad \dot{\beta}=0$$

计算：

$$(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta=c'_{\alpha_V}\delta_L^*+k_y v_r^2\tau_L,$$

$$-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\beta=c'_{\alpha_V}l_V\delta_L^*+k_y e_{SP}v_r^2\tau_L$$

式中 $v_r^2\tau_L$ 可以由图 117.2 中的速度三角形计算出来：

$$v_r\cos(\beta+\tau_L)=v;\quad v_r\sin(\beta+\tau_L)=w_y$$

将上面两个表达式线性化并且互相代入后得：

$$\tau_L=-\beta+w_y/v$$

以及：

$$v_r^2\tau_L=-v^2\beta+vw_y \tag{117.1}$$

由此得到相对转向盘转角表达式为：

$$\frac{\delta_L^*}{w_y}=-\frac{k_y v}{c'_{\alpha_V}}\frac{c_{\alpha_H}(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}(l_V-e_{SP})}{[c_{\alpha_H}l+k_y(l_V-e_{SP})v^2]} \tag{117.2}$$

按照 112.3 节，分母可以再简化，得到：

$$\frac{\delta_L^*}{vw_y}=-k_y\frac{c_{\alpha_H}(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}(l_V-e_{SP})}{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l} \tag{117.3}$$

为了在侧风下保持直线行驶，驾驶员必须向迎风方向转动转向盘，所以式(117.3)中有一负号。显然，转向盘输入 $\delta_L=i_L\delta_L^*$ 越小（i_L＝转向系统传动比），车辆性能越好。

δ_L^* 与车速 v、侧向风速 w_y 以及侧向空气力系数 k_y 成正比。c'_{α_V} 和 c_{α_H} 越大，即转向系统和轮胎侧偏刚度越大，δ_L^* 值越小。

从式(117.3)中的分子来看，似乎质心位置不直接对侧风敏感性起作用；而是风压中心 DP 到前后轴的距离起作用(图 117.2)。但是质心位置是间接起作用的：它包含在 c_{α_V} 和 c_{α_H} 中，因为这两个值是与轴荷有关的。

通过空载的不足转向车辆 1 到车辆 7(表 111.1 所列)，可以以数字形式来证实上述这一说法。先假定各部车辆的转向系统传动比相同，$i_L=19$。车辆 2 的轮胎侧偏刚度较大，转向盘输入只需 $\delta_L=9°$ 即可，比车辆 1($\delta_L=12°$)、车辆 3(轮胎侧向较软，$\delta_L=20°$)都小(参看表 117.1)。车辆 4 的转向系统刚度较大，轮胎拖距和主销前指较小，它的侧风敏感性比车辆 1 有所改善。具有与之相反性能的车辆 5，侧风敏感性方面会更加恶化。

表 117.1 在侧向风速 w_y 和车速 v 一定时的转向盘输入 δ_L

车辆	$\frac{\delta_L^*}{vw_y}\Big/\frac{\text{rad}}{\text{m}^2/\text{s}^2}$ 按式(117.3)求出	i_L 按表 111.1	$\delta_L/(°)$ $v=30$ m/s $w_y=10$ m/s	i_L 按表 113.1	$\delta_L/(°)$ $v=30$ m/s $w_y=10$ m/s
1	3.71×10^{-5}	19	12	19	12
2	2.86×10^{-5}	19	9	19	9
3	6.27×10^{-5}	19	20	19	20
4	2.94×10^{-5}	19	10	25.3	13
5	5.63×10^{-5}	19	18	11.7	11
6	4.25×10^{-5}	19	14	28.1	21
7	3.22×10^{-5}	19	11	14.3	8

车辆参数参看表 111.1，$k_y=2.56\ \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{m}^2$，$e_0=0.625$ m，$l_H+e_{SP}=1.875$ m，$l_V-e_{SP}=0.625$ m，i_L=转向系统传动比。

在后重车辆 6 上，驾驶员给转向盘的输入要比质心中置的车辆 1 大些，而前重车辆 7 则比车辆 1 小些。

但是我们不能孤立地来看待侧风特性，必须同时考虑。比如要有一定的不足转向梯度(110.1 节)，较短的峰值响应时间(113.4.2 节)和良好的频率特性(114.2 节)。在 113.4.2 节的表 113.4 右边一列中说明，为了在同样的转向盘斜坡输入情况下，能保证相同的圆周行驶半径，车辆 1 到车辆 7 的转向系统传动比 i_L 是不尽相同的。如果把这些 i_L 值代入，那么根据表 117.1 右边一列，车辆 7 的情况有所改善，而车辆 6 则还要差些。转向系统刚度大小的作用不那么大了(参看车辆 1、4、5)。但侧偏刚度大的轮胎则与前面一样还是有利的(参看车辆 1、2、3)。

对侧风性能来讲最重要的参数还没有讨论，那就是风压中心 DP 的位置。要使转向盘输入为零，就要使式(117.3)中分子为零，即风压中心 DP 到质心 SP 的距离应服从下式：

$$e_{\mathrm{SP}} = \frac{c'_{\alpha_\mathrm{V}} l_\mathrm{V} - c_{\alpha_\mathrm{H}} l_\mathrm{H}}{c'_{\alpha_\mathrm{V}} + c_{\alpha_\mathrm{H}}}; \quad \frac{e_{\mathrm{SP}}}{l_\mathrm{V}} = \frac{1 - \frac{c_{\alpha_\mathrm{H}}}{c'_{\alpha_\mathrm{V}}} \frac{l_\mathrm{H}}{l_\mathrm{V}}}{1 + \frac{c_{\alpha_\mathrm{H}}}{c'_{\alpha_\mathrm{V}}}} \tag{117.4}$$

比如，在质心中置的轿车上，$l_\mathrm{V} = l_\mathrm{H}$，前后轮胎相同，$c_{\alpha_\mathrm{H}} = c_{\alpha_\mathrm{V}}$，由于转向系统弹性的缘故，$c_{\alpha_\mathrm{H}} > c'_{\alpha_\mathrm{V}}$，结果 e_{SP} 必须为负值。从图 117.2 上看，风压中心 DP 因此要位于质心 SP 的后面(图 117.3 所示试验车，[59]装用了鱼鳍式的装置，而使 DP 大大后移，从而实现了上述要求。这一成果早已提出了)。

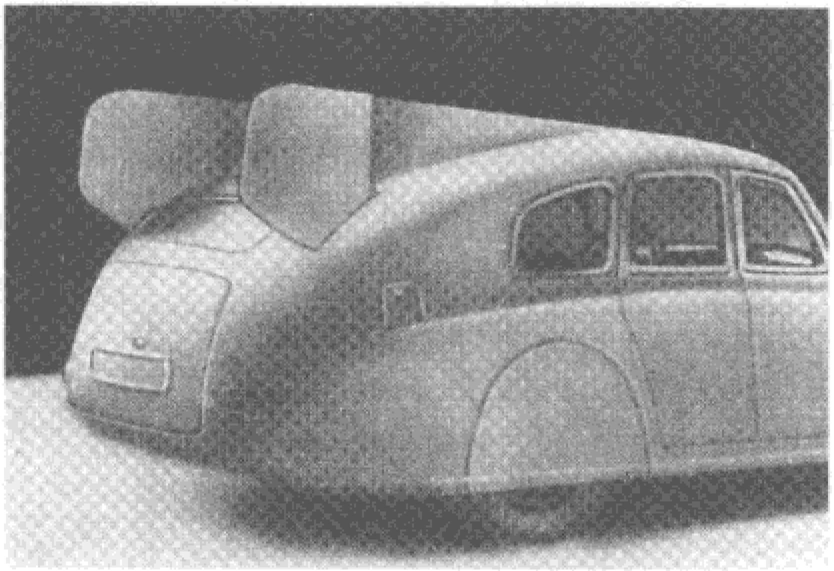


图 117.3 在 K 式轿车装的一对鱼鳍式装置

(K 是指德国名誉博士，W. Kamm 教授，1893- 1966)

(König-Fachsenfeld，R.：Aerodynamik des Kraftfahrzeugs. Frankfurt a. M：Umschau-Verlag 1951)

由于一般 DP 在轴距中点的前面(如图 117.2 所示)，而 SP 如前所述差不多在轴距中点，所以在侧风作用下，必须迎风转动转向盘。如果风压中心和质心靠在一起，即距离 e_{SP} 很小时，则转向盘的转角可以很小。质心 SP 由于车辆其他的性能要求的缘故(比如希望要有不足转向性能)，而不能太靠前，所以只有通过车身本身造型来使 DP 后移(前驱动的车辆一般对侧风不太敏感，其原因不是在于前驱动，而是因为驱动装置前置而使 SP 前移的缘故)。

117.2 瞬态性能

在 117.1 节中讨论了稳态工况后，现在来考察侧风作用下的瞬态性能。这就要计算从侧向风口处驶过的情况以及在侧向阵风作用下的性能。

考虑到式(117.1)，可以把式(107.13)和式(107.14)写成：

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha_\mathrm{V}} + c_{\alpha_\mathrm{H}})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha_\mathrm{H}} l_\mathrm{H} - c'_{\alpha_\mathrm{V}} l_\mathrm{V})]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_\mathrm{V}} \delta_\mathrm{L}^* + k_y v w_y \tag{117.5}$$

---

[59] Sawatzki，E.：Die Luftkräfte und ihre Momente am Kraftwagen. Deutsche Kraftfahrforschung 1941，Heft 50. Berlin：VDI-Verlag.

$$J_z\ddot{\psi} + (c'_{\alpha_V} l_V^2 + c_{\alpha_H} l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)\beta = c'_{\alpha_V} l_V \delta_L^* + k_y e_{SP} v w_y \quad (117.6)$$

（正如第 107 节中一样，其中 $v^2\beta$ 一项相对于其他含 β 项来说太小，式中已忽略）

针对“固定控制”（第 112 节）和针对“理想驾驶员”（第 115 节）已经得到齐次微分方程的解，并且利用它对稳定性/非稳定性、固有频率、相对阻尼系数以及它与稳态圆周运动参数（例如过多转向/不足转向）进行了讨论。

非齐次方程方面我们将针对下面两种不同的侧风干扰进行讨论：

a）斜坡增加的侧向风激励（车辆驶过一个侧向风装置，或从森林中驶出），见 117.2.1 节，数学方面处理与第 113 节一致。

b）一个简谐的侧向风激励，见 117.2.2 节（频率特性的计算与第 114 节一致）。

这样就可以讨论随机侧风（117.2.3 节）对汽车行驶状态的影响。

对于 a），按照拉普拉斯变换，得到的各个传递函数如表 117.2 所列，其中分别按“理想驾驶员”和“转向盘紧定（fixed control）”写出。对于 b），必须采用复数的放大函数进行计算，即将表中的拉普拉斯算子 s 用 $j\omega$ 代替。

表 117.2 侧风作用下的传递函数，分别对于精确的直线行驶工况（理想驾驶员）和转向盘紧定（fixed control）工况

行驶工况	传递函数	缩写
理想驾驶员：车辆在直线上行驶，与直线车道（期望车道）的偏离 $y_P=0$	$\frac{\delta_L^*(s)}{w_y(s)}=\left(\frac{\delta_L^*}{vw_y}\right)_{stat} v \frac{1+2\frac{\sigma_L}{\nu_L^2}s+\left(\frac{s}{\nu_L}\right)^2}{1+2\frac{\sigma_{id}}{\nu_{id}^2}s+\left(\frac{s}{\nu_{id}}\right)^2}$ (117.7)	ν_{id} 见式(115.8)，σ_{id} 见式(115.9)，$(\delta_L^*/vw_y)_{stat}$ 见式(117.3) $\nu_L^2=\frac{c_{\alpha_H}(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}(l_V-e_{SP})}{J_z+m(l_V+l_P)e_{SP}}$ (117.12) $2\sigma_L=\frac{1}{v}\frac{c_{\alpha_H}(l+l_P)(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}l_P(l_V-e_{SP})}{J_z+m(l_V+l_P)e_{SP}}$ (117.13)
紧定转向盘：$\delta_L^*=0$	$\frac{1/\rho_{SP}(s)}{w_y(s)}=-\left(\frac{\delta_L^*}{vw_y}\right)_{stat}\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L^*}\right)_{stat}\times\frac{1+2\frac{\sigma_L}{\nu_L'^2}s+\left(\frac{s}{\nu_L'}\right)^2}{1+2\frac{\sigma_f}{\nu_f^2}s+\left(\frac{s}{\nu_f}\right)^2}$ (117.8) $\frac{\ddot{y}_{SP}(s)}{w_y(s)}=v^2\frac{1/\rho_{SP}(s)}{w_y(s)}$ (117.9) $\frac{y_{SP}(s)}{w_y(s)}=\frac{1}{s^2}\frac{\ddot{y}_{SP}(s)}{w(s)}$ (117.10) $\frac{\dot{\psi}(s)}{w_y(s)}=-\left(\frac{\delta_L^*}{vw_y}\right)_{stat}\left(\frac{\dot{\psi}}{\delta_L^*}\right)_{stat}\times v\frac{1+Ts}{1+2\frac{\sigma_f}{\nu_f^2}s+\left(\frac{s}{\nu_f}\right)^2}$ (117.11)	$(\delta_L^*/vw_y)_{stat}$ 见式(117.3) ν_f^2 见式(112.8)，$2\sigma_f$ 见式(112.5)， $(\dot{\psi}/\delta_L^*)_{stat}$ 见表 109.2 中式(109.14) $\sigma_L'=\sigma_L(l_P=-l_V)$ $\nu_L'^2=\nu_L^2(l_P=-l_V)$ $T=\frac{mve_{SP}}{c_{\alpha_H}(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}(l_V-e_{SP})}$ (117.14)

117.2.1 车辆由森林驶出,侧向风装置,车辆形式和参数的影响

对车辆侧风敏感性试验的一般方法是让汽车在侧风装置前驶过[60,61],通过用排在一起的许多鼓风机实现。由于汽车车长和车速的匹配不当,可能会使驶入与驶出互相影响。为避免这一点,在下面的计算中只考虑驶入到一个很长的侧风装置前面的情况,参看图 117.4。这种情况可以理解为车辆由森林或者隧道驶出后,受到一个固定侧向风的干扰。侧风风速 w_y 是一个斜坡函数,其中坡长等于车长(精确地讲汽车"浸入"侧风之中的过程应该描述为它的侧面面积越来越多地受到风的冲击,因而其风压中心的位置是变化的)。[62]

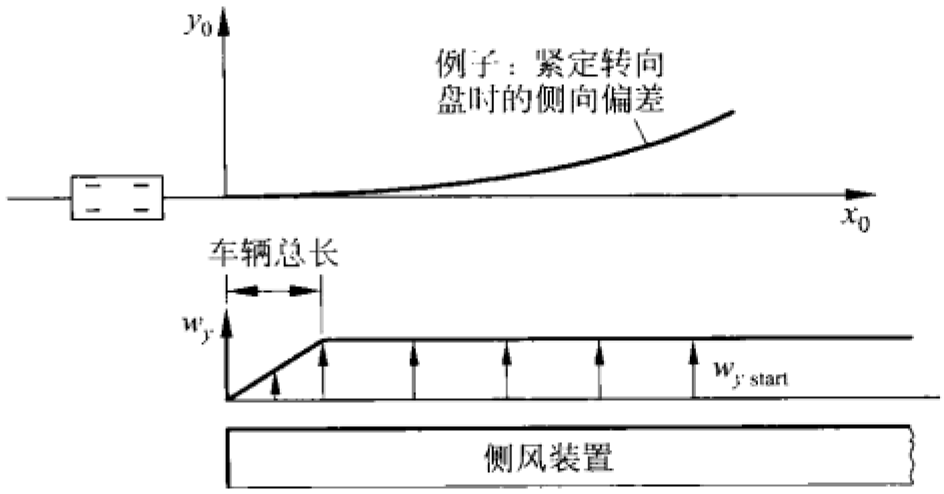


图 117.4 汽车在侧风装置前驶过

给定的车辆以不同车速 $v=20$ m/s、30 m/s 和 40 m/s 驶过稳态侧向风(风速 $w_{ystat}=10$ m/s 时),各个重要参数的时间曲线如图 117.5 所示。并且其中(b)到(f)是"理想驾驶员"情况,可以比作"响应很快的积极的驾驶员";而曲线(g)到(k)是"fixed control",可以比作"被动的消极的驾驶员"。[63]

根据曲线(b),施加侧风时,理想驾驶员必须立刻,也就是没有响应时间,开始转动转向盘。并且在 $v=40$ m/s 时,以用转向盘转动角速度 $\dot{\delta}_L(t=0)\approx 135°/s$,达到最大值 $\delta_{Lmax}\approx 17°$,这是驾驶员力所能及的(响应时间为零这一点除外)。与此相应地,转向盘力矩很快增加,但是力矩的最大值很小。因为预瞄点 P 精确地在所要求的直线上,位于 P 点后面(l_V+l_P)处的质心 SP 的侧向偏移 y_{SP}(曲线(c))也很小;同样地,侧向加速度 $\ddot{y}_{SP}$ 和质心处侧偏角 β(曲线(d)和(f))也不大。在这三组时间曲线上可以最明显地看出衰减的振动。

---

〔60〕 见参考文献 58。

〔61〕 Granow, D.; Heißing, B.; Hinze, P.: Fahrverhalten von Pkw bei Seitenwind. Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 1985, S. 169-174.

〔62〕 IfF-Bericht 436 (1976): Seitenwindverhalten eines automatisch geführten Busses MAN-SL 200.

〔63〕 Gnadler, R.: Beitrag zum Problem Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind, Automobil-Industrie 18 (1973), S. 109-138.

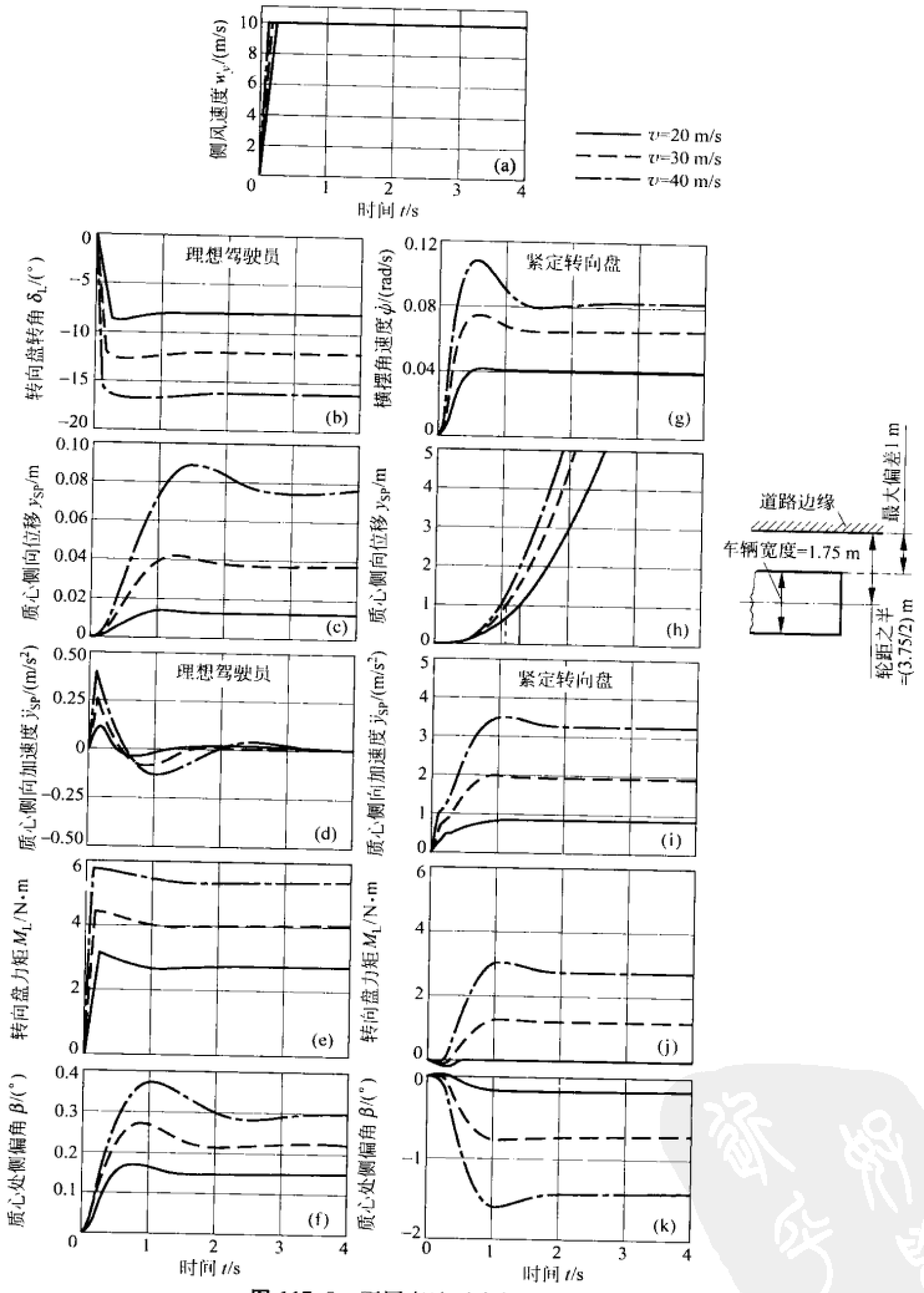


图 117.5　不同车速时车辆 1 的侧风性能

（车辆参数见表 111.1。车长＝4.5 m，$e_{SP}=l_V/2=0.652$ m，$k_y=2.56$ kg/m 分别针对“理想驾驶员”工况（$l_P=3.7$ m，$v=20$ m/s 时；$l_P=8.4$ m，$v=30$ m/s；$l_P=13.7$ m，$v=40$ m/s 时）。按式(120.7)和(120.8)以及紧定转向盘(fixed control)工况

在紧定转向盘(fixed control)情况下,"消极的驾驶员"把转向盘保持在中间位置($\delta_L=0$),结果车辆从所要求的直线车道慢慢偏移。图 117.5(h)上为明显起见,画出了质心的侧向偏移 y_{SP};德国高速公路车道宽度之半以及中档轿车车宽之半。可见当车速 $v=40$ m/s、30 m/s 和 20 m/s 时,差不多在 1.0 s,1.1 s 和 1.3 s 后,车辆就靠到了车道边缘。为了避免这一点,驾驶员必须在此之前反向转动转向盘。又从曲线(i)看到,侧向加速度 $\ddot{y}_{SP}$ 在第一个 1/10 s 内增加很快,并在约 1 s 时达到最大值,由此,我们可以猜测,驾驶员除了视觉信息外,还会因此得到一个所谓前庭信息,使他决定转动转向盘。另外通过转向盘力矩 M_L(曲线(j)),至少在高速时,驾驶员也可以得到触觉信息。

总起来讲,从图 117.5 可以看到,各个参数的时间曲线都受到渐近值的强烈制约(当然除了第 1s 之外,特别在车速较高时——40 m/s 时)。

下面将要讨论 117.1 节中稳态分析时比较重要的那些参数的影响。

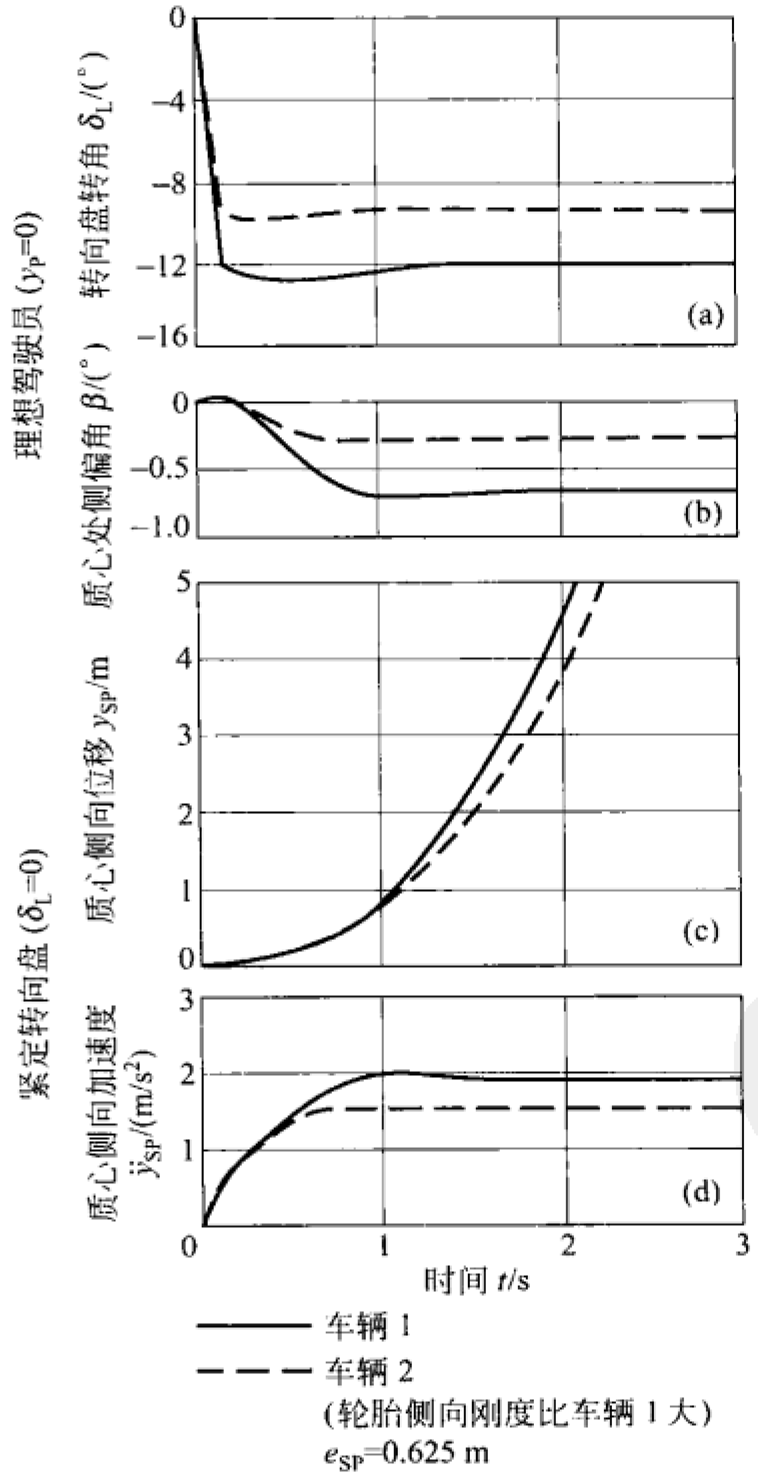


图 117.6 轮胎侧偏刚度对侧风性能的影响

(车速 $v=30$ m/s,其他参数见图 117.5)

在图 117.6 中，两部车辆的空气动力学参数和其他参数都一样，只是轮胎侧偏刚度是不同的。车辆 2 上装用宽胎，使轮胎侧偏刚度增大，正如从表 117.1 中所看到的，结果减小了 δ_L（曲线(a)），质心处侧偏角 β（曲线(b)）和侧向加速度 $\ddot{y}_{SP}$（曲线(d)）的稳态值。但是并没有改变在第一个 1/10 s 中的侧向偏移 y_{SP}（曲线(h)）。

车身造型相同时（k_y 值相同，风压中心位置相同，$l_V - e_{SP} = \text{const}$，见图 117.2），质心位置的影响如图 117.7(a)～(c)所示。与质心中置的车辆 1 和前重的车辆 4 相比，后重的车辆 6 的 SP-DP 距离（e_{SP}）较大，而不足转向梯度（图 111.3(d)）较小，结果侧向偏移 y_{SP} 和侧向加速度 $\ddot{y}_{SP}$ 较大。转向盘转角也较大。

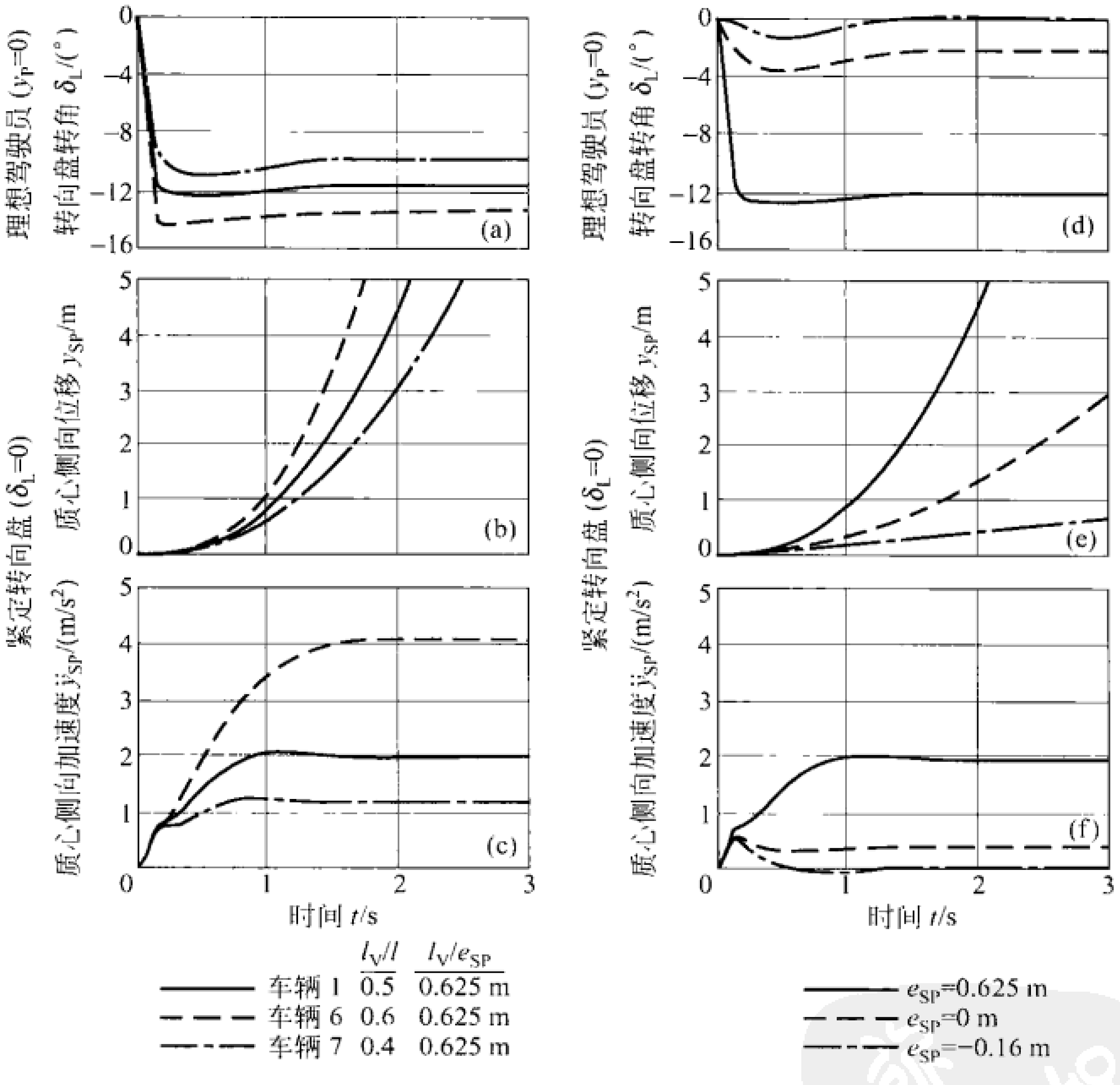


图 117.7 在 v=30 m/s 时的侧向风特性

(a)、(b)、(c) 在风压中心位置相同时，质心位置对侧风性能的影响（车辆参数见表 111.1）；(d)、(e)、(f) 在其他参数与车辆 1 相同条件下（车辆参数见表 111.1），风压中心位置的影响；其他参数见图 117.5

在图 117.7(d)～(f)上，风压中心 DP 的位置是变化的，从 $e_{SP}=0.625$ m（DP 在 SP 之前），经过 $e_{SP}=0$（DP 和 SP 重合），直到 $e_{SP}=-0.16$ m（DP 在 SP 之后）。并且根据式(117.4)，在定值侧风以及紧定转向盘情况下，转向盘输入的渐近值为零，从曲

线(d)可以看出，理想驾驶员的转向盘输入按风压中心位置变动的次序，不仅其渐近值，而且在过渡过程中其数值也减小了。同样，侧向偏移 y_{SP}(曲线(e))在紧定转向盘时也是减小了。换句话说，驾驶员可以有更多的时间来转动转向盘，他的反应时间可以更长些。虽然在 $e_{SP}=-0.16$ m 时，$y_{SP}\neq 0$，但是侧向偏移随时间增加得很慢，可以慢慢地修正方向，使车辆回到要求的车道上来。

117.2.2 频率特性

前面讨论了从侧风装置前驶过的工况，现在不再把侧风认为是定值，而是令其风速按正弦变化，也就是阵风工况。参照第 114 节，我们要讨论侧风扰动下的频率特性。这一点对于：

—描述车辆瞬态工况(在本节中)；

—研究随机侧风作用下的频率特性(参看 117.2.3 节)；

—探讨驾驶员-车辆的控制回路(参看 122.1 节)都是很重要的。

假设侧风风速的激励圆频率 ω 作正弦变化

$$w_y = \underline{\hat{w}}_y e^{j\omega t} = \hat{w}_y \sin \omega t \tag{117.15}$$

车辆的响应，以横摆角为例：

$$\dot{\psi} = \underline{\hat{\dot{\psi}}}\, e^{j\omega t} = \hat{\dot{\psi}} \sin(\omega t + \varepsilon_{\dot{\psi}/w_y}) \tag{117.16}$$

下面，把频率特性分为幅频特性和相频特性，并分别针对理想驾驶员(反应快的驾驶员)和紧定转向盘(消极的驾驶员)两种工况来描述。其中振幅都用相应的 $\omega=0$ 时值，即稳态值去除，这个比值表示车辆在阵风($\omega>0$)作用下的侧风性能与定值侧风($\omega=0$)作用下的相比，有什么变化。

从图 117.8 可以了解车速 v 的影响。值得注意的是，曲线(a)中，相角在 $\omega=0$ 时不是零，而是 $-\pi$(驾驶员必须迎着侧风方向转动转向盘)，并且随着激励频率 $\omega/2\pi$ 的增加，只有较小的变化。曲线(b)和曲线(c)中 $\dot{\psi}$ 和 $\ddot{y}_{SP}$ 的变化与表 113.1 中转向盘输入所引起的 $\dot{\psi}$ 和 $\ddot{y}_{SP}$ 变化相似。

在图 117.9 中举例说明了几个车辆参数的影响。从曲线(a)可以看出，轮胎侧偏刚度较大的车辆 2 对理想驾驶员的频率特性影响较小。而从图(b)和(c)可见，在转向盘紧定工况下影响较大。114.3 节中的解释这里依然有效：在侧风扰动下，侧偏刚度较大的轮胎是较好的。在曲线(d)到曲线(f)中，比较了质心位置不同的车辆特性。在紧定转向盘工况下，前重的车辆 7 响应比较强烈和迅速，按 114.2 节的分析，这种情况是有利的。在图 117.9(g)～(i)中，风压中心位置是变化的，这里因为在 $e_{SP}=-0.16$ m 时，稳态值为零，所以这些曲线的纵坐标再没有除以稳态值。正如由前面几节中已经知道的，仍然是 e_{SP} 较小或为负值时为好，只是在 $\omega=0$ 时 e_{SP} 的影响比 $\omega/2\pi\approx 0.7$ Hz 时要大些。

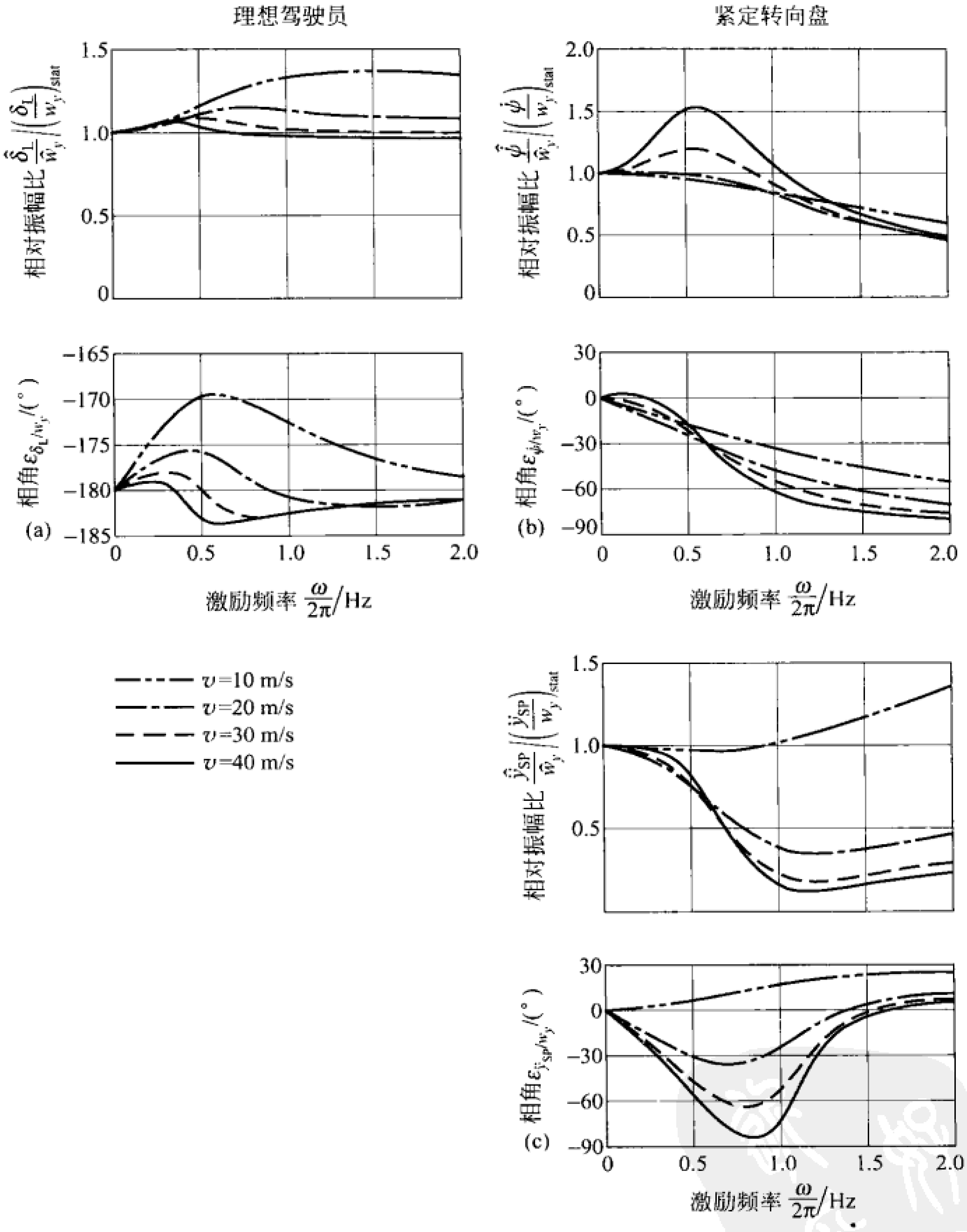


图 117.8 在不同车速 v 下的侧风频率特性

数据：表 111.1，车辆 1。k_y=2.56 kg/m，e_{SP}=0.625 m

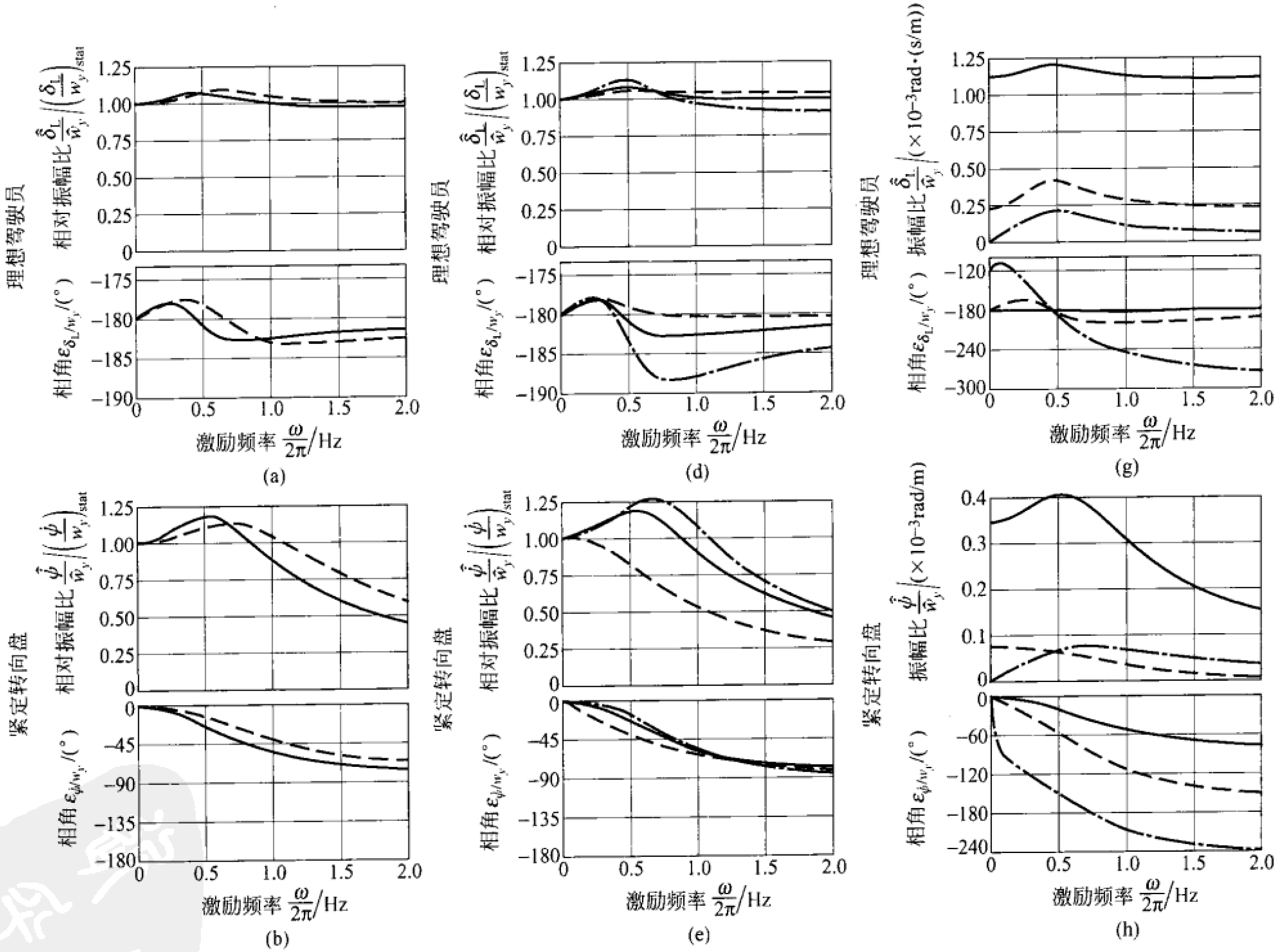


图 117.9 车辆参数对侧风频率特性的影响(数据参看表 111.1)

$k_y = 2.56$ kg/m,车速 $v = 30$ m/s

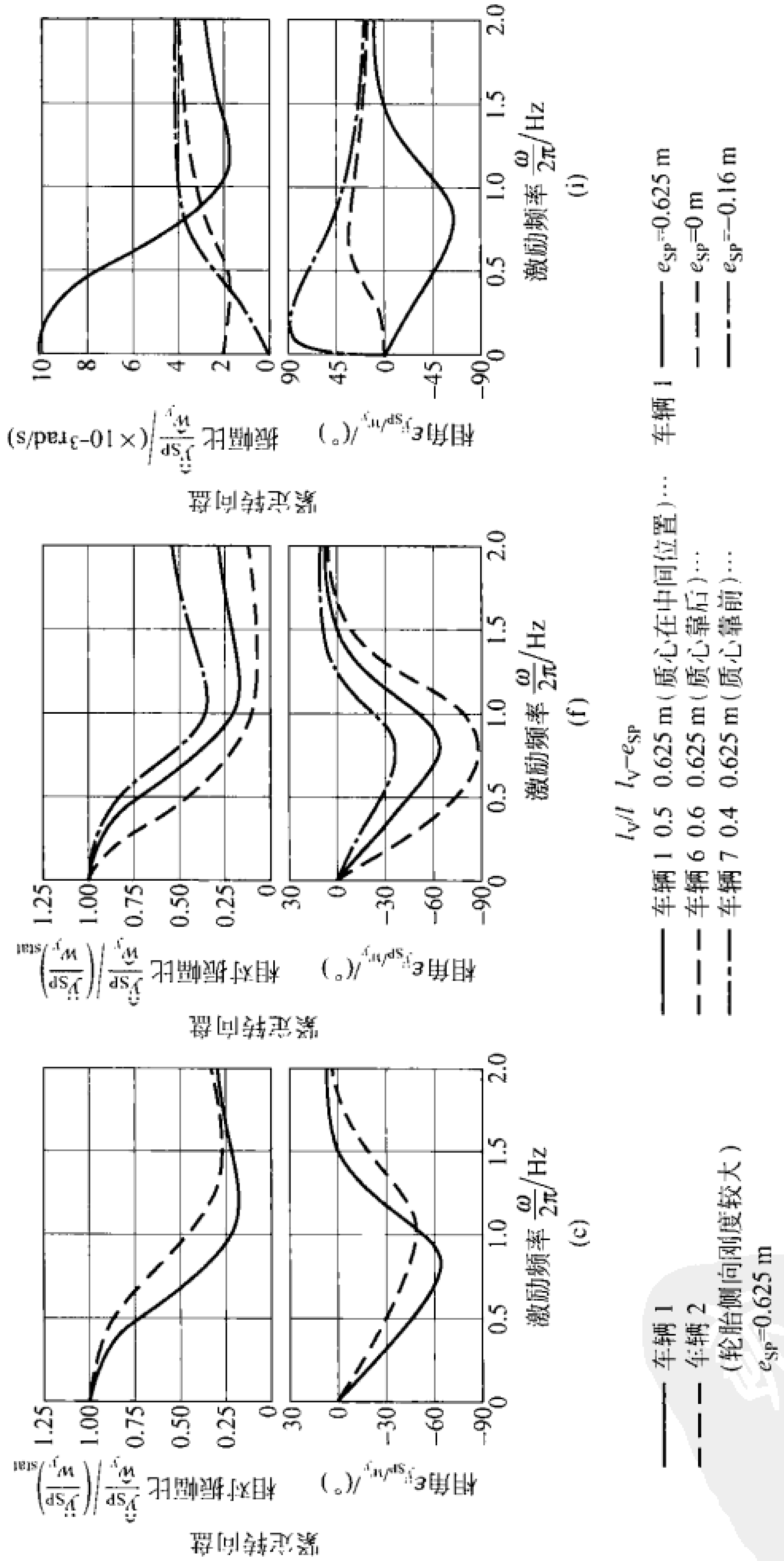

紧定转向盘
相对振幅比
相角
激励频率 ω/2π /Hz
(c)
(f)
(i)
车辆 1
车辆 2
（轮胎侧向刚度较大）
e_{SP}=0.625 m
l_V/l l_V-e_{SP}
车辆 1 0.5 0.625 m（质心在中间位置）…
车辆 6 0.6 0.625 m（质心靠后）…
车辆 7 0.4 0.625 m（质心靠前）…
车辆 1
e_{SP}=0.625 m
e_{SP}=0 m
e_{SP}=−0.16 m

图 117.9（续）

117.2.3 随机侧风

这时侧向阵风的风速不再以固定振幅，某一激励频率 ω 来变化，而是随机变化的，即没有规律的。正如 B 篇"振动"中第 58 节和第 59 节对路面不平度所做的描述一样，我们把这种风速假想为许多不同频率和振幅的正弦振动之和。下面简要地探讨一下有关的关系。

根据图 117.10，自然侧风风速 w_y 可视为一个定值分量 $\overline{w}_y$ 和一个随机分量 $\Delta w_y(t)$ 之和：

$$w_y(t)=\overline{w}_y+\Delta w_y(t) \tag{117.17}$$

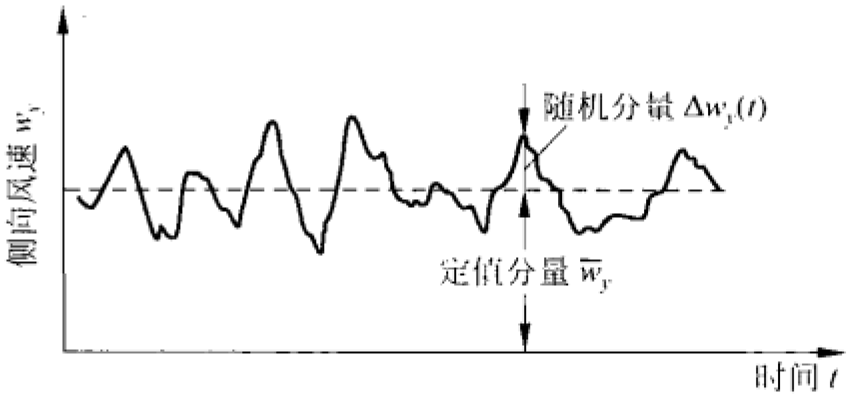


图 117.10 定值的和变化的侧风风速的叠加

与之相应，以理想驾驶员为例，可得到转向盘输入

$$\delta_L(t)=\bar{\delta}_L+\Delta\delta_L(t) \tag{117.18}$$

其中 $\bar{\delta}_L$ 针对定值侧风扰动，而 $\Delta\delta_L(t)$ 则针对随机侧风扰动。

定值分量 $\bar{\delta}_L$ 与表 117.2 中式(117.7)确定的稳态值 δ_{Lstat} 相一致：

$$\bar{\delta}_L=\delta_{Lstat}=i_L\left(\frac{\delta_L^*}{v\overline{w}_y}\right)_{stat}\cdot v\overline{w}_y \tag{117.19}$$

如果采用式(117.3)，则：

$$\bar{\delta}_L=i_L v\overline{w}_y\left[-k_y\frac{\cdots}{\cdots}\right] \tag{117.20}$$

时间函数 $\Delta\delta_L(t)$ 可以通过下式得到(与式(117.18)相似)：

$$\beta(t)=\bar{\beta}+\Delta\beta(t);\quad \dot{\beta}(t)=\Delta\dot{\beta}(t) \tag{117.21}$$

$$\dot{\psi}(t)=\bar{\dot{\psi}}+\Delta\dot{\psi}(t);\quad \ddot{\psi}(t)=\Delta\ddot{\psi}(t) \tag{117.22}$$

如果我们只考察随机侧风，那么只需在微分方程(117.5)和(117.6)中的每个变量前加上"Δ"符号即可。而后，为了简单起见，我们又把它去掉。这样，方程(117.5)、(117.6)依然有效。

在随机激励情况下，按照 B 篇的式(58.14)到式(58.17)，我们如果已经知道了扰动的谱密度 $\Phi_{v_r^2\tau_L}$，即可计算车辆的参数有效值。例如，车辆直线行驶，$1/\rho_P=0$，针对理想驾驶员，可求得相对转向盘输入的有效值 δ_{Leff}^*：

$$\delta_{Leff}^*=\sqrt{\int_0^{\infty}\left[\frac{\hat{\delta}_L^*}{\hat{w}_y}(\omega)\right]^2\Phi_{v_r^2\tau_L}(\omega)\,d\omega} \tag{117.23}$$

式中放大函数 $\hat{\delta}_L^* / \hat{w}_y$ 按表 117.1 或图 117.10 和图 117.11 中的曲线确定。根据式(117.1)，并且利用式(117.17)和式(117.18)，可以得到 $v_r^2 \tau_L$：

$$v_r^2 \tau_L = -v^2[\bar{\beta} + \Delta\beta(t)] + v[\bar{w}_y + \Delta w_y(t)] \tag{117.24}$$

将它代入功率谱密度定义式(58.18)，并且忽略质心处侧偏角，得到：

$$\Phi_{v_r^2 \tau_L}(\omega) = \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T}[v\hat{w}_y(\omega)]^2 = v^2 \lim_{T\to\infty} \frac{4\pi}{T}[\hat{w}_y(\omega)]^2 = v^2 \Phi_{w_y}(\omega) \tag{117.25}$$

根据一些测定数据，[60]

$$\Phi_{w_y}\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) = \Phi_{w_y}\left(\frac{\omega_0}{2\pi}\right)\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^{-b} \tag{117.26}$$

德国秋季

$$\Phi_{w_y}\left(\frac{\omega_0}{2\pi} = 1\ \mathrm{Hz}\right) = 1.301 \times 10^3 \left[\frac{\mathrm{grad\ m^2}}{\mathrm{s^2\,Hz}}\right]; \quad b = 1.27$$

德国夏季

$$\Phi_{w_y}\left(\frac{\omega_0}{2\pi} = 1\ \mathrm{Hz}\right) = 1.028 \times 10^3 \left[\frac{\mathrm{grad\ m^2}}{\mathrm{s^2\,Hz}}\right]; \quad b = 1.02$$

考虑到表 117.2 中式(117.7)，

$$\frac{\hat{\delta}_L^*}{\hat{w}_y}(\omega) = \left(\frac{\delta_L^*}{w_y}\right)_{\mathrm{stat}} \cdot F(\omega)$$

可以得到转向盘输入的有效值：

$$\delta_{\mathrm{Leff}} = i_L \left(\frac{\delta_L^*}{w_y}\right)_{\mathrm{stat}} v \sqrt{\int_0^\infty [F(\omega)]^2 \Phi_{w_y}(\omega)\,\mathrm{d}\omega} \tag{117.27}$$

转向盘输入的有效值越小，驾驶员对阵风需要做出的反应就越小，驾驶员的驾驶舒适性就越好。δ_{Leff}除了与转向系的传动比 i_L 有关外，还由其他因素决定。它正比于：

- 稳态参数$(\delta_L^*/w_y)_{\mathrm{stat}}$，在 117.1 节对它进行了详细的讨论；
- 车辆行驶速度 v。

并且与以下因素有关：

- 频率特性 $F(\omega) = \dfrac{\hat{\delta}_L^*}{\hat{w}_y} \Big/ \left(\dfrac{\delta_L^*}{w_y}\right)_{\mathrm{stat}}$，见 117.2.2 节；
- 既不受到驾驶员影响，也不受到车辆影响的侧向风大小，换句话说是侧向风速度的功率谱密度函数 Φ_{w_y}。

118 第 XVIII 章总结

作为复杂的双轴汽车操稳性领域的导论，我们这里先讨论了线性的**单轨模型**。

[60] Wallentowitz, H.: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. Diss. TU Braunschweig 1978 und ders.: Fahren bei Seitenwind, Automobil-Industrie 26 (1981), S. 163-171.

通过研究所得到的结果是理解车辆行驶状态以及研究后面各节的基础。

为了说明最基本的重要的事物，这个线性模型应尽可能简单，但又应复杂到能足够说明问题。这一线性理论只对干路面上侧向加速度 $v^2/\rho \leqslant (0.3 \sim 0.4)g$，或者在湿冰路面上（≈0℃）$\leqslant 0.05g$ 时的行驶过程才有效（按 108.1 节）。数学描写时共给出了 13 个直接车辆参数，其中有 11 个还给出了相对参数，即（另外的车辆参数将在 107.2 节、112.3 节、第 XX 章和第 XXI 章中考虑）

质量，惯量和惯性半径：m, J_z 和 i　　$m, i/l$

轴距，质心位置：l, l_V 和 l_H　　l_V/l 和 l_H/l

轮胎侧偏刚度，轮胎拖距：$c_{\alpha_V}, c_{\alpha_H}, n_R$　　$c_{\alpha_V}/F_{zV}, c_{\alpha_H}/F_{zH}$

转向系统参数：n_K, C_L, i_L, V_L　　$c'_{\alpha_V}/F_{zV}, n_V = n_K + n_R, i_L, V_L$

空气动力学参数：$c_y A, e_0$ 和 e_{SP}　　$k_y/m, e_{SP}/l_V$

在讨论匀速圆周行驶时，因为 J_z 和 i 的作用很小，在瞬态研究时，车辆参数包含在固有频率 ν_f、ν_{id}，衰减常数 D_f 和 D_{id} 等概念之中。

另外，还定义了不足转向/过多转向、质心处侧偏角梯度、峰值响应时间等车辆参数。现代汽车的上述参数大小汇总在表格和曲线中。

对于一些特殊的参数，在主观评价中列出，并且讨论了它们与车辆参数之间的关系。通过表 118.1，我们可以找到各种行驶工况的陈述。

表 118.1　第 XVIII 章内容和结果一览

		行驶工况	评　　价	重要车辆参数
稳态		圆周行驶 第 XVIII.1 章	第 110 节表 110.2，图 110.4 不足转向、质心处侧偏角	c_{α_V}、c_{α_H}、l_V/l、C_L、n_V 在第 111 节中举例
稳态		侧风 117.1 节	转向盘转角修正量要小	k_y/m、e_{SP}/l_V 见表 117.1
动态	稳定性	紧定转向盘（转向盘输入为定值）第 112 节、113.2 节	与圆周行驶的关系见图 112.1	ν_f、ν_{fd}、D_f 在图 112.2 中举例
动态	稳定性	理想驾驶员（侧向偏移=0）第 115 节		ν_{id}、ν_{idd}、D_{id}、预期时间
动态		转向盘斜坡输入 第 113.3～113.5 节	113.4.1 节的放大因数、峰值响应时间	ν_{fd}、c_{α_V}、c_{α_H}、l_V/l、i_L 在表 113.4 中举例
动态		转向盘转角频率特性 第 114 节	114.2 节，幅值超调量、相角	在图 114.4 中举例，侧偏刚度大的轮胎、前重车辆
动态		侧风特性 第 117 节	转向盘转角修正量要小、侧向偏移要小	压力中心与质心距离
动态		“自由控制”（松开转向盘）第 116 节	振动快速衰减	转向系减振

XIX 控制回路，驾驶员-汽车

在第 XVIII 章里我们从简化方式开始，单独对汽车进行了研究。现在把它暂时放在一边，来把驾驶员也引入问题中进行讨论。宏观地看这是“人类-机械”方面的问题，具体到车辆行驶范围内，就是“控制回路，驾驶员-汽车”的问题*。

通过这一考察，借助控制技术的数学工具，我们希望说明：汽车的瞬态性能应如何来适应驾驶员。达到：

- 使驾驶员认为他的车辆是便于驾驶的（对于他来说车辆具有良好的横向动力学特性，或者我们评价这个车辆具有良好的操控性能）；
- 使驾驶员在“极限行驶状态”下能很好地控制车辆，避免发生事故。

上面提到的让车辆的动力学特性适应驾驶员的问题，无法简单描述，这是因为一方面针对的不是一个驾驶员，而是很多驾驶员，他们各自之间有相当大的差别。另一方面，作为一个驾驶员可以适应不同的车辆（否则，他就无法驾驶陌生的车辆），同时适应各种不同的运行状态（有干扰和无干扰的直线行驶、曲线行驶、在干燥路面或者湿滑路面上行驶等）。

为了在上述条件下实现车辆的动力学特性适应驾驶员的目标，今后还将引入更多的所谓辅助驾驶系统。利用传感技术、电子技术等对驾驶员提供支持，并且在极限行驶状态可以减轻驾驶员负担。但是它必须与人类控制器，即驾驶员相似，使得它的参与不会令驾驶员感觉陌生。

下面我们将对包括驾驶员的控制回路进行描述，为此不仅要用第 XVIII 章中的方程系统来描述车辆，而且还要用方程来描述驾驶员的驾驶性能。驾驶员的任务可以分为两部分，其一是将车辆控制在行驶路线上，其二是控制车辆速度，使之安全行驶。根据驾驶员的两部分任务，总的控制回路可以分为横向和纵向控制两部分[65,66]。我们将在下面各节中对它们分别进行讨论。

---

* 在控制技术中，机器（这里的汽车）作为被控对象，人（这里的驾驶员）作为控制器进行描述的。

〔65〕 Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs-und Querführung von Pkw, Diss. TU Braunschweig 1997; Apel, A.; Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models. International Journal of Vehicle Design, Vol. 18, 1997, No. 6.

〔66〕 Special Issue of Driver-Vehicle-System, International Journal of Vehicle Design, Vol. 18, 1997, No. 6.

119　车辆技术上的控制回路简介

在此假设驾驶员是一个连续工作的线性控制器。图 119.1 所示的横向控制回路是由图 115.1(a)细化后得到的。车辆应该按照事先给定的路线 y_{soll} 行驶(横向坐标 y 是时间的函数),但是车辆实际行驶轨迹为 y_{ist}。由于它们之间的差别 $\Delta y = y_{soll} - y_{ist}$,促使驾驶员通过传递函数 M_R(M=人;R=控制器)给转向盘输入一个角度 δ_L。并通过传递函数 F_δ(这里 F=车辆;δ=转向盘转向角输入)改变了车辆的行驶轨迹。车辆同时还受到干扰 w 的影响,存在传递函数 F_w。

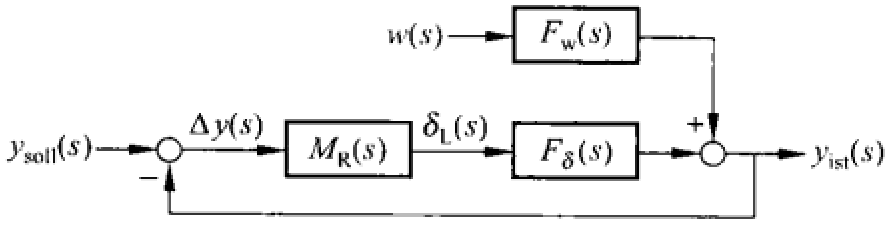


图 119.1　包括期望量 y_{soll} 和干扰量 w 的控制回路

由拉普拉斯变换表达方式可以描述控制回路。这里:

$$y_{ist}(s) = F_\delta(s) \cdot \delta_L(s) + F_w(s) \cdot w(s) \tag{119.1}$$

其中:

$$\delta_L(s) = M_R(s) \cdot \Delta y(s) = M_R(s) \cdot [y_{soll}(s) - y_{ist}(s)] \tag{119.2}$$

车辆实际行驶轨迹为(为了书写简便,在后面省略了拉普拉斯算子(s)):

$$y_{ist} = \frac{F_\delta M_R}{1 + F_\delta M_R} y_{soll} + \frac{F_w}{1 + F_\delta M_R} w \tag{119.3}$$

车辆行驶轨迹偏移量为:

$$\Delta y = y_{soll} - y_{ist} = \frac{1}{1 + F_\delta M_R} y_{soll} - \frac{F_w}{1 + F_\delta M_R} w \tag{119.4}$$

转向盘输入为:

$$\delta_L = \frac{M_R}{1 + F_\delta M_R} y_{soll} - \frac{F_w M_R}{1 + F_\delta M_R} w \tag{119.5}$$

方程式(119.3)到方程式(119.5)中右边第一项是"导向特性",第二项是"干扰特性"。由图 119.1 可知,作为驾驶员的"输出"是在稳定车速下的转向盘转角 δ_L。但是不清楚是驾驶员基于什么信息来确定需要转动转向盘,即怎样的"输入"量会影响驾驶员。原则上有许多信息渠道,比如:

- 视觉信息,它是驾驶员一个重要的信息源,它包括前面道路的几何线形、障碍物的位置以及其他交通参与者的位置(在图 119.1 中作为例子选择了车辆对于给定行驶路线的横向偏移量);
- 前庭信息,通过内耳的半规管系统给出的车辆角位移(横摆角位移和侧倾角位移)和加速度信息;
- 触觉信息,比如驾驶员通过身体与座椅之间力的作用以及转向盘扭矩的作用

获得信息；

- 声音信息，它是车轮发出刺耳的声音，这个声音主要是在干燥的路面上，横向加速度很大时产生（它经常被提到，但是从来没有被引入到控制回路中）。

驾驶员一直不断地接受视觉信息。如果他还收到其他信息，那么他就变成了一个多通道控制器（mehrschleifiger Regelkreis）。比如驾驶员对于前轮"不对称"制动（左右侧前轮制动扭矩大小不一致），不仅可以通过视觉从行驶轨迹偏移 Δy 感受到，还可以通过触觉从转向盘扭矩 M_L 的感受得到。它的大小由制动扭矩的差别大小决定。[67] Horn[68] 和 Reichelt[69] 在参考文献中以列表的形式给出了各种应用的信息。

119.1 稳定性，分割频率，相角储备

像经常在参考文献中以及导论中提到的那样，下面我们将针对"单通道控制回路"进行讨论（这不仅是因为驾驶员经常只是对一个信息作出反应，而且进行系统稳定性的分析也相对比较简单）。

如果在足够长的时间内，数学方面的描述为 $t\to\infty$ 时，偏移量 Δy 是一个有限值，则驾驶员-车辆系统就是一个稳定系统。即：

$$\lim_{t\to\infty}\Delta y(t) = \text{const} \tag{119.6}$$

（另外还有一个默认的前提条件，就是在 $t=0$ 和 $t\to\infty$ 时的偏移量 Δy 比较小，使得车辆还保持在原来的车道上）

在 112.1 节和 115.1 节对车辆单独作为一个系统进行了讨论，通过结果可知，如果特征方程解的实部为负值时，系统就是稳定的。它是由传递函数的分母得到的。在讨论"驾驶员-车辆"形成的总的闭环系统的稳定性时也采用同样的方法。因为总的系统的特征方程比上面章节谈到的二次代数方程要复杂得多，特征方程的求解过程也会花费相当长的时间，所以这里采用上面所述的稳定性评价指标，在不求解方程的情况下，讨论解的实部是否是负值。

通过控制回路的数学表达式(119.3)和式(119.5)的分母得到系统的特征方程的表达式为：

$$1 + M_R(s)\cdot F_\delta(s) = 1 + G(s) = 0 \tag{119.7}$$

其中：

$$G(s) = M_R(s)\cdot F_\delta(s) \tag{119.8}$$

是开环控制系统的传递函数。

特征方程解的一般形式是 $s=a+j\omega$，如果 a 为负数，则系统是稳定的，a 为正数，则系统是不稳定的，$a=0$ 是稳定与不稳定的界限。如果我们用 $j\omega$ 代替 s，传递函数可以写为：

---

[67] Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig 1972.

[68] Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straβe. Diss. TU Braunschweig 1985.

[69] Reichelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig 1990.

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|\ e^{j\varphi(\omega)} \tag{119.9}$$

其中：$|G(j\omega)|$为实数形式的幅值，$\varphi(\omega)$为相角。根据上面所述以及式(119.7)，稳定界限可以改写成：

$$G(j\omega) = -1 \tag{119.10}$$

也就是说，如果复函数 $G(j\omega)$的实部＝－1，同时虚部＝0 或者$|G(j\omega)|=1$，$\varphi(\omega)=-\pi=-180°$时，系统处于稳定界限上。对于式(119.9)两边取自然对数得：

$$\ln G(j\omega) = \ln|G(j\omega)| + j\varphi(\omega) \tag{119.11}$$

用波德图(Bode-Diagramm)分别描述幅值和相角随圆频率 ω 变化的关系，其中幅值采用双对数坐标，相角采用单对数坐标，结果如图 119.2 所示。在$|G(j\omega)|=1$ 以及$|G(j\omega)|=0$ 同时相角 $\varphi(\omega)>-\pi=-180°$时，系统是稳定的，或者上面所述的相角储备 $\varphi_R>0$ 时，系统有一定的稳定性储备。ω_c被称为分割频率(英语：cross-over frequency)。这两个参数 ω_c 和 φ_R 对于控制回路起着非常重要的作用，这一点在后面还会看到。

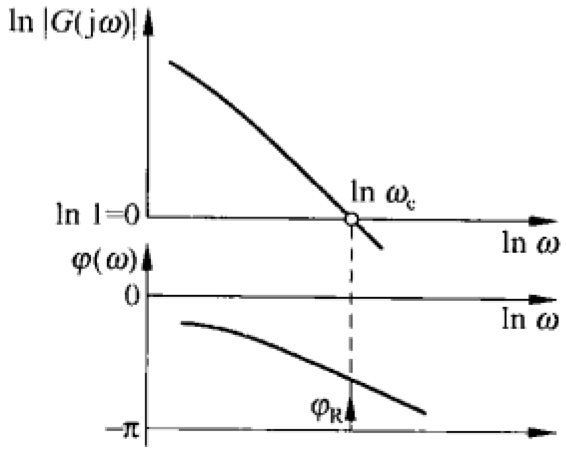


图 119.2 在波德图中稳定性的解释

我们再回到式(119.8)。开环系统的传递函数 G 由驾驶员的传递函数 M_R和车辆的传递函数 F_δ两部分组成。与式(119.9)或者(119.11)相一致，它可以写成：

$$G(j\omega) = M_R(j\omega)\cdot F_\delta(j\omega) = |M_R(j\omega)|\,|F_\delta(j\omega)|\ e^{j\varphi_M(\omega)}e^{j\varphi_F(\omega)} \tag{119.12}$$

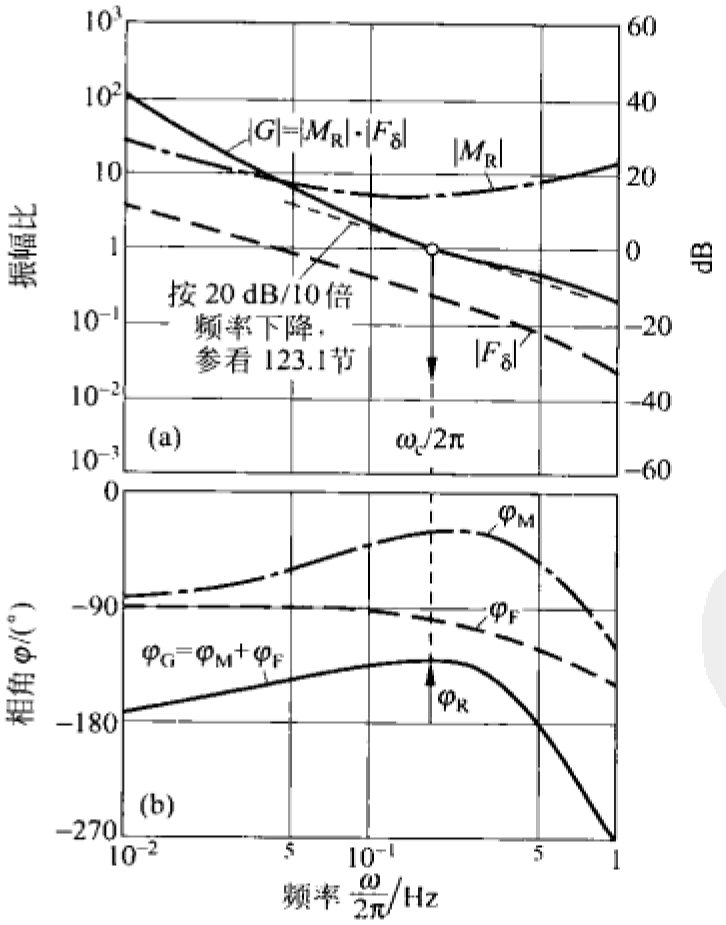


图 119.3 车辆传递函数 F_δ，驾驶员传递函数 M_R 以及开环传递函数 G 的频率特性
(例子取自参考文献 70)

〔70〕 见参考文献 68。

或：

$$\ln G(j\omega) = \ln|M_R(j\omega)| + \ln|F_\delta(j\omega)| + j[\varphi_M(\omega) + \varphi_F(\omega)] \quad (119.13)$$

当$|M_R(j\omega)||F_\delta(j\omega)| = 1$ 或 $\ln|M_R(j\omega)| + \ln|F_\delta(j\omega)| = 0$，相角之和 $\varphi_M(\omega) + \varphi_F(\omega) > -\pi = -180°$时，系统是稳定的，见图 119.3。

XIX.1 横向控制

下面第 120 节将讨论“正常行驶”状态下控制回路，第 121 节针对“极限行驶”状态进行讨论。就像前面强调的那样，在讨论过程中划分为车辆良好、舒适的操纵性能和汽车在避免事故发生过程中的可操控性能。

120 正常行驶

我们认为正常行驶状态就是车辆在交通量很小的弯道上，没有超车、变道时的行驶状态，并且侧向加速度 $\ddot{y}$ 比较小，落在了图 120.1 所示的 95%范围之内。

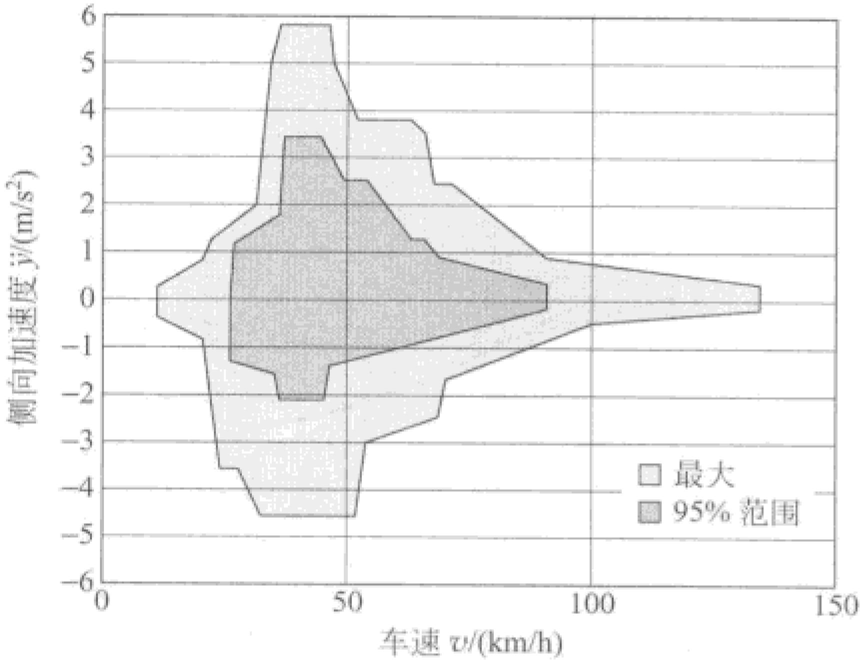


图 120.1 在联邦州公路弯道行驶时侧向加速度和速度的分布范围[71]

可以用图 120.2 所示的框图来描述（这个框图比在前面一节简介中讨论的框图 119.1 复杂一些）这种情况。图 120.2 左上角是驾驶员期望的道路以及道路曲率 $(1/\rho)_{soll}$。假如道路是一个左转曲线，驾驶员必须根据经验将转向盘左转一定的角度。当然不是车辆到达弯道起点时才转动转向盘，而是在此之前就不断地观察和考虑，驾驶员操纵车辆是预期的。因为感官信息的获取和转向盘输入仅仅是在一个方向上，我们称这种操作为“操纵”，因而上面的框就是“预期操纵”。它形成了“双平面

[71] Hackenberg, U.; Heißing, B.: Die fahrdynamischen Leistungen des Fahrer-Fahrzeug-Systems im Straßenverkehr, ATZ 84 (1982) Heft 7/8, S. 341-345.

模型”中的第一个平面，以“车道导引平面”[72]来表示。

但是“预期操纵”一般并不能使车辆行驶的实际车道和期望车道符合得十分理想。另外，比如还有侧风的扰动。为了使车辆不致偏离道路，驾驶员要对实际车道与期望车道之间的偏差进行观察，并试图通过继续转动转向盘来减小这一偏差，以求达到补偿目的。驾驶员的这种操作在图 120.2(a)中用“补偿控制”框来描述。这第二个平面也称之为“稳定平面”。它与图 119.1 中一致。

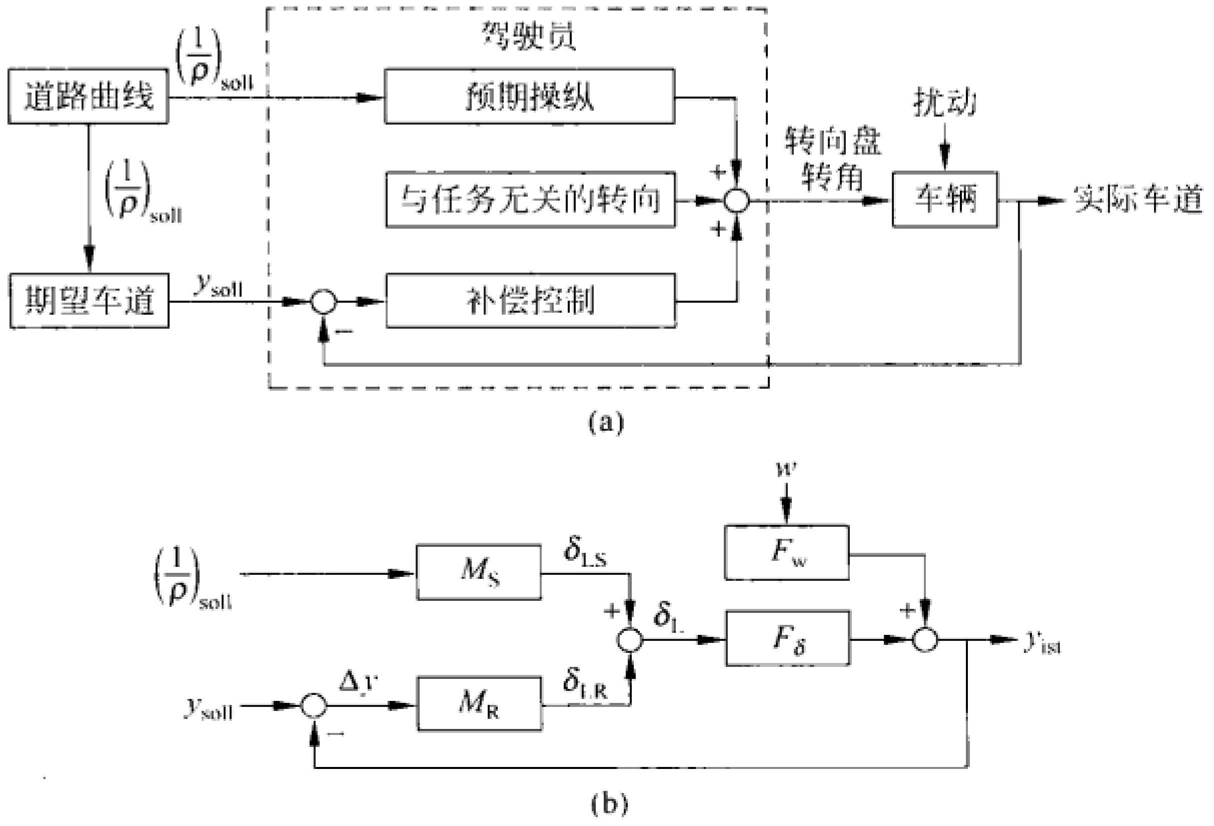


图 120.2 (a)“驾驶员-车辆”横向控制系统在正常行驶状态下的一般描述；(b) 框图描述，上面是操纵(S)，下面是控制(R)，即所谓双平面模型；$(1/\rho)$为道路曲率，y 为侧向坐标，Δy 为侧向偏移，δ_L 为转向盘输入

在驾驶员框内还有第三个框，是“与任务无关的转向”，这一问题下面不涉及。

第四个框是“期望轨迹”，也就是说驾驶员要在已经给定的车道宽度范围内找出自己应该行驶的轨迹，比如：并不是在车道的正中央行驶，而是偏离中心线，或者切割曲线行驶。

在图 120.2(b)中，像第 113 节和第 119 节一样，把刚才提到的框作为传递函数来对待。但输入和输出参数不是用时间的函数 $f(t)$，而是用时间函数的拉普拉斯变换 $f(s)$。

下面各节将对第一个、第二个和第四个框以及它们与车辆动力学之间的关系进行讨论。

[72] Donges, E.: Experimentelle Untersuchung und regelungstechnische Modellierung des Lenkverhaltens von Kraftfahren bei simulierter Straßenfahrt. Diss. TH Darmstadt 1977; Donges, E.: Ein regelungstechnisches Zwei-Ebenen-Modell des menschlichen Lenkverhaltens im Kraftfahrzeug. Zeitschrift für Verkehrssicherheit 24 (1978) Heft 3, S. 98-112.

120.1 预期操纵

对道路线型进行预测，即事先观察时，必须要有一个视距，它受到树木以及雾天的限制，并且必须与车辆速度相适应。

从 Horn[73] 的研究得知，如果直线路段与圆弧段之间的缓和曲线不是很短的话，驾驶员主要是进行操纵，而很少控制。操纵部分的方程为：

$$T_{2S}^2\ddot{\delta}_{LS}(t)+T_{1S}\dot{\delta}_{LS}(t)+\delta_{LS}(t)=V_{MS}\left(\frac{1}{\rho}\right)_{soll}(t+T_A) \tag{120.1}$$

并且，作为传递函数(图 120.2(b)中的上框)可写为：

$$M_S(s)=\frac{\delta_{LS}(s)}{(1/\rho)_{soll}}=V_{MS}\frac{e^{T_A s}}{1+T_{1S}s+T_{2S}^2 s^2} \tag{120.2}$$

其中 T_{2S}，T_{1S}是时间常数，V_{MS}是放大因数，$(1/\rho)_{soll}$是期望车道的曲率，T_A 是预期时间。

如果我们假定(就像试验中确定的那样)驾驶员不仅很少控制，而且根本不控制。那么，驾驶员就是精确地在期望车道$(1/\rho)_{soll}$上驾驶车辆，这种情况在第 115 节中进行了讨论。在图 115.1 中，把假想点 P 与车辆纵轴线相联结，这一点准确地与道路曲率相一致。这种情况我们称为“理想导引车辆”，或者“理想驾驶员”。P 点在车辆重心前面的一定距离处，这个距离称为“预视距离”，或者说“理想驾驶员”不断观察的是一定时间 T_P之前的道路，这个时间在这里称为“预期时间”T_A。按式(115.14)，取$(1/\rho_P)=(1/\rho)_{soll}$，即可写出转向盘输入 $\delta_{LS}(t)$的方程：

$$\frac{1}{\nu_{id}^2}\ddot{\delta}_{LS}(t)+\frac{2\sigma_{id}}{\nu_{id}^2}\dot{\delta}_{LS}(t)+\delta_{LS}(t)$$
$$=i_L l\left[1+\left(\frac{v}{v_{ch}}\right)^2\right]\left[\left(\frac{1}{\rho}\right)_{soll}(t)+\frac{2\sigma_f}{\nu_f^2}\left(\frac{1}{\dot{\rho}}\right)_{soll}(t)+\frac{1}{\nu_f^2}\left(\frac{1}{\ddot{\rho}}\right)_{soll}(t)\right] \tag{120.3}$$

方程(120.1)和方程(120.3)的左边是一致的，为了使右边也能加以比较起见，把式(120.1)中的$(1/\rho)_{soll}(t+T_A)$按泰勒级数展开，并取其前几项：

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_{soll}(t+T_A)\approx\left(\frac{1}{\rho}\right)_{soll}(t)+T_A\left(\frac{1}{\dot{\rho}}\right)_{soll}(t)+\frac{T_A^2}{2}\left(\frac{1}{\ddot{\rho}}\right)_{soll}(t) \tag{120.4}$$

式(120.1)即可写成：

$$T_{2S}^2\ddot{\delta}_{LS}(t)+T_{1S}\dot{\delta}_{LS}(t)+\delta_{LS}(t)$$
$$\approx V_{MS}\left[\left(\frac{1}{\rho}\right)_{soll}(t)+T_A\left(\frac{1}{\dot{\rho}}\right)_{soll}(t)+\frac{T_A^2}{2}\left(\frac{1}{\ddot{\rho}}\right)_{soll}(t)\right] \tag{120.5}$$

把式(120.5)与式(120.3)加以比较，我们可以得出第一个重要结论：预期操纵首先不是取决于“人的常数”，而是取决于车辆常数，因为 T_{2S}，T_{1S}，V_{MS}和 T_A 都可以用ν_{id}，D_{id}，$i_L l[1+(v/v_{ch})^2]$以及 ν_f^2，σ_f 等来表示，而其中又只包含着车辆参数，像轮胎侧偏刚度，质心位置等。第二位的才包含了人的常数，因为上面假定没有控制，毕竟

---

[73] 见参考文献 68。

仅仅是一种近似(当然是很好的近似)。

采用这种近似后,放大因数为:

$$V_{MS} \approx i_L l \left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}}\right)^2\right] = \left(\frac{\delta_L}{1/\rho}\right)_{stat} = \left(\frac{\delta_L}{\dot{\psi}/v}\right)_{stat} \qquad (120.6)$$

参看表 109.2 中式(109.14)可见,V_{MS} 正比于稳态圆周行驶参数的倒数——转向盘输入 δ_L/横摆角速度 $\dot{\psi}$。以横摆角速度为例的情况如图 120.3(a)所示。

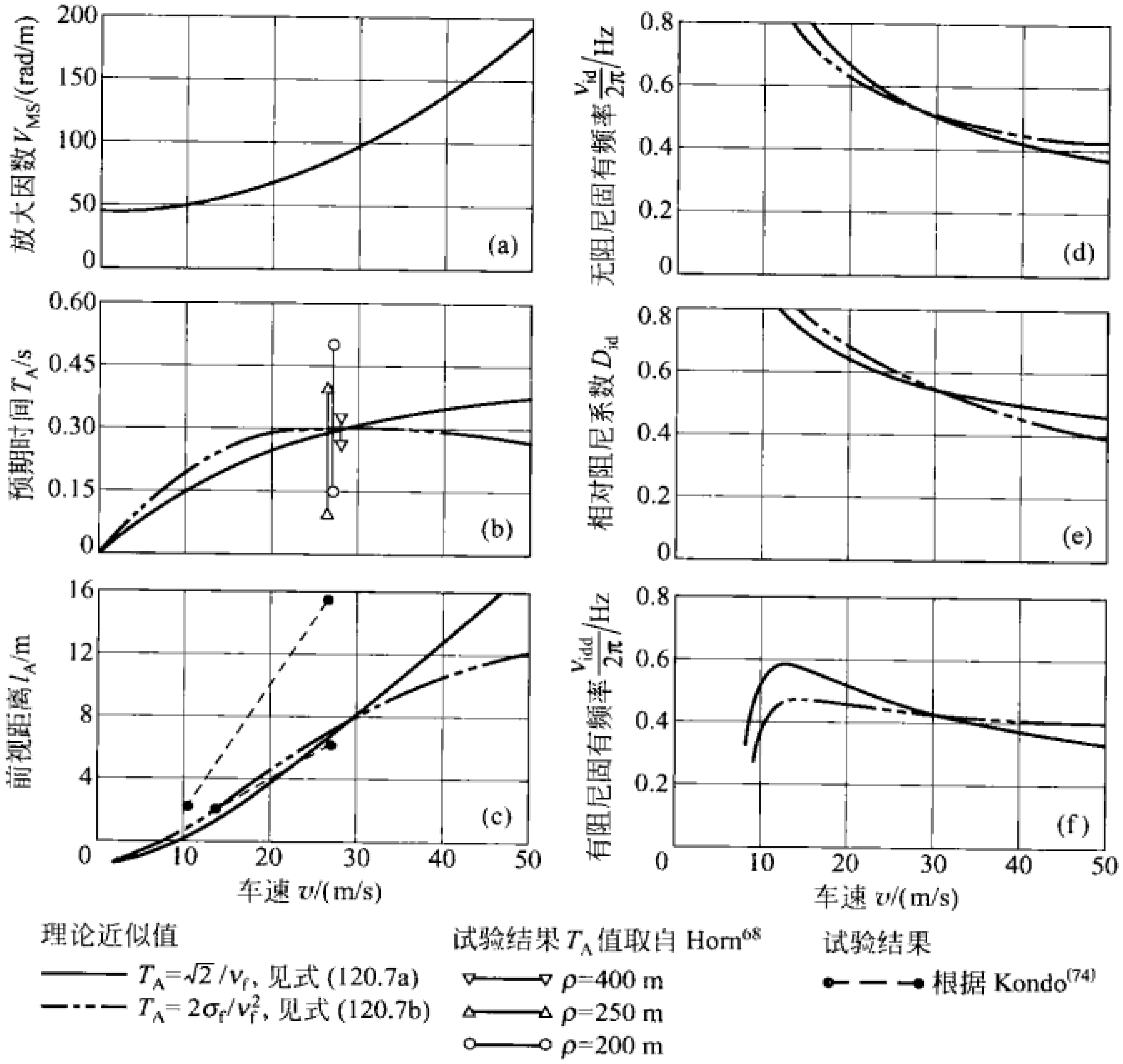


图 120.3 预期操纵的传递函数中常数近似值

(a) 放大因数,见式(120.6);(b) 预期时间,见式(120.7);(c) 前视距离,见式(120.8);(d) 无阻尼固有频率,见式(115.8);(e) 相对阻尼系数,见式(115.9);(f)有阻尼固有频率,见式(115.10)。(d)~(f)中的 l_A 值取自曲线(c)(车辆数据见表 111.1,车辆 1)

预期时间 T_A 近似地有两个值可取:

$$T_A \approx \frac{\sqrt{2}}{\nu_f} \qquad (120.7a)$$

---

〔74〕 Kondo, M.; Ajimine, A.: Driver Sight Point and Dynamics of the Driver Vehicle System Related to it, SAE-Paper 680104.

和

$$T_A \approx \frac{2\sigma_f}{\nu_f^2} = \frac{2D_f}{\nu_f} \tag{120.7b}$$

在图 120.3(b)中举例计算的时间 T_A 与 Horn 测试数据差不多相符，其中应该看到有比较大的波动范围，这个波动部分是由于不同的驾驶员，部分是由于不同的弯道曲率半径 ρ 引起的。

按式(116.1)可以计算前视距离 $l_V + l_A$，其中

$$l_A = vT_A - l_V \tag{120.8}$$

图 120.1(c)中的这些前视距离数值也为 Kondo 的试验数据所印证。

把计算所得的 l_A 值代入式(116.8)至式(116.10)，得到无阻尼和有阻尼的固有圆频率 ν_{id}，ν_{idd} 以及相对阻尼系数 D_{id}。图 120.3(d)～(f)画出了计算结果，这些数值与 Horn 试验数据相符。把式(120.1)中的时间常数与式(120.3)比较后即可近似求得：

$$T_{2S} \approx \frac{1}{\nu_{id}} \tag{120.9}$$

和

$$T_{1S} \approx \frac{2\sigma_{id}}{\nu_{id}^2} = \frac{2D_{id}}{\nu_{id}} \tag{120.10}$$

这样，由式(120.2)可近似地写出预期操纵的总的传递函数：

$$M_S(s) = \frac{\delta_{LS}(s)}{(1/\rho)_{soll}(s)} = V_{MS}\frac{e^{sT_A}}{1 + T_{1S}s + T_{2S}^2 s^2}$$

$$\approx i_L l\left[1 + \left(\frac{v}{v_{ch}}\right)^2\right]\frac{1 + T_A s + \frac{T_A^2}{2}s^2}{1 + \frac{2\sigma_{id}}{\nu_{id}^2}s + \frac{s^2}{\nu_{id}^2}} \tag{120.11}$$

在建立了驾驶员的预期操纵方程，也就是近似的是车辆的方程后，我们必须回答一个问题，什么样的车辆适于操纵？

车辆应该是预期时间 T_A 和由式(120.8)确定的前视距离 l_A 比较小，也就是说驾驶员没有必要看得过远。根据式(120.7)可知，这就要求车辆在紧定转向盘时具有较大的固有圆频率 ν_f。因为由图 112.2(a)以及表 113.4 可知，当 ν_f 比较大时，横摆角速度的峰值响应时间 $T_{\dot\psi\,max}$ 比较小，所以结果可写成：

如果 $T_{\dot\psi\,max}$ 小的话，车辆适于预期操纵。

这就建立了单纯的车辆准则与驾驶员-车辆系统研究之间的关系。

另外，要求 ν_f 不能过大，$T_{\dot\psi\,max}$ 不能过小，这是由于根据图 115.2(a)，当 l_A（在那里是 l_P）比较小时，理想驾驶员车辆的固有频率 ν_{id} 就会比较大，驾驶员必须很快转动转向盘，才能保证车辆在期望车道上行驶。所以，$T_{\dot\psi\,max}$ 必须有一个合理范围，这一点在 113.4.1 节中已经谈到。

像大雾这样的天气，驾驶员的视线受到限制，其预视距离也相应减小，通过这一节的方程式可以近似计算出这种条件下允许的车辆最高速度。

120.2 期望轨迹的形成

在第 120 节开始时把第四个框称为"正常行驶"时的"期望轨迹"。由图 120.4 可知，驾驶员在驾驶车辆直线行驶时($(1/\rho)_{soll}=0$)，并不是沿车道的中心线行驶，而是偏离中心大约 0.3 m[74]。在遇到左转或右转曲线线型时，还可能发生切割的现象，所以在确定期望轨迹时不仅要考虑道路曲率，还必须考虑缓和曲线参数 A[75]，见式(115.11)。

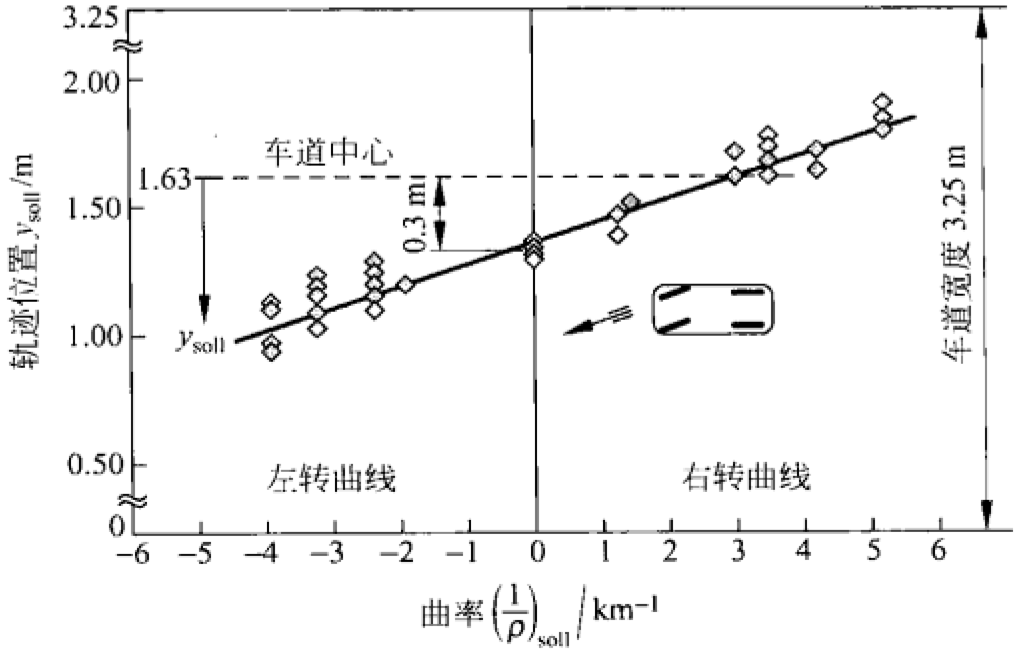


图 120.4 在自由交通时，车辆平均位置随道路曲率的变化关系[76]

对图 120.4 进行加权平均后得到下面表达式：

$$\frac{y_{soll}}{m} = 0.24 - 0.075\,\frac{(1/\rho)_{soll}}{1/km} \tag{120.12}$$

120.3 补偿控制

基于在前面讨论"预期操纵"问题时对于驾驶员预视问题有了充分的认识，下面将在控制框图 120.2 基础上增加一个反馈部分，见图 120.5，以便对预视进行补充。具体涉及以下几个方面：

- 在控制系统中引入了"超前"反馈回路，它的意义在于：驾驶员并不观察目前车辆的重心位置 $y_{SP}(t)$(对于轿车一般与驾驶员座椅位置一致)，而是以一定的时间提前观察前面一点。这一点的位置为 $y_{SP}(t+T_P)$，T_P 称为控制回路的"预瞄时间"(prediction-time)，它与"预期时间"T_A 的意义相对应，但是在数值上有差别。利用泰勒展开式并取前面几项，近似可以得到：

[74] 见参考文献 65。
[75] 见参考文献 68。
[76] 见参考文献 65。

$$y_{SP}(t+T_P) \approx y_{SP}(t) + T_P \dot{y}_{SP}(t) + \frac{T_P^2}{2}\ddot{y}_{SP}(t) \qquad (120.13a)$$

对上式实施拉普拉斯变换，得到：

$$y_{SP}(s)e^{sT_P} \approx y_{SP}(s)\left[1 + T_P + \frac{T_P^2}{2}\right] \qquad (120.13b)$$

由此得到“超前”反馈回路的传递函数为：

$$\mathrm{Pr}(s) = \frac{y_{SP}(s)e^{sT_P}}{y_{SP}(s)} = e^{sT_P} \approx 1 + T_P s + \frac{T_P^2}{2}s^2 \qquad (120.14)$$

- 驾驶员同样还预看期望车道，他看到的点是：

$$y_{soll}(t+T_P) \hat{=} y_{soll}(s)e^{sT_P}$$

则轨迹偏移量为：

$$\Delta y(s) = e^{sT_P}[y_{soll}(s) - y_{SP}(s)] = \mathrm{Pr}(s)[y_{soll}(s) - y_{SP}(s)] \qquad (120.15)$$

- 在车辆的传递函数 $F_{\delta_{\ddot{y}}}$ 中，“输入”为转向盘转角 δ_{LR}（这里仅是控制）时，作为“输出”用车辆重心 SP 处的横向加速度 $\ddot{y}_{SP}$ 代替横向偏移 y_{ist}。从表 113.1 中的式(113.7)可以得到传递函数为：

$$F_{\delta_{\ddot{y}}}(s) = \frac{\delta_{LR}(s)}{\ddot{y}_{SP}(s)} \qquad (120.16a)$$

- 根据定义得到干扰部分的传递函数为：

$$F_{w_{\ddot{y}}}(s) = \frac{w(s)}{\ddot{y}_{SP}(s)} \qquad (120.17a)$$

由图 120.5 形成的新的控制回路的传递函数与式(119.2)相似，可以写成(复数算子(s)省略)：

$$\delta_{LR} = \frac{M_R e^{sT_P}}{1 + M_R e^{sT_P}(1/s^2)F_{\delta_{\ddot{y}}}} y_{soll} - \frac{M_R e^{sT_P}(1/s^2)F_{w_{\ddot{y}}}}{1 + M_R e^{sT_P}(1/s^2)F_{\delta_{\ddot{y}}}} w$$

$$= \frac{M_R \mathrm{Pr}}{1 + M_R \mathrm{Pr}(1/s^2)F_{\delta_{\ddot{y}}}} y_{soll} - \frac{M_R \mathrm{Pr}(1/s^2)F_{w_{\ddot{y}}}}{1 + M_R \mathrm{Pr}(1/s^2)F_{\delta_{\ddot{y}}}} w \qquad (120.18)$$

如果将驾驶员和车辆各自的传递函数代入上式，并且将如下关系式：

$$M_R^* = M_R e^{sT_P} = M_R \mathrm{Pr} \qquad (120.19)$$

$$\frac{1}{s^2}F_{\delta_{\ddot{y}}} = F_{\delta_y} = \frac{\delta_{LR}(s)}{y_{SP}(s)} \qquad (120.16b)$$

$$\frac{1}{s^2}F_{w_{\ddot{y}}} = F_{w_y} = \frac{w(s)}{y_{SP}(s)} \qquad (120.17b)$$

也代入上式，得：

$$\delta_{LR} = \frac{M_R^*}{1 + M_R^* F_{\delta_y}} y_{soll} - \frac{M_R^* F_{w_y}}{1 + M_R^* F_{\delta_y}} w \qquad (120.20)$$

这个传递函数与讨论过的式(119.5)相似，由表达式的分母得：

$$1 + M_R^* F_{\delta_y} = 1 + M_R \mathrm{Pr} F_{\delta_y} = 1 + M_R e^{sT_P} F_{\delta_y} = 1 + G = 0 \qquad (120.21)$$

并根据式(119.8)和图 119.3 可以给出系统的稳定条件、分割频率和相角储备。

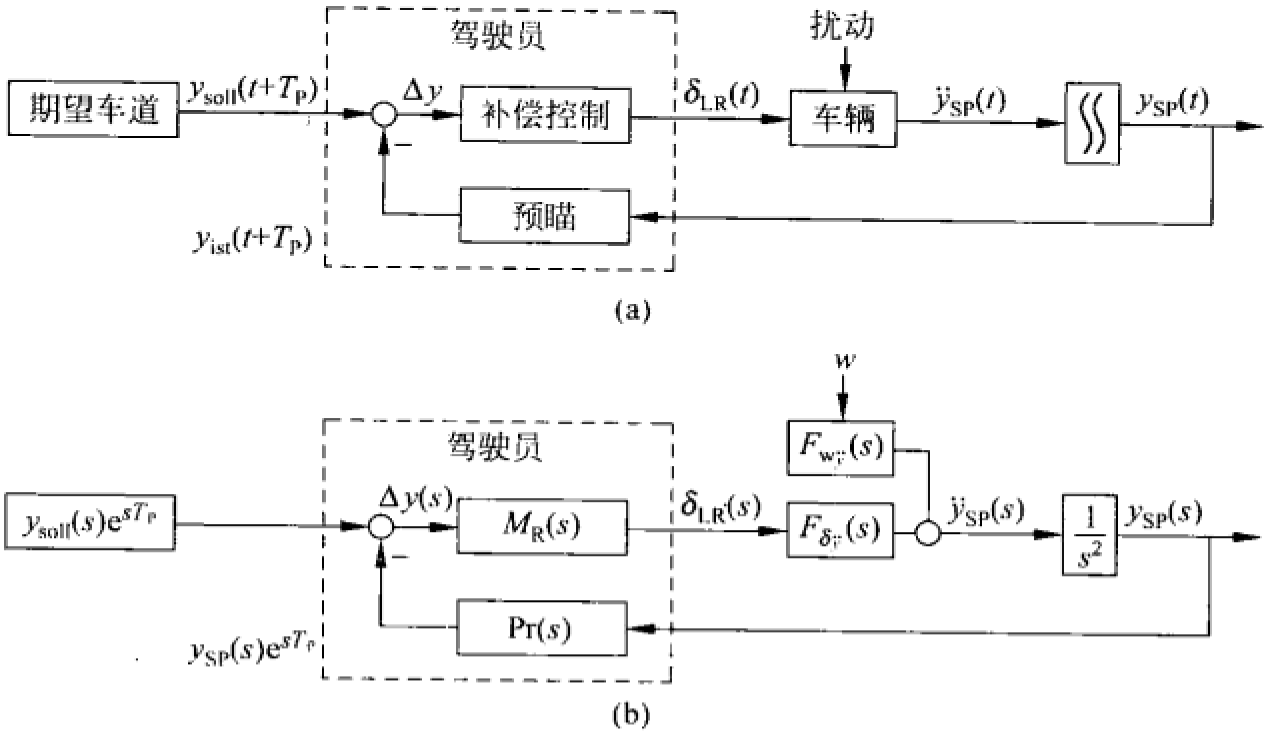


图 120.5 (a) 在正常行驶时驾驶员-车辆补偿控制的一般描述；(b) 拉普拉斯方法描述，车辆重心位置侧向加速度 $\ddot{y}_{SP}(t) \triangleq \ddot{y}_{SP}(s)$；相应的位移 $y_{SP}(t) \triangleq y_{SP}(s)$，预视点 $y_{SP}(t+T_P) \triangleq y_{SP}(s)e^{sT_P}$，预视期望轨迹 $y_{soll}(t+T_P) \triangleq y_{soll}(s)e^{sT_P}$，转向盘输入 $\delta_{LR}(t) \triangleq \delta_{LR}(s)$

120.3.1 驾驶员的传递函数

上面谈到的传递函数 $M_R^*(s)=M_R(s)e^{sT_P}=M_R(s)\cdot \mathrm{Pr}(s)$ 还是未知的。而关于人的（这里是指汽车驾驶员）线性控制的一般传递函数于 1965 年由 McRuer 给出[78,79]，称为“精确模型”（英语：precision model）。简化后可写为：

$$M_R(s)=\frac{\delta_{LR}(s)}{\Delta y(s)}=V_M\frac{1+T_D s}{1+T_I s}e^{-s\tau} \qquad (120.22)$$

式中，V_M 为人的放大因数；T_D 为超前时间；T_I 为延迟时间；τ 为滞后时间。如果说滞后时间 τ 的变化很小（转向盘输入时 $\tau \approx 0.14 \sim 0.2$ s[80]）；而其余三个常数 V_M、T_D 和 T_I 则有明显的变化。这些常数与车辆的频率特性 $F_{\delta\ddot{y}}$ 有关。McRuer 又针对这一问题提出了“分割模型”（英语：cross-over model）[81]，指出在分割频率 ω_c 附近，开环频率特性 $G(j\omega)$ 可按下式确定：

$$G(j\omega)=M_R F_\delta=\frac{\omega_c}{j\omega}e^{-j\omega\tau} \qquad (120.23)$$

---

〔78〕 McRuer, D. T.; Graham, B.; Krendel, E. S.; Reisner, W.: Human Pilot Dynamics in Compensatory Systems. AFFDL-TR-65-15, 1965.

〔79〕 Johannsen, G.; Boller, H.-E.; Donges, E.; Stein, W.: Der Mensch im Regelkreis. München, Wien: Oldenbourg-Verlag 1977.

〔80〕 Braess, H.-H.: Untersuchung des Seitenwindverhaltens des Systems Fahrer-Fahrzeug. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straßenverkehrstechnik, H. 206, 1970.

〔81〕 见参考文献 78。

根据这一模型，波德图中 ω_c 处幅频特性的斜率等于－1(即横坐标每增大 10 倍，纵坐标下降 20 dB，如图 119.4(a)中虚线描述的切线所示)。

式(120.23)包含了一个重要观点：因为不同车辆的传递函数 F_{δ_y} 是通过表达式中的不同常数值来识别的，而不是通过不同型式的表达式来辨别。同样，在驾驶不同车辆时，驾驶员表达式的形式是相同的，只是驾驶员有关常数必须有所变化，与车辆常数相匹配。这一点对于以不同车速，在不同天气条件下，因而在不同附着工况时驾驶同一车辆时也适用。

驾驶员适应他们驾驶的车辆，这就意味着驾驶员能够调整其有关常数。这一点已被道路交通中无数日常事例所证实，因为在千变万化的交通状况中，每个驾驶员都能控制住各自的车辆，至少对于这里讨论的正常工况是如此。而对于所谓极限工况不一定是这样。

将表达式(120.22)描述的 McRuer 提出的精确模型与式(120.19)描述的预视模型联系起来，得到：

$$M_R^* = M_R e^{sT_P} = V_M \frac{1+T_D s}{1+T_I s} e^{s(T_P-\tau)} \tag{120.24a}$$

式中的超前时间 T_D 的值有时取 0，这是由于超前部分在预期时间 T_P 中已经体现出来了。所以上式变为：

$$M_R^* = M_R e^{sT_P} = V_M \frac{1}{1+T_I s} e^{s(T_P-\tau)} \tag{120.24b}$$

在驾驶员传递函数中还有四个常数，其中 T_I 一般取 0.2 s，τ 值也确定为 0.2 s(在一致性试验中仅仅给出的是时间差 $T_P-\tau$ 的值)。驾驶员放大系数 V_M 和预期时间 T_P 一般用 ω_c、φ_R 和 dB/Dek 三个参数通过理论计算得到。在表 120.1 中列出几个参数的数值范围，通过这个表可以看出，它们的数值范围都比较小。

表 120.1　在横向控制条件下驾驶员-车辆系统状态参数及范围

参　　数	数 值 范 围
相角储备 φ_R	30°～40°
分割频率 $\omega_c/2\pi$	0.3～0.5 Hz
幅值曲线在 $\omega=\omega_c$ 处的斜率	－15～－25 dB/Dek

在图 120.6 中给出了一个实例：这里在行驶速度不变的条件下，描述了 V_M 随 T_P 的变化关系。而 ω_c、φ_R 和 dB/Dek 作为参变量影响到两者之间关系。由表 120.1 给出的数值范围限制了 V_M 和 T_P 的取值。在这个例子中，V_M 大约取值范围为 0.6～1.2 rad/m，T_P 为 0.65～0.78 s。由此可知 $T_P>\tau=0.2$ s，所以式(120.23)中 $T_P-\tau$ 为正值，这就意味着预期时间可以过度补偿反应时间。另外，从图 120.6 还可以看出，如果 V_M 比较小时，要求 T_P 必须比较大。

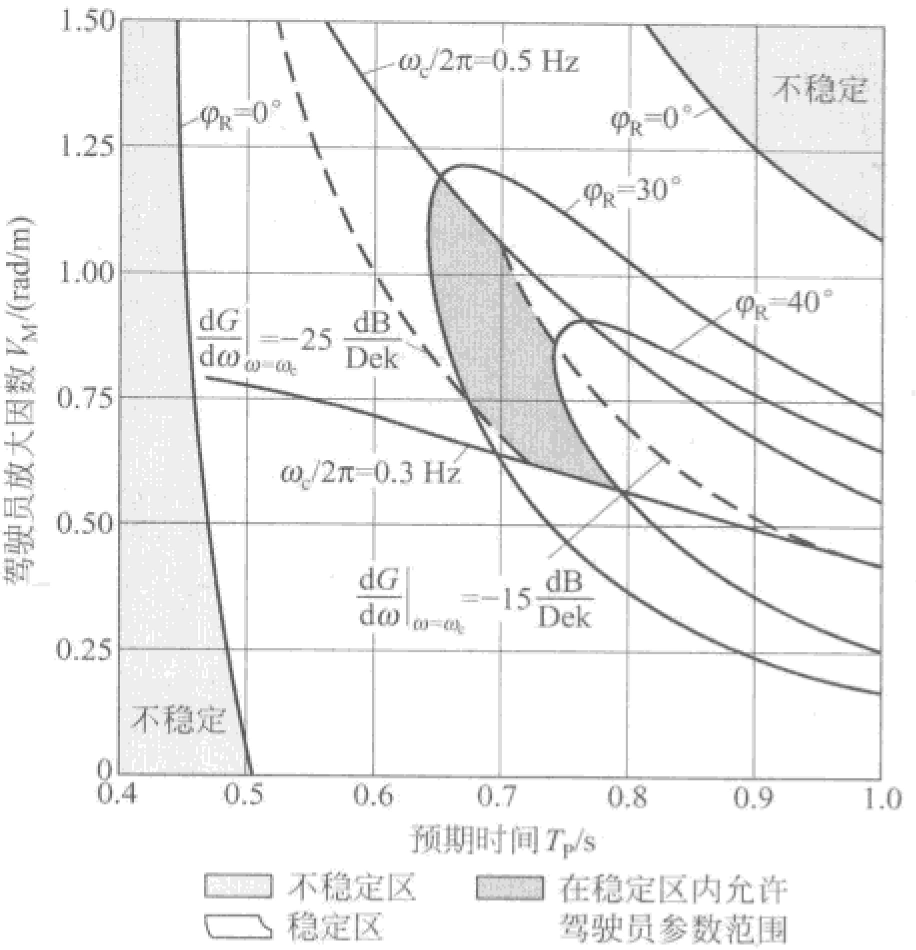


图 120.6 在速度为常数的正常行驶时,驾驶员-车辆控制回路中的驾驶员参数[82]。根据 ISO 标准分别描述了相角储备 $\varphi_R = 0°、30°、40°$;分割频率 $\omega_c/2\pi =$ 0.3 Hz 和 0.5 Hz;以及幅值上升梯度 $\frac{dG}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_c} = -25$ dB/Dek、$\frac{dG}{d\omega}\Big|_{\omega=\omega_c} = -15$ dB/Dek 的情况

由图 120.7 可以看出,随车速 v 的增加,V_M值不断减小,这样,在车速高时,为了避免车辆过度的反应,驾驶员不能大角度转动转向盘。T_P则在速度变化时基本保持不变,这样随速度 v 的增加预期距离基本上是线性增加的。

在图 120.8 中给出了布伦瑞克工业大学车辆技术研究所关于 ω_c 值和 φ_R 值的调查结果。其值与表 120.1 中给出的正常行驶状态下的值基本一致(关于"极限运行状态"的值将在 121.2 节中讨论)。

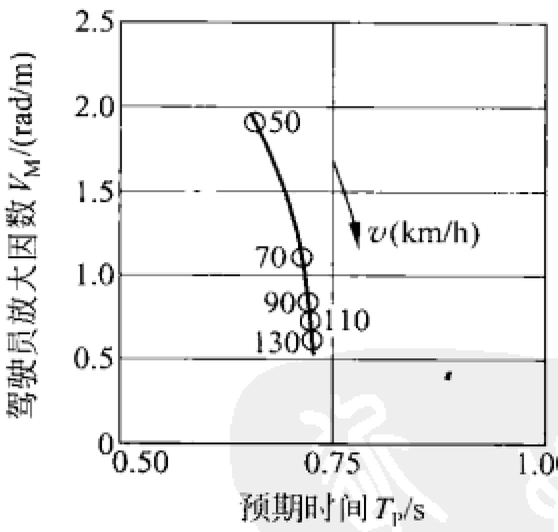
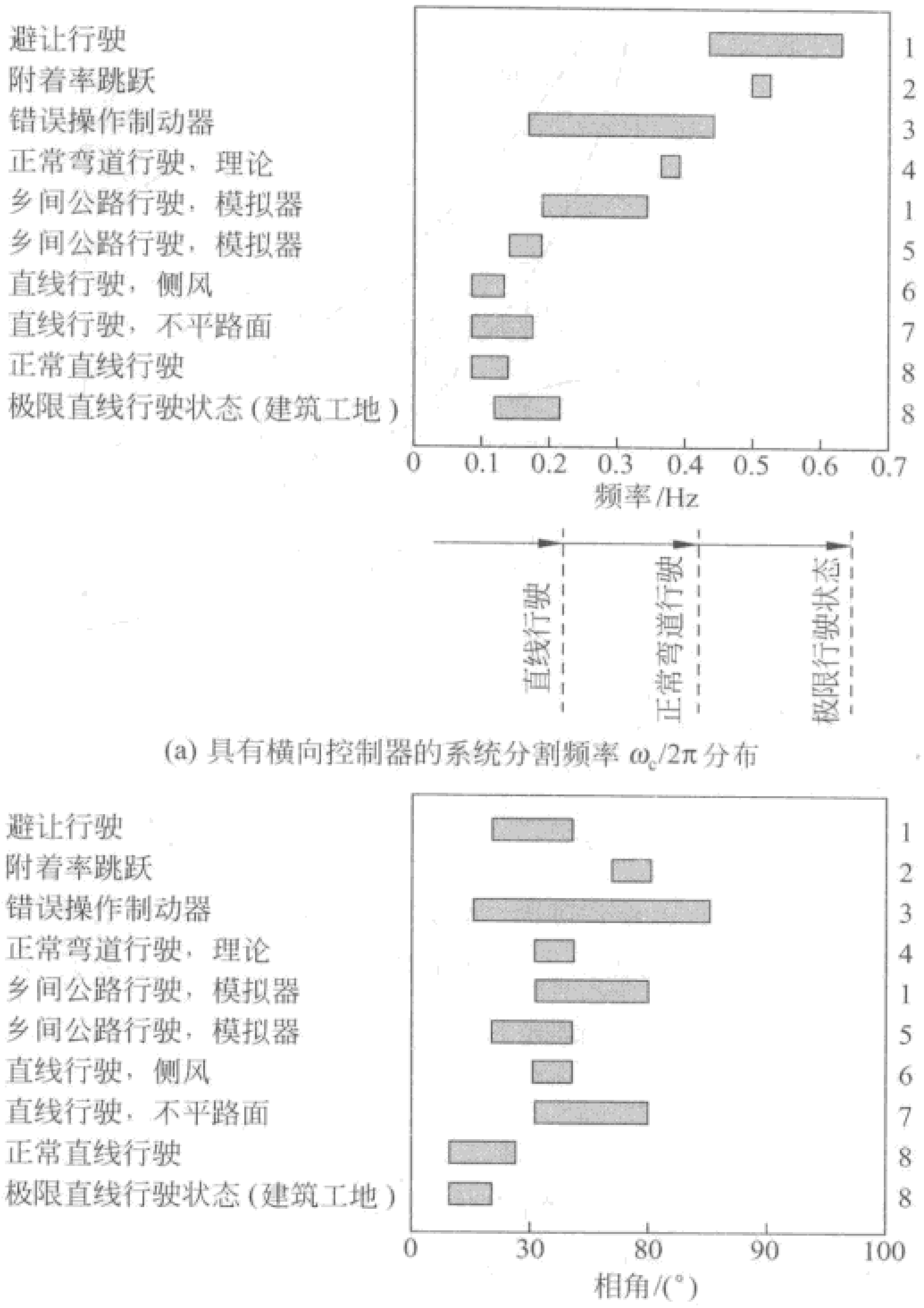


图 120.7 在不同速度下的驾驶员参数[83]

[82] Aus: Risse, H. J.: Das Fahrverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12 Nr. 160, VDI-Verlag 1991.

[83] 见前一个参考文献。



(a) 具有横向控制器的系统分割频率 $\omega_c/2\pi$ 分布

(b) 具有横向控制器的系统相角储备 φ_R 的分布

图 120.8 开环横向控制回路在正常行驶状态下的分割频率和相角储备测量结果 出自布伦瑞克工业大学车辆技术研究所

1. 见 Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs-und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig 1997; Apel, A.; Mitschke, M.: Adjusting Vehicle Characteristics by Means of Driver Models, International Journal of Vehicle Design 18, 1997, No. 6

2. 见 Rechelt, W.: Ein adaptives Fahrer-Modell zur Beurteilung des Regelkreises Fahrer-Fahrzeug in kritischen Fahrsituationen. Diss. TU Braunschweig 1990

3. 见 Niemann, K.: Messungen und Berechnungen über das Regelverhalten von Autofahrern. Diss. TU Braunschweig 1972

4. 见 Risse, H. J.: Das Fahrverhalten bei normaler Fahrzeugführung. Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschritt-Berichte, Reihe 12, Nr. 160, VDI-Verlag 1991

5. 见 Horn, A.: Fahrer-Fahrzeug-Kurvenfahrt auf trockener Straße. Diss. TU Braunschweig 1985

6. Wallentowitz, H.: Fahrer-Fahrzeug-Seitenwind. Diss. TU Braunschweig 1978

7. Loth, S.: Fahrdynamische Einflußgrößen beim Geradeauslauf von Pkw. Diss. TU Braunschweig 1997

8. Mitschke, M.: Geradeauslaufverhalten von Pkw bei normaler und kritischer Fahrt. Bericht (IfF) 1999

121 极限行驶状态

“极限行驶状态”的典型例子是：车辆绕过障碍，地面附着系数阶跃变化（由干燥路面到结冰路面的行驶过程）或者由很窄的通道产生的侧向风。一般可以认为，极限行驶状态就是指边界条件产生意外的变化，而它提高了驾驶员的控制指标要求。

当车辆由“正常行驶状态”过渡到“极限行驶状态”时，图 120.2 中的“预期操纵”框将失效，因为驾驶员没有时间将自己调整到自己不熟悉的状态。图 120.2 左上部的“期望车道形成”框还存在，只不过对于像绕过障碍这样的过程，它作为系统的输入时，不仅仅由道路线型决定，而且还受到附加的障碍物的影响。在此将对 120.3 节中图 120.5 所示的“补偿控制”进行进一步讨论。

121.1 在绕过障碍时期望车道的形成

根据图 121.1 所示，绕过障碍过程中的期望车道曲线可以认为是一个斜坡函数[84]。轨迹变化的大小由以下因素决定：障碍物的宽度；驾驶员发现障碍物时和决定绕行时（或者选择制动）他自己选择的作为界限值的最大侧向加速度。当然这个最大侧向加速度不宜过大，否则由于超过附着极限可能会发生事故。

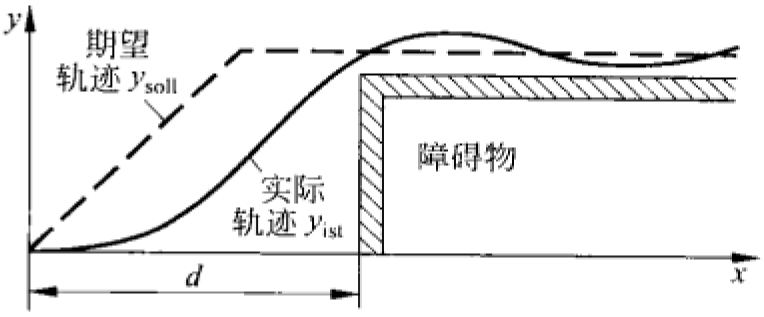


图 121.1 车辆绕过障碍行驶过程

121.2 控制

从理论上讲，在 120.3 节中讨论“正常行驶状态”时得到的结论也可以移植到“极限行驶状态”上。

我们认为无论在什么样的情况下，驾驶员总是与车辆和车速相适应。根据图 120.8，在这里相角储备 φ_R 基本保持不变，而分割频率 ω_c 则明显地增加（比较“变道行驶状况”和“直线行驶状态”）。

因此要求车辆具有一个良好的操控性能。现在，对于极限行驶状态，人们通过“车辆行驶动力学控制系统（简称：ESP）”来减轻驾驶员的压力，见 155.1 节。

---

〔84〕 见参考文献 65。

121.3　车辆参数的影响

由式(119.14)和图 119.3 可知，相角储备 φ_R 基本保持不变就意味着：

$$\varphi_M+\varphi_F\approx \mathrm{const} \tag{121.1}$$

也就是说车辆的相角 φ_F 越小，驾驶员响应的相角 φ_M 就越大。这样对驾驶员来说是比较有利的。从早期这个领域发表的论文[85]可知，车辆 A 具有较小的 φ_F 和较大的 φ_M，所以性能优于车辆 B，具体结果见图 121.2。

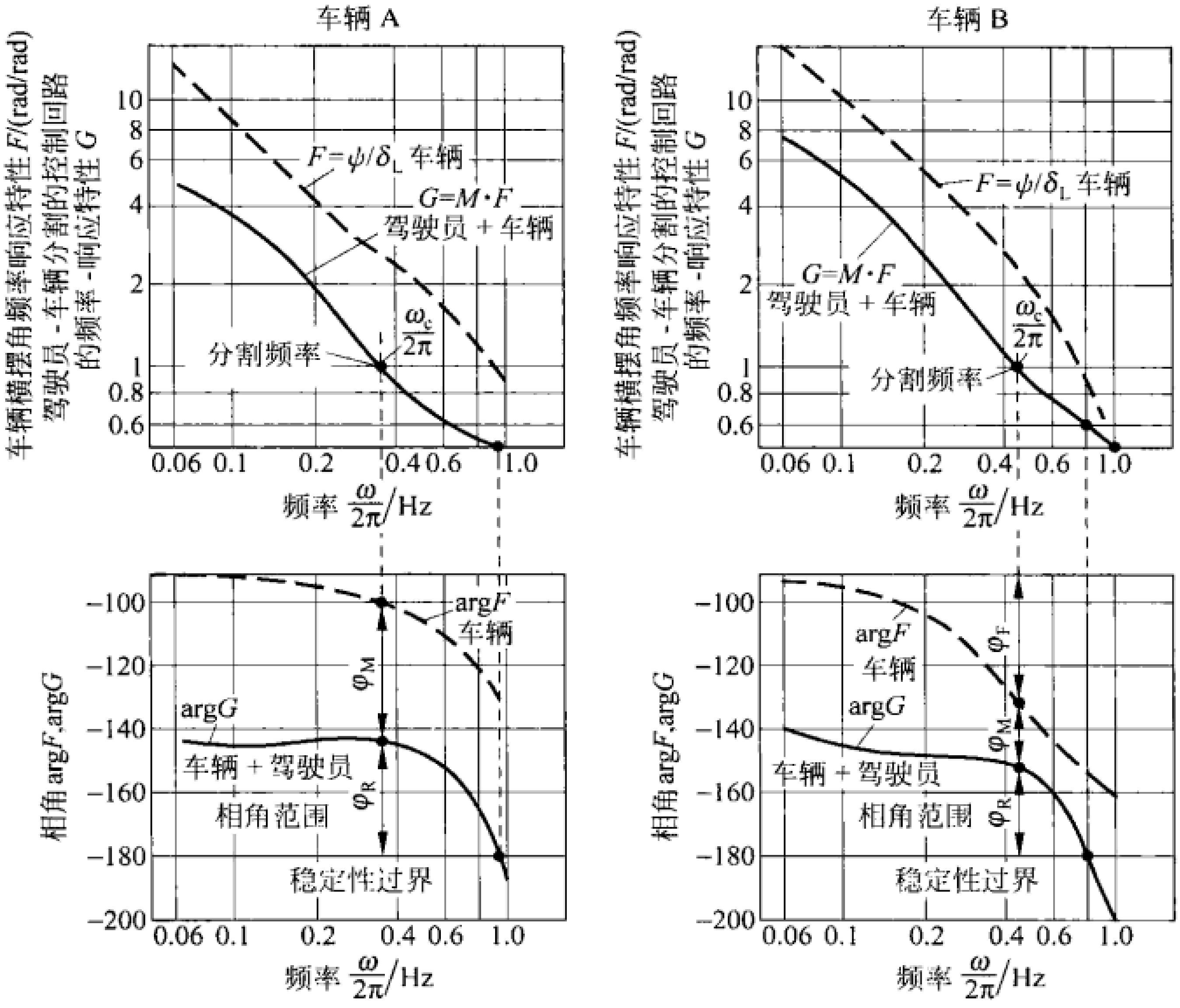


图 121.2　驾驶员-车辆控制回路结果[86]

车辆的相角 $\varphi_F=\varphi_{\delta_{\dot y}}$，所以它的大小可以通过车辆传递函数 $\dot{y}(s)/\delta_{LR}(s)$ 获得，根据表 114.4 我们可以得到哪些试验车辆的相角比较小(在表中相角用 $\varepsilon_{\dot y/\delta_L}$ 表示)。在对于“极限行驶状态”非常重要的参数分割频率 $\omega_c/2\pi\approx0.5$ Hz 时，下面这些不足转向车辆的相角比较小：

---

[85] Bisimis, E.: Testverfahren für das instationäre Lenkverhalten, Kolloquium “Entwicklungsstand der objektiven Testverfahren für das Fahrverhalten”, TÜV Rheinland 1977.

[86] 见前一个参考文献。

- 重心在中间位置、装备较大侧偏刚度轮胎的车辆(车辆 2);
- 前重车辆(车辆 7);
- 重心在中间位置、转向系刚度比较小的车辆(车辆 5)。

121.4 “正常行驶状态”与“极限行驶状态”的比较

如前所述,“正常行驶状态”与“极限行驶状态”的区别主要在于分割频率 $\omega_c/2\pi$,而相角储备 φ_R 处于次要地位。由于这两个参数都很不直观,所以在图 121.3 中采用时间函数来描述两者的区别。为了使问题简化,在此假设期望轨迹 y_{soll} 是一个横向偏移量为 1 m 的阶跃函数(见曲线(a))。由实际行驶轨迹(见曲线(b))可以看出,具有较高的分割频率 ω_c 的驾驶员和车辆能快速达到横向偏移量 1 m,并且振动过程的超调量也比较小。这就意味着车辆在通过狭窄通道时需要的场地比较小,驾驶员控制的更准确一些。为了达到这一点,要求驾驶员必须在开始时就要比“正常行驶状态”时更快速、用力地转动转向盘(见曲线(c)),这时转向盘转角 δ_L 以及转动角速度 $\dot{\delta}_L$ 都比较大,并且衰减速度也比较小。

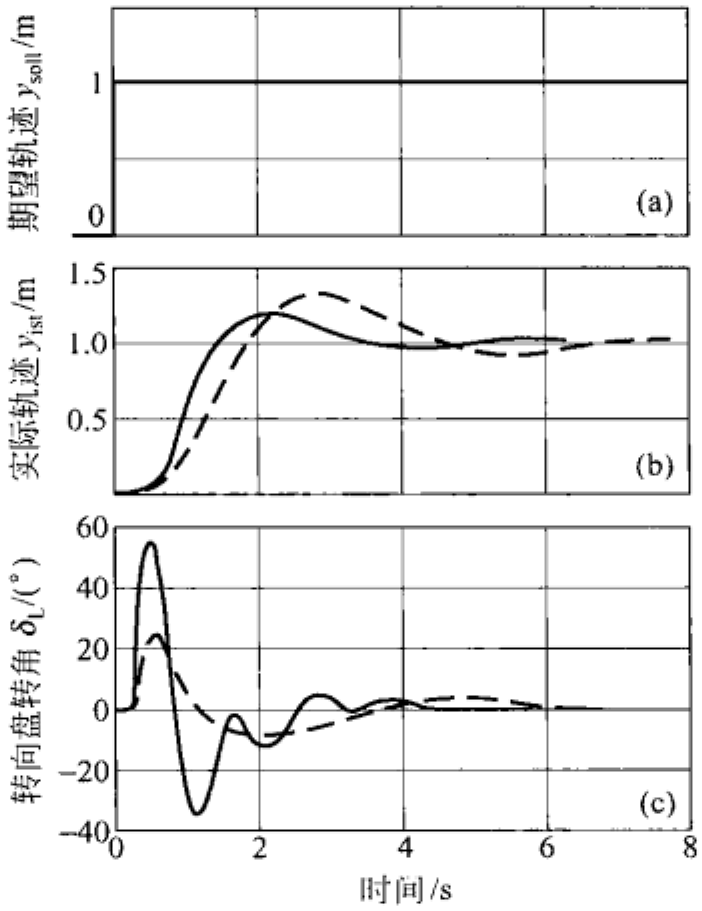


图 121.3 极限行驶状态(—$\omega_c/2\pi=0.7$ Hz,$\varphi_R=30$ grad)与正常行驶状态(---$\omega_c/2\pi=0.3$ Hz,$\varphi_R=50$ grad)的比较。$v=60$ km/h;$m=1460$ kg;$l=2.8$ m;$l_V/l=0.47$;$J_z=2700$ kg·m^2;$i_L=15.4$;$C_L=9600$ N·m/rad;$n_V=0.03$ m;$c_{\alpha_V}=c_{\alpha_H}=113\,360$ N/rad

122 车辆的扰动特性，驾驶员的适应性

由车辆技术上的控制回路简介中可知（见式(119.5)），转向盘输入是期望车道 y_{soll} 和扰动 w 的函数。第一层相关关系我们称为“车道导引特性”，关于这个问题在第 120 节和第 121 节已经进行了详细的讨论；第二层相关关系我们称为“扰动特性”。下面我们将以侧向风为例对扰动特性进行讨论。

122.1 侧风下的直线行驶

这里将车辆限制在直线行驶状态下，这样就不需要讨论车道导引特性，并且把扰动局限于侧向风的影响。这时“预期操纵”部分也不起作用，因为人们可能知道会有侧向风，但是无法事先估计它的强度。这样，在图 120.5 中仅仅有“补偿控制”存在。

在框图 120.5(b)的基础上，我们必须增加一个驾驶员操纵框 M_S，见图 122.1。按照这个框图，在直线行驶时（$y_{soll}=0$），即使侧向偏差 $\Delta y=0$，驾驶员也必须给转向盘一定的输入。输入的大小由式(117.3)给出

$$\lim_{t\to\infty}\delta_{Lw}(t)=\delta_{Lstat}=-k_y i_L v w_{ystat}\frac{c_{\alpha_H}(l_H+e_{SP})-c'_{\alpha_V}(l_V-e_{SP})}{c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l}\qquad(122.1)$$

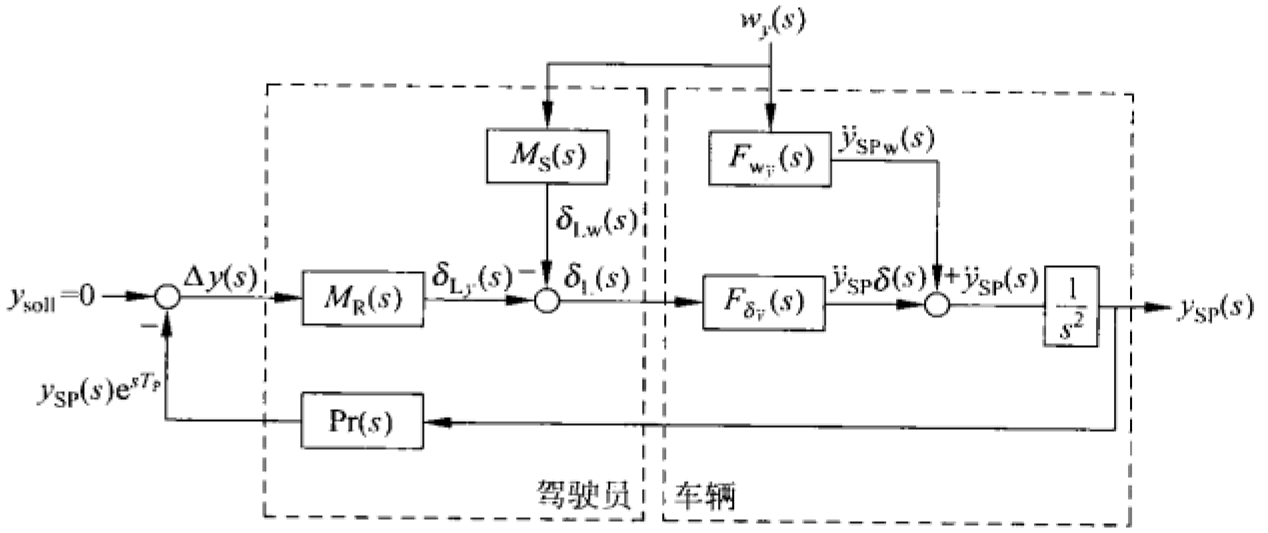


图 122.1 在风速 w_y 的侧风扰动下，直线行驶（$y_{soll}=0$）时的驾驶员-车辆控制回路

下边对这一操纵框假设：

$$0\leqslant t\leqslant\tau\text{（人的反应时间）}:\ \delta_{Lw}=0,$$
$$t>\tau:\ \delta_{Lw}(t)=\delta_{Lstat}(1-e^{T_s(t-\tau)})\qquad(122.2)$$

它是一个指数函数。通过拉普拉斯变换得：

$$M_S(s)=\frac{\delta_{Lw}(s)}{w_y(s)}=\begin{cases}0 & 0\leqslant t\leqslant\tau\\ \dfrac{\delta_{Lstat}}{1+\dfrac{s}{T_S}}e^{-\tau s} & t>\tau\end{cases}\qquad(122.3)$$

由图 122.1，在扰动参数，即侧向风速度为 w_y 时转向盘输入为：

$$\delta_{\mathrm{L},y}=-\frac{M_{\mathrm{R}}^{*}(M_{\mathrm{S}}F_{\delta_y}+F_{\mathrm{w}_y})}{1+M_{\mathrm{R}}^{*}F_{\delta_y}}w_y \tag{122.4}$$

这个表达式与式(120.20)一致,只不过这里导引量 $y_{\mathrm{soll}}=0$,操纵框 M_{S} 由式(122.3)确定。并且 $M_{\mathrm{R}}^{*}=M_{\mathrm{R}}\mathrm{Pr}$ 和 F_{δ_y} 在式(120.24)、式(120.14)和式(120.16b)中已经给出,更一般地来说,由第 120 节以及

$$F_{\mathrm{w}_y}(s)=\frac{w_y(s)}{y_{\mathrm{SP}}(s)}$$

和表 117.2 中的式(117.10)确定。

在图 122.2 上是控制回路计算的结果,曲线(a)到曲线(h)是时域特性,而曲线(i)是波德图。曲线(a)表示侧风风速 w_y 按斜坡形式上升(比如从森林中驶出)。由曲线(b)和(h)可见,瞬态参数最后达到稳态值,说明控制回路是稳定的。从图(b)可见,侧向偏差 y_{SP}的最大值小于 0.5 m,从扰动开始约 3 s 后又回到期望的直线车道上(如车速为 30 m/s,则在驶过约 90 m 后),曲线(c)表示,驾驶员控制作用下的转向盘转角 $\delta_{\mathrm{L},y}$最大为 10°;而驾驶员操纵框的转向盘输入 $\delta_{\mathrm{L,w}}$最后达到 −12.5°左右(曲线(d))。曲线(e)是 $\delta_{\mathrm{L},y}$和 $\delta_{\mathrm{L,w}}$之和。由此我们可以看到,在斜坡增长的侧风风速作用下,驾驶员必须修正转向盘,而且是迎向侧风转动转向盘。相应的车轮侧偏角在曲线(h)上表示。

根据波德图(i)可以看出,幅值的下降满足表 120.1 的要求,并且分割频率也满足要求,只是相角储备 $\varphi_{\mathrm{R}}\approx 55°$,有点过大。

在这一节结束时,我们用图 122.3 所示的横摆角速度 $\dot{\psi}$ 与侧向扰动 $v_{\mathrm{r}}^{2}\tau_{\mathrm{L}}$(根据式(117.1),$v_{\mathrm{r}}^{2}\tau_{\mathrm{L}}\approx vw_y$)之间的传递函数来看一下驾驶员的影响。在这个例子中,频率在大约 0.5 Hz 以下时,驾驶员可以针对扰动进行控制,驾驶员-车辆系统的横摆响应比纯车辆系统小,这是我们所希望的。在固有频率 $\nu_{\mathrm{f}}/2\pi$ 处于 0.5~2 Hz 的范围内,和上面的结果相反,纯车辆系统比较好,而在 2 Hz 以上几乎看不出驾驶员的影响。

122.2 驾驶员对车辆的适应

在讨论过程中我们总是强调,驾驶员适应于不同车辆的动力学特性。驾驶员是如何做到这一点的,可以通过分割频率 ω_{c} 和相角储备 φ_{R} 给予解释。

因为这个问题的重要性,下面举例来说明适应(Adaption)问题。假设一个驾驶员习惯于驾驶图 122.2 所示一部不足转向的,因而总是稳定的车辆。现在令其换乘另一部过多转向的车辆,该车在车速 $v=50$ m/s 时还是稳定的,所以这里与前面计算时一样,采用 $v=30$ m/s。图 122.4 中实线表示了由具有驾驶不足转向车辆的数据的驾驶员以及新的过多转向的车辆组成的控制回路的特性。从曲线(a)可见,控制回路还是稳定的,但是阻尼较小;我们也可以从图(b)所示的相角储备来说明这一点:对应于分割频率 $\omega_{\mathrm{c}}/2\pi$ 处的相角储备只有几度。

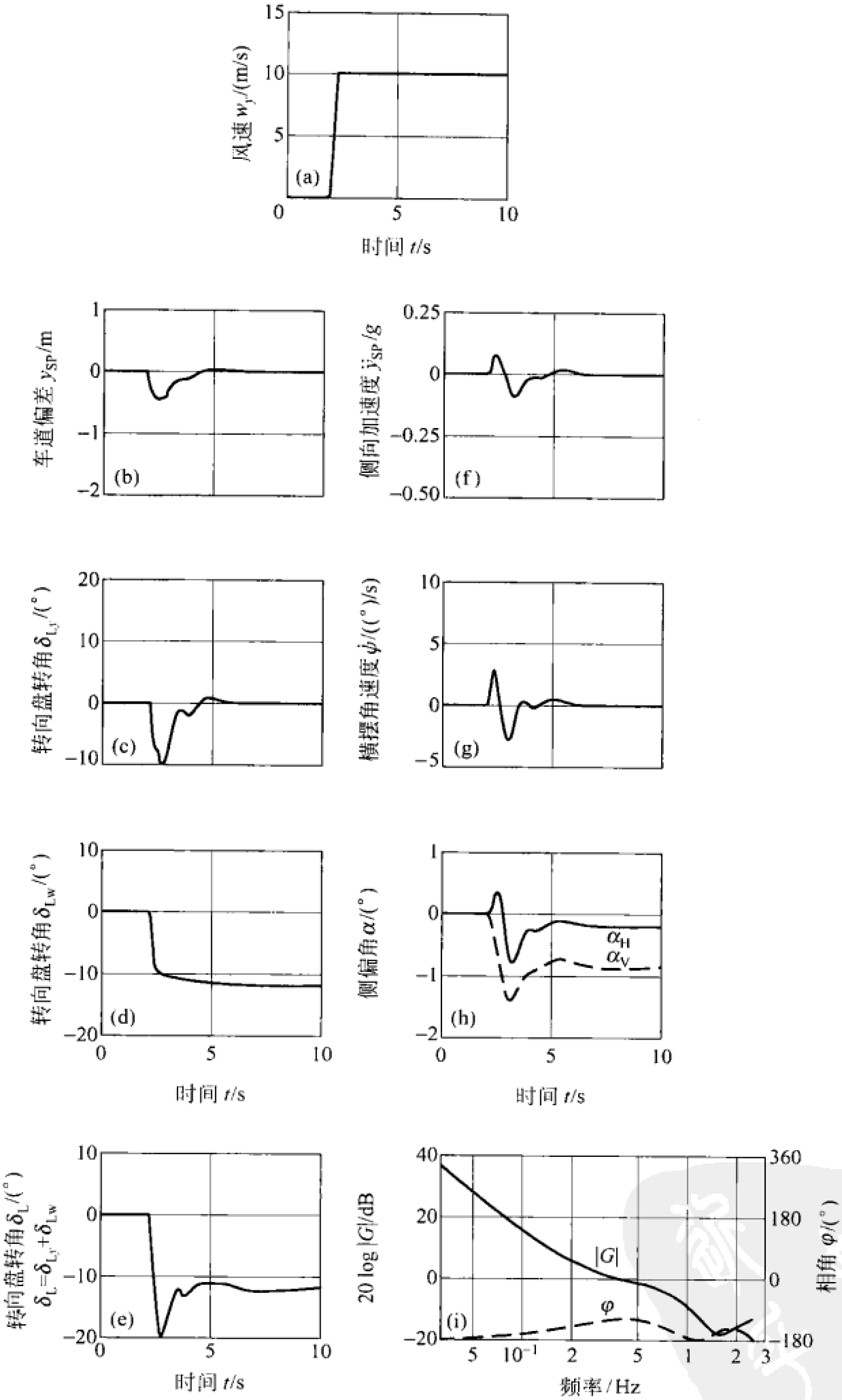


图 122.2 侧风下的驾驶员-车辆控制回路(车辆参数：表 111.1 中的车辆 1)$e_{SP}=0.625$ m，$k_y=2.56$ kg/m，车长 4.5 m；驾驶员参数：$V_M=0.3$ rad/m，$T_P=0.7$ s，$\tau=0.2$ s，$T_S=0.7$ s，$T_D=0.45$ s，$T_I=0.7$ s；车速 $v=30$ m/s，直线行驶 $y_{soll}=0$

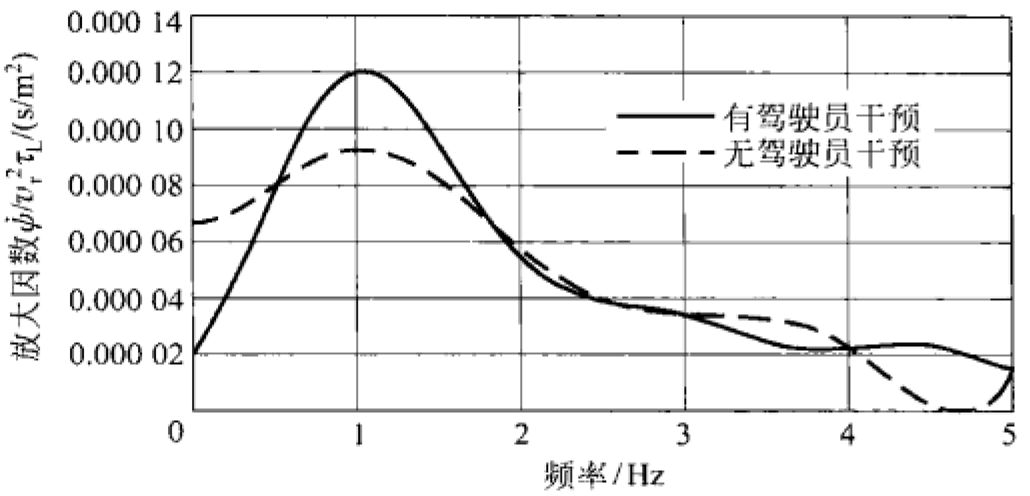


图 122.3　驾驶员对侧向风特性的影响[87]

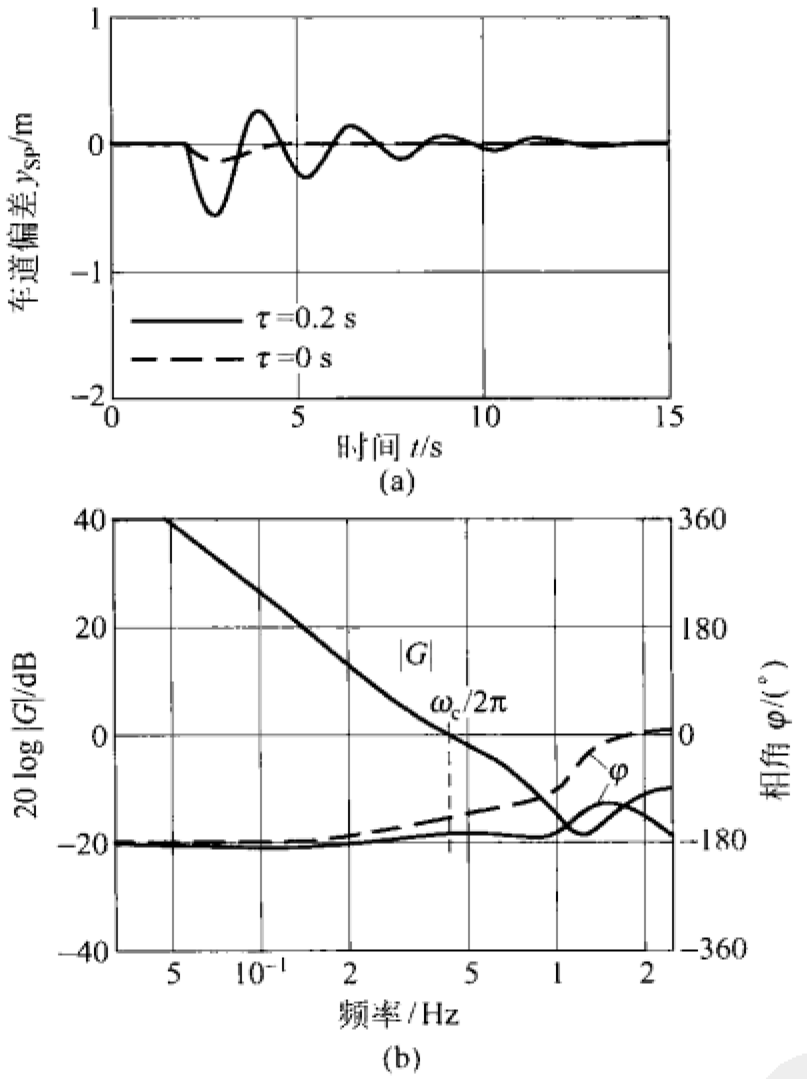


图 122.4　滞后时间 τ 各不相同时在侧风扰动下的驾驶员-车辆控制回路

（车辆数据：m=1000 kg，J_z=1350 kg·m^2，l =2.5 m，l_V=1 m，c'_{α_V}=48 640 N/rad，c_{α_H}=30 000 N/rad，i_L=19，k_y=2.56 kg/m，e_{SP}=0.625 m，驾驶员数据：V_M=0.3 rad/m，T_P=0.7 s，T_S=0.7 s，T_D=0.45 s，T_I=0.2 s；车速 v=30 m/s，直线行驶 y_{soll}=0）

[87]　Wagner, A.; Wiedemann, J.: Fahrer und Fahrzeug bei Seitenwind. In: 4. Internationales Stuttgarter Symposium Kraftfahrwesen und Verbrennungsmotoren. Stuttgart 2001, S. 448-459 und ATZ (103) 2001, S. 665.

要在驾驶这部过多转向车辆时也希望能做到 $\varphi_R > 30°$，见表 120.1，那么驾驶员的反应时间 τ 要从 0.2 s 完全减到 0 s(见图中虚线)。因此 φ_R 变得很大，这也就意味着一个注意力非常集中的驾驶员可以补偿这个车辆很差的特性。问题在于驾驶员注意力在这种高度集中的状态能保持多长时间。

122.3 车辆对驾驶员的适应

如果车辆的相角减小，相角储备也会有所增加，见 121.3 节。当然这时幅频特性也要随之改变了。

在波德图上，显而易见的还有一种可能性是，在相频特性曲线不动的情况下，把幅频特性曲线提高，从而使得分割频率挪到相角储备较高的区域。就图 122.4(b)而言，对实线来讲，$\omega_c/2\pi$ 必须等于 1.5 Hz 左右。在保持相频特性曲线 φ 不变的情况下，要提高振幅比 $|G|$，只有增大驾驶员的放大因数和车辆放大因数两者的乘积才行，这就意味着，

- 加大驾驶员的放大因数 V_M，即在侧风扰动下，驾驶员必须以较大的振幅来转动转向盘。
- 加大车辆的放大因数，根据表 113.1 中的式(113.7)，必须减少车辆的转向系统传动比 i_L。

122.4 驾驶员作为有适应能力的控制者，在行驶过程中的适应性

在 122.2 节的例子中提到驾驶员从一辆他非常熟悉的不足转向车辆换到了他完全陌生的过多转向车辆上。他必须适应这部新的车辆，不过需要足够的时间。但是，如果遇到正常的行驶状态突然被极限行驶状态打断，或者由于车辆从干燥路面行驶到潮湿路面上而使得车辆的特性发生变化时，就完全变成了另一种情况。这时要求驾驶员必须快速适应，因此提出了自适应控制器[88]。目前，一般的控制回路要通过一个并行的比较模型来进行补充，通过它来获得车辆特性转换时的驾驶员模型，并且根据一定的规则改变驾驶员参数[89,90]。

用侧风干扰的例子来说明，在行驶过程中受控系统改变时，驾驶员必须使自己去适应相应情况。按图 122.5(a)，车辆开始行驶在干路面上，驶过了 60 m 后(相当于 2 s，当 $v=30$ m/s 时)受到侧风。驾驶员又把车辆控制回期望的直线车道($y_{soll}=0$)上来，像图 122.2 所示，这时转向盘的输入必须保持 $\delta_L=-12.5°$。在总共驶过 10 s，即 300 m 后，道路的附着工况改变，使侧偏刚度下降，因此，车辆将偏向侧面，驾驶员

〔88〕 Hütte, 29. berichtigte Aufl., Berlin: Springer Verlag 1991, dort "Regelungs-und Steuerungstechnik".
〔89〕 见参考文献 69。
〔90〕 Nagai, M.; Mitschke, M.: Adaptive Behavior of Driver-Car Systems in Critical Situations: Analysis by Adaptive Model. In: JSAE Review December 1985, S. 82-89.

必须重新控制(曲线(b))。他现在必须改变转向盘的输入,并且因为轮胎和道路之间的附着系数减小,转向盘输入的绝对值要加大,$\delta_{Lwstat} \approx -18°$(图(c)到(e)中虚线所示)。因此,驾驶员的操纵框 M_S(图 122.1)必须改变,它不仅与扰动的侧风风速 w_y 有关,而且也与附着工况有关,因而与受控系统有关。

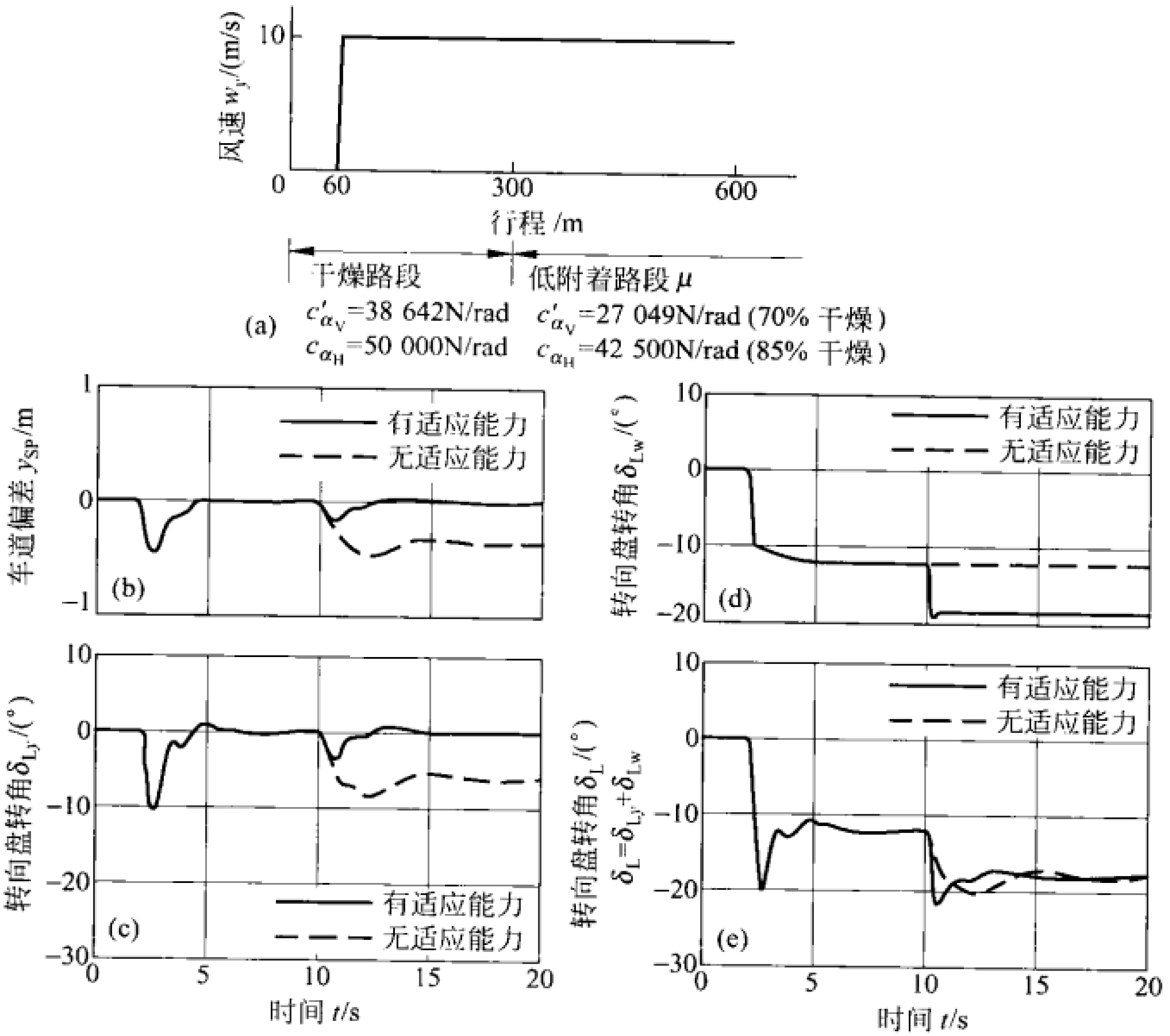


图 122.5 侧风扰动下,驾驶员作为有适应能力的控制者的例子

$t=10$ s 内在干路面上行驶(对应行驶距离 300 m),超过 10 s 后,附着系数降低(驾驶员和车辆数据,除 c'_{α_V} 和 c_{α_H} 外,参看图 122.2,$v=30$ m/s)

这样就实现了驾驶员操纵框的适应问题。另外,还有驾驶员控制框 M_R 的适应问题。驾驶员在低附着(μ 较小)道路上,要确定 $\ddot{y}$ 和 δ_L 或者 y 和 δ_L 的关系,同时改变驾驶员常数 V_M、T_D、T_I、T_P 和 τ[91,92],就像前面所阐述的那样,随 ω_c 和 φ_R 变化。

[91] 见前一个参考文献。

[92] Niemann, K.: Die Umweltbeziehungen des Spurregelkreises Fahrer-Fahrzeug-Straße. ATZ 80 (1978) Heft 6, S. 277-279.

XIX.2 纵向控制

在“C 篇：行驶的操纵稳定性”中主要针对车辆的横向动力学特性进行讨论，也就意味着驾驶员-车辆的横向控制回路是非常重要的。尽管如此，还是有必要简短对纵向控制进行讨论。而它与“A 篇：驱动和制动”中 41.4 节“车队行驶时的间隔”密切相关。

纵向控制回路的结构原理上与横向控制回路一致。在此我们也把它分成“正常行驶状态”和“极限行驶状态”两种情况来讨论。

123 正常行驶状态、跟车行驶

在正常行驶或跟车行驶状态下，根据图 123.1(a)，驾驶员尝试通过控制油门开度 α_{AS}(α＝油门开度；A＝驱动；S＝操纵)，使驱动轮产生足够的驱动力，来跟踪一辆以车速 v_{soll} 行驶的车辆。在框图中“预期操纵”框的拉普拉斯变换形式为：

$$M_S(s) = \frac{\alpha_{AS}(s)}{v_{soll}(s)} \tag{123.1}$$

它与图 120.2 描述的横向控制回路中的“预期操纵”相对应。被控车辆 F_V 的行驶车速为 v_{ist}。与前车车速 v_{soll} 不一致，形成一个速度差 $\Delta v = v_{soll} - v_{ist}$，这时驾驶员必须采取“补偿控制”。如图中 M_R 框所示，驾驶员利用的信息包括：被控车辆与被跟踪车辆之间的加速度差 $\Delta\dot{v}$、速度差 Δv 和距离 Δd，并且根据上述信息相应地调整油门开度 α_{AR}(R＝控制)。在框图中还增加了一个与速度相关的期望距离 d_W 回路。

123.1 车辆传递函数

根据图 123.1(a)，车辆的传递函数可以定义为：

$$F_V(s) = \frac{v(s)}{\alpha_A(s)} \tag{123.2}$$

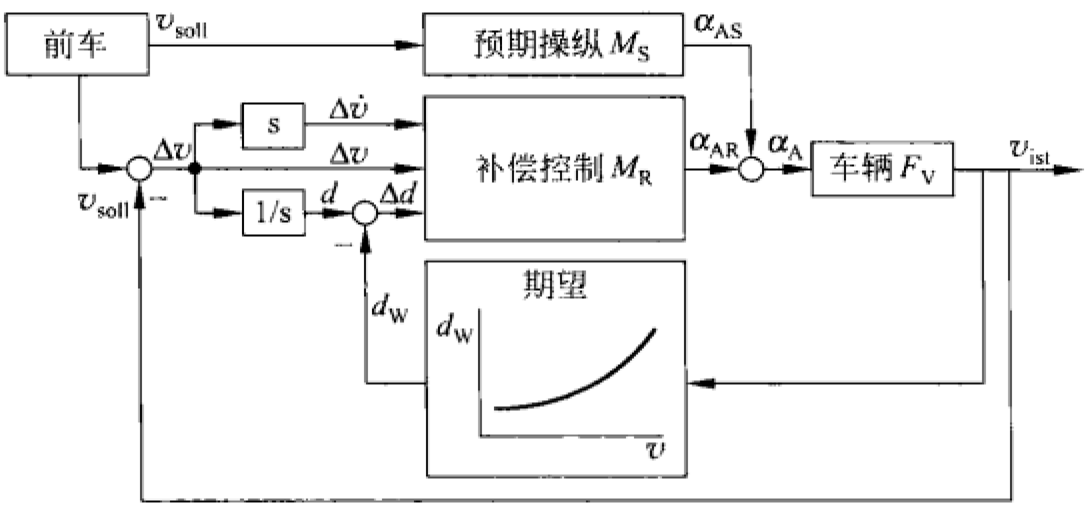
由图 25.7 可知，在油门开度 α_A、发动机扭矩 M_M 和发动机转速 n_M 之间存在一定的关系。这样，在 M_M 与式(22.2)描述的牵引力平衡方程之间也存在一定的关系。

车辆在水平的、有风的道路上行驶时，根据式(22.2)和式(28.2)可得：

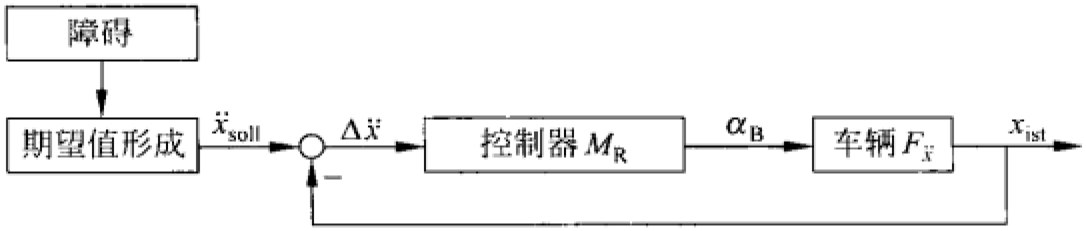
$$M_M(\alpha_A, n_M) = \frac{r}{\eta_K i_K}\left(f_R G + c_W A \frac{\rho}{2} v^2 + \lambda m \ddot{x}\right)$$

当变量变化很小时，可以将方程线性化为：

$$\left.\frac{\partial M_M}{\partial \alpha_A}\right|_0 \Delta\alpha_A + \left.\frac{\partial M_M}{\partial n_M}\right|_0 \Delta n_M = \frac{r}{\eta_K i_K}\frac{\partial}{\partial n_M}\left(f_R G + c_W A \frac{\rho}{2} v^2 + \lambda m \ddot{x}\right)\Big|_0 \Delta n_M$$



(a)



(b)

图 123.1 纵向控制回路

(a) 正常行驶/跟车行驶；(b) 极限行驶

对上式进行拉普拉斯变换并且将式(28.5a)代入得：

$$\left.\frac{\partial M_M}{\partial \alpha_A}\right|_0 \alpha_A(s) = \left\{\frac{r}{\eta_K i_K}\left[c_W A\rho\left(\frac{2\pi R_0}{i_K}\right)^2 v + \lambda m\left(\frac{2\pi R_0}{i_K}\right)s\right]\right|_0 - \left.\frac{\partial M_M}{\partial n_M}\right|_0\right\} n_M(s)$$

由此得到车辆对于油门大小的变化的应对可以用一个 PT1 环节来描述：

$$F_V(s) = \frac{v(s)}{\alpha_A(s)} = \frac{V_{F_z}}{1+T_{F_z}s} \tag{123.3a}$$

其中：

放大因数为：

$$V_{F_z} = \frac{\left.\dfrac{\partial M_M}{\partial \alpha_A}\right|_0}{\left.\dfrac{r}{\eta_K i_K}c_W A\rho v - \dfrac{i_K}{2\pi R_0}\dfrac{\partial M_M}{\partial n_M}\right|_0} \tag{123.3b}$$

延迟时间为：

$$T_{F_z} = \frac{\dfrac{\lambda m r}{\eta_K i_K}}{\left.\dfrac{r}{\eta_K i_K}c_W A\rho v - \dfrac{i_K}{2\pi R_0}\dfrac{\partial M_M}{\partial n_M}\right|_0} \tag{123.3c}$$

123.2 预期操纵

像 120.1 节那样，取 $M_S(s)$ 为车辆传递函数 $F_V(s)$ 的倒数，由式(123.3)得：

$$M_S(s) = \frac{\alpha_{AS}(s)}{v_{soll}(s)} = \frac{1}{F_V(s)} \tag{123.4}$$

123.3 期望距离，期望值的形成

驾驶员力求车辆保持一定车速，跟踪引导车辆，它们之间的距离称为期望距离 d_W。在干燥路面上，没有雾时，[93]期望距离的均值 $\bar{d}_W$ 可以根据图 41.3(c)得到：

$$\frac{\bar{d}_W}{m} = 9.95 + 0.0024\left(\frac{v}{km/h}\right)^{2.08} \tag{123.5}$$

根据 41.4 节和图 41.3(a)可知，速度在 30 km/h 以上时，期望距离的均值与相对安全距离之差比与绝对安全距离之差小。由于不同驾驶员的影响，图 41.3(c)上的数据离散程度比较大。在结冰的路面上行驶时，期望距离 d_W 比较大；在雾天行驶时，d_W 也比较大，至少是车速在 70 km/h 以上时。[94]

123.4 补偿控制

根据图 123.1(a)，驾驶员的补偿控制特性可以用如下的微分方程式描述：

$$\begin{aligned} T_I\dot{\alpha}_{AR}(t+\tau) + \alpha_{AR}(t+\tau) &= V_{\dot{V}}\Delta\dot{v}(t) + V_V\Delta v(t) + V_d\Delta d(t) \\ &= V_{\dot{V}}\Delta\dot{v}(t) + V_V\Delta v(t) + V_d[d(t) - d_W] \end{aligned} \tag{123.6}$$

式中，T_I 延迟时间常数；$V_{\dot{V}}$、V_V 和 V_d 为驾驶员的放大因数；τ 为反应时间。这样，就得到传递函数为：

$$M_R(s) = \frac{\alpha_{AR}(s)}{\Delta v(s)} = \frac{V_{\dot{V}}s^2 + V_V s + V_d}{s(1+T_I s)}e^{-\tau s} \tag{123.7}$$

这些控制器参数 T_I、$V_{\dot{V}}$、V_V 和 V_d 的大小与车辆行驶状态密切相关，它取决于被跟踪车辆的行驶速度，以及该车是否有加速或者制动过程。[95] 反应时间 $\tau \geq 1.1$ s，比横向控制时大得多($\tau \approx 0.2$ s)。如果将这些参数引入到式(120.23)所描述的“分割模型”中，就得到了分割频率 $\omega_c/2\pi$ 和相角储备 φ_R 如图 123.2 所示。特性线的斜率大约为 20 dB/dek。

[93] Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 168. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992.

[94] 见前一个参考文献。

[95] 见参考文献 65。

PDG

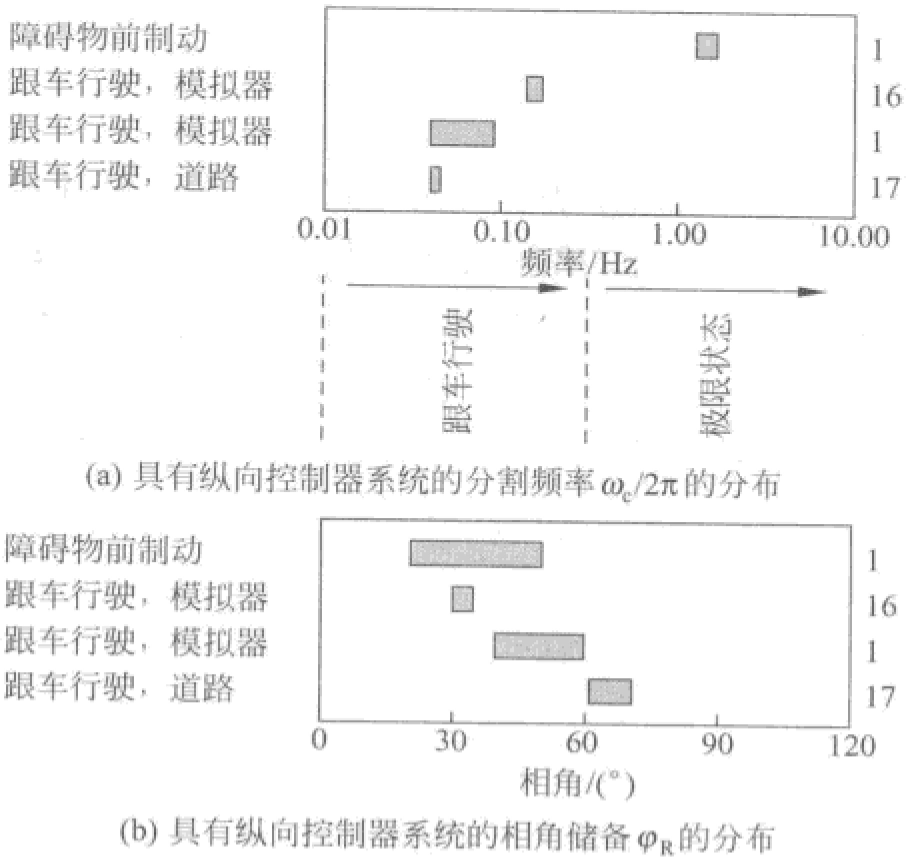


图 123.2 纵向开环控制回路的分割频率和相角储备

结果出自布伦瑞克工业大学车辆技术研究所：1. Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs- und Querführung von Pkw. Diss. TU Braunschweig 1997；16. Chen, Z.: Menschliche und automatische Regelung der Längsbeweglichkeit von Personenkraftwagen. Diss. TU Braunschweig 1991 und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12: Verkehrstechnik/Fahrzeugtechnik Nr. 168. Düsseldorf: VDI-Verlag 1992；17. Dreyer, W.: Zum Längsdynamischen Verhaltens des Regelkreises Fahrer-Kraftfahrzeug, Diss. TU Braunschweig 1979

124 极限行驶状态

在极限行驶状态预期操纵系统失效，这一点与横向控制回路是一致的(见第 121 节)。这是因为驾驶员没有时间进行预操纵，这时图 123.1 所示的纵向控制回路由(a)简化成(b)。下面讨论的极限行驶状态[96]是从前面的车辆上突然掉下一个箱子，使得被控车辆的驾驶员必须给制动踏板一个输入 α_B，以减速度 $\ddot{x}$ 强力制动(如果驾驶员无法使车辆在箱子前面停下来，那么他就必须操纵转向盘。而这一点在此不做讨论，因为它属于"第 XIX.1 章横向控制回路"的范畴，而不属于"第 XIX.2 章纵向控制回路")。图 123.1(a)和(b)另外一个差别在于，在正常行驶/跟车行驶时，驾驶员是通过加速踏板控制车辆驱动系统来实现车辆的加速和减速的，而在极限行驶时驾驶员是通过操纵制动踏板控制车辆的行车制动系统来实现减速过程的，并且减速强度很大。

---

[96] Apel, A.: Modellierung des Fahrverhaltens bei Längs-und Querführung von Pkw, Diss. TU Braunschweig 1997.

124.1 车辆传递函数

为了导出如图 123.1 所示的车辆的传递函数 $F_{\ddot{x}}$，需要利用第 VII 章“制动”的内容。根据图 41.1(a)和(b)，如果忽略制动过程中的协调时间 t_s 和踏板力增长时间与制动力增长时间之差$(t_b - t_s)$，则制动踏板力 F_P 与减速度* $\ddot{x}$ 之间成正比。上述两个量的忽略对于轿车是允许的，但对于商用车以及商用车列车是不允许的。如果制动踏板输入 α_B 与制动踏板力成正比，则 α_B 与减速度 $\ddot{x}$ 成正比(比较式(50.3))，即：

$$\alpha_B(t) = C\ddot{x}(t) \tag{124.1}$$

式中，C 为比例常数。

由此得到车辆的传递函数为：

$$F_{\ddot{x}}(s) = \frac{\ddot{x}(s)}{\alpha_B(s)} = \frac{1}{C} \tag{124.2}$$

如果车轮抱死时，上面所述的正比关系即使对轿车也不成立，因为这时制动扭矩受到滑移系数 μ_g 的限制，对于具有制动防抱死系统的车辆，大约受到附着系数 μ_h 的限制。

124.2 期望值的形成

当驾驶员看到掉下来的箱子(在上面所提到的)时，车辆的速度为 v_0，离障碍物的距离为 d，见图 121.1。为了防止撞上箱子，车辆必须达到一个期望的减速度 $\ddot{x}_{soll}$。根据图 41.1(d)和式(41.8)以及假设 $\ddot{x}_{soll}$＝常数和上面谈到的对几个时间常数的忽略，可以得到期望值：

$$\ddot{x}_{soll} = \frac{v_0^2}{2d} \tag{124.3}$$

124.3 驾驶员传递函数

与式(123.6)相对应，制动过程中驾驶员控制特性可以用如下微分方程来描述：

$$T_1\dot{\alpha}_B(t+\tau) + \alpha_B(t+\tau) = V_{\ddot{x}}\Delta\ddot{x}(t) = V_{\ddot{x}}\left[\ddot{x}_{ist}(t) - \ddot{x}_{soll}\right] \tag{124.4}$$

传递函数为：

$$M_R = \frac{\alpha_B(s)}{\Delta\ddot{x}(s)} = \frac{V_{\ddot{x}}}{1+T_1 s}e^{-\tau s} \tag{124.5}$$

决定上面参数的分割频率 $\omega_c/2\pi$ 和相角储备 φ_R 同样如图 123.2 所示。由图 123.2 可知，$\omega_c/2\pi$ 在极限行驶状态的值大于正常的跟车行驶状态的值，这一点与横向控制

---

* 在第 VII 章中 $\ddot{x}$ 表示加速度，也就是说如果是减速度，它应该是负值。为了消除每次书写时写负号的麻烦，在此用 $\ddot{x}$ 表示减速度。

时相对应。φ_R 在极限行驶状态的值明显小于正常的跟车行驶状态的值，这一点与横向控制相违背(见 121.4 节)。另外，极限行驶状态下纵向控制的 $\omega_c/2\pi$ 值大于横向控制的值。

XIX.3 第 XIX 章总结

在第 XIX 章对"驾驶员-车辆控制回路"进行了讨论，与前面和后面章节不同的是，在这一章把驾驶员作为系统的一部分一起进行了讨论。并且分为横向控制(驾驶员转向)和纵向控制(驾驶员操纵加速和制动踏板)两种情况，对于行驶状态划分为正常行驶(良好操控性能)和极限行驶状态(避免事故的发生)。

对于正常行驶状态借助一个"双平面模型"描述了驾驶员和车辆之间的相互作用，这个模型由操纵和控制两部分组成。在第一个平面内，驾驶员作预期操纵。例如在横向控制中当遇到向左转弯时，他给转向盘一个向左的转角，而且不是到了弯道跟前才这样做，因为车辆的惯性，他要以一定的"预期时间"提早转动转向盘。如果车辆的横摆角速度的峰值响应时间 $T_{\dot{\psi}\max}$ 小，则车辆在这个控制阶段具有较好的操纵性能。但是峰值响应时间不能过小。

如果操纵过程不能使期望车道与实际车道很好相符，那么驾驶员必须修正调整转向盘，即他必须控制。这就是模型的第二个平面。通常驾驶员无法事先看到干扰(比如侧向风)，或者没有时间对突然出现的极限状态事先作出反应，则预操纵部分失效，驾驶员只能进行控制。

与控制相关的最重要的参数包括：驾驶员放大因数 V_M、超前时间 T_P、分割频率 $\omega_c/2\pi$ 和相角储备 φ_R。通过上面分析过程得到，驾驶员适应于各种不同车辆的动力学特性和不同的运行状态。如果车辆频率特性的相角绝对值比较小时，驾驶员比较容易适应。

XX 曲线极限加速度,切向力的影响

第 XVIII 章单独考察了车辆。第 XIX 章通过驾驶员的介入进一步了解了对车辆操纵性能的要求。前两章中都只讨论了线性模型。

在第 XX 章,又是单单考察车辆。但是将要考虑非线性关系,特别是轮胎侧向力与侧偏角之间的非线性关系。因此,在干路面上,侧向加速度将要超过至今为止的 0.4g,比如直到极限状态。除了轮胎的非线性特性外,特别在侧向加速度较高时,切向力将起决定性作用。所以,前驱动、后驱动和全轮驱动之间就会有差别。

为了暂时先不必去一下子考虑车辆的全部细节,为了能对整个车辆的侧向动力学特性一目了然,我们还是先令车辆质心在路面上。同一车轴上的左右车轮轮荷没有差别,也就没有侧向力的差别,车身没有侧倾,悬架的几何学关系还不太重要(在第 XXI 章中质心将要提高)。所以还可以像过去一样,按单轨模型来考虑,只不过现在采用了非线性轮胎特性而已。

125 运动方程

对于图 105.3(b)所示的车辆模型,以及方程(105.2)到方程(105.4),并把式(107.3)代入,可以列写方程:

$$mv(\dot{\beta}+\dot{\psi})\sin\beta - m\dot{v}\cos\beta + F_{xH} + F_{xV}\cos\delta_V - F_{Lx} - F_{yV}\sin\delta_V = 0 \quad (125.1)$$

$$mv(\dot{\beta}+\dot{\psi})\cos\beta + m\dot{v}\sin\beta - F_{yH} - F_{Ly} - F_{xV}\sin\delta_V - F_{yV}\cos\delta_V = 0 \quad (125.2)$$

$$J_z\ddot{\psi} - (F_{yV}\cos\delta_V + F_{xV}\sin\delta_V)l_V + M_{zV} + F_{yH}l_H - M_{zH} - F_{Ly}e_{SP} = 0 \quad (125.3)$$

方程(125.3)与方程(105.4)不同的是引进了未知的前后轮上的回正力矩 M_{zV} 和 M_{zH},换言之,将要考虑侧向力不在轮迹中心,而是要向后移动一段距离(即轮胎拖距 n_R)。

按照式(106.5)用对驾驶员比较重要的转向盘转角 δ_L 来取代前轮转角 δ_V:

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}(F_{yVl} + F_{yVr})(n_K + n_{RV})$$

$$= \delta_V + \frac{1}{C_L}[(F_{yVl} + F_{yVr})n_K + M_{zVl} + M_{zVr}]$$

对于质心在路面上，车辆对称于纵轴线的情况，有

$$F_{yVl} = F_{yVr} = \frac{1}{2}F_{yV}; \quad M_{zVl} = M_{zVr} = \frac{1}{2}M_{zV}$$

因而：

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}[F_{yV}n_K + M_{zV}] \tag{125.4}$$

侧向力和回正力矩主要是侧偏角的函数，即

$$F_{yi} = f(\alpha_i); \quad M_{zi} = f(\alpha_i) \tag{125.5}$$

侧偏角由式(107.7)求出(由于车轮侧偏角和质心处侧偏角一直较小，所以在极限区域内行驶时，线性化表达式(107.7)也还几乎有效。下面章节中，$\alpha_i \leqslant 12°$)，空气阻力F_{Lx}由式(14.1)求出，在无风时，空气阻力

$$F_{Lx} = c_W A \frac{\rho}{2}v^2 \tag{125.6}$$

式中，ρ为空气密度。空气侧向力由式(17.3)求出。

为使方程组完整，要预给的参数是：

—切向力F_{xV}和F_{xH}，如果加速踏板位置不动，即可求出(单轴驱动时，驱动轴上为驱动力；另一轴为滚动阻力。全轮驱动时，驱动力在轴间分配)。

—转向盘输入转角δ_L。

未知的是下列参数及其导数：v,($\dot{v}$)，β,($\dot{\beta}$)和$\dot{\psi}$,($\ddot{\psi}$)。

只要轮胎特性函数(式(125.5))已知，方程式(125.1)到方程式(125.3)就可解。

XX.1 匀速圆周行驶

像在第 XVIII.1 章里一样，我们还是从简单的静态工况，即匀速圆周行驶($\dot{v} = 0$)开始。正如第 110 节中一样，将要讨论下列特征参数：

1. 不足/过多转向以及$\delta_L = f(v^2/\rho g)$。
2. 质心处侧偏角$\beta = f(v^2/\rho g)$及其梯度。
3. 转向力矩$M_L = f(v^2/\rho g)$以及$M_L = f(\delta_L)$。

由于现在轮胎特性曲线要涉及较大的车轮侧偏角，所以还要加上。

4. 随着工况决定的行驶极限(这一最大的离心加速度称为曲线行驶极限加速度)。
5. 驱动功率决定的行驶极限。

126 曲线行驶阻力

根据上面的假设 $\dot{v}=0$，同时就有 $\dot{\beta}=0$ 和 $\ddot{\psi}=0$，这样从式(125.1)到式(125.3)三个方程即可求得全部车轮上的切向力之和为：

$$F_{xV}+F_{xH}=F_{Lx}-mv\dot{\psi}\left(\sin\beta-\frac{l_H}{l}\sin\delta_V\right)$$

其中假定前轮转向角 δ_V 和质心处侧偏角 β 很小，所以它们的余弦≈1，而它们的乘积等于零。另外，回正力矩和侧向空气力引起的分力相对较小，也被忽略。由式(107.6)得到

$$\sin\beta=\frac{l_H}{l}\sin\delta_V-\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V-\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H$$

因而

$$F_{xV}+F_{xH}=F_{Lx}+mv\dot{\psi}\left(\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V+\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H\right)$$

$$=F_{Lx}+m\frac{v^2}{\rho}\left(\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V+\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H\right) \qquad (126.1)$$

在平路上匀速直线行驶时，切向力之和等于空气阻力 F_{Lx}。而弯道行驶时，右边第二个分式就要加上去了。在 4.4 节中把它记为

曲线行驶阻力

$$F_K=G\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V+\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H\right) \qquad (126.2)$$

类似于滚动阻力，我们可以定义曲线行驶阻力系数

$$f_K=\frac{F_K}{G}=\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V+\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H\right) \qquad (126.3)$$

从图 126.1 可见，随着 $v^2/\rho g$ 的增加，f_K 的上升是渐进式的。我们可以理解为：f_K 值随着相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 和车轮侧偏角的乘积增大而上升。侧向力 F_{yi} 较小时，即 $v^2/\rho g$ 较小时，F_{yi} 与 α_i 成正比，所以

$$f_K\propto(v^2/\rho g)^2 \quad 以及 \quad f_K\propto\alpha_i^2$$

也就是说，半径 ρ 一定时，曲线行驶阻力至少与离心加速度的平方成正比，而与车速的四次方成正比！侧向加速度较大时，随着 F_{yi} 的增加，α_i 将渐进式增大，所以随着 $v^2/\rho g$ 的平方的增加，f_K 将急剧上升。

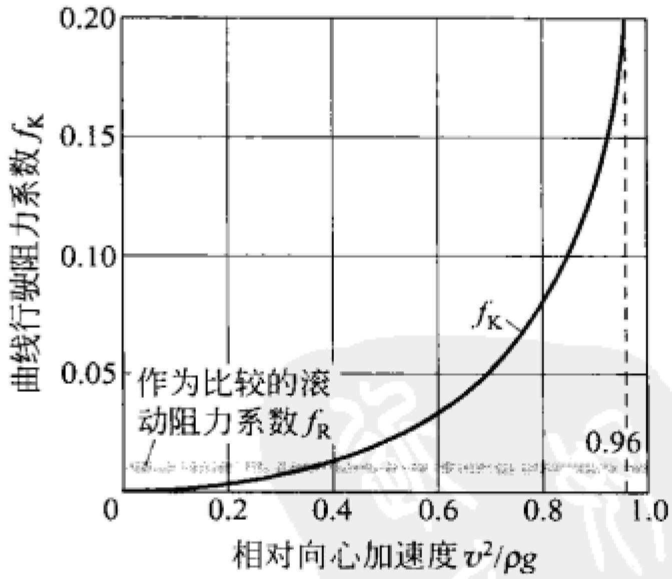


图 126.1 曲线行驶阻力系数 f_K 与相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 的关系

数据见图 127.1(a) $\left(l_H/l=l_V/l=0.5,\alpha_V\approx\alpha_H，所以 f_K=\frac{v^2}{\rho g}\sin\alpha_V\right)$

在图 126.1 中与滚动阻力作了比较，可见在干路上正常行驶工况下，侧向加速度小于 0.4g 时曲线行驶阻力是不明显的（因而可以采用线性理论）。而当侧向加速度较大时，曲线行驶阻力以及随之而引起的驱动轮上切向力的增加就必须予以考虑了，它引起了两方面的结果：

- 改变了侧向力与车轮侧偏角、轮胎回正力矩之间的关系（见第 11 节）；
- 提高了驱动力矩和功率。

127 干路面上的操稳性，前轮驱动，后轮驱动，全轮驱动

这里要把第 XX.1 章开始时提到的点 1 到点 4 加以推导。在这一过程中，我们可以逐步去理解操稳性，并学会去领会一些研究结果，这些结果几乎只有在今天用快速计算机通过庞大的计算程序才能求得。

这里所需的转向盘相对输入转角的表达式可由式(106.5)和式(125.4)求出：

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \delta_V + \frac{1}{C_L}(F_{yV} n_K + M_{zV}) \tag{127.1}$$

式中的前轮输入由式(109.19)得到

$$\delta_V = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) \tag{127.2}$$

相对的转向盘力矩由式(106.2)和式(127.1)求得：

$$M_L^* = i_L V_L M_L = F_{yV} n_K + M_{zV} \tag{127.3}$$

还有质心处侧偏角，由式(109.23)得出：

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H \tag{127.4}$$

忽略侧向空气力后，可由式(125.2)和式(125.3a)得到前后轴侧向力：

$$\begin{aligned} F_{yV} &= \frac{l_H}{l} m v \dot{\psi} + \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} - F_{xV} \sin \delta_V \\ &= \frac{l_H}{l} m \frac{v^2}{\rho} + \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} - F_{xV} \sin \delta_V \end{aligned} \tag{127.5a}$$

$$F_{yH} = \frac{l_V}{l} m v \dot{\psi} - \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} = \frac{l_V}{l} m \frac{v^2}{\rho} - \frac{M_{zV} + M_{zH}}{l} \tag{127.6a}$$

如果忽略升力，则有轴荷

$$F_{zV} = \frac{l_H}{l} m g; \quad F_{zH} = \frac{l_V}{l} m g \tag{127.7}$$

每个车轮上的力为其一半，在装用双胎的车轴上，每个车轮上的力则为 1/4。

式(127.5a)中 $F_{xV} \sin \delta_V$ 这一项在后轮驱动、前轮驱动以及全轮驱动时都小到可以忽略。同时，式(127.5a)、式(127.6a)中回正力矩对轮胎特性曲线的影响也是可以不考虑的（注意只是对侧向力影响可以不考虑，而在转向时的影响当然必须考虑）。这就意味着，对于质心在轴距中点的车辆，在忽略轮胎拖距后，前后侧向力是一样大的；考虑拖距后，两者是有差别的。

近似有：

$$F_{yV} = \frac{l_H}{l} m \frac{v^2}{\rho} = F_{zV} \frac{v^2}{\rho g} \quad (127.5b)$$

$$F_{yH} = \frac{l_V}{l} m \frac{v^2}{\rho} = F_{zH} \frac{v^2}{\rho g} \quad (127.6b)$$

下面将以一部质心在轴距中点的四轮轿车为例来说明其在干路面上行驶的结果。该车的 $m=1200$ kg，轮荷 $F_z=3$ kN，装用的轮胎特性如图 11.3 所示。

127.1 附着工况决定的极限

从图 11.3(a)可见，最大侧向力 F_{ymax}在轮荷 $F_z=3$ kN，切向力 $F_x=0$ 时将在 $\alpha=12°$时出现。这就是说，车轮这时还没有侧向滑移，处于由附着工况决定的行驶极限(用最大侧向力 F_{ymax}和相应的车轮侧偏角——这里为 12°来表征)。如果存在切向力，那么最大侧向力将要减小；或者在侧向力一定时，车轮侧偏角将要增大。另一方面，还将影响曲线行驶阻力(式(126.2))以及操稳性。例如过多/不足转向性能。

为了不致使得整个问题在开始处理时过于复杂，下面先假定，切向力对轮胎侧偏特性没有影响。为便于理解，我们可以设想车辆装用的是火箭式驱动装置。从图 11.3(a)可见，这时最大侧向加速度$(v^2/\rho)_{max}=0.96g$，当然是在车轮侧偏角 $\alpha=12°$时取得的。随着相对侧向加速度的增加，车轮侧偏角的变化如图 127.1(a)所示。根据第 XVIII.1 章，车轮侧偏角先是线性增加，然后急剧趋向极限值。

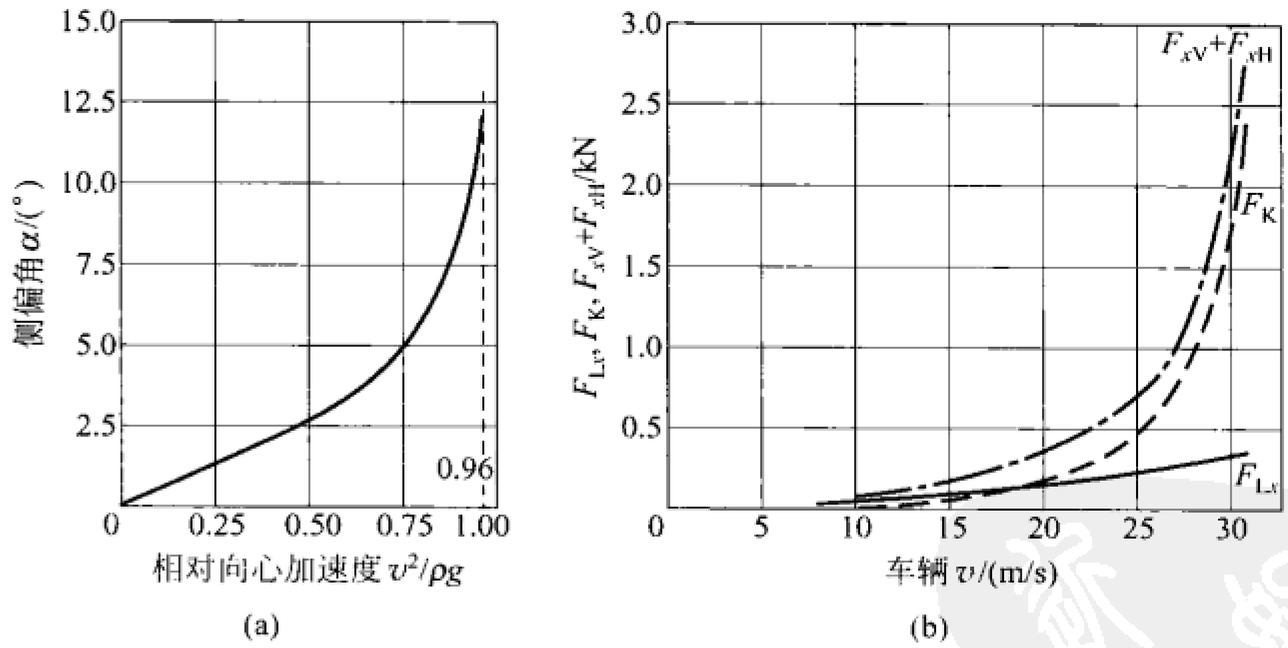


图 127.1 (a) 侧偏角随相对向心加速度的变化，车辆 $m=1200$ kg，$l_V/l=0.5$，轮胎特性见图 11.3(a)($F_x=0$，不考虑切向力对侧偏特性的影响，即认为是火箭式驱动)；(b) 空气阻力 F_{Lx}，弯道阻力 F_K 以及切向力之和 $F_{xV}+F_{xH}$ 随车速的变化，$c_W A=0.6\ m^2$，$\rho=100$ m

在从火箭式发动机转变为一般的车轮驱动时，方程(127.5b)和(127.6b)仍然有效如前，只是现在在确定车轮侧偏角时，必须考虑切向力。但从式(126.1)又知道，切

向力又与车轮侧偏角有关，所以只有通过迭代计算来求取它们的真值。在第一步迭代时，可针对 $F_{xV}+F_{xH}=0$ 的图 127.1(a)得出，计算曲线行驶阻力 F_K(图 127.1b)，由 F_K 再得到切向力的一个新值 $F_{xV}+F_{xH}>0$。下面必须继续迭代，直到找到给定的侧向力和给定的向心加速度条件下的车轮侧偏角和切向力的真值。图 127.2 中先给出了常值切向力时的车轮侧偏角-侧向加速度函数。在单轴驱动时（前轴或后轴驱动都无所谓）非驱动轮可用 $F_x=0$ 的曲线，其最大相对侧向加速度为 0.96。而对驱动轮，通过上述迭代计算，得到用虚线表示曲线，其最大相对侧向加速度只有 0.90，低于非驱动轮，所以它就是车辆侧向加速度极限。

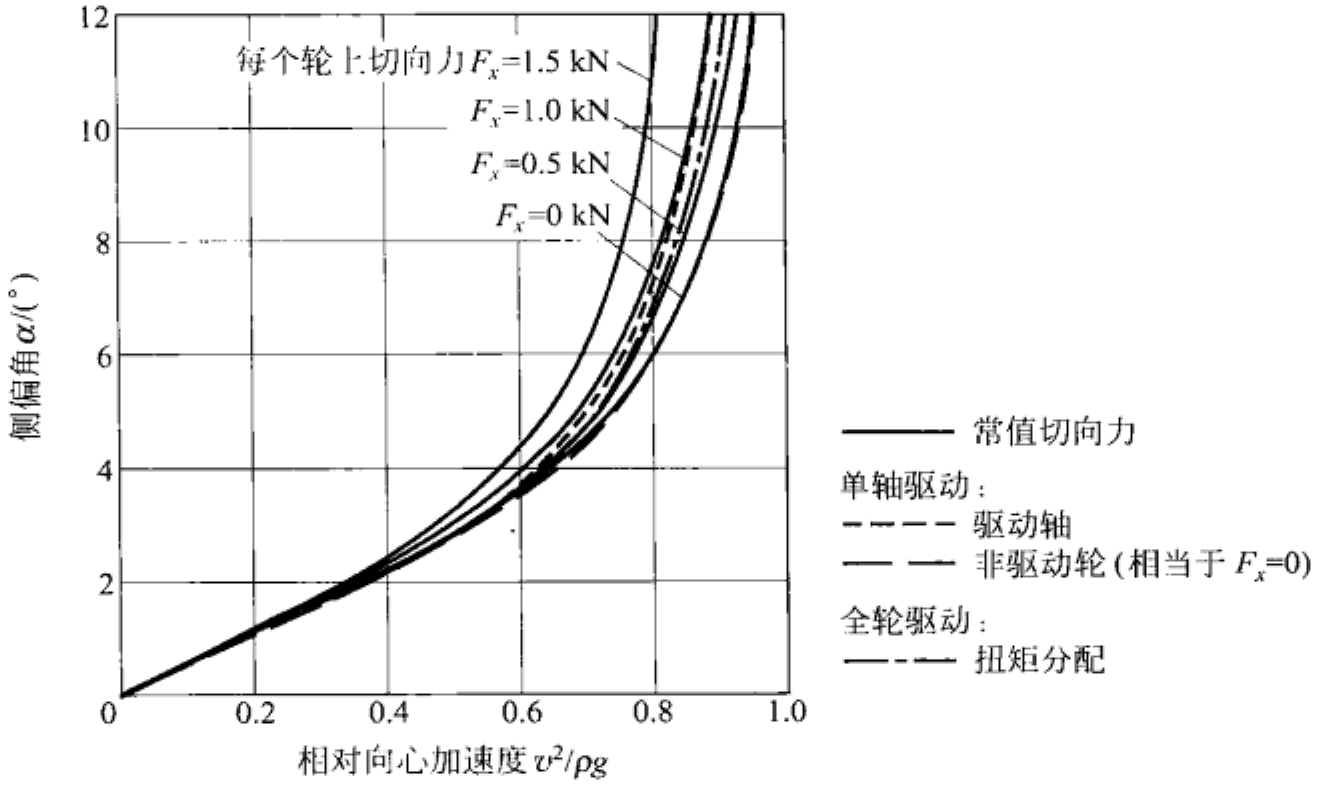


图 127.2 切向力和驱动方式对车轮侧偏角-侧向加速度函数的影响

（轮胎特性参看图 11.3(a)，车辆数据见图 126.1）

对于全轮驱动，比如质心中置的车辆，驱动力矩也在前后轴上均分，切向力也取其半。在图 127.2 上用点画线画出，其最大相对侧向加速度约为 0.92。

在图 127.3 上汇总了附着工况决定的行驶极限，一个车轮上或一根车轴上承受的切向力越高，车辆的最大侧向加速度越小。

值得注意的是：根据图 127.1(a)，在半径 $\rho=100$ m 的圆周上行驶时，由极限侧向加速度决定的最高车速为 31 m/s=112 km/h，而这时的曲线行驶阻力几乎为空气阻力的 7 倍！

127.2 转向盘输入，不足/过多转向

由式(127.1)通过前轮输入 δ_V 可以确定转向盘相对输入 $\delta_L^*=f(v^2/\rho g)$。而从式(127.2)可知，通过前后车轮侧偏角之差就可确定 δ_V。对于不同驱动形式的车辆，δ_V 的变化情况如图 127.4 所示。

对于由火箭式驱动的车辆（驱动力不需要考虑），如果重心在中间位置，则 δ_V 为常数。

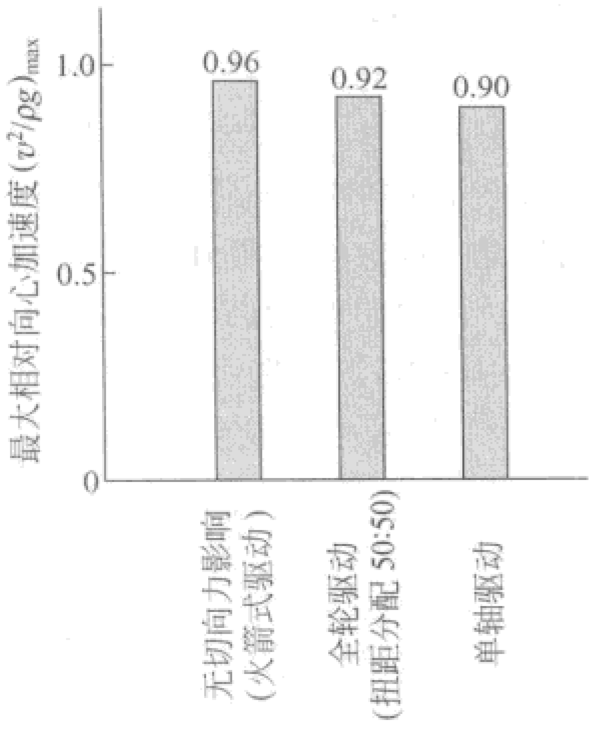


图 127.3 干路面上采用不同驱动方式时，附着工况决定的行驶极限

（车辆和轮胎数据见图 127.2）

单轴驱动时，必须区分前轮驱动还是后轮驱动。前轮驱动时，由于切向力的作用，前轮侧偏角大于后轮。由图 127.4 可见，从差不多 $v^2/\rho g \approx 0.6$ 开始，δ_V 就急剧增大，直到行驶极限 0.90（用向上的三角表示）。后轮驱动时，正好相反，前轮输入将要减小，当侧向加速度较大时，甚至成为负值。

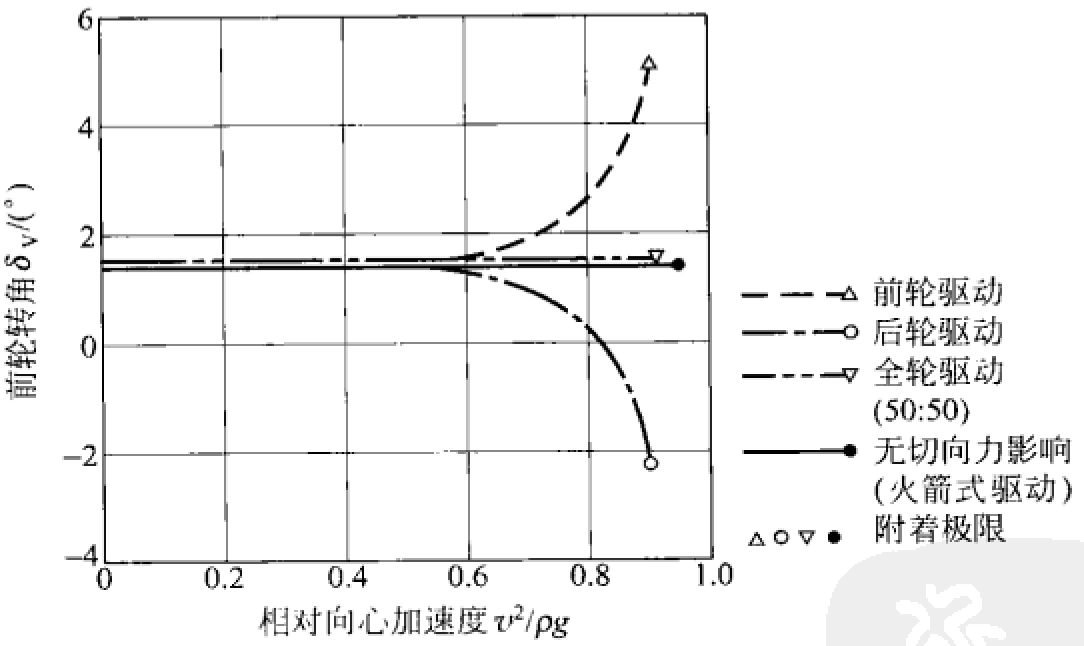


图 127.4 不同驱动方式情况下，随相对侧向加速度 $v^2/\rho g$ 的增加，前轮输入 δ_V 的变化

（$l=2.5$ m，$\rho=100$ m，车轮侧偏角的变化取自图 127.2）

在全轮驱动时，如果质心在轴距正中，前后轴上的力矩平分（50∶50），则可保持 $\delta_V=\text{const}$。如果在后轮上分配较大的力矩，前轮输入必须减小，这时的特性曲线走向应在图 127.4 上的全轮驱动（50∶50）和后轮驱动之间。

为了计算转向盘转角 δ_L^*，我们由式（127.1）还需要相对转向盘力矩；而由式（127.3）需要先知道前轮上的回正力矩。从图 127.5 就可知道回正力矩。在曲线

图(a)上，由车轮侧向力以及相对侧向加速度 $v^2/\rho g$，我们得到车轮侧偏角 α_V，然后从曲线图(b)上得到一个车轮上相应的回正力矩(例中取 $v^2/\rho g=0.25$)。前轴两个车轮，把上面数值加倍即得 M_{zV}。在曲线图(c)上是 M_{zV} 随 $v^2/\rho g$ 变化的情况。M_{zV} 开始线性增加到 $v^2/\rho g=0.1$ 左右，然后增加减缓，在 0.5 处取得最大值，接着就下降了，直到滑移极限(在这个例子中是由后轮决定行驶极限)。

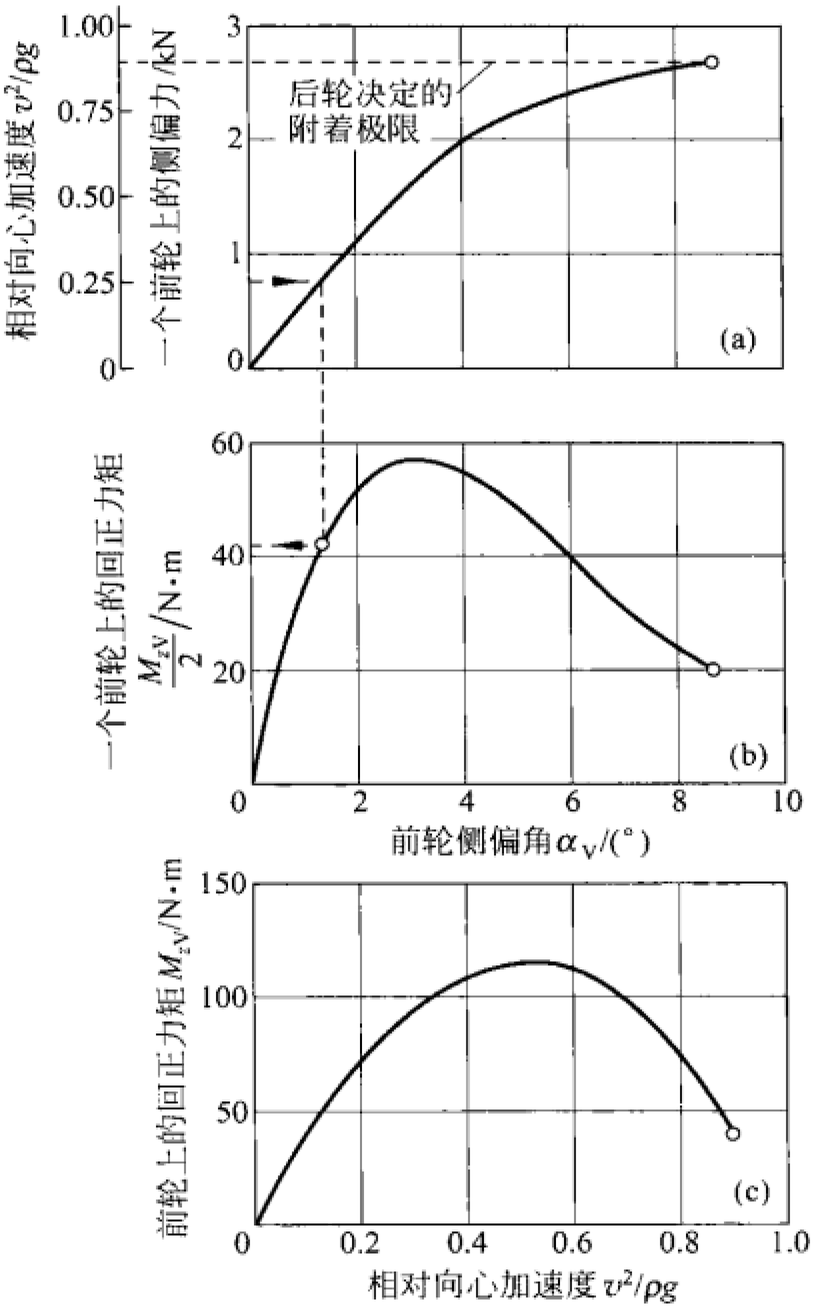


图 127.5　后轮驱动时的一个前轮上的(a)侧向力和(b)回正力矩随车轮侧偏角的变化。$F_z=3$ kN，$F_x=0$。参看图 11.3(b)。(c)为两个前轮的回正力矩随向心加速度的变化情况。$m=1200$ kg，$l_V/l=0.5$

图 127.6 上表示了不同驱动方式的结果。只需接近附着工况极限，即在向心加速度较高时和车轮侧偏角较大时才体现出差异，也就是说这时切向力才对侧向力表现出影响。

根据式(127.3)针对三种主销前指 n_K 计算了转向垂臂上作用的力矩 M_L^*，如图 127.7 所示(曲线走向在 127.3 节中讨论)。

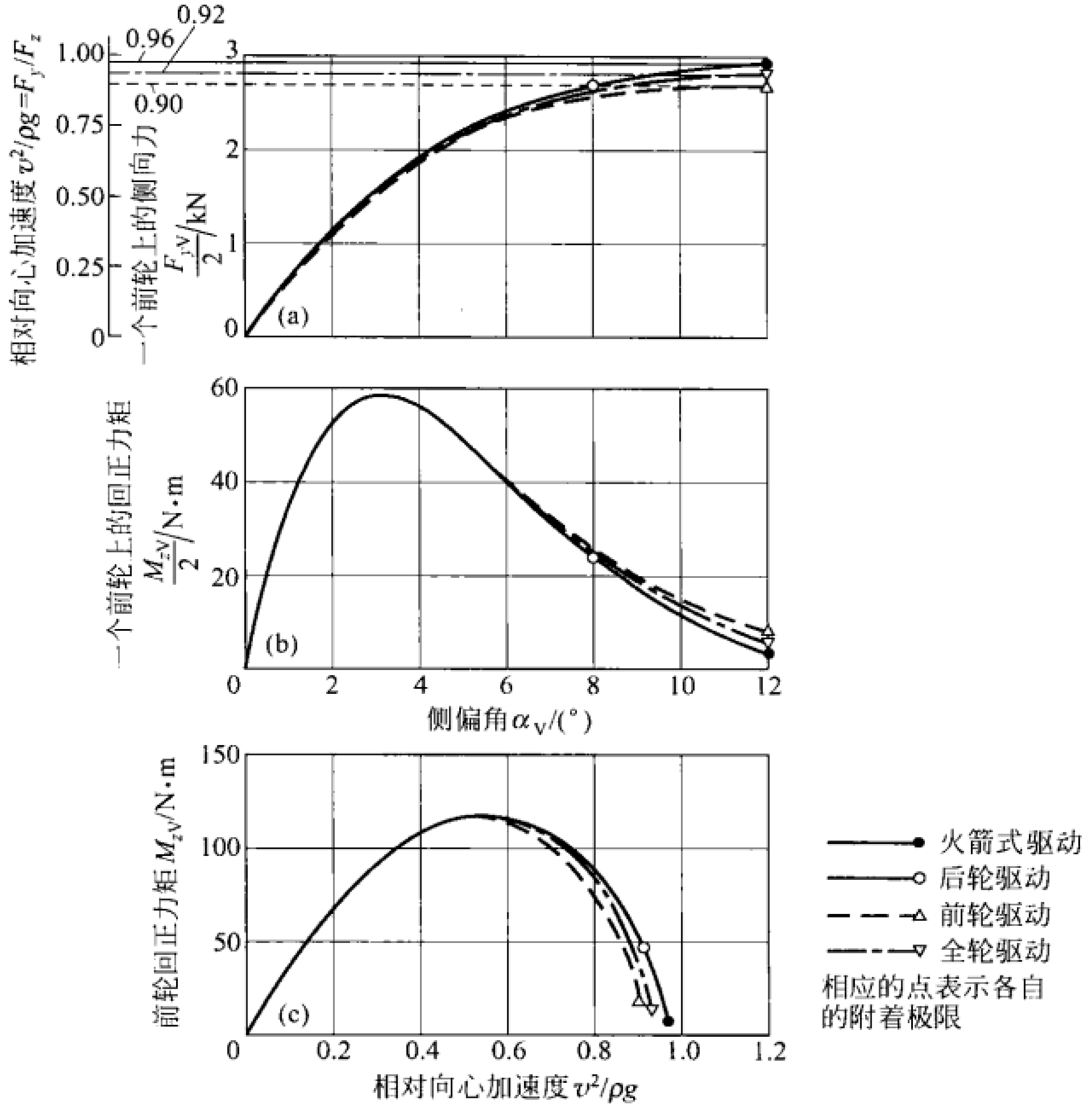


图 127.6 在不同驱动方式时，一个前轮上侧向力(a)和回正力矩(b)随车轮侧偏角的变化情况（从图 11.3 和图 127.2 画出）；(c)前轴回正力矩随相对向心加速度的变化

如果现在把 M_L^* 用转向系统刚度 C_L 除，再加上前轮输入 δ_V，也就是把图 127.4 和图 127.7 中的曲线联系起来，我们就得到了所期望的相对转向盘输入 δ_L^*，这一结果如图 127.8 所示。图中分别按四种不同的驱动方式给出。

正如在线性理论中已知的，在侧向加速度较小的时候，转向盘输入是线性增长的；而且主销前指 n_K 越大，转向系统越软（C_L 越小），其增加的斜率也越大。在侧向加速度较大时，各种驱动方式的转向盘转角特性是各不相同的。后轮驱动时（图 127.8(a)），曲线缓慢上升，并达到最大值后，接着减小，有时在达到滑移极限前成为负值，即驾驶员必须反向转动转向盘。参看式(110.6)的定义，这一最大值是不足转向与过多转向区域的分界。最大值的左边是不足转向区域；而右边是过多转向区域。图 127.8 中还画出了表 110.2 中给出的不足转向梯度的范围。$n_K=0$ 和 25 mm，$C_L=15$ kN・m/rad 的曲线正好在这一范围内。为了达到所希望的那样，增大不足转向范围，主销前指 n_K 必须加大。转向系统刚度 C_L 必须减小。这样，反向

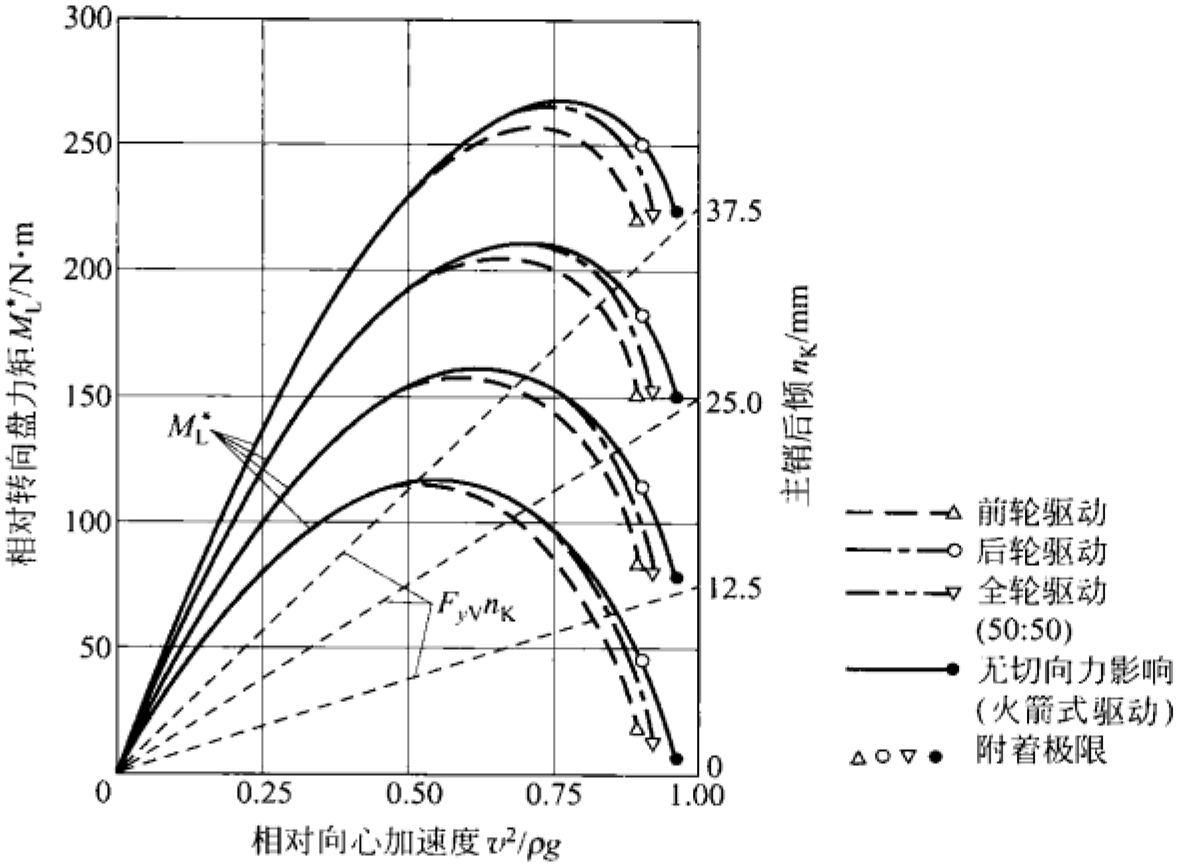


图 127.7 不同主销前指 n_K 时转向垂臂上的力矩 $M_L^* = F_{yV} n_K + M_{zV}$ 随相对向心加速度的变化。

M_{zV} 和车辆参数取自图 127.6(a)以及前面的图

转动转向盘的现象也就可以减少或避免了。

在前轮驱动时，曲线只是急剧上升。这就是说，在整个侧向加速度范围内，都是不足转向的。达到附着工况极限时，转向盘输入相对来讲已是很大。为了减小转向盘转角，n_K 必须小，而 C_L 必须大。当然这又自动地使得侧向加速度较低时的不足转向程度降低。

在全轮驱动时(50：50)和采用火箭式发动机时(曲线(c)和(d))，车辆几乎一直是不足转向。只是在较高的侧向加速度时才因回正力矩的缘故出现轻微的过多转向。与前面讨论的单轴驱动不同的是，随着向心加速度的增加，转向盘的输入变化总起来看是比较小的，在达到附着极限时也比较小。有人把这作为优点；但也有另一种意见，认为这是缺点，因为不像后轮驱动时由于 δ_L 的减小，或像前轮驱动时 δ_L 急剧增大那样，附着工况极限可以明显地预感到(这当然不得不把弯道的极限加速度适当降低，以免不慎超出)。

127.3 转向盘力矩

相对转向盘力矩 M_L^* 随相对向心加速度的变化情况在图 127.7 中已经看到了。这里只是要再讨论一下。无论哪种驱动方式，除了与 $v^2/\rho g$ 以外，M_L^* 还和主销前指 n_K 的关系密切。从 $n_K=0$ 到 $n_K=37.5$ mm，M_L^* 最大值增加了一倍。为了使驾驶员施加的力矩 M_L 不致过大，必须增大转向系统传动比 i_L 或者装用转向助力器

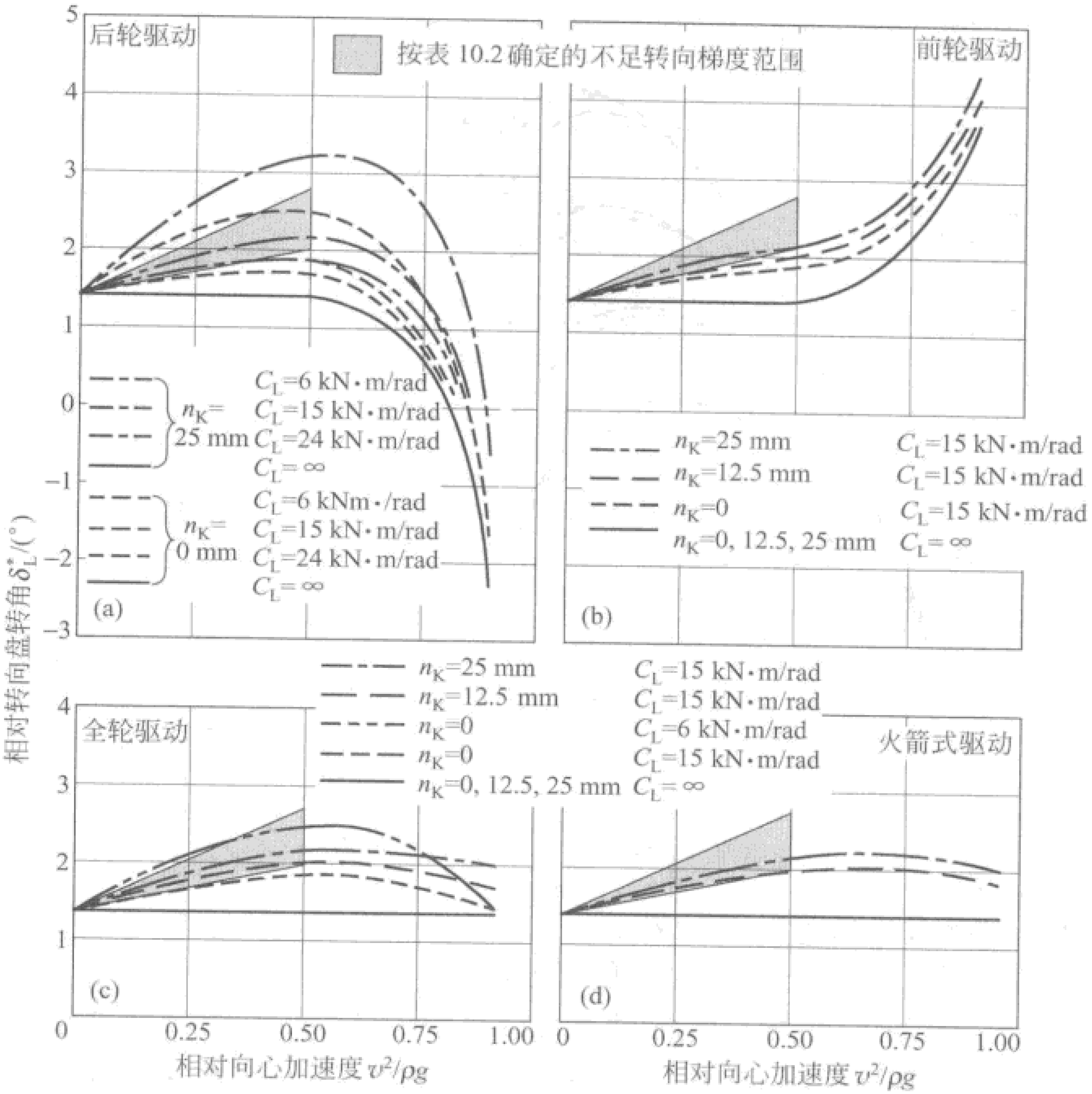


图 127.8 不同主销前指 n_K 和转向系统刚度 C_L 条件下的相对转向盘输入 δ_L^* 随相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 变化的情况

(a) 后轮驱动；(b) 前轮驱动；(c) 全轮驱动(50∶50)；(d) 火箭式驱动(由图 127.4 和图 127.7 得出)

($V_L>1$)。M_L^* 和 $v^2/\rho g$ 两个参数决定了转向盘力矩-侧向加速度梯度，按照图 110.4，它应在一定范围内。

另外，看到随着 n_K 的增大，M_L^* 最大值对应的 $v^2/\rho g$ 值增加。$n_K=0$ 时，从 $v^2/\rho g\approx0.5$ 开始，所需要的力矩又开始减小。也就是说，因为转向盘力矩最大值对应的向心加速度低于滑移极限对应的向心加速度，达到滑移极限时驾驶员在转向盘上施加的力矩有所下降。一般习惯于把这种情况作为一项缺点来评价，因为转向盘力矩的下降可能会使驾驶员产生一种安全感，而实际上车辆又很快地侧向滑移。当然也有的驾驶员是把转向盘力矩的变化和越过最大值作为接近滑移极限的标志来看待的。当主销前指 $n_K=37.5$ mm 时，在很大的行驶范围内，我们都看到转向盘力矩随向心加速度的增加而几乎正比例增加。如上所讲，这种获得信息的方式是大多数驾驶员所欢迎的，但是要在结构上作相应的努力才能达到。

各种驱动方式的不同作用要在最大值的右边才能看到，也就是说，在主销前指不

太小的情况下，必须要在比较高的侧向加速度时才能显示出来。

本节第二个问题是探讨转向盘力矩-转向盘转角特性。从图 127.7 和图 127.8 可以得到图 127.9。$v^2/\rho g$ 小于 0.5 时，对各种驱动方式来讲，都是线性关系，而在全轮驱动和火箭式驱动时，甚至几乎到附着工况极限还一直是线性的。前轮驱动时，随着 δ_L^* 的增加，梯度减小，从 $\delta_L^*\approx2.5°$起，甚至成为负值。对后轮驱动而言，$\delta_L^*\approx1.8°$ 时走向已经改变，而当达到附着工况极限时，几乎完全令人不能理解：向左转弯时，转向盘转角是向右的（δ_L^* 为负值，驾驶员必须向相反方向转动转向盘），但驾驶员在转向盘上施加的力矩还必须是向左的（M_L^* 是正的）。这种反打方向，如前所讲，可以通过增大 n_K 和（或）减小 C_L 来避免（在第 XXI 章上将要说明，还可以在悬架系统上采取措施来解决）。

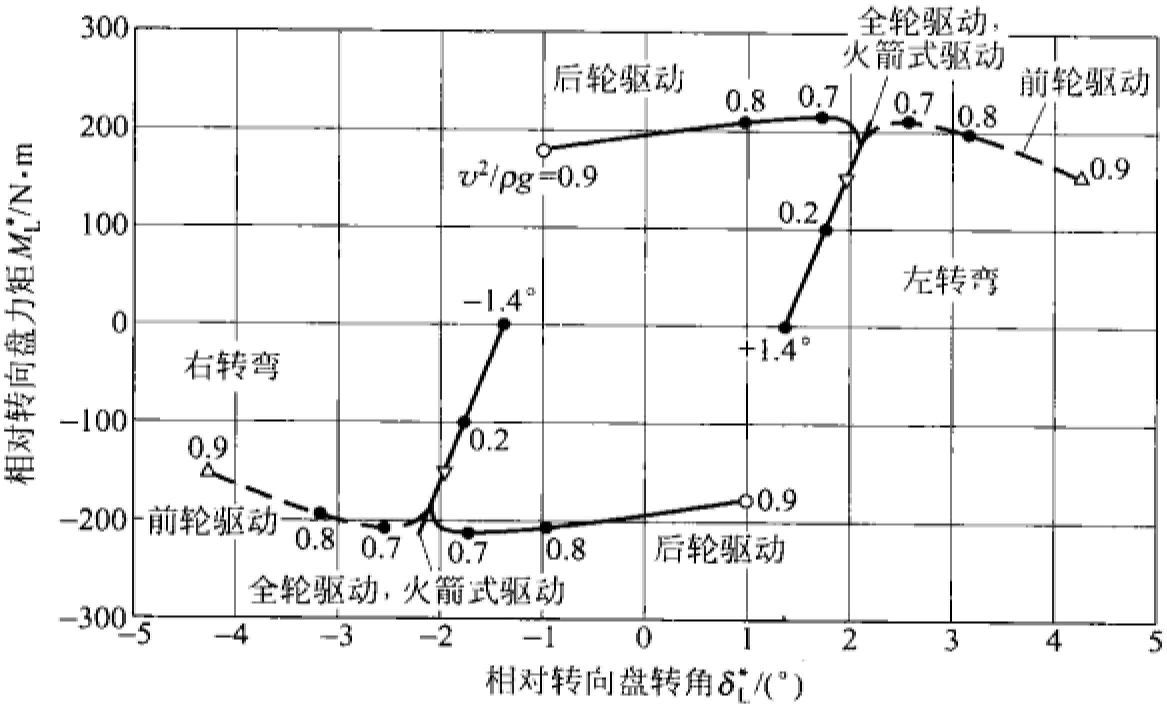


图 127.9 四种驱动方式的转向盘力矩-转向盘转角特性，由图 127.7 和图 127.8 得到（$m=1200$ kg，$l_V/l=0.5$；轮胎参看图 11.3，$n_K=25$ mm，$C_L=15$ kN·m/rad，$\rho=100$ m，$l=2.5$ m），曲线上的数字为 $v^2/\rho g$ 值

127.4 质心处的侧偏角

在 110.2 节中视为十分重要的质心处侧偏角可由式（127.4）求出，如图 127.10 所示。从曲线图 a 可见，作为向心加速度函数，各种驱动方式之间的差别很小。后轮驱动，全轮驱动和火箭式驱动情况下，达到附着极限时，后轮侧偏角很大（$\alpha_H=12°$），所以质心处侧偏角也较大（$\beta=+0.7°-12°=-11.3°$）。对前轮驱动来讲，由于前轮先达到附着极限，所以后轮侧偏角较小（这里，$\alpha_H=8°$），因而质心处侧偏角也小（$\beta=+0.7°-8°=-7.3°$）。

与上述情况不同的是，在曲线图（b）中，作为转向盘转角函数时，各种驱动方式的差别很大。在前轮驱动时，β 值呈现持续的下降。全轮驱动和火箭式驱动时，从 $v^2/\rho g\approx0.5$ 起，在 δ_L^* 不变的情况下，几乎垂直下降。后轮驱动时特性的形式与

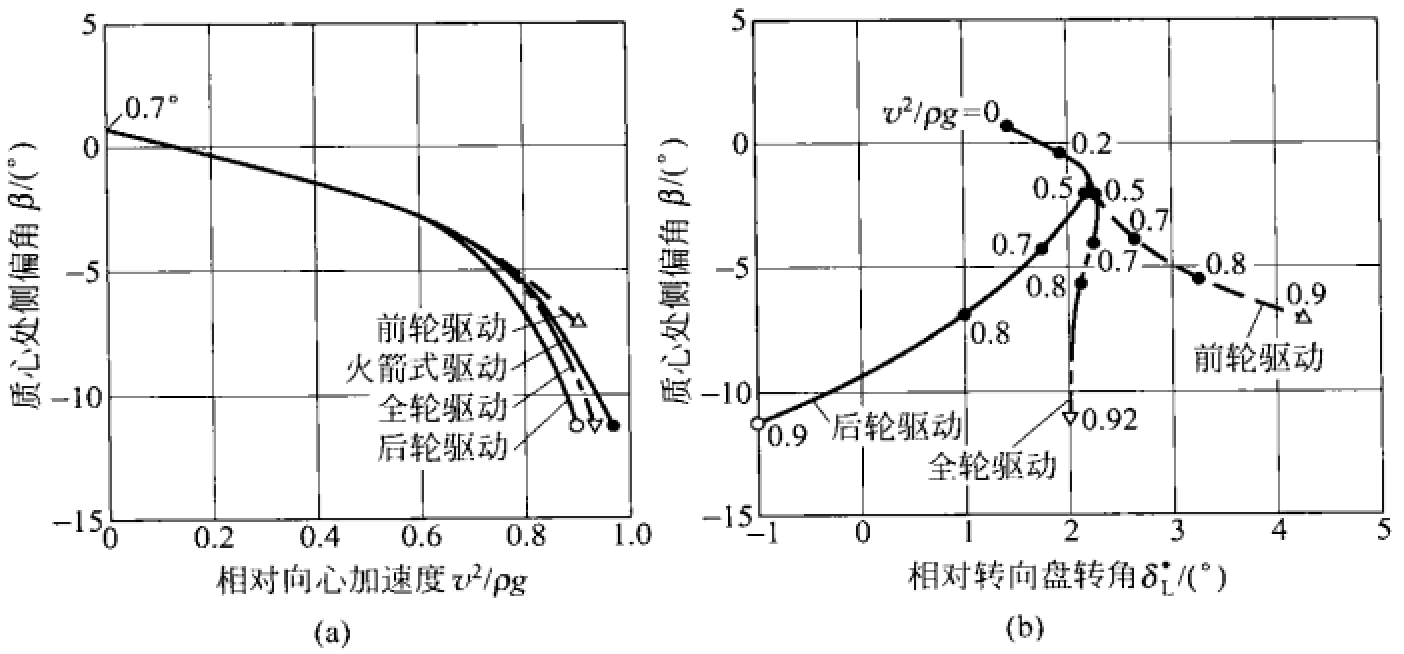


图 127.10 各种驱动方式的质心处侧偏角特性

(a) 作为向心加速度的函数；(b) 作为转向盘转角的函数。由图 127.6 和图 127.8 得到

图 127.9 中出现的一样，从曲线图(b)可以理解，为什么 110.2 节中把 β 与 δ_L 之间的关系作为一个关键的评价参数。

127.5 质心位置和驱动方式的影响

在 127.2 节中，以质心中置的车辆为例，已经推导出，在趋向附着极限时，不足转向梯度要发生变化(这一点是与线性范围内不同的)：后轮驱动车辆由不足转向变为过多转向；而前轮驱动车辆的不足转向程度加剧。由式(127.1)到式(127.3)得到

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{1}{C_L}(F_{yV} n_K + M_{zV})$$

可见，上述变化主要有两个原因：

1. 由于切向力(比如前轮驱动时前轮有切向力，后轮没有；后轮驱动时，后轮有切向力，前轮没有)改变了车轮侧偏角之差 $\alpha_V - \alpha_H$(图 127.2)。
2. 转向系统承受的力矩 $M_L^* = F_{yV} n_K + M_{zV}$(除以转向系统刚度 C_L)改变了第二项的大小；同时也改变了相对转向盘输入 δ_L^* 与前轮输入 δ_V 之间的差值。

其中第二个影响因素已经做过探讨，曾经讨论过轮胎特性曲线给定的情况下，主销前指 n_K 和转向系统刚度 C_L 的作用。

第一个影响因素，即 $\alpha_V - \alpha_H$ 的大小，除了驱动方式外，还由质心位置确定，参看 111.4 节。为了使前轮驱动车辆的不足转向程度不致过分加剧，应该增大后轮侧偏角 α_H，即质心应后移(或者在实际上不要过分前重)。(图 127.11(a))在后轮驱动车辆上为了减小甚至避免过多转向，应该加大前轮侧偏角，即车辆应该前重，参看图 127.11(b)，这样使得图 127.9 和图 127.10 的转向盘力矩-转向盘转角特性和质心处侧偏角特性也能改善。

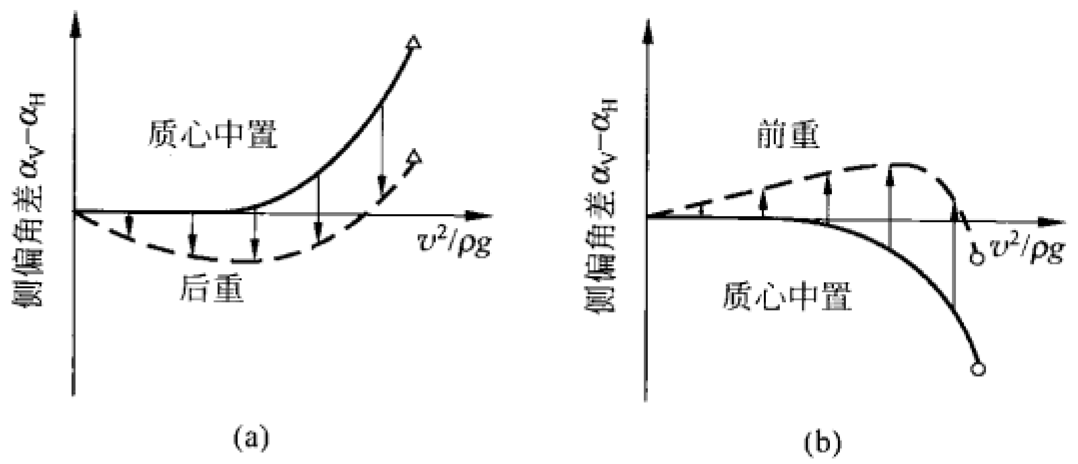


图 127.11 侧向加速度较大时,不足转向倾向的改善

(a) 前轮驱动车辆上质心后移;(b) 后轮驱动时,质心前移

在全轮驱动时质心中置,力矩均匀分配可以保持在整个侧向加速度范围内前后轮侧偏角之差为零(图 127.2),所以质心位置没有必要改变。

128 结冰路面上的操稳性

下面要进行的讨论与第 127 节一样,只是不再在干路面上,而是在结冰路面上行驶。轮胎特性曲线见图 128.1。车辆参数 $m=1200$ kg,$l_V/l=l_H/l=0.5$,因而各轮的

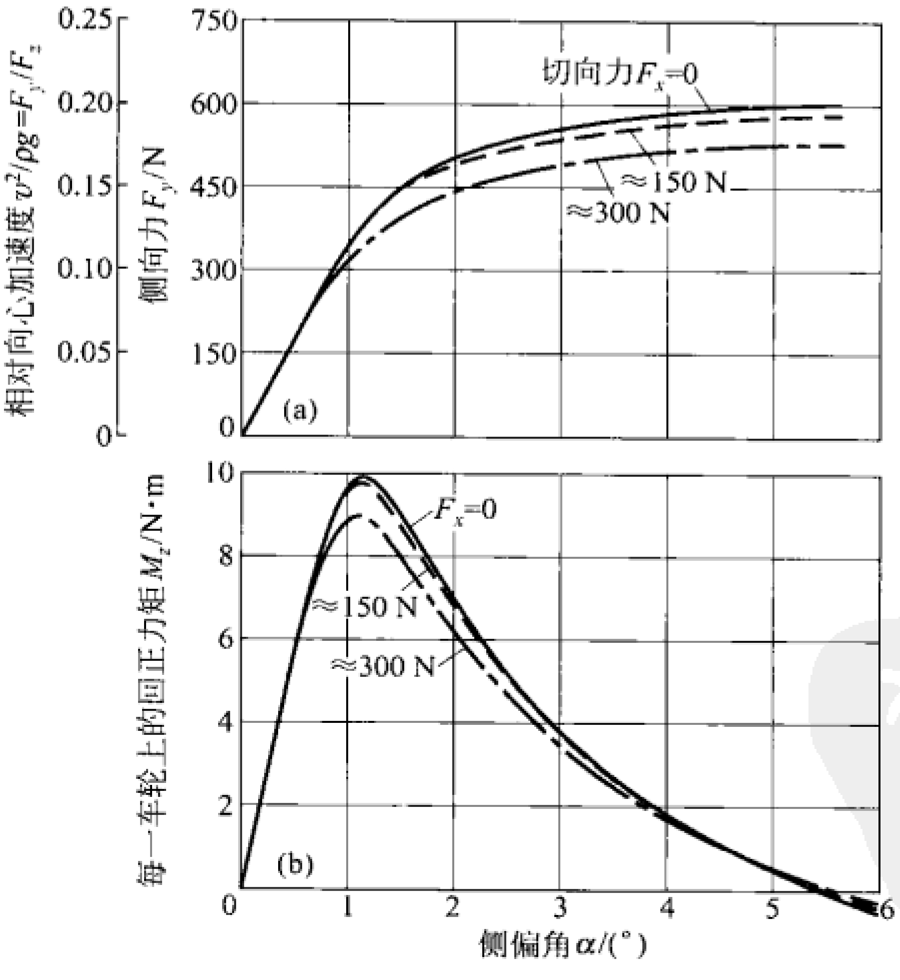


图 128.1 驱动力不同的情况下,侧向力(a)和回正力矩(b)随车轮侧偏角的变化

轮胎 155SR15,90%,轮荷 $F_z=3$ kN,$v=50$ km/h,胎压 160 kPa,结冰路面(Weber, R., Tangentialkräfte und Rückstellmoment, Zentralblatt für Unfalluntersuchung Bd. 1 Nr. 4/6, 1972)

轮荷 $F_z=3000$ N。根据曲线图(a)，在 $\alpha=6°$，$F_x=0$ 时，每个车轮上的最大侧向力 $F_y=600$ N。在火箭式驱动情况下，曲线极限加速度 $v^2/\rho g=600/3000=0.2$。车轮驱动时，对应于上述极限情况，由式(126.1)求得切向力之和 $F_{xV}+F_{xH}\approx326$ N($c_W A=0.6$ m^2，弯道半径 $\rho=100$ m)，所以单轴驱动时(前轮或后轮驱动)，每个车轮为 163 N，而在全轮驱动时(50∶50)，每个车轮为 82 N。因为从图 128.1(a)上可见，$F_x=0$ 和 $F_x=150$ N 时，F_y-α 特性曲线是十分接近的，所以得到第一个结论：

曲线极限加速度与驱动方式无关，无论是火箭式驱动，单轴或全轮驱动，其极限加速度都约为 0.2g。

但各种驱动方式在结冰路面上的操稳性是各不相同的。单轴驱动时，非驱动轮($F_x=0$)在接近曲线极限加速度时其车轮侧偏角明显地小于驱动轮($F_x>0$，这里为 163 N)，因为从图 128.1(a)可见，从 $\alpha\approx4°$起，F_y-α 曲线变得十分平坦。

图 128.2 中，给出了 δ_V，M_L^*，δ_L^* 随 $v^2/\rho g$ 变化的情况，表征车辆的操稳性。从曲线图(c)上看，各种驱动方式开始时都是不足转向的，接近附着极限时，前轮驱动的不

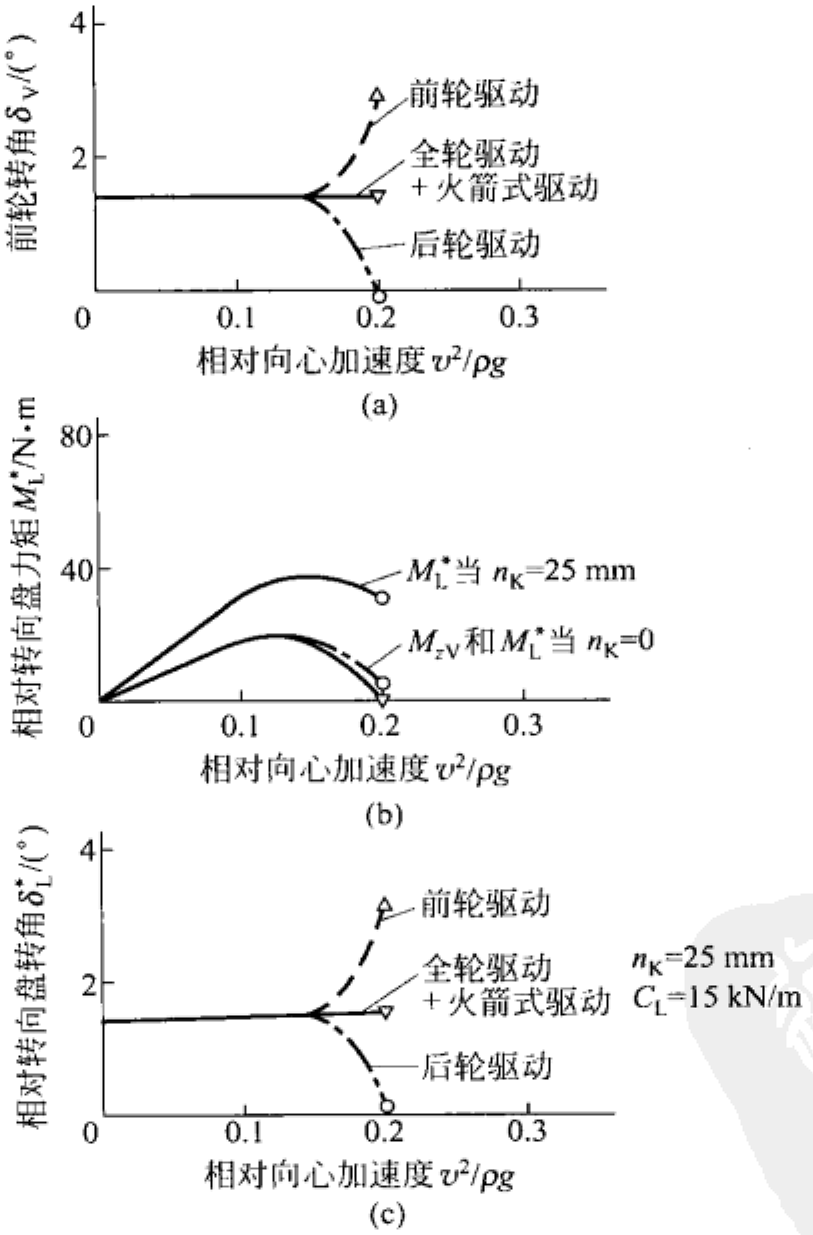


图 128.2 在结冰路面上各种驱动方式的操稳性

($m=1200$ kg，$l_V/l=0.5$，$\rho=100$ m，$c_W A=0.6$ m^2，轮胎数据见图 128.1)曲线图(b)中，各种驱动方式的差别小到可以忽略

足转向加剧了，后轮驱动则变为过多转向。全轮驱动和火箭式驱动的车辆，其转向特性根本没有变化。

比较图 128.2 和图 127.8 可见，干路面上和结冰路面上的操稳性原则上基本趋势是相同的。但对驾驶员来说，有两点区别是值得注意的：一是在结冰路面上单轴驱动车辆直到贴近附着极限时，其转向特性趋势才突然急剧变化，而在干路面上则能较早地感觉出变化。二是对一般驾驶员来讲，在干路面上极少遇到最大侧向加速度的情况；而在结冰路面上则常常遇到，参看 108.3 节。

129 湿路面上的行驶

在水层厚度不同的路面上轮胎特性曲线如图 129.1 所示（当然其中没有考虑切向力）。由曲线图(a)可见，开始侧向力 F_y 随车轮侧偏角几乎线性增加，水层没有影响，因为轮胎花纹把水排开了。而最大侧向力则随水层厚度的增加而减小，附着系数 μ_H 随之下降（与图 5.5～图 5.7 比较）。

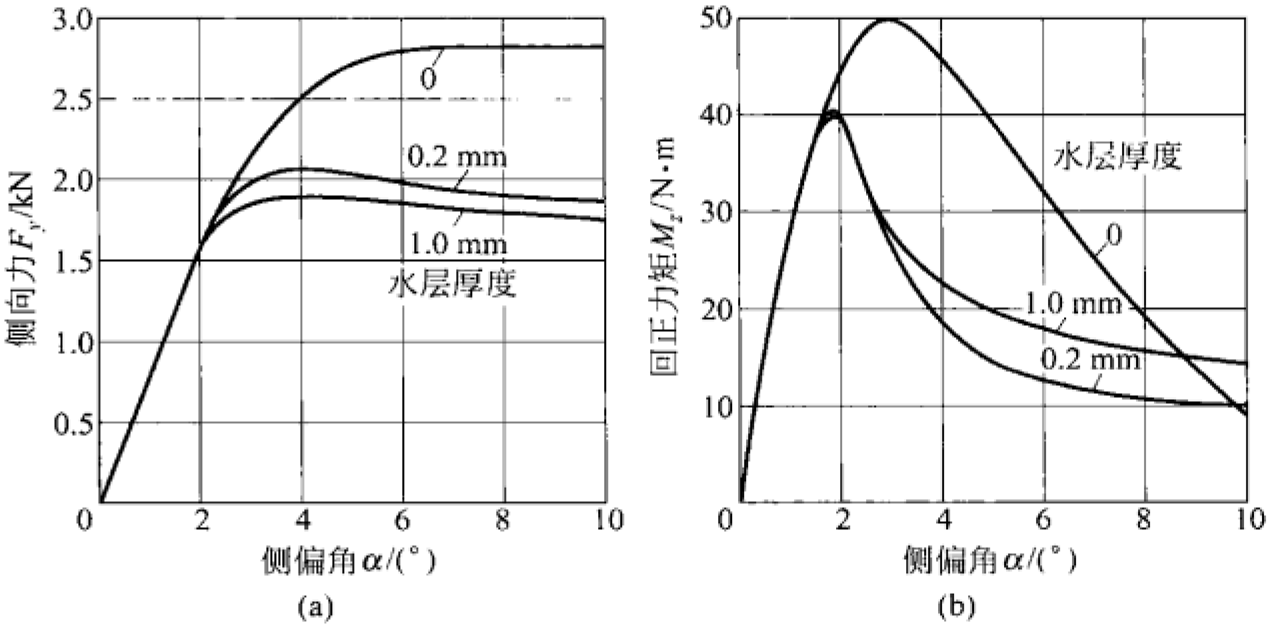


图 129.1 各种水层厚度下的轮胎特性

（185/65TR14，轮辋 5J×14，气压 200 kPa，F_z＝3000 N，v＝80 km/h。这一结果是由卡尔斯鲁厄的 Gnadler 教授 1988 年提供的）

因此，只有在车轮侧偏角较大，因而侧向加速度较大时路面的潮湿才对操稳性起作用。但这时应注意到：

在潮湿路面上，前轮前方的水层厚度始终大于后轮前方的水层厚度，因为前轮把水排开，使后轮受益，即 $\mu_{hV}<\mu_{hH}$。当然这种情况只有在弯道半径很大时（后轮在前轮轮迹上滚过）和车速较高时（前轮排开的水，在后轮滚过之前还来不及回流到驶过的轮迹上）才有效。但这种情况对行驶工况来讲是常见的，十分重要的。[97]

---

[97] Mitschke, M.; Voelsen, P.: Zum Fahrverhalten von Pkw bei Nässe. Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 466 (1986).

在湿路面上行驶，由于上述原因，后轮驱动的车辆到达极限时仍然是不足转向的。这是与在干路面上和结冰路面上有很大差别的，那些条件下，前后轮对应的最大附着率——附着系数是相等的，$\mu_{hV}=\mu_{hH}$。在湿路面上，前轮驱动车辆的不足转向趋势更为加剧。这里所达到的最大侧向加速度取决于前轴，受到前轴轴荷、轮胎花纹、路面排水情况的影响。

130 驱动功率决定的行驶极限

从图 126.1 和图 127.1(b)，我们看出弯道阻力 F_K 相对于滚动阻力 F_R 和空气阻力 F_{Lx} 来说是相当大的。它消耗了发动机的相当部分功率，降低了车速，就像在爬坡时的坡道阻力一样。如果发动机功率太小，有时弯道行驶的车速不是像前面讲的受附着工况限制，而是由驱动功率来决定。

牵引力 Z 等于车轮的驱动力矩 M_R 除以静态轮胎半径 r，按照 A 篇式(18.10)，在平面匀速行驶时，再把 F_K 加上，就有：

$$Z=\frac{M_R}{r}=F_R+F_{Lx}+F_K \tag{130.1}$$

图 130.1 上给出了五种不同弯道半径 ρ 时的牵引力 Z 与车速 v 的关系。其中 $\rho\to\infty$。就是直线行驶，即只有滚动和空气阻力 F_R+F_{Lx}，ρ=50 m、100 m 和 200 m 的曲线都终止于一定车速，这是由图 127.1(a)决定的，对应的极限值 $v^2/\rho g=0.96$。另外有两条双曲线分别对应于车轮最大功率为 53 kW 和 70 kW。

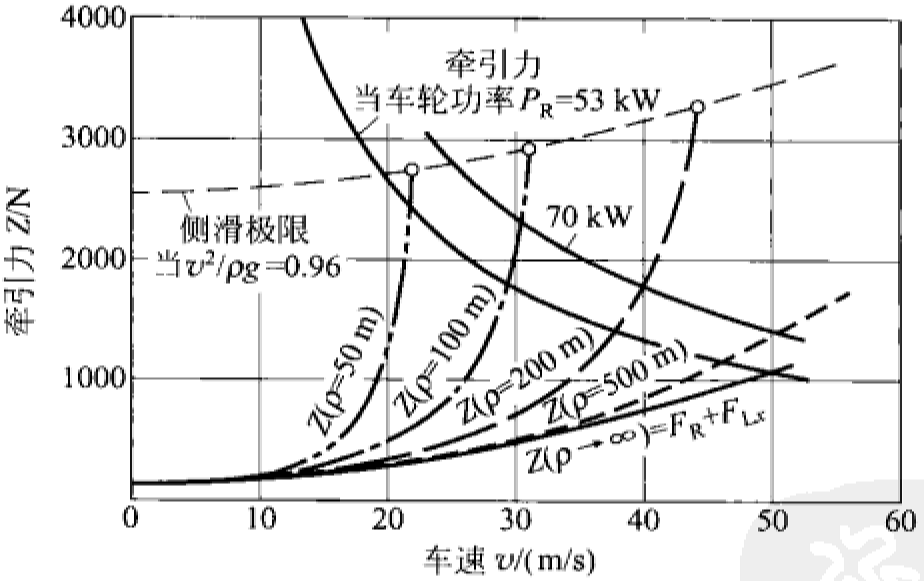


图 130.1 在平面上的不同半径 ρ 作圆周行驶时车辆的行驶工况

m=1200 kg，f_R=0.01，c_WA=0.6 m²，l_V/l=0.5。F_K 按式(126.2)计算，其他数据和滑移极限取自图 127.1(a)；轮胎特性中没有考虑切向力(火箭式驱动)

由此可见，在 53 kW 时，图中各种半径对应的曲线都被驱动功率所限制。70 kW 时，ρ=50 m 的曲线滑移极限是关键性的，而 ρ=100 m 以及更大半径的曲线仍为驱动功率所限。

在湿路面上和冰雪路面上，滑移极限大为降低，所以直到很高的车速，它都是决定性的。

XX.2 准线性分析

在研究了静态圆周行驶(XX.1)之后,讨论考虑轮胎非线性特性的瞬态行驶(XX.3)之前,先以这个标题来进行近似分析,以便:

—在线性和非线性理论之间建立联系;

—在非线性情况下推导稳定性极限。

在进行准线性分析时,函数的非线性曲线将局部作线性化处理。

131 轮胎特性曲线的近似

车辆行驶时的侧向加速度高到轮胎已进入非线性区域工作。现在如果受到因这一较高的侧向加速度或其他扰动引起的力和力矩足够小,就可以把它们的作用线性化。

侧向力 F_{y_i} 可以看成是由平均值 $F_{y_{i0}}$ 和相对于平均值的偏差 ΔF_{y_i} 组成,如图 131.1(a)。

$$F_{y_i}=F_{y_{i0}}+\Delta F_{y_i}=F_{y_{i0}}+\left.\frac{\partial F_{y_i}}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}}\cdot\Delta\alpha_i=F_{y_{i0}}+\tilde{c}_{\alpha_i}\cdot\Delta\alpha_i \tag{131.1}$$

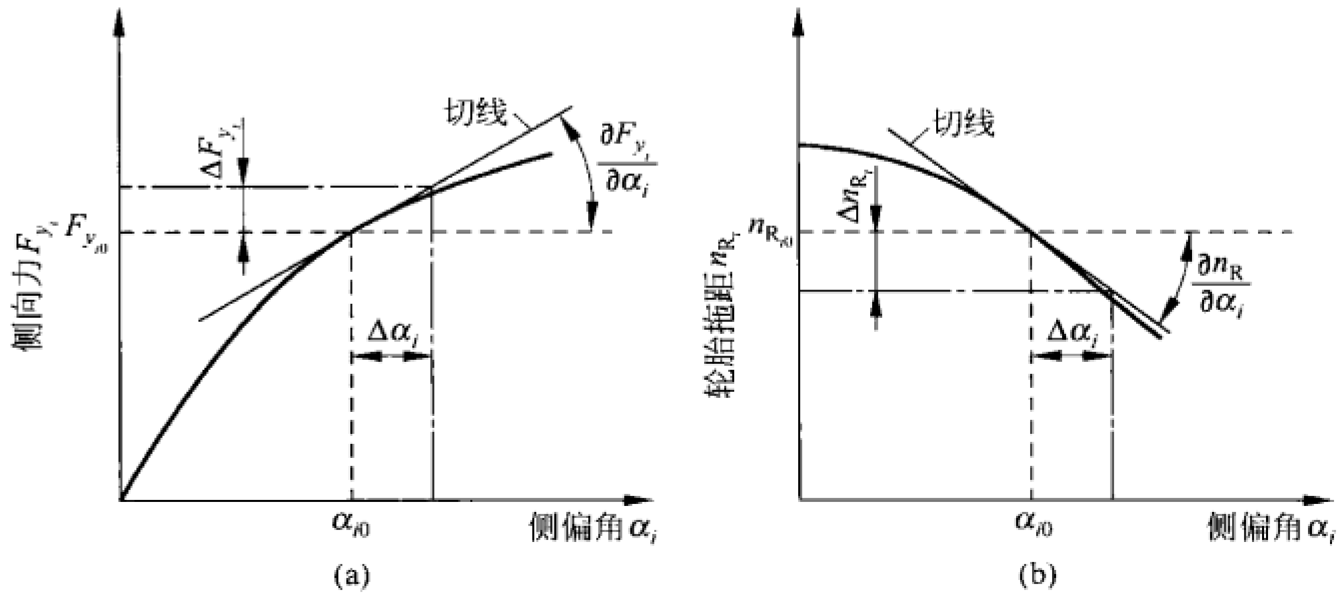


图 131.1 小扰动的线性化

相应地,由图 131.1(b),对轮胎拖距有

$$n_{R_i}=n_{R_{i0}}-\Delta n_{R_i}=n_{R_{i0}}-\left.\frac{\partial n_{R_i}}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}}\cdot\Delta\alpha_i=n_{R_{i0}}-\tilde{n}_{R_i}\cdot\Delta\alpha_i \tag{131.2}$$

其中新的缩写

$$\tilde{c}_{\alpha_i}=\left.\frac{\partial F_{y_i}}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}} \tag{131.3}$$

和

$$\tilde{n}_{R_i}=\left.\frac{\partial n_{R_i}}{\partial \alpha_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_{i0}} \tag{131.4}$$

是与 α_{i0} 有关的，并通过侧向力 $F_{y_{i0}}$ 又与向心加速度 v^2/ρ 有关。

在线性理论中，匀速圆周行驶时车辆的操纵趋势与其稳定性极限有密切关系（参看第 112 节），下面两节将要说明，这种关系在非线性情况下也是存在的。

132 不足/过多转向

不足转向和过多转向可用表 110.1 中的式(110.1a)以及式(110.6)写出：

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} > 0 \quad 不足转向$$

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} < 0 \quad 过多转向$$

按表 109.1 中的式(109.6)以及式(106.5)、式(109.19)，有：

$$\delta_L - \delta_{L0} = i_L[\alpha_V - \alpha_H + \frac{1}{C_L}(F_{yV} n_K + F_{yV} n_R)]$$

转向盘输入随向心加速度的变化是：

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} = i_L \left[\frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} \frac{\partial F_{yV}}{\partial(v^2/\rho)} - \frac{\partial \alpha_H}{\partial F_{yH}} \frac{\partial F_{yH}}{\partial(v^2/\rho)} + \frac{1}{C_L}\left(\frac{\partial F_{yV}}{\partial(v^2/\rho)} n_K + n_R \frac{\partial F_{yV}}{\partial(v^2/\rho)} + F_{yV} \frac{\partial n_R}{\partial \alpha_V} \frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} \frac{\partial F_{yV}}{\partial(v^2/\rho)}\right)\right]$$

把关于 n_R 的式(131.2)代入，并忽略二阶项，得到

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} = i_L \left\{\frac{\partial F_{yV}}{\partial(v^2/\rho)}\left[\frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}} + \frac{1}{C_L}\left(n_K + n_{R0} - F_{yV} \tilde{n}_R \frac{\partial \alpha_V}{\partial F_{yV}}\right)\right] - \frac{\partial F_{yH}}{\partial(v^2/\rho)} \frac{\partial \alpha_H}{\partial F_{yH}}\right\}$$

采用相应于式(107.16)的符号

$$\frac{1}{\tilde{c}'_{\alpha_V}} = \frac{1}{\tilde{c}_{\alpha_V}} + \frac{1}{C_L}\left(n_K + n_{R0} - F_{yV0} \tilde{n}_R \frac{1}{\tilde{c}_{\alpha_V}}\right) \tag{132.1}$$

再由式(127.5a)、式(127.6a)和式(131.3)，即得：

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} = i_L \left(\frac{l_H}{l} m \frac{1}{\tilde{c}'_{\alpha_V}} - \frac{l_V}{l} m \frac{1}{\tilde{c}'_{\alpha_H}}\right)$$

或

$$\frac{\partial(\delta_L - \delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} = i_L \frac{m}{\tilde{c}'_{\alpha_V} \tilde{c}_{\alpha_H} l}(\tilde{c}_{\alpha_H} l_H - \tilde{c}'_{\alpha_V} l_V) \tag{132.2}$$

从式(132.2)与式(109.5)的比较可见，线性和非线性工况是相似的。由图 109.1 与图 132.1 中的曲线对比可知，只是在向心加速度比较小时，曲线才比较相似，这是由于 $\delta_L - \delta_{L0}$ 随 v^2/ρ 线性增加。

当侧向加速度较高，因而侧向力较大时（有时还作用于切向力），按图 131.1(a)有 $\tilde{c}_{\alpha_i} < c_{\alpha_i}$；按图 131.1(b)，$\tilde{n}_R > 0$。那么，在图 132.1 中曲线是缓慢增加（即图中所示的）还是急剧增加，就取决于式(132.2)中括号内的数值，即 $\tilde{c}_{\alpha_H}$ 是否能比较快地小于 $\tilde{c}'_{\alpha_V}$。[98]

---

[98] Diskussion der einzelnen Fälle in Pacejka, H. B.: Simplified Analysis of Steady-state Turning Behavior of Motor Vehicles, Vehicle System Dynamics 2 (1973), S. 161-204.

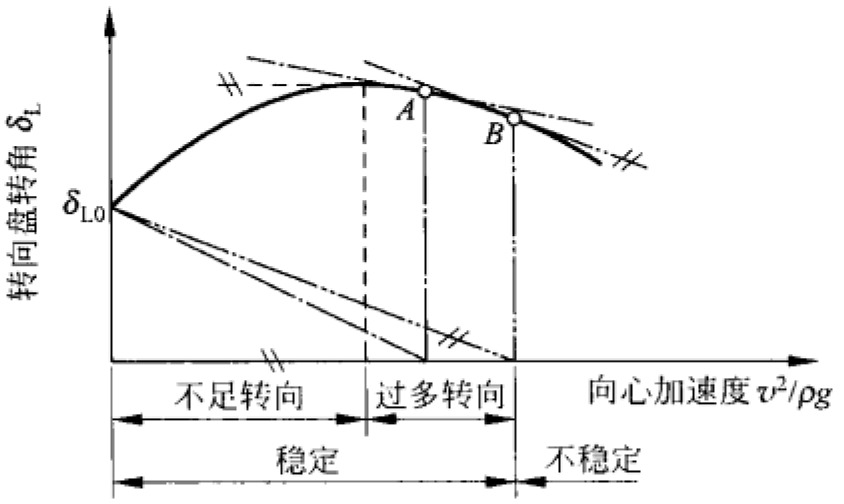


图 132.1 考虑到轮胎非线性特性的转向角随向心加速度变化关系，稳定性极限与过多/不足转向分界限

如果曲线 $\delta_L-\delta_{L0}=f(v^2/\rho)$ 有一水平切线（如图 110.1 所示），那么按定义，它正好处于不足转向和过多转向的分界状态。

133 稳定性

如果我们在式(112.1)、式(112.2)中用相对于静态的变化 $\Delta\dot{\beta}$、$\Delta\beta$、$\Delta\dot{\psi}$、$\Delta\ddot{\psi}$，来取代 $\dot{\beta}$、β、$\dot{\psi}$、$\ddot{\psi}$；用式(131.3)决定的 $\tilde{c}'_{\alpha V}$、$\tilde{c}_{\alpha H}$ 代替 $c'_{\alpha V}$、$c_{\alpha H}$，则可得到线性化的情况对应的齐次方程：

$$mv\Delta\dot{\beta}+(\tilde{c}'_{\alpha V}+\tilde{c}_{\alpha H})\Delta\beta+[mv^2-(\tilde{c}_{\alpha H}l_H-\tilde{c}'_{\alpha V}l_V)]\frac{\Delta\dot{\psi}}{v}=0 \tag{133.1}$$

$$J_z\Delta\ddot{\psi}+(\tilde{c}'_{\alpha V}l_V^2+\tilde{c}_{\alpha H}l_H^2)\frac{\Delta\dot{\psi}}{v}-(\tilde{c}_{\alpha H}l_H-\tilde{c}'_{\alpha V}l_V)\Delta\beta=0 \tag{133.2}$$

在忽略侧风影响的情况下，如果类似于式(112.6)，有

$$\tilde{\nu}_f^2=\frac{\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l^2+mv^2(\tilde{c}_{\alpha H}l_H-\tilde{c}'_{\alpha V}l_V)}{J_zmv^2}>0 \tag{133.3}$$

则车辆是稳定的。令 $\tilde{\nu}_f^2=0$，即得到稳定性极限

$$\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l^2=-m(\tilde{c}_{\alpha H}l_H-\tilde{c}'_{\alpha V}l_V)v^2$$

或

$$\frac{1}{v^2}=-\frac{m}{\tilde{c}'_{\alpha V}\tilde{c}_{\alpha H}l}(\tilde{c}_{\alpha H}l_H-\tilde{c}'_{\alpha V}l_V)$$

由式(132.2)得到

$$\frac{1}{v^2}=-\frac{1}{i_L}\frac{\partial(\delta_L-\delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)}$$

以及

$$\frac{i_L l/\rho}{v^2/\rho}=-\frac{\partial(\delta_L-\delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} \tag{133.4}$$

因为按照式(109.6)，$i_L l/\rho$ 等于车速为零时的转向盘输入 $\delta_L(v=0)=\delta_{L0}$，所以由式(133.4)得到：

$$\frac{\delta_{L0}}{v^2/\rho}=-\frac{\partial(\delta_L-\delta_{L0})}{\partial(v^2/\rho)} \tag{133.5}$$

如果曲线斜率是负的，车辆就是过多转向，也就是达到了稳定性极限，即非稳定状态的开始。这里根据式(133.5)，当达到稳定性极限对应的向心加速度时，斜率 $|\delta_{L0}/(v^2/\rho)|$ 和 $|\partial(\delta_L-\delta_{L0})/\partial(v^2/$

ρ)|两者相等。我们可以在图 132.1 上试看得到，比如：对点 A——点画线表示——两者不同；而对点 B——双点画线表示——两者相等。

因此，稳定性极限对应的向心加速度要高于过多/不足转向分界限对应的加速度。当 δ_{L0} 较小时，即弯道半径很大时，斜率 $\delta_{L0}/(v^2/\rho)$（下方两条点画线所表示的）比较小，极限时为零，所以稳定性极限与不足/过多转向分界限相重合。为安全起见，我们也可以把不足转向向过多转向的转变视为稳定性极限。

134 各种驱动方式车辆的稳定性极限

除了在第 XX.1 章中探讨过的附着工况极限和功率极限外，在第 133 节中又提出了稳定性极限。在弯道半径很大时，这也就是不足与过多转向的分界限。

这一节里要把干路面上行驶的各种驱动方式车辆的附着工况极限与稳定性极限进行比较。我们把图 127.3 的附着工况极限值与稳定性极限值一并画在图 134.1 上。可见，全轮驱动、后轮驱动以及火箭式驱动车辆的稳定性极限明显低于附着工况极限。这里的稳定性极限是针对一般驾驶员决定的，赛车驾驶员可以稳定地操纵非稳定车辆。前轮驱动的车辆，两种极限差别很小。

图 134.1 中的数值和各种驱动方式的排列次序不能推广和引申。采用较小的转向系统刚度 C_L，较大的主销前指 n_K，改变质心位置，变化全轮驱动时的力矩分配，以及正确地设计悬架（见第 XXI 章）都可以提高不足/过多转向分界限对应的侧向加速度，甚至避免出现非稳定工况。

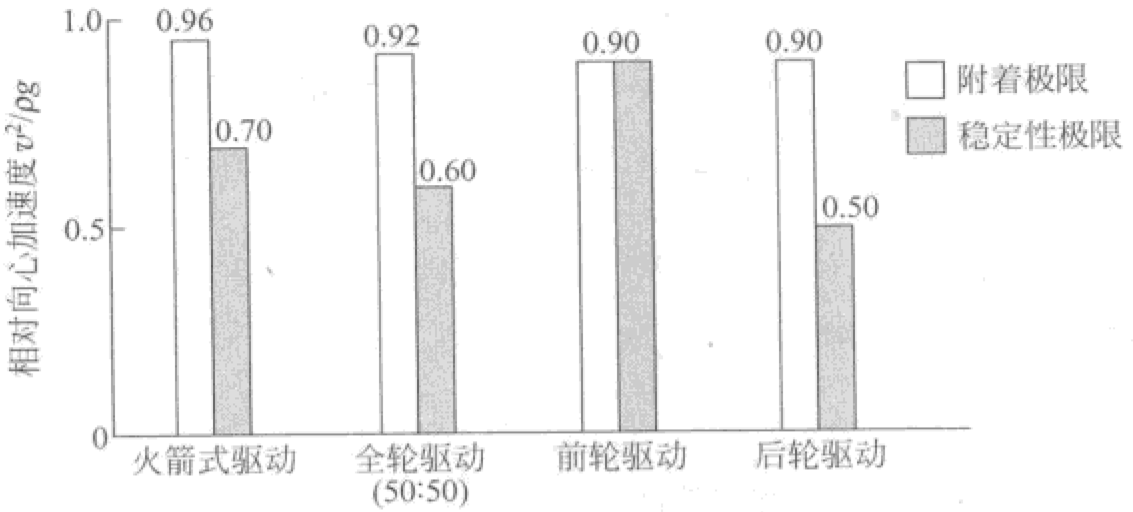


图 134.1 附着极限与稳定性极限的比较

（数据取自图 127.8，$n_K=25$ mm，$C_L=15$ kN·m/rad）

XX.3 瞬态行驶，转向盘转角斜坡输入

在研究了匀速 v，定半径 ρ 的静态圆周行驶（第 XX.1 章）之后，现在来分析瞬态行驶。在 113.3 节中虽然已经详细讨论过了转向盘转角斜坡输入；但在这里针对的是轮胎的非线性特性，因而是在向心加速度较高的范围内进行讨论。

除了图 113.6(a)和 135.2(a)所示的转向盘转角斜坡输入作为对车辆的输入函数外，还要确定第二个参数，即表征车速特性的参数。可用图 135.1 来说明基本原理。在转向盘转角输入之前，车辆处于（比如）直线行驶状态，要克服滚动和空气阻力 F_R+F_{Lr}，为此油门开度为 10°，发动机力矩才能够用。转向盘转角输入后，车辆进入

圆周行驶，增加了曲线行驶阻力 F_K，如果油门开度，即加速踏板位置不变，那么发动机力矩要提高，车轮上切向力要增加 ΔF_{x1}，则车速就要降低 Δv_1。车速越高，差别越大。

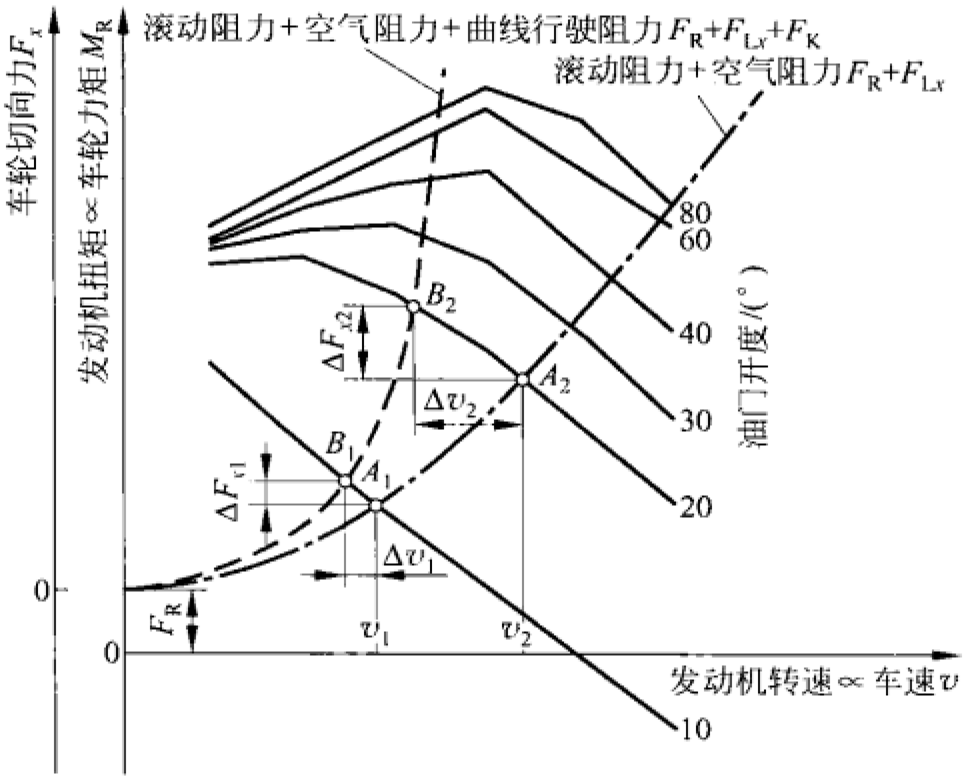


图 135.1 发动机特性和阻力特性：在油门开度不变时，切向力增加 ΔF_x，车速则降低 Δv

为了与发动机特性无关，下面讨论两种特殊情况：

a) **匀速行驶**。以不变车速进入圆周行驶时，切向力中将要增加弯道阻力。也就是说驾驶员必须加大油门开度。这种情况并不切合实际，但是为了便于用 127.2 节中的圆周行驶（$v^2/\rho=\mathrm{const}$，即 $\rho=\mathrm{const}$ 和 $v=\mathrm{const}$）的结果来解释这里的结果起见，还是采取了这种假定（这一工况对于车速 $v=\mathrm{const}$ 的车辆是可以被推荐的）。从图 135.1 可见，这时切向力增加的幅度明显地大于油门开度不变的情况。

b) **切向力不变**（车辆带有力矩控制器，$M_R=\mathrm{const}$）。根据图 135.1，驾驶员必须放松加速踏板，这时车速的降低要比油门开度不变时大些。

135 在干路面上匀速行驶

本节将研究上述的情况 a)，对前轮驱动和后轮驱动的两部车辆在干路面上行驶的情况进行比较。轮胎特性根据图 11.3，结果如图 135.2 所示。

先讨论在转向盘转角输入坡度和最终转角相同的情况下（$\dot{\delta}_L=200°/s$，$\delta_L=40°$），两种驱动方式在车速为 20 m/s 和 30 m/s 时的操稳性。前轮驱动时（曲线力(b)到(g)），两种车速下都是稳定的。在时域特性上总是达到渐近值。在最终转角 δ_L 不变的情况下，曲率 $1/\rho$ 将随车速增加而减小（图中曲线(d)），即车辆将在较大半径 ρ 的圆周上行驶，显示出不足转向特性。$v=30$ m/s 时，向心加速度可达到约 0.8g。曲线图(b)到(g)还显示出，前轮驱动时，总是以衰减振动的方式达到渐近值，而且振幅随

车速 v 增加而增大(相当于在线性理论中，图 112.2(b)的相对阻尼系数 D_f 变小)。时间较短时，前轮侧偏角 α_V 明显地大于后轮 α_H，因为突然增加的转向盘转角首先使侧向力加在前轮上。时间较长时，也总是 $\alpha_V > \alpha_H$，因为前轮上还作用有切向力。

后轮驱动时(图 135.2(h)到(n))，$v=30$ m/s 时，车辆是不稳定的，后轮侧偏角 α_H 达到了图 11.3(a)给定的极限值 12°。曲线图(h)的横摆角速度特性对我们很有启发：在约 0.5s 之前，横摆角速度增加很快，与前轮驱动和线性系统相似。0.5～1.0 s 内增加较少。此后车辆绕铅垂轴又加速旋转。对许多驾驶员来说，这种情况下车辆肯定会失控侧滑。这时曲率增加，半径减小(过多转向)。向心加速度也增长。与前轮驱动不同的是，在后轮驱动时无论是稳定还是非稳定工况都不出现振动，按第 XX.2 章和 113 节，这时的特性方程解为实数，即运动仅由 e 函数合成。

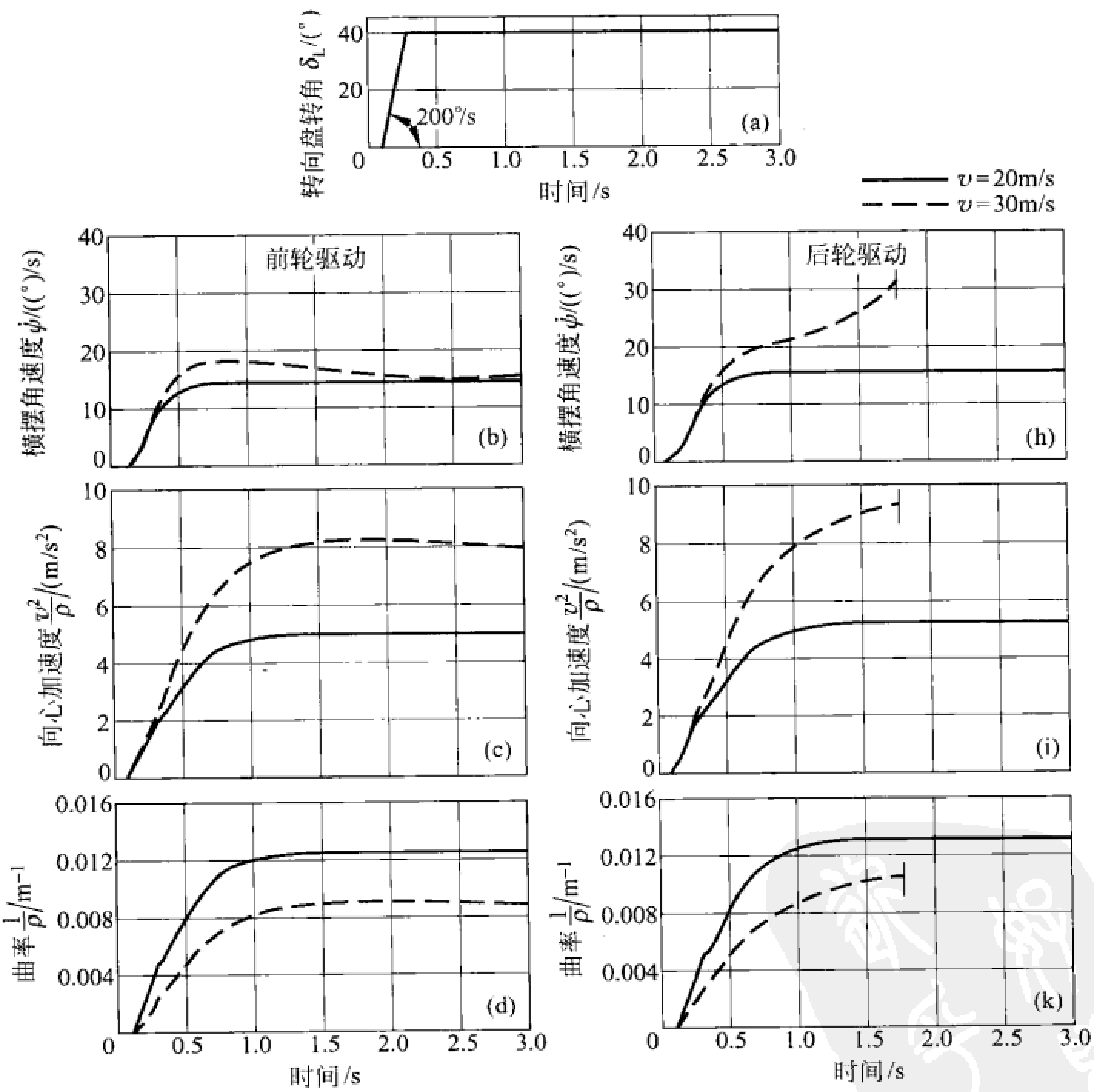


图 135.2　在干路面上匀速行驶，转向盘转角斜坡输入时，前轮驱动与后轮驱动的比较

车辆数据：$m=1200$ kg，$l_V/l=0.5$，质心高度$=0$，$l=2.5$ m，$n_K=25$ mm，$C_L=15$ kN·m/rad，$i_L=19$，$J_z=mi^2=1587$ kg·m^2($i/l=0.46$)。轮胎特性见图 11.3

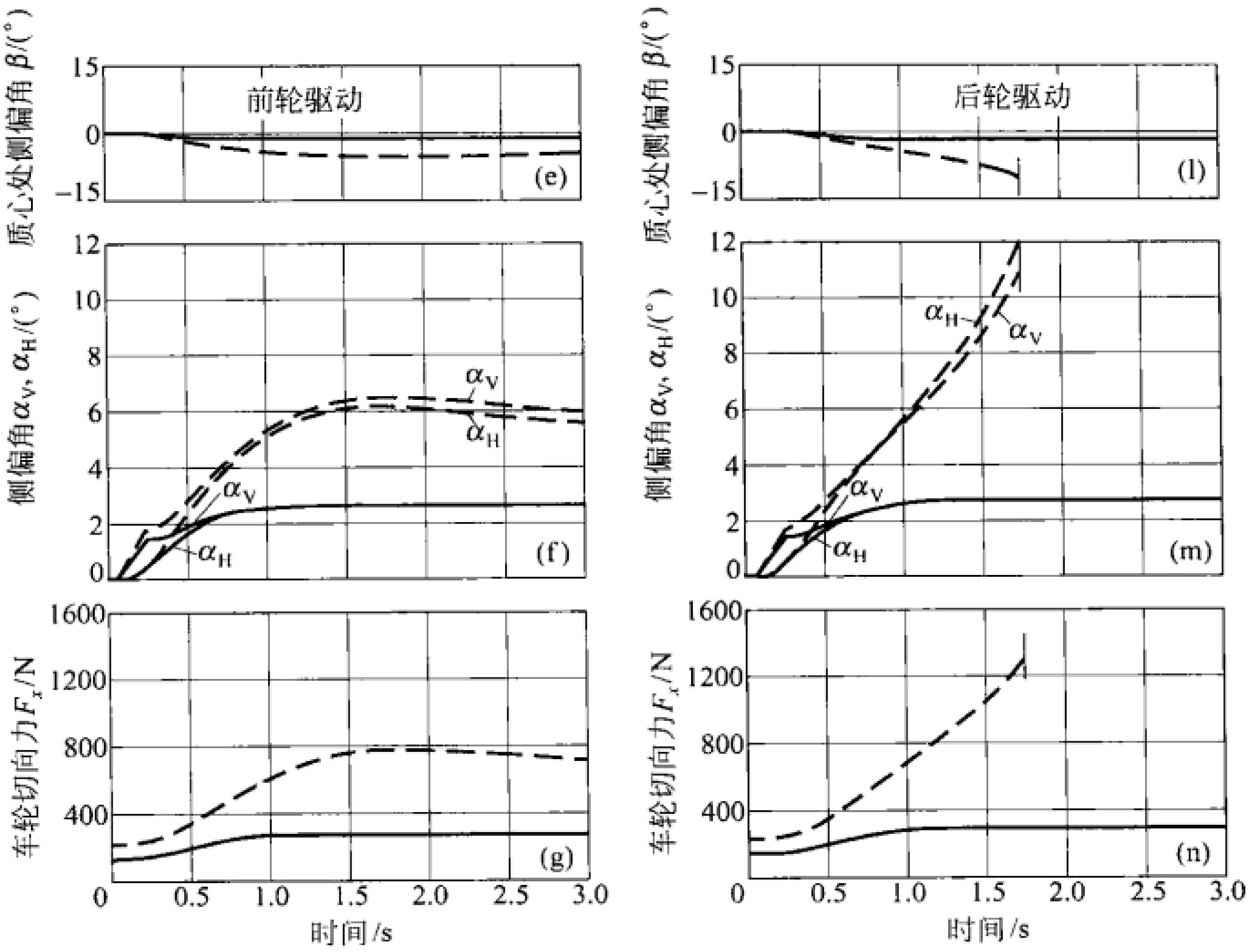


图 135.2（续）

如果要使前轮驱动的车辆也接近和超过附着工况极限，在 $v=30$ m/s 时把转向盘转角输入由 40°增大到 70°(图 135.3)。从曲线图(e)可见，当 $\delta_L=70°$时，车轮侧偏角随时间增加很快，而且前轮侧偏角 α_V 总是大些。在 $t\approx 1.3$s 时达到极限值 12°，即前轮很快滑向侧边。后轮驱动时，如前所述是后轮侧滑，但在 1.7 s 后才侧滑(参看图 135.2(m))，注意那时 $\delta_L=40°$。

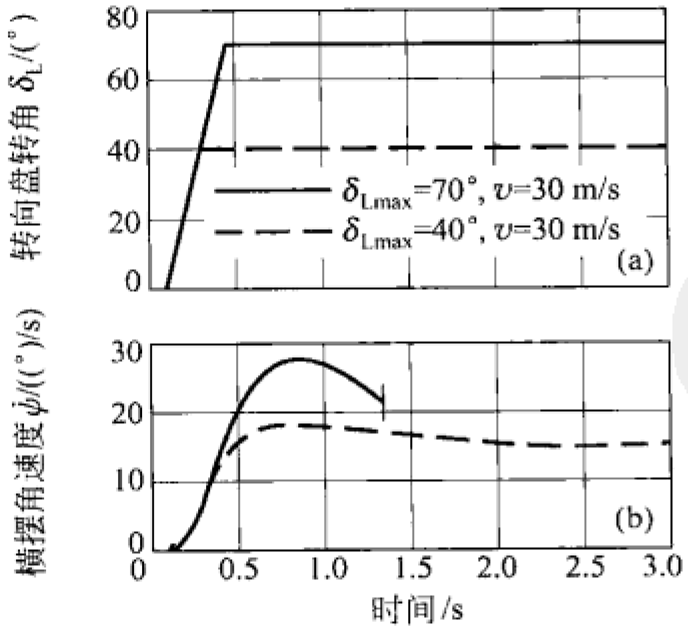


图 135.3 和图 135.2(a)～(g)相比较，前轮驱动，$v=30$ m/s 时转向盘转角斜坡输入终止角加大，使前轮达到侧滑

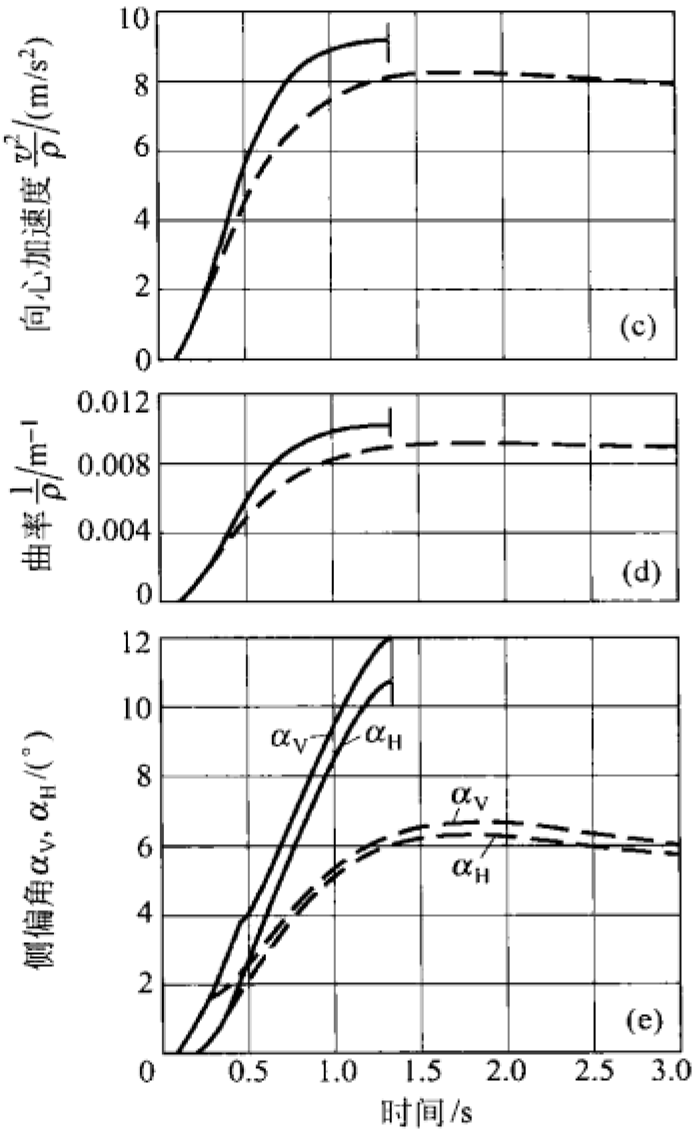


图 135.3（续）

136 在干路面上切向力保持不变行驶

下面将要讨论第 XX.3 章开始时提到的情况 b)，行驶时切向力保持不变，与情况 a)的匀速行驶作一对比。

后轮驱动车辆(图 136.1(i)～(q))在两种情况下都是不稳定的；与匀速、切向力有所上升的情况相比，切向力不变，因而车速有所下降的情况下后轮侧偏角达到 12°的时间较迟，所以驾驶员有较长时间来调整。而在前轮驱动(曲线图(h))时差别非常小。

如果我们把前轮驱动和后轮驱动时的转向盘最大输入 δ_{Lmax} 在图(a)和图(i)的基础上减小，那么就会出现下面情况：后轮驱动车辆在匀速不稳定，即后轮侧滑；而在切向力不变的情况下车辆正好还是稳定的。前轮驱动车辆的前轮在切向力不变时侧滑，尽管按定义仍然是稳定的，但已没有转向能力。而在匀速工况下前轮还不侧滑。

所以，两种驱动方式在接近极限加速度时，对驾驶员提出了不同的操作要求：后轮驱动时，驾驶员不应再给油；而在前轮驱动情况下，与此相反，保持加速踏板位置不动，谨慎地给油是值得推荐的。

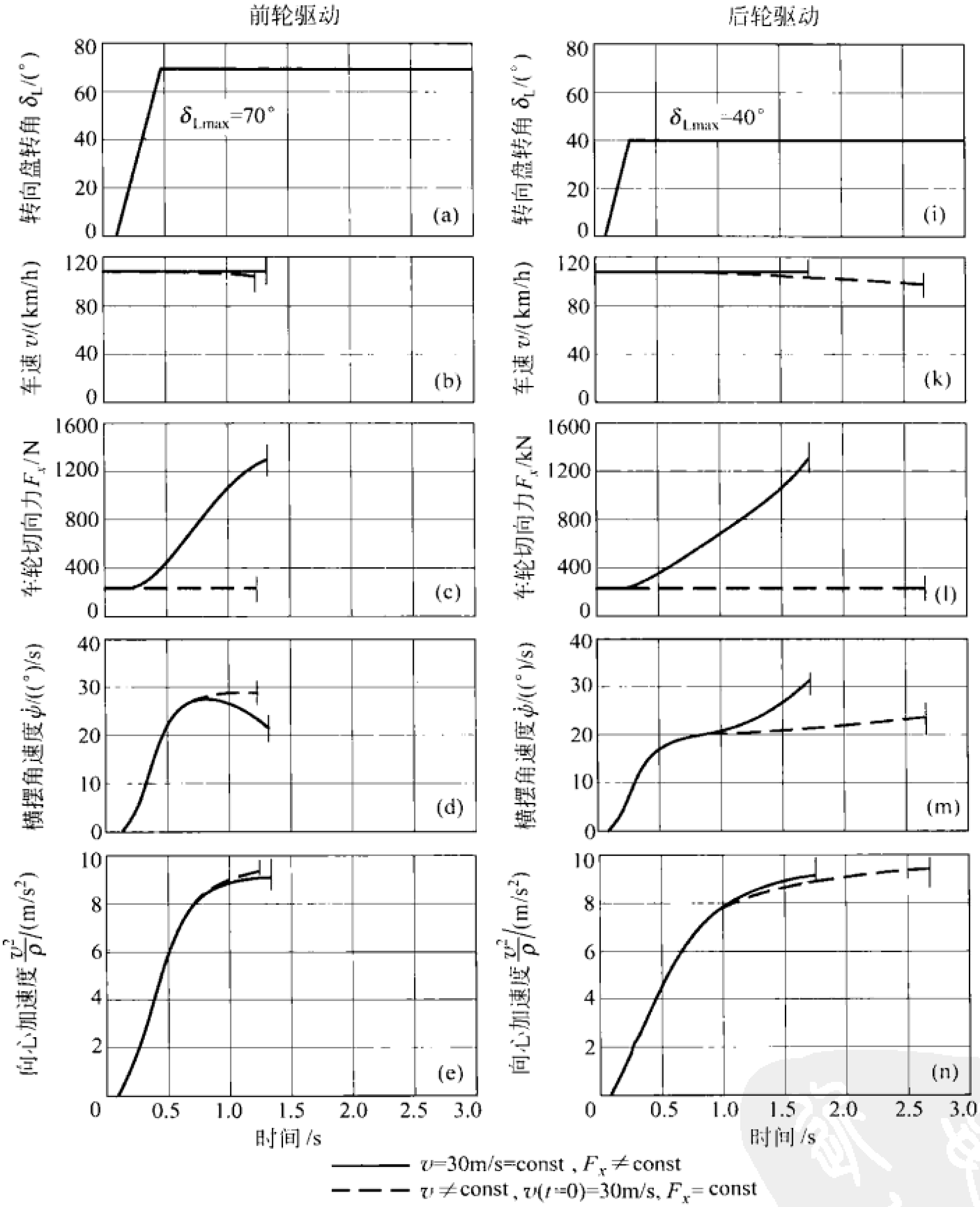


图 136.1 干路面上前轮驱动和后轮驱动两种方式分别在 $v=$ const，$F_x \neq$ const 与 $F_x=$ const，$v \neq$ const 时的比较

（车辆参数见图 135.2）

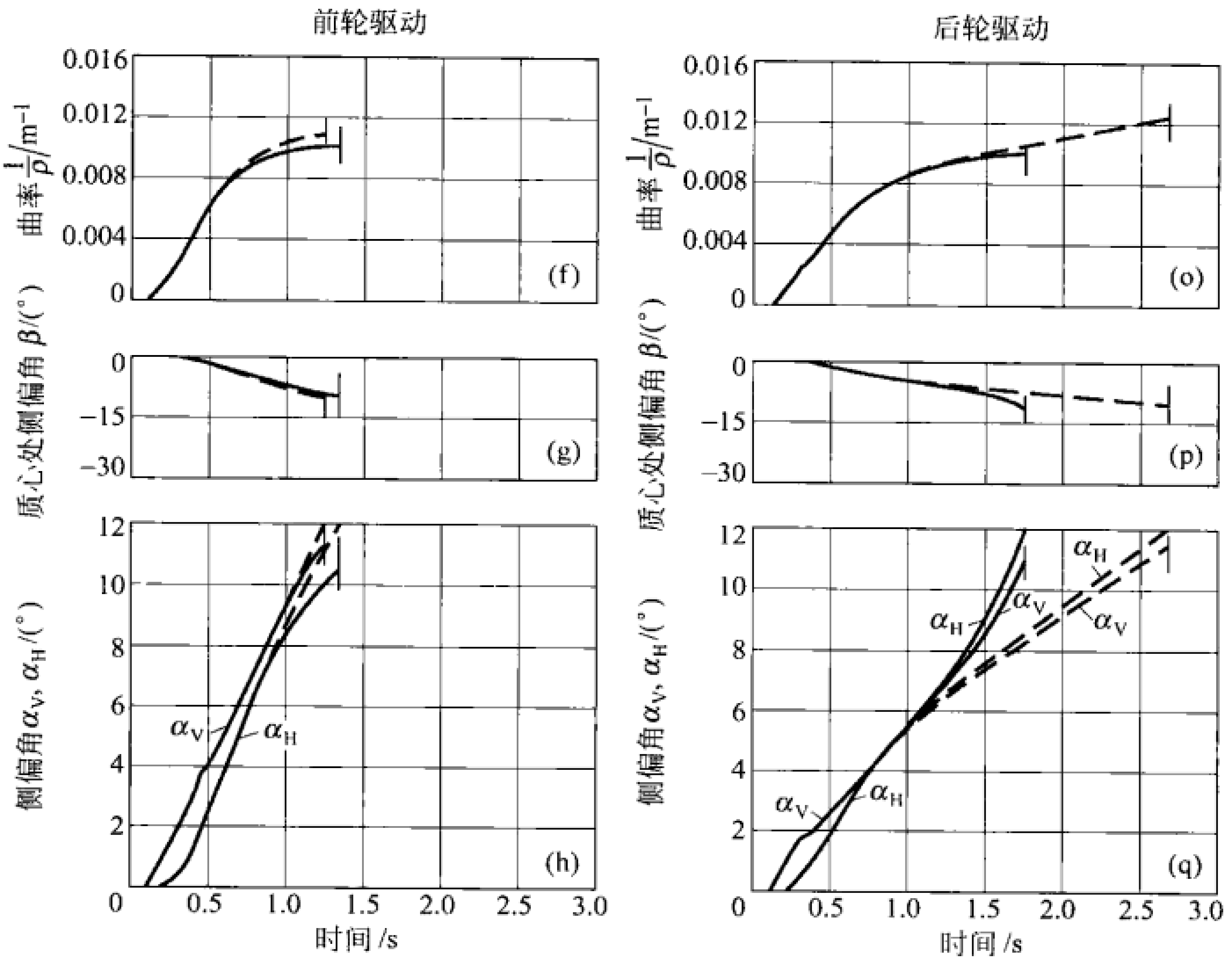


图 136.1（续）

137 结冰路面上的行驶

在图 137.1 上又在转向盘转角-时间函数相同的情况下对前轮驱动和后轮驱动两种方式进行比较。因为是在结冰路面上小心驾驶，所以转向盘转角输入的斜率定为 50°/s。在结冰路面上情况 a)(v=const)与情况 b)(F_x=const)之间的差别极小，因为这时所能达到的极限加速度低得多，弯道行驶阻力所需的附加切向力是很小的。所以我们只讨论情况 b)。从曲线图(c)和图(k)上看到 F_x=const；而在图(b)和(i)上看到车速 v=const。

两种驱动方式在开始时没有大的区别。直到 $t\approx3.5$ s 时，即驶过约 47 m 后，后轮驱动车辆不稳定，后轮达到对此计算确定的车轮最大侧偏角 $\alpha_H=6°$。这主要是由于对这一车速而言，转向盘转角输入太大。

前轮驱动达不到极限加速度，因为这里选定的转向盘转角输入太小。只是在干路面上前轮驱动车辆典型的振动（比如图 135.2(b)所示的质心处侧偏角速度特性）这里看不到了。

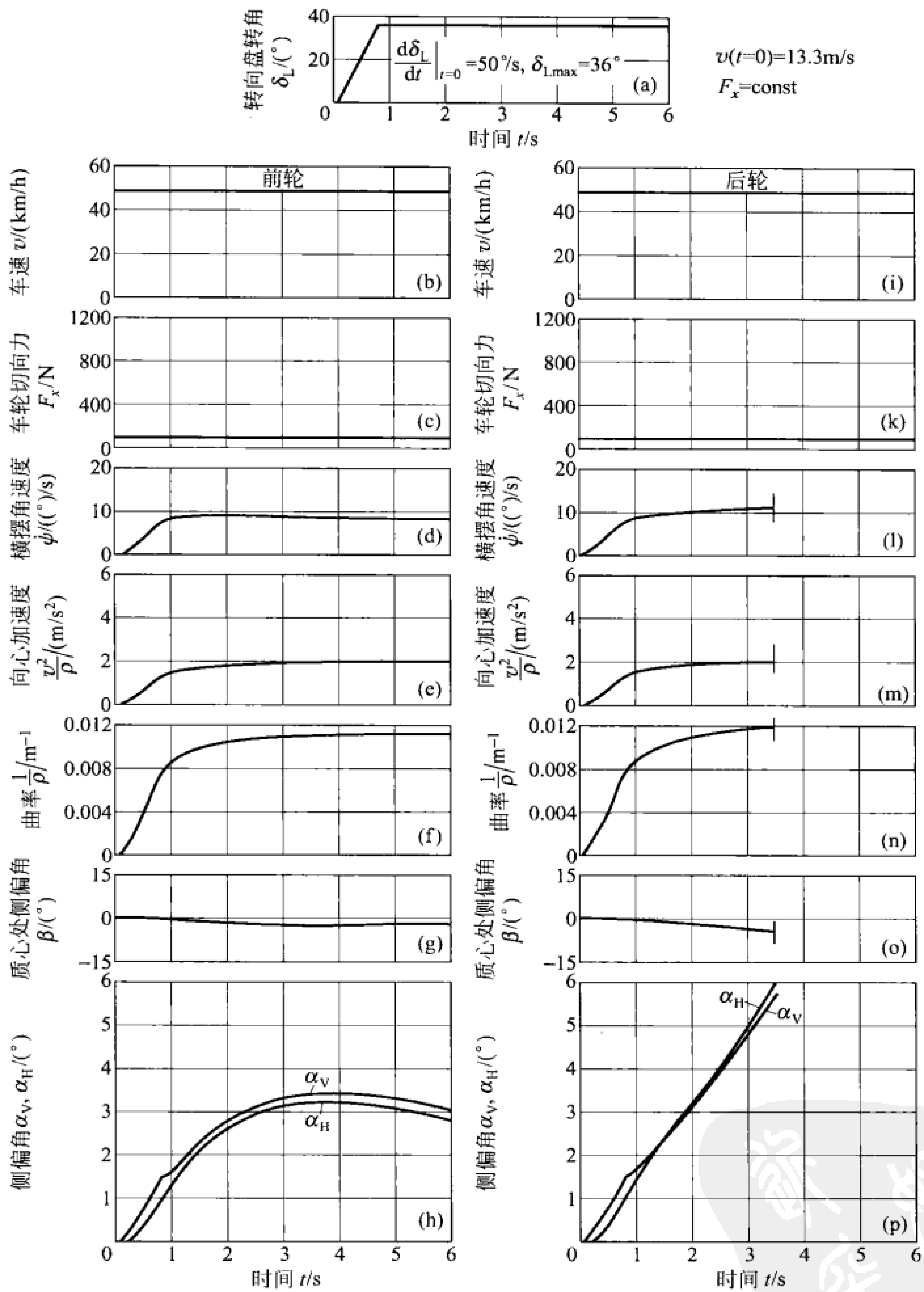


图 137.1 结冰路面上，转向盘转角斜坡输入时，前轮驱动与后轮驱动的比较

F_x=const，$v \neq$const（车辆数据参看图 135.2，轮胎数据按图 128.1）

138 第 XX 章总结

在第 XVIII 章里讨论过单轨模型(质心在路面上，或者说曲线行驶时里外侧车轮没有轮荷变化)，轮胎特性是线性的，即比如侧向力与车轮侧偏角成正比。所以得到的结果适用于干路面上向心加速度 0.3g 到 0.4g 的情况。在第 XX 章里作为向双轨模型的过渡，虽然轮荷变化仍被忽略，但已考虑了非线性轮胎模型。这样就有可能分析趋于附着工况极限以及功率决定的极限的行驶工况。与前面相比，有下列变化：

- 加入了弯道行驶阻力，它至少与向心加速度 v^2/ρ 的平方，或与车速 v 的 4 次方有关。
- 由于总的行驶阻力增加，在较大的侧向加速度时驱动轮上的切向力大大增加了。
- 在侧向力不变时，由于切向力的缘故，车轮侧偏角加大，所以前轮驱动、后轮驱动和全轮驱动之间必须加以区分。
- 在趋近附着工况极限时，前轮驱动的不足转向梯度加剧，而后轮驱动则降低，转变为过多转向。这只适用于均匀的路面(指前后轮的附着工况相同)，比如在干路面上或结冰路面上行驶的情况。
- 在湿路面上，由于前轮排开了水层而使后轮受益，使得后轮驱动的车辆直到曲线极限加速度时还是不足转向的。
- 由于轮胎回正力矩-车轮侧偏角特性的非线性，驾驶员在转向盘上施加的力矩从极限加速度对应的数值起又开始降低。而这一数值又受到主销前指大小的影响。
- 由于弯道行驶阻力提高了总的行驶阻力，在驱动功率不足时，曲线车速受到限制(即不只受附着工况的限制)。
- 瞬态过程(转向盘转角坡度输入)计算说明，前轮驱动时前轮侧滑，而后轮驱动时后轮侧滑。另外分别在车速不变以及切向力不变的行驶工况下，各种驱动方式也有区别。

此外，在第 XX.2 章中，通过引入了准线性化处理

- 把稳定性概念扩展到非线性领域。
- 把第 XVIII 章的结果加以扩宽。

PDG

XXI 双轨模型，四轮车辆

在第 XVIII 章里，车辆质心设在路面上，轮胎特性是线性的。第 XX 章里，质心高度同样是零，但轮胎特性，根据实际情况已是非线性化了。从现在起，我们还要把质心提高到正确高度，因而可以研究完整的车辆。

与前面相比，系统必须扩展：

—同一车轴上的内外车轮载荷有变化，因而侧向力也不同。

—弯道行驶时出现车身侧倾。

同时，通过悬架运动学分析，出现了二次附加效应，像：

—车轮外侧及其变化。

—不是由驾驶员操纵引起的附加的车轮转向(固有转向，前束变化等)。

从原理上讲，在悬架的杆系采用弹性支撑时，也会出现同样的附加效应，所以我们把上述两种效应汇总为运动学-弹性运动学效应。

在第 XXI 章中，还要讨论前面没有涉及的一些结构元件，像侧倾弹簧、侧倾阻尼、稳定装置的作用以及悬架运动学和悬架弹性等的作用。另外，还要讨论像转向、全轮转向以及车辆行驶动力学控制系统(ESP)等问题。

和其他各章一样，我们的目的不是单单显示结果，而是要解释：说明其过程和原因。为了能全面认识和理解各个影响参数，我们还是先讨论静态圆周行驶，再讨论瞬态行驶。

XXI.1 匀速圆周行驶

下面几节探讨轮荷变化的作用，再分析车身侧倾的大小和悬架的影响。

139 轮荷变化，质心高度和轮距的影响

如果车辆总的质心 SP 距路面高为 h，就形成了离心力 $mv^2/\rho=Gv^2/\rho g$ 和各轮上的反力，车轴的侧向力 $F_{yV}+F_{yH}$ 由图 139.1，绕纵轴的力矩大小为：

$$M = G\frac{v^2}{\rho g}h = (F_{yV} + F_{yH})h \qquad (139.1)$$

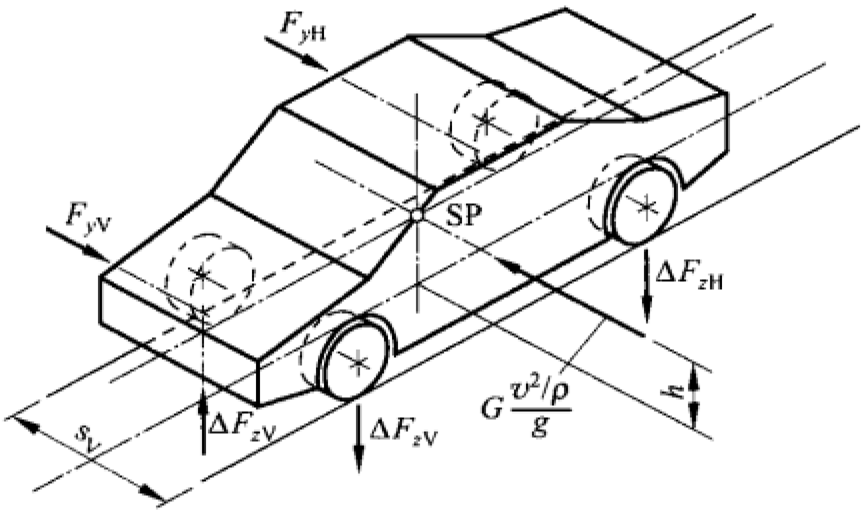


图 139.1　作为离心力 $Gv^2/\rho g$ 反力的前后车轴侧向力 F_y 以及前后轮荷变化 ΔF_z

这一力矩引起轴上垂直载荷的变化，弯道外侧轮荷将增加 ΔF_{zV}，内侧轮荷将减小 ΔF_{zV}；后轴也有相应变化。反力矩为：

$$M = \Delta F_{zV} s_V + \Delta F_{zH} s_H \tag{139.2}$$

式中，s_V，s_H 分别为前后轴的轮距。根据绕纵轴力矩平衡，从上述二式得到：

$$\Delta F_{zV} s_V + \Delta F_{zH} s_H = G\frac{v^2}{\rho g}h \tag{139.3}$$

在三轮车辆上确定轮荷变化最为简单。如图 139.2，离心力引起的力矩只能由两轮的车轴来承受，所以轮荷变化可以简单写为：

$$\Delta F_z = \frac{h}{s}Gv^2/\rho g \tag{139.4}$$

对于最有普遍意义的四轮车辆来讲，就不能如此简单地加以确定。这里必须先把离心力的力矩在前后车轴上分配。这是一个静不定问题，因为从式(139.3)中只给出两个未知的轮荷变化 ΔF_{zV} 和 ΔF_{zH}。我们必须设法通过变形的考虑，即弹性特性，在静不定系统中再补充方程。这里要考虑通过弹簧支撑在车轮上的车身的侧倾。

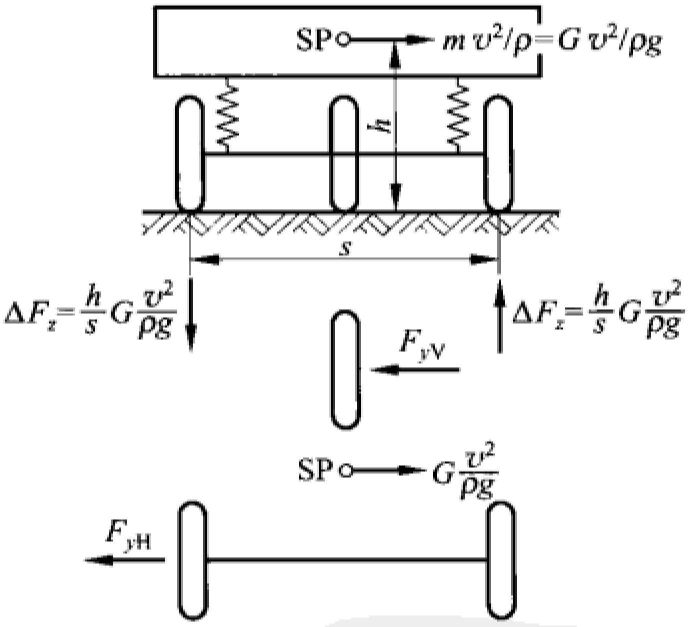


图 139.2　作为离心力 $Gv^2/\rho g$ 反力的三轮车辆上侧向力 F_y 以及轮荷变化 ΔF_z

这一点要到第 142 节才能涉及，所以我们先假设 ΔF_{zV} 和 ΔF_{zH} 已知，这样可以从静态轴荷 F_{zVstat} 和 F_{zHstat} 出发，并把式(127.7)代入，得到各轮的垂直载荷：

$$\begin{aligned} F_{zVa} &= \frac{1}{2}F_{zVstat} + \Delta F_{zV} = \frac{1}{2}G\frac{l_H}{l} + \Delta F_{zV} \\ F_{zVi} &= \frac{1}{2}F_{zVstat} - \Delta F_{zV} = \frac{1}{2}G\frac{l_H}{l} - \Delta F_{zV} \\ F_{zH^a_i} &= \frac{1}{2}F_{zHstat} \pm \Delta F_{zH} = \frac{1}{2}G\frac{l_V}{l} \pm \Delta F_{zH} \end{aligned} \tag{139.5}$$

从式(142.5)和式(142.6)可知，ΔF_{zV}和 ΔF_{zH}是向心加速度 v^2/ρ 的函数(附加的下标 a 和 i 分别表示弯道外侧和内侧车轮)。

如果忽略侧风，那么式(127.5b)和式(127.6b)仍然有效。车轴侧向力为内外侧车轮侧向力之和：

$$\begin{aligned} F_{yV} &= F_{yVa} + F_{yVi} = G\frac{l_H}{l}\frac{v^2}{\rho g} \\ F_{yH} &= F_{yHa} + F_{yHi} = G\frac{l_V}{l}\frac{v^2}{\rho g} \end{aligned} \tag{139.6}$$

车轮侧向力 $F_{yVa}, F_{yVi}, \cdots$是各轮侧偏角 $\alpha_{Va}, \alpha_{Vi}, \cdots$的已知函数。假定弯道半径 ρ 对于轮距 s_V和 s_H 来讲足够大，就可认为车轴上内外侧车轮的侧偏角实际上相等：

$$\alpha_{Vi} = \alpha_{Va}; \quad \alpha_{Hi} = \alpha_{Ha} \tag{139.7}$$

139.1 一个车轴上的侧向力和轮荷

在整车进行讨论之前，首先讨论将上述方程应用到一个车轴上的情况(在目前情况下前、后轴是一致的，所以在下面的讨论中对于角标中的 V 和 H 不再标注)。

在讨论过程中采用如下数据：

$$F_{za} = 3000 + 2850\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}]; \quad F_{zi} = 3000 - 2850\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}];$$

$$F_{ya} + F_{yi} = 6000\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}];$$

这里还是先不考虑切向力对轮胎特性的影响(即火箭式驱动)。

只有在同一车轴内外侧车轮的侧偏角相等，即可以采用近似式(139.7)的情况下，才能通过凑试确定侧向力在内外侧车轮上的分配。例如在 $v^2/\rho g = 0.4$ 时，有 $F_{za} = 4140$ N 和 $F_{zi} = 1860$ N，侧向力之和 $F_{ya} + F_{yi} = 2400$ N。先估计 $\alpha_a = \alpha_i = 2°$，则由图 139.3(a)得到 $F_{yi} = 933$ N 和 $F_{ya} = 1233$ N，其和为 2166 N，也就是小了 234 N。所以车轮侧偏角必须大于 2°。通过进一步凑试，可确定出正确的角度，这里为 2.4°。接着可以用同样方式来确定 $v^2/\rho g$ 其他数值对应的车轮侧向力。

这样，在侧向力-轮荷特性图上形成了两条曲线，通过它们可以找到内外侧车轮的轮荷与侧向力的相互对应关系，参看图 139.3(a)。弯道内侧车轮上的侧向力 F_{yi} 先是随车轮侧偏角而增加(车轮侧偏角的增加超过了轮荷 F_{zi} 的下降)，达到最大值后，又随之下降(这里轮荷影响占优势)。当轮荷 $F_{zi} = 0$ 时侧向力 $F_{yi} = 0$。与内侧车轮情况不同的是，弯道外侧车轮的侧向力 F_{ya} 一直急剧增长。在 $v^2/\rho g$ 较大时，它承受了车轴侧向力的绝大部分。

在图 139.4 上画出了车轮侧偏角随相对向心加速度的变化关系。其中同时给出了取自图 127.1(a)的曲线，即没有考虑轮荷变化的。可见，在同样的向心加速度下，考虑轮荷变化时同一车轴的侧偏角要比不考虑时大。相应地，在考虑轮荷变化时滑移极限的渐近线将取较低的 $v^2/\rho g$ 值。

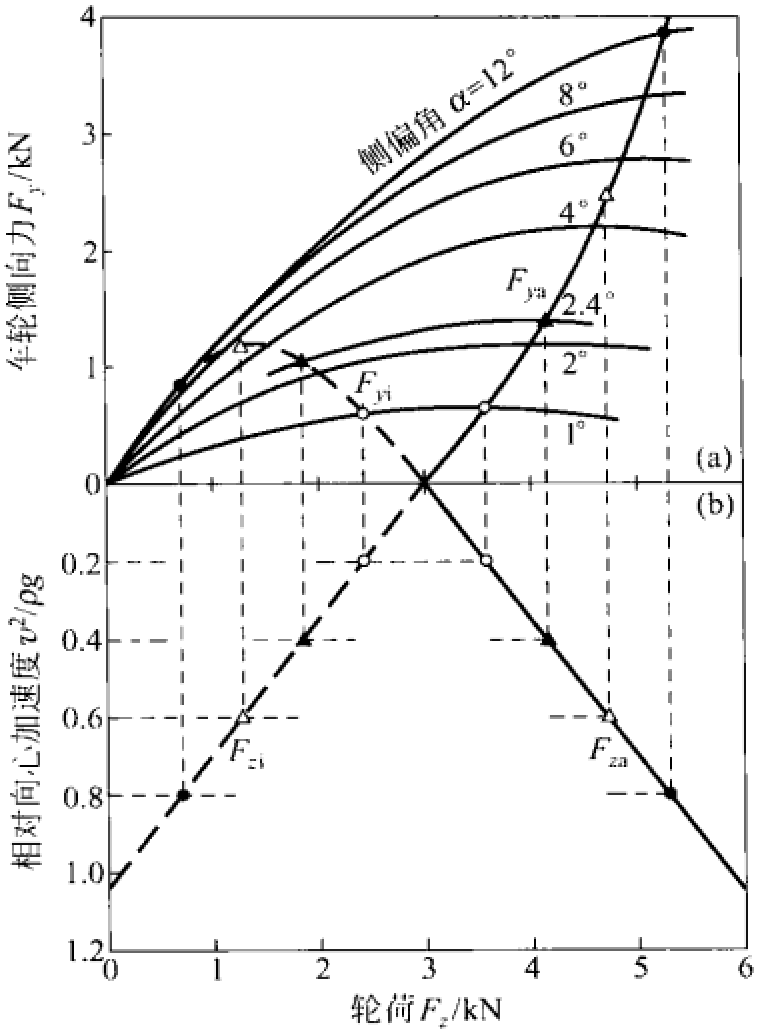


图 139.3 弯道内外侧车轮侧向力 F_{yi} 和 F_{ya} 的确定

(a) 以车轮侧偏角为参数变量的侧向力-轮荷特性图（Weber, R.: Der Kraftschluβ von Fahrzeugreifen und Gummiproben auf vereister Oberfläche. Diss., Karlsruhe 1970）（切向力＝0，火箭式驱动）；F_{yi} 和 F_{ya} 的确定参看文中所述；(b) 弯道内外侧车轮轮荷 F_{zi} 和 F_{za} 与相对向心加速度的关系

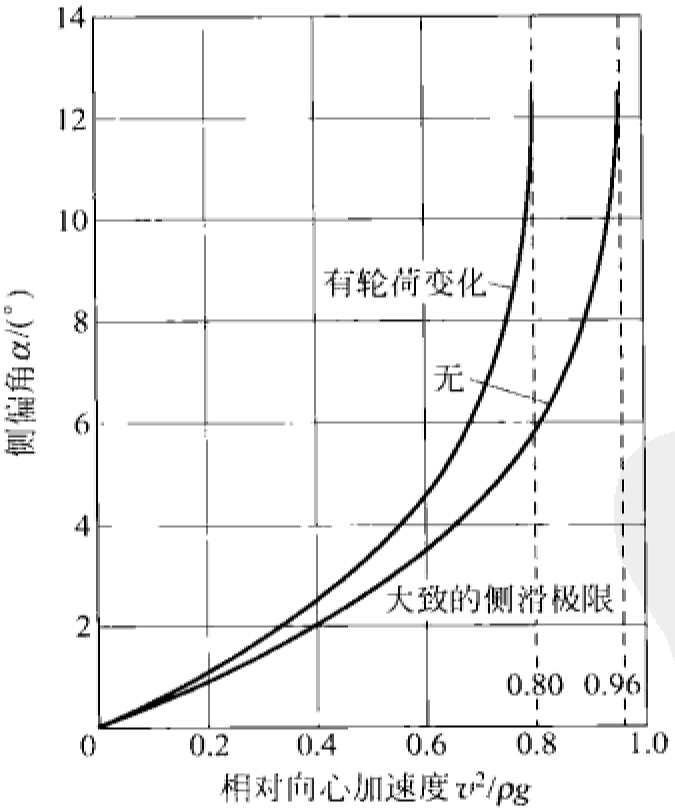


图 139.4 同一车轴上内外侧轮荷的变化对车轮侧偏角-相对向心加速度特性曲线的影响

无轮荷变化的曲线取自图 127.1(a)($l_{II}/l=0.5$)，考虑轮荷变化的取自图 139.3

139.2 在车辆上的应用

为了便于理解，假设质心中置($l_H/l = 0.5$；各车轮静载荷相等)，各车轮特性曲线一致，所有车轮的载荷变化相等。这样，对于前轮和后轮都可以运用图 139.3 和图 139.4 中的曲线。

139.2.1 最大的向心加速度

根据图 139.4，在考虑到轮荷变化，当 $v^2/\rho g = 0.80$ 时，所有车轮都滑出行驶轨迹曲线，如果不考虑到轮荷变化，则 $v^2/\rho g = 0.96$。这就意味着曲线极限车速比为 $\sqrt{0.80/0.96} = 0.9$。由此得到下列结果：

为了使车辆弯道行驶车速提高，必须使轮荷变化尽可能小。按式(139.3)就是要求相对于轮距 s_V 和 s_H，质心高度 h 要小。在赛车和运动汽车上是一直这么做的，其质心很低，轮距很宽。

在图 139.5 上是极限加速度随质心高度 h/轮距 s 变化的关系。目前我们只对上面的曲线感兴趣，其中离心力的力矩在前后轴上平均分配。可见，h/s 提高，附着极限下降。

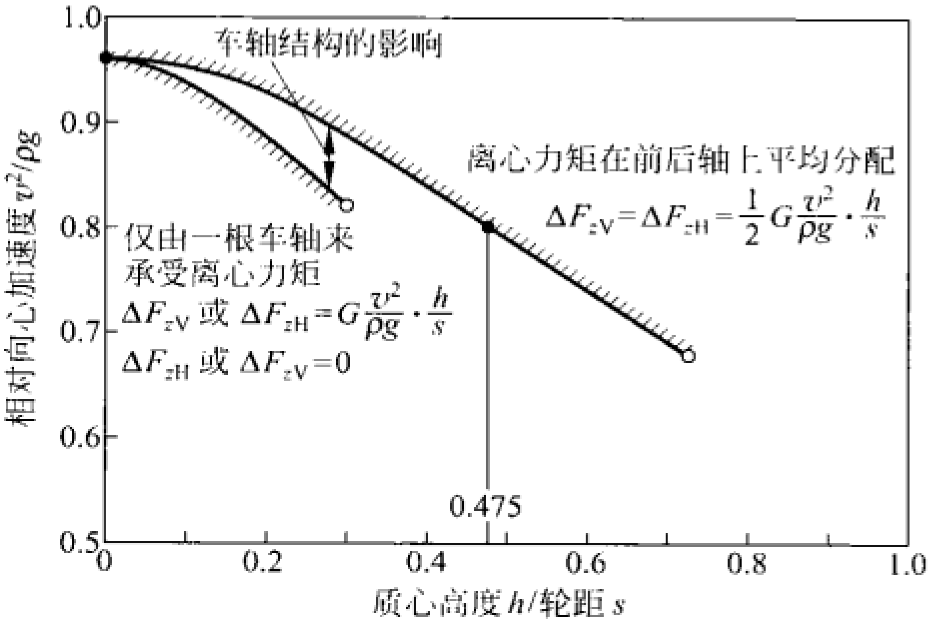


图 139.5 车轴结构对附着极限的影响，通过相对向心加速度随质心高度/轮距变化的关系来描述。$m = 1200$ kg，$l_V/l = 0.5$；○弯道内侧车轮轮荷为零；●取自图 139.4 的值图

139.2.2 不足/过多转向特性

对于质心中置，并满足上述附加条件的车辆，有 $\alpha_V = \alpha_H$，车辆的操控性不随曲线内、外侧车轮载荷的变化而变化。车辆之所以有不足转向特性，仅仅是由于转向系的弹性以及主销前指与轮胎拖迹之和产生的，见图 111.1(b)和(d)的左边一列。

139.2.3 质心处侧偏角，转向盘输入，转向盘力矩

按照式(127.4)，质心处侧偏角

$$\beta = \frac{l_H}{\rho} - \alpha_H$$

因为按图 139.4，考虑轮荷变化后，车轮侧偏角比不考虑时大，因而质心处侧偏角的变化也比不考虑时更剧烈(图 139.6(a))。由于我们期望得到较小的质心处侧偏角，从上述算式看就要求后轴车轮侧偏角小些，所以后轴上的轮荷变化要小些。

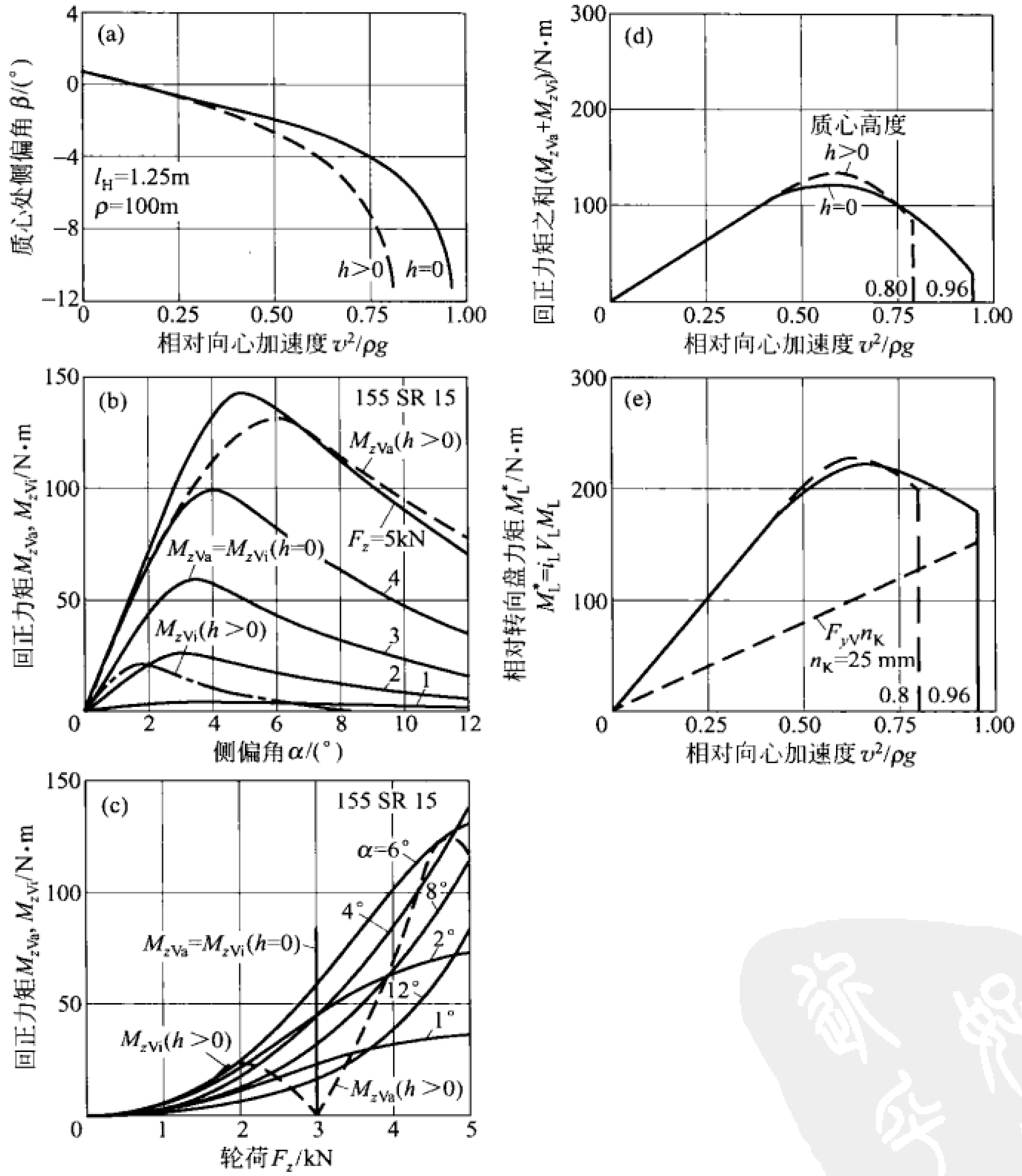


图 139.6 质心高度 $h>0$(即考虑内外侧车轮轮荷变化)与 $h=0$(无轮荷变化)时质心处侧偏角 β(a)以及转向盘力矩的 M_L^*(e)比较

相对转向盘转角输入 δ_L^* 由式(127.1)到式(127.3)得到：

$$\delta_L^* = \delta_V + \frac{M_L^*}{C_L} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{1}{C_L}(F_{yV}n_K + M_{zVa} + M_{zVi}) \quad (139.8)$$

式中总的轮胎回正力矩 M_{zV} 现在必须用弯道外侧车轮回正力矩 M_{zVa} 与内侧车轮回正力矩 M_{zVi} 之和来代替。由于假设质心中置，所以这一例中 $\alpha_V = \alpha_H$，这样一来我们只需考虑轮荷变化时后一项的影响就行了。

在图 139.6(b)和(c)中画出了作为轮荷与车轮侧偏角(实线所示)函数的弯道内侧车轮回正力矩 M_{zVi}(点画线)和外侧车轮回正力矩 M_{zVa}(虚线)的变化曲线。从曲线比较可知，弯道外侧车轮的回正力矩 M_{zVa} 要比内侧车轮的 M_{zVi} 大得多，这是与图 139.3(a)中的侧向力情况相似的。而回正力矩和 $M_{yVa}+M_{yVi}$ 几乎不受轮荷变化($h>0$)的影响，见图 139.6(d)，同样，轮荷对相对转向盘力矩也没有影响，见图 139.6(e)；并且根据式(139.8)对于相对转向盘转角输入 δ_L^* 也没有影响。

139.2.4 前后轴上不同的轮荷变化

在上述例子中，每根轴担负总的力矩 $G(v^2/\rho g)\cdot h$ 之半。如果由一根轴担负较大部分，这根轴上的轮荷变化 ΔF_z 就较大，因而车轮侧偏角就较大。这根轴将要先侧滑，整车的曲线极限加速度要下降到较低的 $v^2/\rho g$ 值。在图 139.5 中下面一条线画出了极端情况——离心力引起的力矩只由一根轴来承担——的极限(就像图 139.3 中的三轮车一样)。

除了附着工况极限的变化外，轮荷变化还对操稳性有影响。比如，前轴的轮荷变化大于后轴，则在质心中置的车辆上 $\alpha_V>\alpha_H$，即车辆得到更强的不足转向趋势，质心处侧偏角将要减小。

为了影响操稳性，我们曾经探讨过质心位置、轮胎、转向系统特性(见第 XVIII 章)，前轮驱动、后轮驱动和全轮驱动(见 XX.1)等因素；现在还可以采取进一步的结构手段，通过改变前后轴间轮荷变化的分配来达到这一目的(可惜这是以降低曲线极限加速度为代价的)。

139.3 侧翻极限

除了上面提到的附着工况极限(超过这一极限，车辆侧滑)外，现在又出现了一个新的行驶极限，即所谓侧翻极限，超过这一极限，车辆将要侧翻。我们借助式(139.3)来加以说明

$$\Delta F_{zV}s_V + \Delta F_{zH}s_H = G\frac{v^2}{\rho g}h$$

如果弯道内侧的前轮先离地，那么有 ΔF_{zV} 大于 $\frac{1}{2}F_{zVstat}$。这时离心力矩 $G(v^2/\rho g)\cdot h$ 中前轴所承受的部分就不能再增加，见图 139.7。所以后轴的反力矩必须进一步加大：

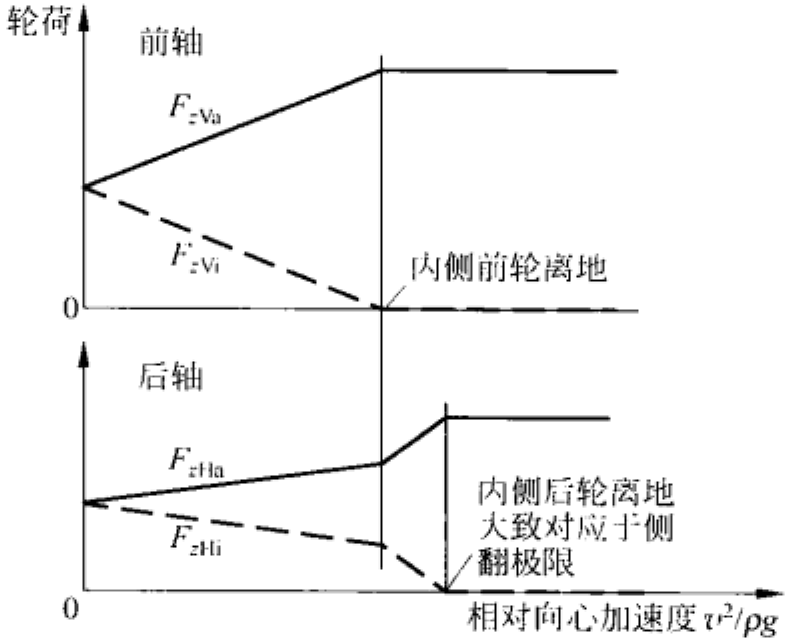


图 139.7 侧翻开始的说明

$$\Delta F_{zH} s_H = G\frac{v^2}{\rho g}h - \frac{1}{2}F_{zVstat}s_V$$

如果在车辆侧滑之前，后轴 $\Delta F_{zH}=\frac{1}{2}F_{zHstat}$，那么离心力矩 $G(v^2/\rho g)\cdot h$ 将根本不能再平衡，车辆就会开始侧翻。

图 139.8 上用有弹簧和无弹簧的车辆为例来说明，如果重力 G 和离心力 $Gv^2/\rho g$ 的合力作用线越出了外侧车轮着地点，车辆就出现侧翻[99,101]（图中，前后轴轮距相同，当前后轮距不等时（极端情况是三轮车），则侧翻界限是前后外侧车轮的连接线，因而这一对侧翻是关键性的距离就比其中较大的轮距为小）。

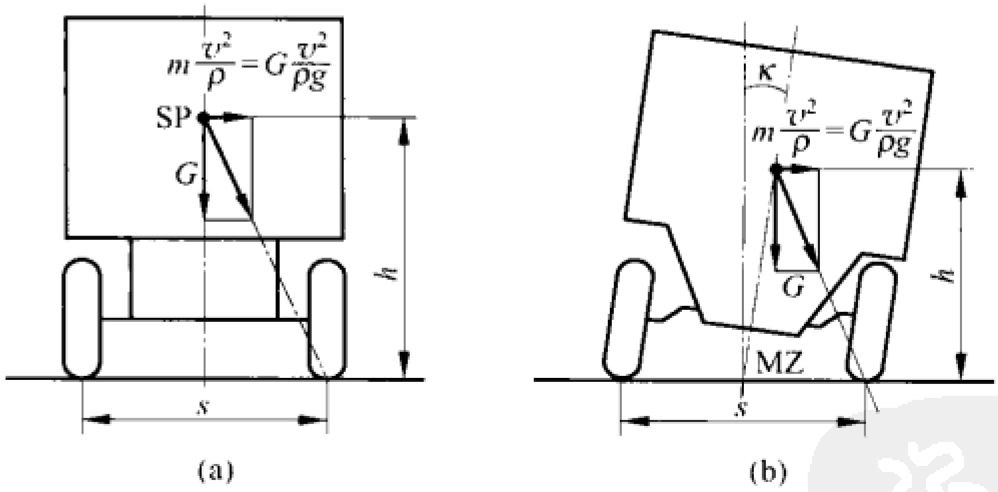


图 139.8 无弹簧(a)和有弹簧(b)的车辆侧翻极限的比较

〔99〕 Gauβ, F.; Schönfeld, H. H.: Die Berechnung der Kippsicherheit von Sattelkraftfahrzeugen. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik Heft 250, 1975.

〔100〕 Gauβ, F.; Isermann, H.: Wankbewegungen, Radlastschwankungen und Kippgrenzen von Sattelkraftfahrzeugen bei zeitlich veränderlichen Querkräften. Deutsche Kraftfahrtforschung und Straβenverkehrstechnik Heft 232, 1973.

〔101〕 Milbradt, K.: Zur dynamischen Kippsicherheit von Personenkraftwagen unter besonderer Berücksichtigung der Rollachslage. Diss. TU Braunschweig 1982.

侧翻极限应该在侧滑极限之后，因为车辆侧滑时要比开始侧翻时容易重新控制。

140 升力产生的附加影响

同一车辆上弯道内外侧车辆轮荷由于离心力而发生变化，根据第139节所述，特别在向心加速度 v^2/ρ 很高时，这种变化将对操稳性发生作用。但是轮荷的大小又受到升力的影响，而升力又是与车速平方 v^2 成正比的。所以在横向加速度较大，车速 v 又较高时，操稳性将受到离心力和升力共同的作用。这是本节的内容。

按照式(16.1)和式(16.2)，前后轴上的升力

$$\frac{F_{\mathrm{LzV}}}{\mathrm{N}}=\frac{10}{16}c_{z\mathrm{V}}\frac{A}{\mathrm{m}^2}\frac{v^2}{(\mathrm{m/s})^2},\quad \frac{F_{\mathrm{LzH}}}{\mathrm{N}}=\frac{10}{16}c_{z\mathrm{H}}\frac{A}{\mathrm{m}^2}\frac{v^2}{(\mathrm{m/s})^2} \tag{140.1}$$

式中，$c_{z\mathrm{V}}$ 和 $c_{z\mathrm{H}}$ 为升力系数，A 为迎风面积(空气密度通常用 ρ 表示，为了避免与弯道半径 ρ 相混，这里直接用数字代入)，所以由式(105.5)得到比如前轴轴荷为：

$$F_{z\mathrm{V}}=G\frac{l_{\mathrm{H}}}{l}-F_{\mathrm{LzV}}$$

比如弯道外侧前轮轮荷为：

$$F_{z\mathrm{V_a}}=\frac{1}{2}G\frac{l_{\mathrm{H}}}{l}+\Delta F_{z\mathrm{V}}-\frac{1}{2}F_{\mathrm{LzV}} \tag{140.1a}$$

或者，用另一种表示形式：

$$F_{z\mathrm{V_a}}(c_{z\mathrm{V}}>0)=F_{z\mathrm{V_a}}(c_z=0)-\frac{1}{2}F_{\mathrm{LzV}} \tag{140.1b}$$

图140.1(a)表示在不同升力时，轴荷 F_z 的减小情况(从目前情况看，无论是前轮还是后轮，载荷减小都不大)。由图(c)曲线可知，由于升力的影响使静态轮荷从3.0 kN而降到2.75 kN直到2.0 kN，并且由于离心力 $Gv^2/\rho g$ 的作用，使得弯道内侧车轮载荷进一步下降，而与此同时，弯道外侧车轮载荷增加。图(b)描述了车轮侧向力的变化过程，而由图(d)和图(e)可知，由于升力的影响，使得车轮侧偏角增加，曲线行驶极限加速度减小。

将上述讨论结果应用到一部质心中置的车辆上(离心力引起的前后轴上轮荷变化相等)，我们可以看出：如果前轴升力大于后轴($c_{z\mathrm{V}}>c_{z\mathrm{H}}$)，则前轮侧偏角大于后轮($\alpha_{z\mathrm{V}}>\alpha_{z\mathrm{H}}$)，车辆不足转向特性更强烈，前轴首先发生侧滑。如果后轴有升力，前轴没有，则 $\alpha_{\mathrm{H}}>\alpha_{\mathrm{V}}$，这时车辆的不足转向特性减弱，直到过多转向。变化情况与车辆原始设计有关，其他结果见图140.2。

结论是，为了避免侧滑极限的降低，升力必须借助阻风板来克服。

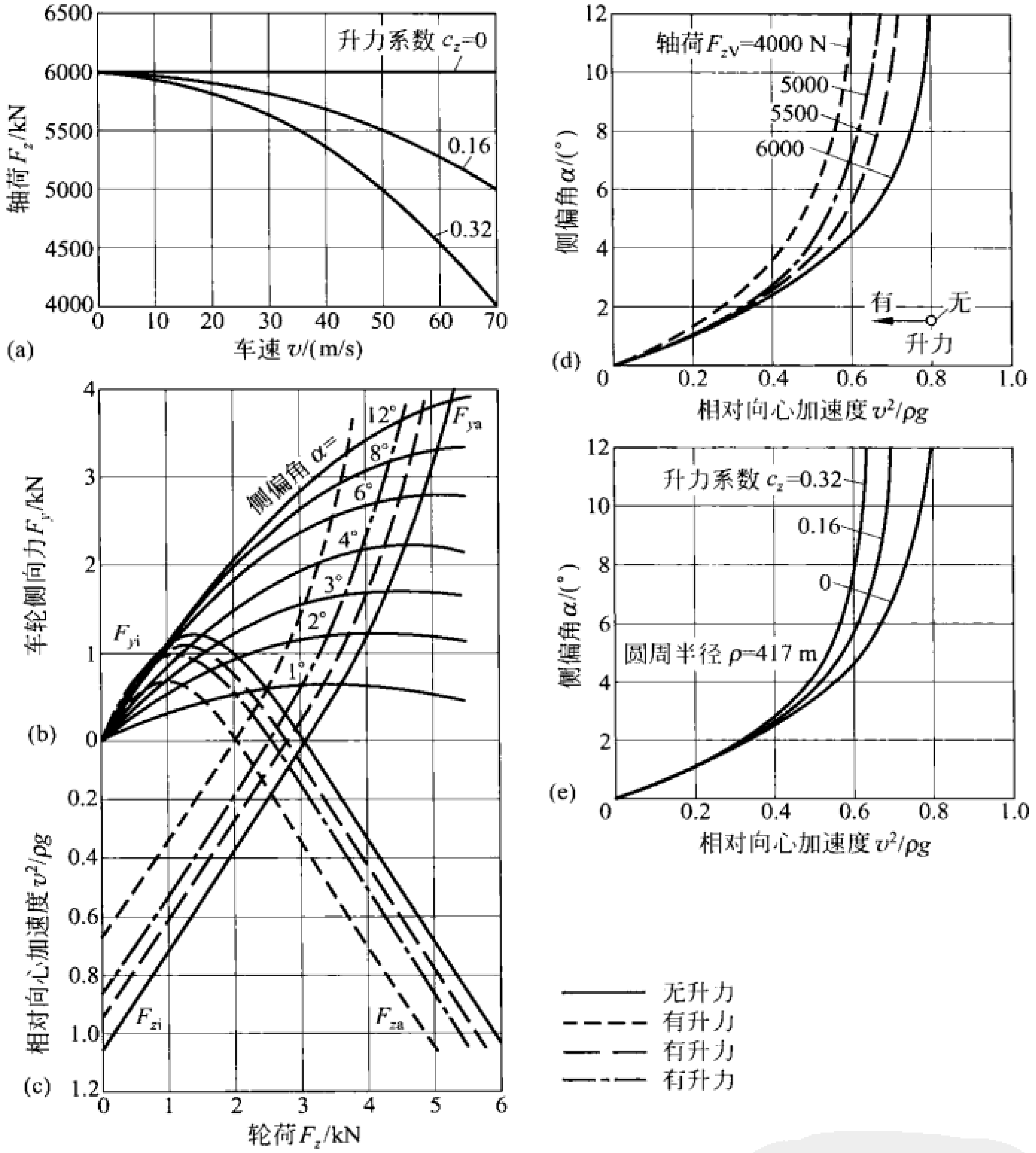


图 140.1　升力对圆周行驶操稳性的影响

(a) 升力对轴荷的影响；(b) 升力对内侧车轮侧向力 F_{yi}、外侧车轮侧向力 F_{ya} 的影响；(c) 相应的轮荷影响(参看图 139.3)；(d) 不同静态轴荷对车轮侧偏角和向心加速度的影响(参看图 139.4)；(e) 车轮侧偏角作为向心加速度的函数，以升力系数为参变量

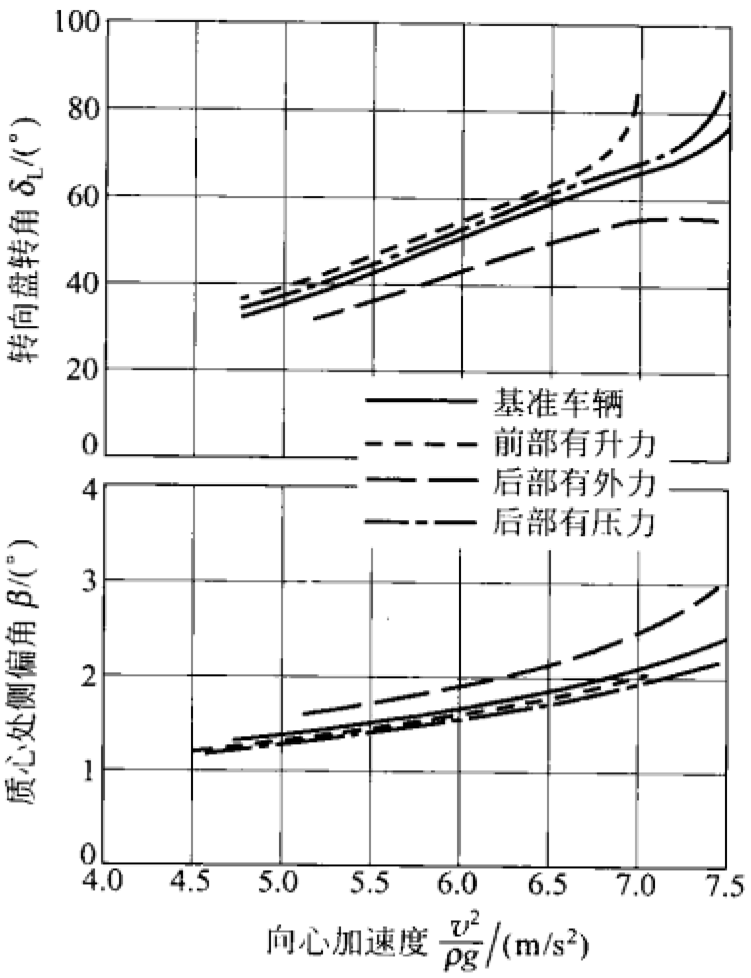


图 140.2 不同的升力和压力作用下，转向盘转角输入和质心处侧偏角随向心加速度变化的特性

(Flegl, H., Rauser M.; Witte, L.: Beeinflussung des Fahrverhaltens durch die Aerodynamik, Automobil-Industrie 32(1987), Heft 4, S. 309-318)

141 瞬心，瞬时轴线

在第 139 节中已经指出，轮荷变化必须通过车身的倾斜去计算。[102] 为此必须解释瞬心和瞬时轴线的概念，又称为侧倾中心和侧倾轴线(借用英语的术语)。[103]

这一概念可以以双横臂悬架为例来说明[104](图 141.1)。我们可以把一个物体的运动看成是绕一点的转动。这一点即为瞬时极点 MP。假定在这一例中，图 141.1 上的车身不动，而左轮少许抬高，那么我们可以把车轮运动视为绕瞬时极点 MP_1 的摆动。瞬时极点是向量 $\boldsymbol{v}_{1l}$ 和 $\boldsymbol{v}_{2l}$ 垂直线的交点(即横臂的延长线交点)。车轮着地点的速度 $\boldsymbol{v}_{3l}$ 也应垂直于 MP_1 与着地点的连线。

如果现在右轮少许下沉，我们用类似的方法可以得到右轮着地点的速度 $\boldsymbol{v}_{3r}$。左

〔102〕 Eberan v. Eberhorst, R.: Die Kurven-und Rollstabilität des Kraftfahrzeuges, ATZ 55 (1953) Heft 9, S. 246-253; ders.: Roll Angles, Automobile Engineer 41 (1951), S. 379.

〔103〕 Das folgende wird v. d. Osten-Säcken, E.: Die Rollachse von Kraftfahrzeugbauten, Industrieanzeiger 89 (1967) 34, S. 772 als eine nützliche Näherungslösung beschrieben.

〔104〕 由双横摆臂式悬架还可以导出其他形式的独立悬架。

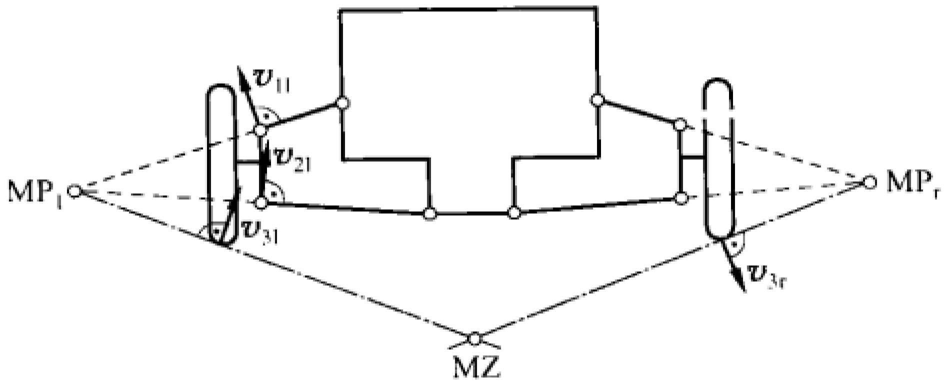


图 141.1　双横臂悬架的瞬时极点的位置

MP_l 和 MP_r 是左右车轮运动瞬时极点；MZ 是车身侧倾时的极点，即所谓瞬心

轮抬起，右轮下沉，就相当于路面绕瞬心 MZ 作顺时针方向转动。MZ 是 MP_l 与左轮着地点连线和 MP_r 与右轮着地点连线的交点。

如果想象路面不转，而让车身侧倾同样的角度，那么两种情况下车身与路面的相对位置是一样的。这就说明了，侧倾是围绕瞬心 MZ 的瞬时转动。在汽车技术中我们把 MZ 称之为**侧倾中心**。

如果上述分析是对前轴进行的，我们得到了前轴的瞬心 MZ_V；而同时也可以类似方式得到后轴的瞬心 MZ_H（图 141.2）。那么车身的前部绕 MZ_V，而后部绕 MZ_H 转动。因此车身如果是刚性的话，它必须绕一条过两个瞬心的轴线转动。这一轴线称为**瞬时轴线**或**侧倾轴线**。

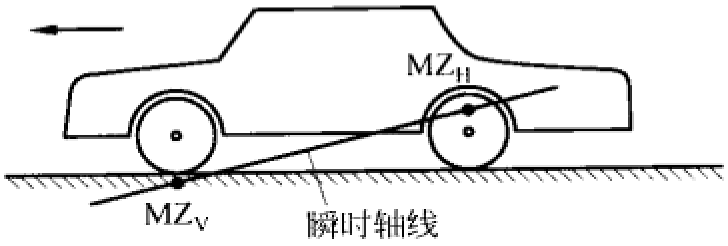


图 141.2　前后轴瞬心 MZ_V 和 MZ_H 连线的位置，车身绕其侧倾

142　车辆侧倾和轮荷的计算（以刚性车轴为例）

在引进了瞬时轴线之后，就可以来研究四轮车辆的静不定问题。在图 142.1(a)中，车身用一根很粗的杆件来代替，它支撑在瞬心 MZ_V 和 MZ_H 上，并且再通过前后弹簧支撑在车轴上。质量为 m_A 的车身的质心 SP_A 上作用有离心力 $m_A v^2/\rho$，该力产生一个绕瞬时轴线的力矩 $m_A(v^2/\rho)h'$。因为车身绕瞬时轴线转动，质心 SP_A 有一侧向位移 $h'\sin\kappa$。这样相应地产生另一力矩 $G_A h'\sin\kappa \approx G_A h'\kappa$。所以总的力矩为

$$M = m_A \frac{v^2}{\rho} h' + G_A h' \kappa \tag{142.1}$$

离心力又按质心位置分配给两个瞬心，在图 142.1(b)上出现了力 $m_A(v^2/\rho)(l_{HA}/l)$ 和 $m_A(v^2/\rho)(l_{VA}/l)$。其中 l_{VA} 和 l_{HA} 是车轴到车身质心的距离。

力矩 M 通过车身弹簧由车轴承受。如令车身侧倾角为 κ，前后轴侧倾角刚度为

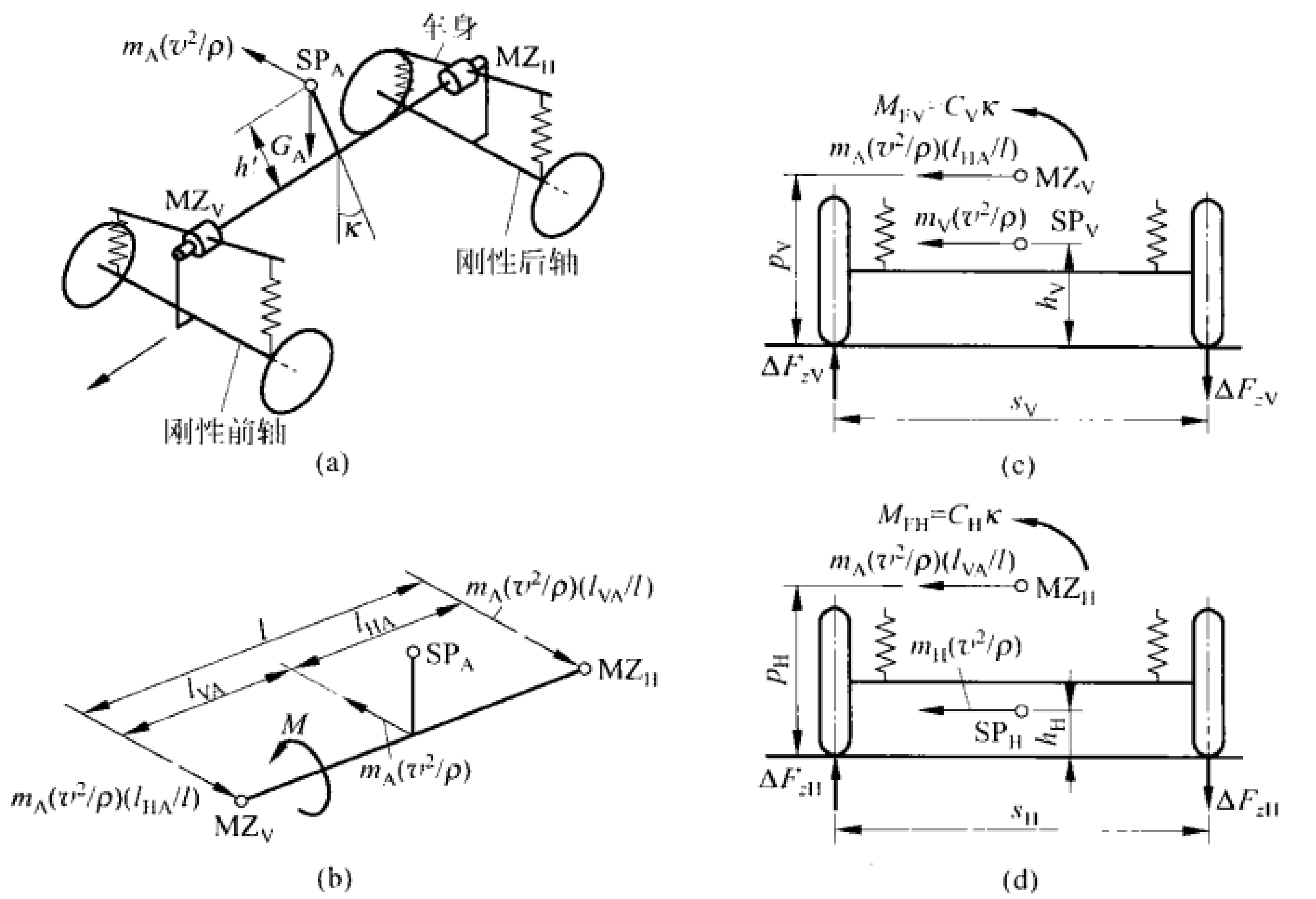


图 142.1　双轴车辆弯道内外侧车轮上轮荷差的计算

(a) 整车，在车身上作用有离心力 $m_A(v^2/\rho)$；(b) 离心力在前后轴上的分配；(c) 前轴上的力和力矩；(d) 后轴上的力和力矩。除了力的旋转作用 $G_A h'\kappa$ 外，在图(a)上没有画出车轴静载和重力

C_V 和 C_H（物理学上视为扭转弹簧常数）。则

$$M=(C_V+C_H)\kappa \tag{142.2}$$

与式(142.1)联立，即可求出侧倾角

$$\kappa=\frac{m_A(v^2/\rho)h'}{C_V+C_H-G_A h'}=\frac{G_A h'}{C_V+C_H-G_A h'}\frac{v^2}{\rho g} \tag{142.3}$$

前后轴的弹簧力矩为：

$$\begin{aligned} M_{FV}&=C_V\kappa=\frac{C_V}{C_V+C_H-G_A h'}G_A h'\frac{v^2}{\rho g}\\ M_{FH}&=C_H\kappa=\frac{C_H}{C_V+C_H-G_A h'}G_A h'\frac{v^2}{\rho g}\end{aligned} \tag{142.4}$$

现在来分析前后轴上的轮荷变化（图 142.1(c)和(d)）：轮荷差的力矩应与三个力矩保持平衡。以前轴为例（图 c），车身离心力 $m_A(v^2/\rho)(l_{HA}/l)$ 和力臂 p_V（瞬心 MZ_V 到路面的距离）形成的力矩；前轴离心力 $m_V v^2/\rho$ 和力臂 h_V（车轴质心 SP_V 到路面的距离）形成的力矩以及弹簧力矩 M_{FV}，所以：

$$\Delta F_{zV}s_V=m_A\frac{v^2}{\rho}\frac{l_{HA}}{l}p_V+M_{FV}+m_V\frac{v^2}{\rho}h_V$$

$$\Delta F_{zH}s_H=m_A\frac{v^2}{\rho}\frac{l_{VA}}{l}p_H+M_{FH}+m_H\frac{v^2}{\rho}h_H$$

在 A 篇中，m_V 和 m_H 仅仅理解为车轮的转动质量；而这里还有非转动质量，像车轴本身，刚性车辆还包含有主减速器，弹簧的部分质量等。

在 B 篇中，车轴质量用 m_1，即 m_{1V} 或 m_{1H} 表示。在刚性车轴时，现在所用的 $m_V=m_{1V}$，$m_H=m_{1H}$。

与车轴振动时不同的还在于，那时所用的 m_2 和这里的 m_A 之间存在差别。振动时考虑了发动机、乘员本身相对于"车身"的活动性，因而这里的 $m_A=m_2+$发动机质量$+$乘员质量$+\cdots$

把 M_{FV} 和 M_{FH} 按式(142.4)代入后，即可求得相对于静载的轮荷变化：

$$\Delta F_{zV}=G_A\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{l_{HA}}{l}\frac{p_V}{s_V}+\frac{C_V}{C_V+C_H-G_Ah'}\frac{h'}{s_V}+\frac{G_V}{G_A}\frac{h_V}{s_V}\right)$$
$$\Delta F_{zH}=G_A\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{l_{HA}}{l}\frac{p_H}{s_H}+\frac{C_H}{C_V+C_H-G_Ah'}\frac{h'}{s_H}+\frac{G_H}{G_A}\frac{h_H}{s_H}\right) \tag{142.5}$$

在相对侧向加速度给定的情况下，轮荷变化与下列结构参数有关：

- 质心位置 $l_{VA}/l, l_{VH}/l, h_V/s_V, h_H/s_H$。
- 瞬心相对高度 $p_V/s_V, p_H/s_H$。
- 质心对瞬时轴线的相对高度 $h'/s_V, h'/s_H$。
- 侧倾角刚度系数之比 $C_V/(C_V+C_H-G'_Ah')$，$C_H/(C_V+C_H-G_Ah')$。

举例说明其应用：$m=m_A+m_V+m_H=1200$ kg，$l_H/l=l_V/l=1/2$，这些都是前面已经用过的数据。新的数据有：车轴重力约为轴荷的 10%，$G_V=G_H=600$ N，所以 $G_A=10\,800$ N。因为前后轴重力相同，所以 $l_{HA}/l=l_{VA}/l=1/2$。车轴质心约在车轮中心高度上，采用 155 SR 15 轮胎时，$h_V=h_H=30$ cm。

采用钢板弹簧的刚性车轴，其瞬时极点在钢板弹簧销的高度上，比如 $p_V=p_H=35$ cm。车身质心距地面高度约为 60 cm，即距瞬时轴线 $h'=25$ cm。前后弹簧刚度相同，这里选的 h' 值相对较小，所以近似地有 $C_V/(C_V+C_H-G_Ah')\approx C_H/(C_V+C_H-G_Ah')\approx 1/2$。

当轮距 $s_V=s_H=120$ cm 时，轮荷变化即可求得：

$$\Delta F_{zV}=\Delta F_{zH}=10\,800\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{35}{120}+\frac{1}{2}\cdot\frac{25}{120}+\frac{600}{10\,800}\cdot\frac{30}{120}\right)[\mathrm{N}]$$

$$\Delta F_{zV}=\Delta F_{zH}=10\,800\frac{v^2}{\rho g}(0.146+0.104+0.014)[\mathrm{N}]$$

（车轴离心力的影响，即括号中最后一项的影响是很小的，这里只有 $152\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}]$）

$$\Delta F_{zV}=\Delta F_{zH}=2850\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}]$$

所以轮荷为

$$F_{zVa}=F_{zHa}=3000+2850\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}]$$

$$F_{zVi}=F_{zHi}=3000-2850\frac{v^2}{\rho g}[\mathrm{N}]$$

用这两个算式就可计算前后轴的侧偏角，这在第 139.1 节中已讨论过了。

对于在第 75 节谈到的"主动悬架控制系统"，在车身和车轴之间没有弹簧，替代它的是一个液压元件，见图 75.1(c)，并且由这个液压元件来承受离心力矩。根据式(142.4)，并考虑到液压元件作用力 F_{hydr} 以及两个液压元件之间的距离得：

$$
\begin{aligned}
M_{FV} &= (F_{hydrVa} - F_{hydrVi}) s_{hydrV} = \Delta F_{hydrV} s_{hydrV} \\
M_{FH} &= (F_{hydrHa} - F_{hydrHi}) s_{hydrH} = \Delta F_{hydrH} s_{hydrH}
\end{aligned} \tag{142.6}
$$

同时通过液压元件的作用来补偿侧倾运动，使得 $\kappa=0$，这样根据式(142.5)可以得到这种情况下轮荷的变化为：

$$
\begin{aligned}
\Delta F_{zV} &= G_A \frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{\Delta F_{hydrV} s_{hydrV}}{\Delta F_{hydrV} s_{hydrV} + \Delta F_{hydrH} s_{hydrH}} \frac{h'}{s_V} + \frac{G_V}{G_A}\frac{h_V}{s_V}\right) \\
\Delta F_{zH} &= G_A \frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{\Delta F_{hydrH} s_{hydrH}}{\Delta F_{hydrV} s_{hydrV} + \Delta F_{hydrH} s_{hydrH}} \frac{h'}{s_H} + \frac{G_H}{G_A}\frac{h_H}{s_H}\right)
\end{aligned} \tag{142.7}
$$

前后轴力矩的比例 $\Delta F_{hydrV} s_{hydrV}/\Delta F_{hydrH} s_{hydrH}$ 可以随 $v^2/\rho g$ 变化，以改变车辆控制特性的趋势，这一点在下面的章节中讨论。

143 前后轴侧倾刚度不同，稳定装置

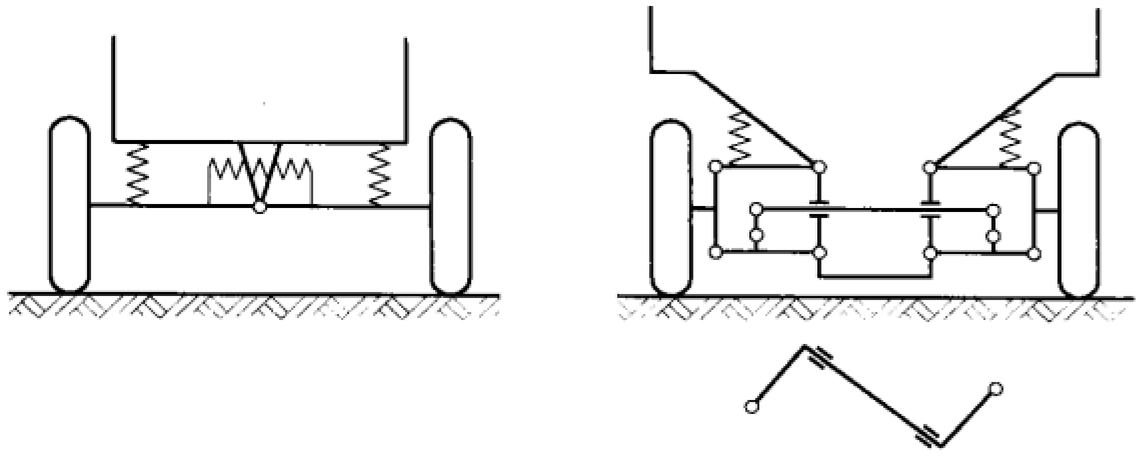
从图 139.4 可见，同一车轴上左右轮荷不等是不好的，因为这样会加大车轮侧偏角，结果在较低的向心加速度时就已经达到了侧滑极限。但我们也可以像 139.2.4 节所指出的那样，有意识地利用这种车轴内外侧车轮轮荷差来改变汽车的转向特性。比如，一部车辆由于质心靠后(见 111.5 节)或者质心虽然中置，但后轮驱动，使得在向心加速度较高时呈现过多转向(见第 127 节和第 128 节)。因为在这种情况下，车轮侧偏角之差 $\alpha_V-\alpha_H<0$。所以我们可以相应加大 α_V，使得车轮侧偏角之差成为正值，来使车辆具有不足转向特性。这一点，根据上述分析，只需加大前轴内外侧轮荷差就可以做到。而要做到前轴内外侧轮荷差大于后轴，只要使得离心力绕瞬时轴线的力矩由前轴承担较多份额就可以了。也就是要在前轴上安装较硬的弹簧，以便根据式(142.4)、式(142.5)和式(142.6)，使得 $C_V/(C_V+C_H-G_A h')>C_H/(C_V+C_H-G_A h')$。

但是正如 B 篇的振动分析所指出的，较硬的弹簧使得车身加速度加大，因而舒适性恶化。为避免这一点，我们希望弹簧只在侧倾时起作用，以变更和调整转向特性。大多数情况下，我们装用扭杆稳定装置，如图 91.1(a)所示。这种稳定装置提高了车轴内外侧轮荷差。所以在式(142.4)中的力矩 M_{FV} 或 M_{FH} 上必须再加上一个由稳定装置承受的力矩，按图 91.1(b)和式(91.4)、式(91.5)有：

$$
M_{St} = \left(\frac{s}{a_{St}}\right) C'_{St}\kappa = C_{St}\kappa \tag{143.1}
$$

如果要与上述情况相反地去影响转向特性趋势，就要采取措施使得轴上的侧倾角刚度比垂直刚度小些。在上述过多转向的例子里，必须要使后轴的侧倾角刚度降低，这可以采用图 143.1 所示的平衡弹簧或 Z 形杆。

上面提到的附加弹簧不仅改变了轮荷差，以及侧滑极限，还改变了侧倾角 κ(按式(142.3))。这就又在独立悬架等结构中改变了车轮外倾角。从 147.4 节我们还可以知道，这还影响到行驶特性。



(a) (b)

图 143.1 不稳定装置(与稳定装置作用相反,用粗实线表示)的布置
(a) 平衡弹簧；(b) Z形杆

除了常用的 C_{St} = const 的扭杆稳定装置之外,还有所谓的“主动扭杆稳定装置”[105],利用它可以改变 C_{St} 的大小(通过一个摆动电机实现)。如图 127.8(b)所示的后轮驱动的轿车,当横向加速度 v^2/ρ 达到一定值之后,车辆的操纵特性趋势将由不足转向变为过多转向,为了避免这种情况的发生,可以利用上述装置根据 v^2/ρ 来增大前轴的 C_{St} 或者减小后轴的 C_{St}。

由第 91 节可知,扭杆稳定装置会降低侧倾激励时车辆振动的舒适性。所以,如果人们可以将直线运动和曲线运动区分开来的话,希望在直线行驶过程中 $C_{St}=0$。

144 各种悬架

在第 142 节中所进行的前后轮荷计算是以车辆装用两根刚性轴为前提的。因而这一计算可以适用于一般的商用车辆和越野车辆上。但在轿车上前轴总是装用独立悬架,大多数后轴也是用独立悬架。要把第 142 节的计算用于独立悬架,必须在处理上作些变更。

正如图 141.1 所示的,要确定平面悬架的瞬心 MZ_V,MZ_H 高度 p_V 和 p_H 是很简单的。对于其他平面结构可参看表 141.1。但在空间悬架中,因为摆杆在空间处于倾斜状态,所以确定起来就比较困难[106,107]这时我们可以从测量所得的轮距变化曲线,按图 144.1 来确定 p_V 和 p_H。

---

〔105〕 Konik, D.; Bartz, R.; Bärnthol, F.; Bruns, H.; Wimmer, M.: Dynamik Drive-Das neue aktive Wankstabilisierungssystem der BMW Group. 9. Aachener Kolloquium Fahrzeug-und Motorentechnik 2000, S. 471-490.

〔106〕 Eghteesad, M.: Kinematik und Dynamik räumlicher Getriebe an Beispielen der Einzelradaufhängungen, Diss. TU Braunschweig 1978.

〔107〕 Matschinsky, W.: Die Radführungen der Straβenfahrzeuge, Fahrzeugtechnische Schriftenreihe, Herausgeber. Mitschke, M., und Frederich, F., Köln: TÜV Rheinland 1987; Matschinsky, W.: Radführungen der Straβenfahrzeuge, Kinematik, Elastokinematik und Konstruktion. Berlin: Springer-Verlag, 2. Aufl. 1998.

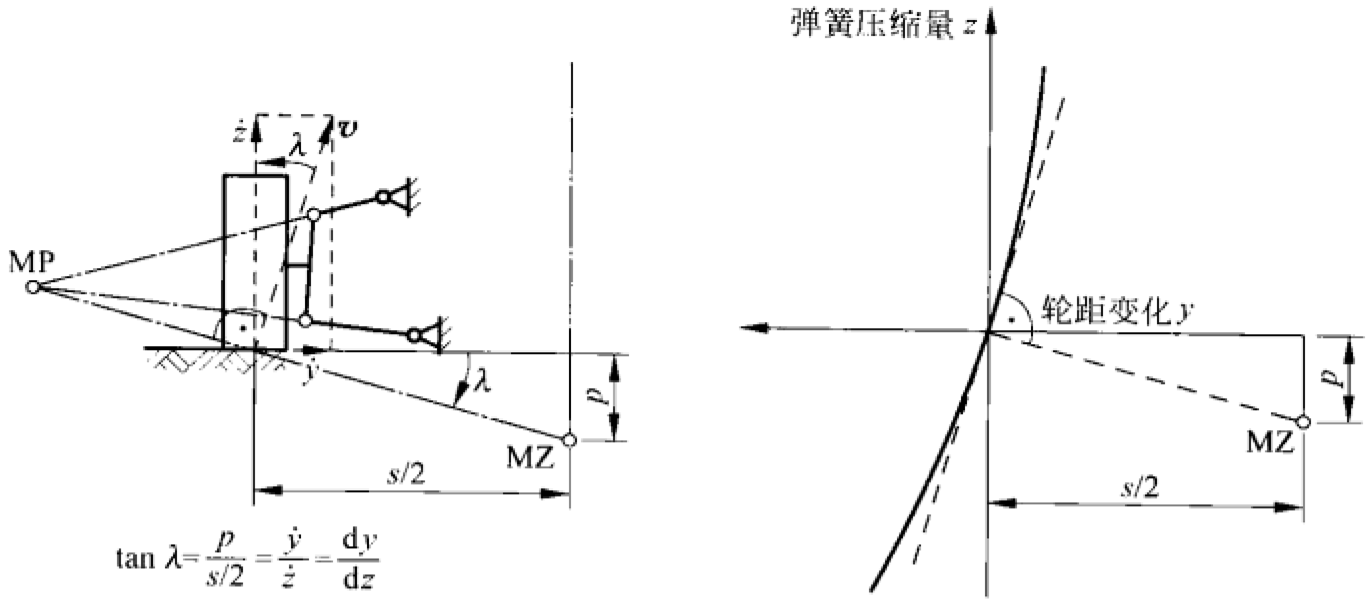
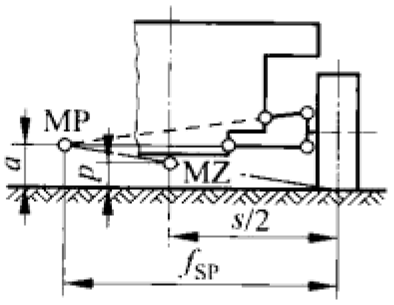
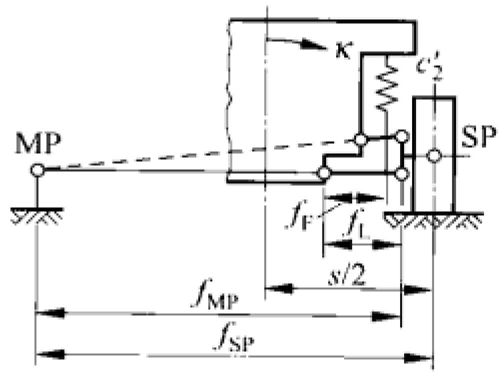
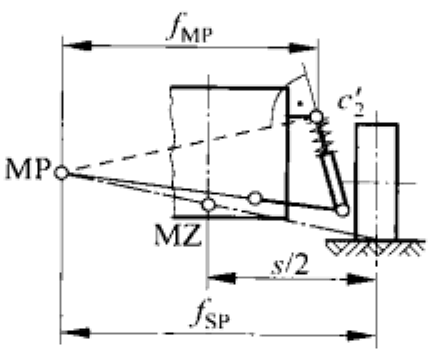


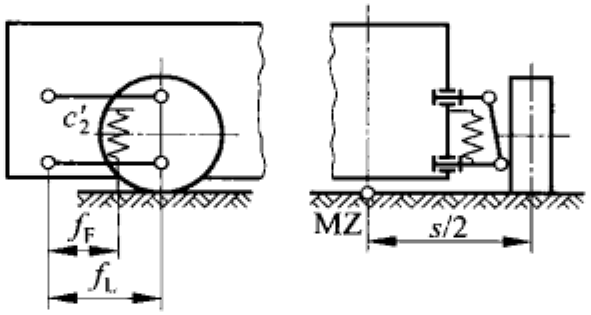
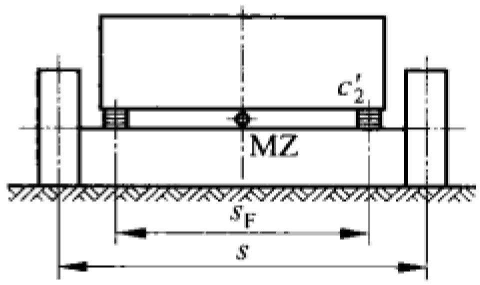
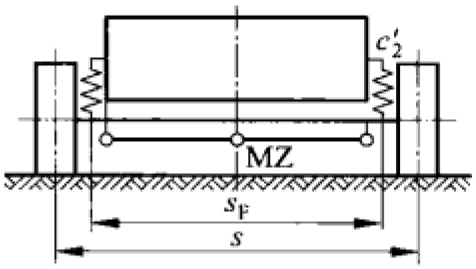
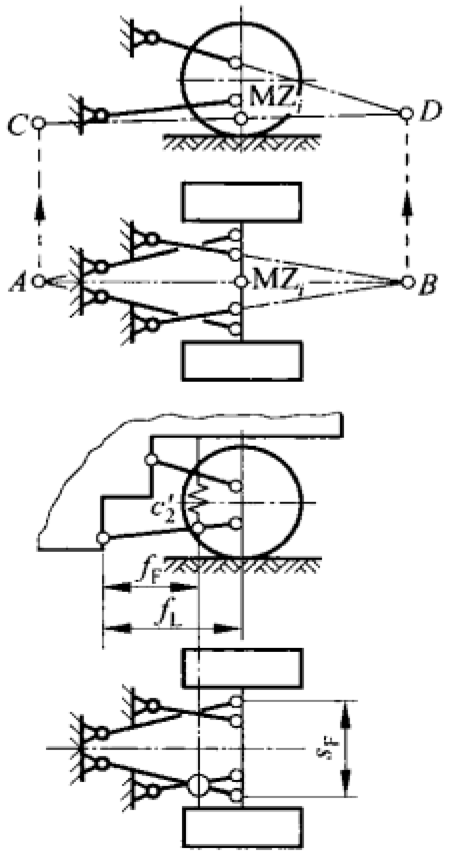
图 144.1 根据图(b)的轮距变化测量曲线来确定瞬心 MZ 的高度 p

(Bussien: Automobiltechnisches Handbuch, Ergänzungsband. Berlin: de Gruyter, 18. Auflage, 1979, 其中 Zomotor 撰写部分, S. 534)

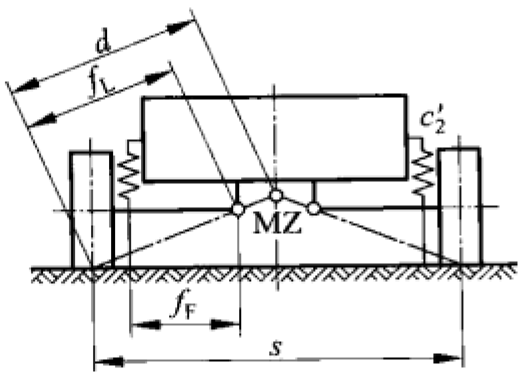
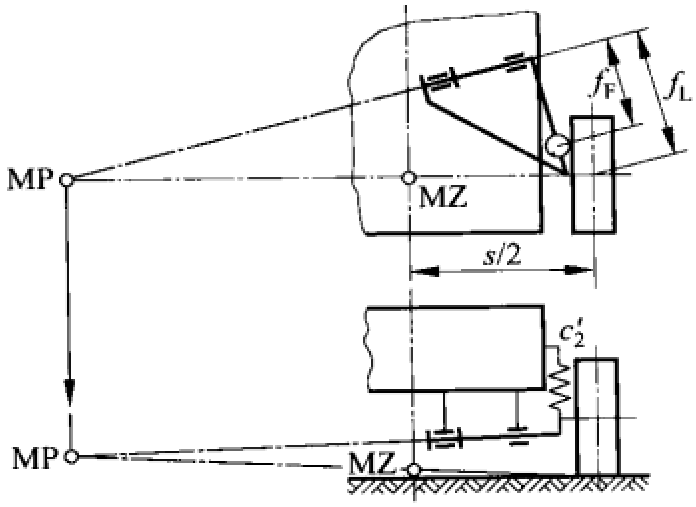
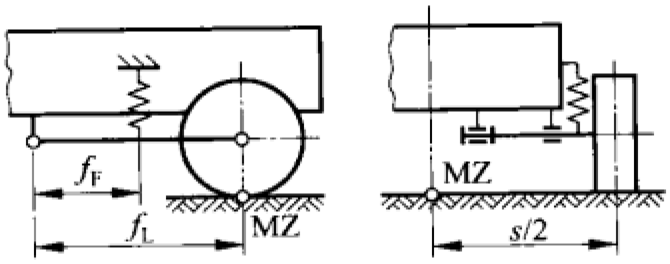
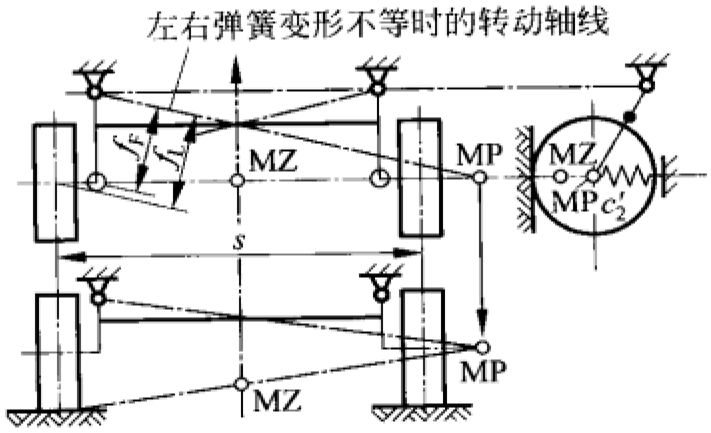
表 144.1 各种悬架的瞬心位置和侧倾刚度

悬 架	瞬心 MZ 高度	侧倾刚度 $c_j = M_{F_j}/\kappa =$
双横臂式  	由图示 MP 的位置得出 $p = a\dfrac{s/2}{f_{SP}}$	$2c_2'\left(\dfrac{s}{2}\right)^2\left(\dfrac{f_F}{f_L}\right)\left(\dfrac{f_{MP}}{f_{SP}}\right)^2$ $\approx 2c_2'\left(\dfrac{s}{2}\right)^2\left(\dfrac{f_F}{f_L}\right)^2$
滑柱连杆式 		$2c_2'\left(\dfrac{s}{2}\right)^2\left(\dfrac{f_{MP}}{f_{SP}}\right)^2$

续表

悬　　架	瞬心 MZ 高度	侧倾刚度 $c_j = M_{Fj}/\kappa =$
双纵臂式 		$2c_2'\left(\frac{s}{2}\right)^2\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
非独立悬架（纵置板簧） 	MZ 位于板簧吊耳之间	$2c_2'\left(\frac{s_F}{2}\right)^2$ 板簧扭转刚度未考虑
非独立悬架（横拉杆作导向杆） 	MZ 在横拉杆高度上	$2c_2'\left(\frac{s_F}{2}\right)^2$
非独立悬架（带 4 纵拉杆） 	参看左图结构	$2c_2'\left(\frac{s_F}{2}\right)^2\left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$

续表

悬　架	瞬心 MZ 高度	侧倾刚度 $c_j = M_{Fj}/\kappa =$
单横臂式 	在摆动轴式中 $f_L \approx d$	$2c'_2 d^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
斜置单臂式 	参看左图结构	$2c'_2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
单纵臂式 		$2c'_2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$
复合臂式 		$2c'_2 \left(\frac{s}{2}\right)^2 \left(\frac{f_F}{f_L}\right)^2$ 连接件的扭转刚度未考虑

另外还要注意到，在图 141.1 中的瞬心是针对侧倾开始时，即侧向加速等于零时得到的。而随着车身侧倾的增加，瞬心位置也随之变化[108]，参看图 144.2。

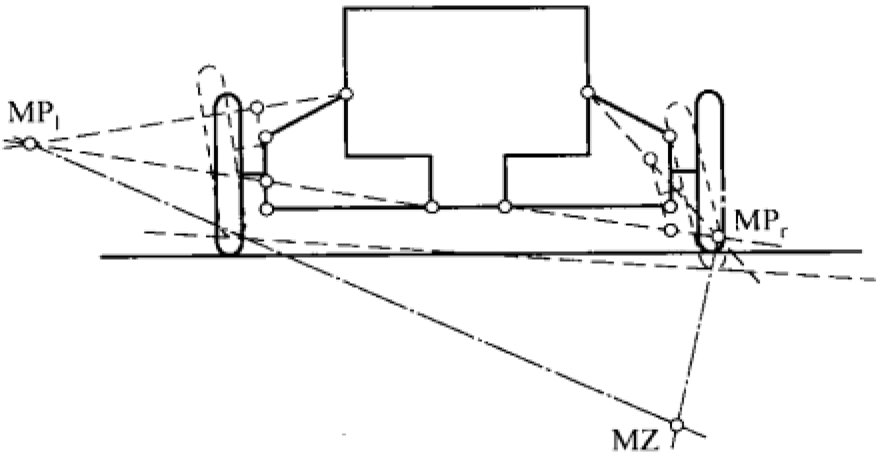


图 144.2 瞬心 MZ 的位置随车身侧倾而变化，参看图 139.1

车身质心 SP_A 到瞬时轴线的距离 h' 可以通过 p_V 和 p_H、质心 SP_A 距路面的高度 h_A 以及前后轴到 SP_A 的距离 l_{VA} 和 l_{HA}，按图 144.3 求出。

$$h' = h_A - \frac{p_V l_{HA} + p_H l_{VA}}{l} \tag{144.1}$$

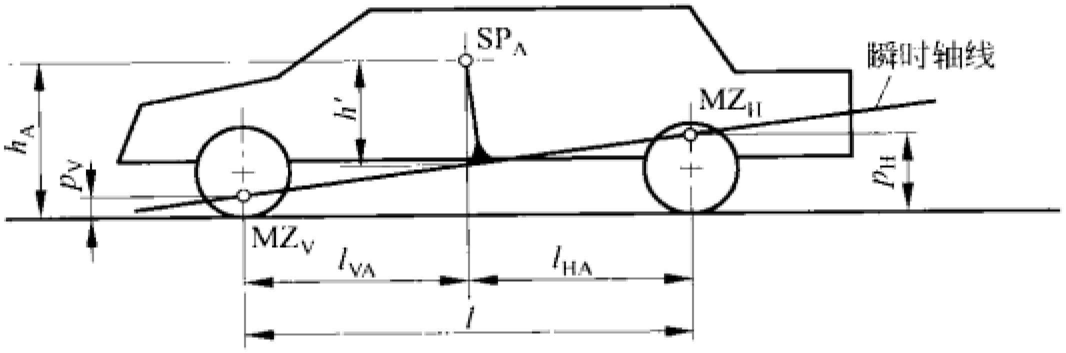


图 144.3 前后轴瞬心 MZ_V 和 MZ_H 连接的瞬时轴线（车身绕之侧倾）的位置

总质量与单个质量的关系，以及整车质心与部分质心之间的关系，可以通过式(35.6)到式(35.8)以及图 35.1 得到。

145 对于到目前为止涉及稳态圆周运动的方程式的总结

在第 XX.1 章和第 XX.2 章中涉及的计算表达式总结如下：

- 轮胎特性曲线：
  侧向力 $F_y = f(F_z, F_x, \alpha)$；
  回正力矩 $M_z = f(F_z, F_x, \alpha)$。
- 车轮载荷：
  车轴及车轮载荷减去升力，见式(140.1a)

〔108〕 见前一个参考文献。

$$F_{zV}=F_{zVa}+F_{zVi}=G\frac{l_H}{l}-F_{LzV} \tag{145.1a}$$

$$F_{zH}=F_{zHa}+F_{zHi}=G\frac{l_V}{l}-F_{LzH} \tag{145.1b}$$

弯道外侧车轮和内侧车轮的轮荷，见式(139.5)

$$F_{zVa}=\frac{1}{2}F_{zV}+\Delta F_{zV};\quad F_{zVi}=\frac{1}{2}F_{zV}-\Delta F_{zV} \tag{145.2a}$$

$$F_{zHa}=\frac{1}{2}F_{zH}+\Delta F_{zH};\quad F_{zHi}=\frac{1}{2}F_{zH}-\Delta F_{zH} \tag{145.2b}$$

轮荷变化，见式(142.5)，扩展到扭杆稳定装置，得：

$$\Delta F_{zV}=G_A\left(\frac{l_{HA}}{l}\frac{p_V}{s_V}+\frac{C_V+C_{StV}}{C_V+C_H+C_{StV}+C_{StH}-G_Ah'}\frac{h'}{s_V}\right)\frac{v^2}{\rho g} \tag{145.3a}$$

$$\Delta F_{zH}=G_A\left(\frac{l_{VA}}{l}\frac{p_H}{s_H}+\frac{C_H+C_{StH}}{C_V+C_H+C_{StV}+C_{StH}-G_Ah'}\frac{h'}{s_H}\right)\frac{v^2}{\rho g} \tag{145.3b}$$

对于式中需要的侧倾弹簧常数 C_V 和 C_H 可以由表 144.1 中得到，各字母表示的意义与第 XIV 章一致。关于扭杆稳定装置弹簧常数 C_{St} 的定义见式(143.1)。

- 车轴及车轮上的侧向力，见式(139.6)：

$$F_{yV}=F_{yVa}+F_{yVi}=G\frac{l_H}{l}\frac{v^2}{\rho g} \tag{145.4a}$$

$$F_{yH}=F_{yHa}+F_{yHi}=G\frac{l_V}{l}\frac{v^2}{\rho g} \tag{145.4b}$$

- 切向力，见式(126.1)和式(126.2)：

$$F_{xV}+F_{xH}=F_{Lx}+F_K=F_{Lx}+G\frac{v^2}{\rho g}\left(\frac{l_H}{l}\sin\alpha_V+\frac{l_V}{l}\sin\alpha_H\right) \tag{145.5}$$

对于前轮驱动：$F_{xH}=0$

对于后轮驱动：$F_{xV}=0$

对于全轮驱动：见式(38.2)：$F_{xH}\approx i(F_{xV}+F_{xH})$，　$F_{xV}\approx(1-i)(F_{xV}+F_{xH})$

- 到目前为止，对于车轮侧偏角的假设，见式(139.7)：

$$\alpha_V=\alpha_{Va}=\alpha_{Vi} \tag{145.6a}$$

$$\alpha_H=\alpha_{Ha}=\alpha_{Hi} \tag{145.6b}$$

- 到目前为止，对于前、后轮转角输入的假设：

$$\delta_V=\delta_{Va}=\delta_{Vi} \tag{145.7a}$$

$$\delta_H=\delta_{Ha}=\delta_{Hi}=0 \tag{145.7b}$$

- 转向盘输入，见式(139.8)：

$$\delta_L^*=\frac{\delta_L}{i_L}=\delta_V+\frac{M_L^*}{C_L}$$
$$=\frac{l}{\rho}+(\alpha_V-\alpha_H)+\frac{1}{C_L}(F_{yV}n_K+M_{zVa}+M_{zVi}) \tag{145.8}$$

- 转向盘扭矩：

$$M_L^*=i_LV_LM_L=F_{yV}n_K+M_{zVa}+M_{zVi} \tag{145.9}$$

- 考虑到扭杆稳定装置的侧倾角，见式(142.3)：

$$\kappa=\frac{G_Ah'}{C_V+C_H+C_{StV}+C_{StH}-G_Ah'}\frac{v^2}{\rho g} \tag{145.10}$$

车轮离心力对车身侧倾的影响（独立悬架系统存在，非独立悬架系统不存在）[109]（由于很小），一般忽略不计。

- 质心处侧偏角根据式(145.6)和式(145.7)的假设，由式(127.4)给出：

$$\beta=\frac{l_H}{\rho}-\alpha_H \tag{145.11}$$

146 悬架的运动学和弹性运动学

在前面说明轴上内外侧轮荷变化的影响时一直简化地假设：内外侧前轮转角相等（见式(145.7a)），后轮根本没有转角（见式(145.7b)），并且所有车轮都没有外倾。下面将要说明，实际上不是如此。为此先要分析悬架运动学的和弹性的特性。

在图 146.1 上四个车轮都有转角：δ_{Vi}，δ_{Va}，δ_{Hi}，δ_{Ha}。其中前后轮都考虑了前束角 δ_{V0}，δ_{H0}。根据式(107.6)，角度关系有：

$$\tan\left(\delta_{V_a^i}\mp\delta_{V0}-\alpha_{V_a^i}\right)=\frac{v\sin\beta+l_V\,\dot{\psi}}{v\cos\beta\mp\frac{s_V}{2}\,\dot{\psi}}$$

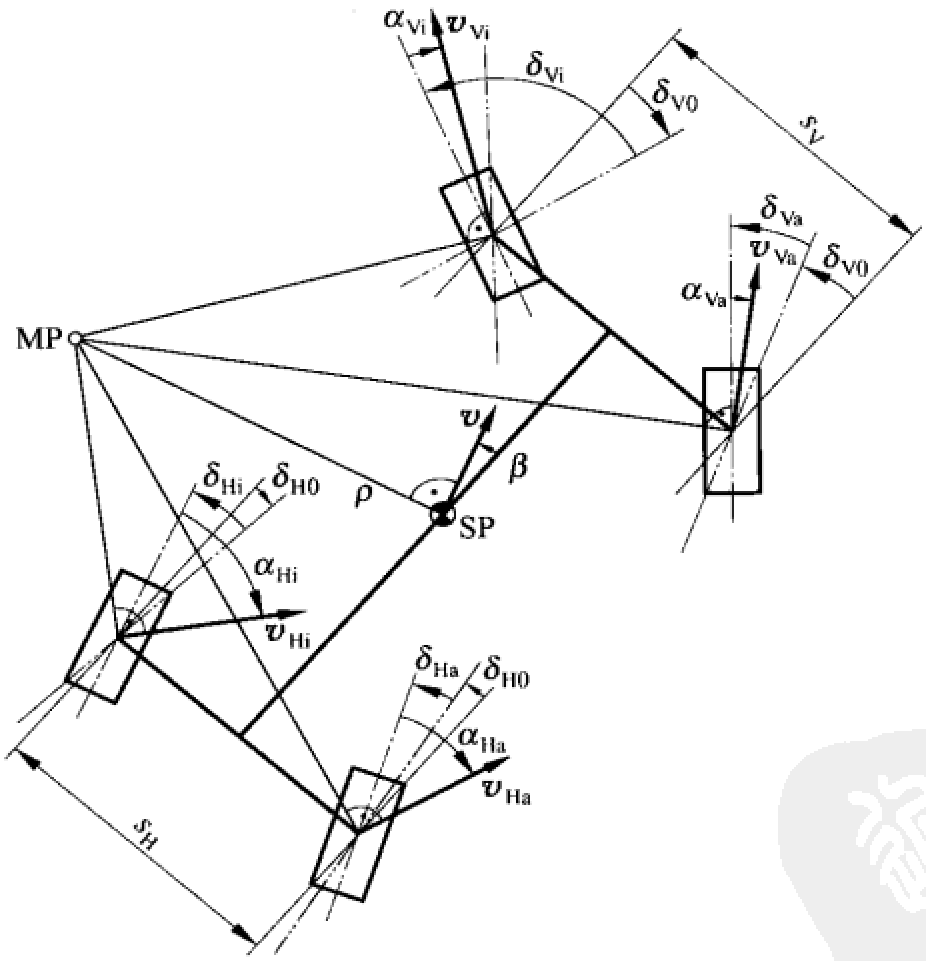


图 146.1 双轨模型运动学参数（参看图 107.2）

—··—直线行驶时车轮中分面。车轮相对于车辆纵轴线精确地转过前束角 δ_{V0} 和 δ_{H0}；

—·—弯道行驶车轮中分面。车轮相对直线行驶时转过的角度为 δ_{Va}，δ_{Vi}，δ_{Ha} 和 δ_{Hi}。

〔109〕 详细讨论见参考文献 102 和 107。

$$\tan\left(\delta_{\mathrm{H}\,\underset{a}{i}} \mp \delta_{\mathrm{H0}} - \alpha_{\mathrm{H}\,\underset{a}{i}}\right) = \frac{v\sin\beta - l_{\mathrm{H}}\,\dot{\psi}}{v\cos\beta \mp \frac{s_{\mathrm{V}}}{2}\dot{\psi}}$$

加以线性化。对这些角来说，这种线性化在侧向加速度较高时也是合理的。参看式(107.7)，有：

$$\delta_{\mathrm{V}\,\underset{a}{i}} \mp \delta_{\mathrm{V0}} - \alpha_{\mathrm{V}\,\underset{a}{i}} = \beta + \frac{l_{\mathrm{V}}}{v}\dot{\psi} \tag{146.1a}$$

$$\delta_{\mathrm{H}\,\underset{a}{i}} \mp \delta_{\mathrm{H0}} - \alpha_{\mathrm{H}\,\underset{a}{i}} = \beta - \frac{l_{\mathrm{H}}}{v}\dot{\psi} \tag{146.1b}$$

式(146.1a)和(146.1b)相加并且缩写后得：

$$\delta_{\mathrm{V}} = \frac{1}{2}(\delta_{\mathrm{Vi}} + \delta_{\mathrm{Va}});\quad \alpha_{\mathrm{V}} = \frac{1}{2}(\alpha_{\mathrm{Vi}} + \alpha_{\mathrm{Va}}) \tag{146.2a}$$

$$\delta_{\mathrm{H}} = \frac{1}{2}(\delta_{\mathrm{Hi}} + \delta_{\mathrm{Ha}});\quad \alpha_{\mathrm{H}} = \frac{1}{2}(\alpha_{\mathrm{Hi}} + \alpha_{\mathrm{Ha}}) \tag{146.2b}$$

进一步得到：

$$\delta_{\mathrm{V}} - \alpha_{\mathrm{V}} = \beta + \frac{l_{\mathrm{V}}}{v}\dot{\psi} \tag{146.3a}$$

$$\delta_{\mathrm{H}} - \alpha_{\mathrm{H}} = \beta - \frac{l_{\mathrm{H}}}{v}\dot{\psi} \tag{146.3b}$$

两式相加，最后得到：

$$\delta_{\mathrm{V}} = \frac{l}{v}\dot{\psi} + (\alpha_{\mathrm{V}} - \alpha_{\mathrm{H}}) + \delta_{\mathrm{H}} \tag{146.4}$$

对于匀速圆周行驶工况，按式(109.2)有$\dot{\psi}=v/\rho$，即可由式(146.4)得到：

$$\delta_{\mathrm{V}} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_{\mathrm{V}} - \alpha_{\mathrm{H}}) + \delta_{\mathrm{H}} \tag{146.5}$$

与前面的式(109.19)和式(127.2)相比，增加了内外侧后轮转角和之半 δ_{H}。

对于评价圆周运动状态非常重要的几个参数的表达式变为：

相对转向盘输入(与式(145.8)比较)：

$$\delta_{\mathrm{L}}^{*} = \frac{\delta_{\mathrm{L}}}{i_{\mathrm{L}}} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_{\mathrm{V}} - \alpha_{\mathrm{H}}) + \delta_{\mathrm{H}} + \frac{M_{\mathrm{L}}^{*}}{C_{\mathrm{L}}} \tag{146.6}$$

质心处侧偏角(与式(145.11)比较)：

$$\beta = \frac{l_{\mathrm{H}}}{\rho} - (\alpha_{\mathrm{H}} - \delta_{\mathrm{H}}) \tag{146.7}$$

有关转向盘扭矩的问题将在 149.2 节讨论。

车轮转角由各种不同的部分组成，下面将对它们分别进行讨论。

146.1 前转向轮的运动学

转向杆系(由中间摆臂、转向臂和横拉臂)的运动学决定了中间摆杆转角 δ_{VL}

与车轮转角 δ_{Va} 和 δ_{Vi} 之间的函数关系，见图 146.2，这种函数以 $\Delta\delta_{Vi} = f(\delta_{VL}) = \Delta\delta_{Vi}(\delta_{VL})$ 和 $\Delta\delta_{Va}(\delta_{VL})$ 表示。考虑前束以后，得到前轮输入为：

$$\delta_{V_{a}^{i}} = \delta_{VL} \pm \delta_{V0} + \Delta\delta_{V_{a}^{i}}(\delta_{VL}) \qquad (146.8)$$

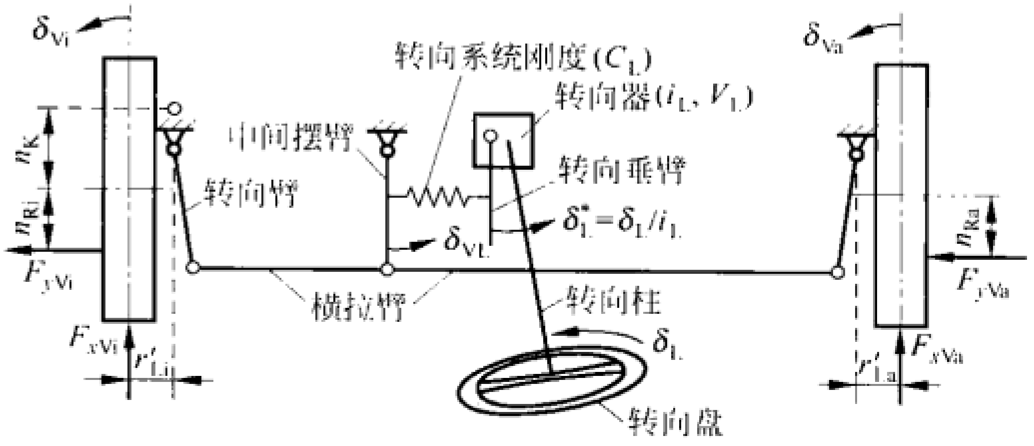


图 146.2 转向系统结构简图，与图 106.1 的区别在于前轮转向角 δ_{Vi}、δ_{Va} 以及中间摆臂转角 δ_{VL}，另外还增加了驱动力 F_{xV} 和干扰力力臂 r'_L。并且因为转向系杆件的弹性相对于传动系以及在车身上的支撑比较大而总是忽略掉

由于正的或者负的前束角度将产生侧向力，试图使车轮转向直线运动的方向，这样就在转向拉杆上产生了一个预紧力，并且可以消除可能存在的间隙。这个角度必须非常小，这样才能使轮胎的磨损保持在较小的状态，同时前束阻力也比较小(见 4.4 节)。它对行驶特性的影响在 147.1 节讨论。

作为例子考虑曲线内外侧前轮转向角不同，但忽略前束角的情况，这时的状态可以用阿克曼(Ackermann)转向模型来描述。比如像停车过程中的低速曲线行驶时，离心力实际上几乎为零，整车侧向力也为零，而车轮转向角很大。如果每一个车轮上的侧向力都等于零，则每一个车轮侧偏角也都等于零。这样就要求前面转向轮的转角大小能保证它们的转动轴线的延长线与后轴的延长线交于一点，见图 146.3(比较

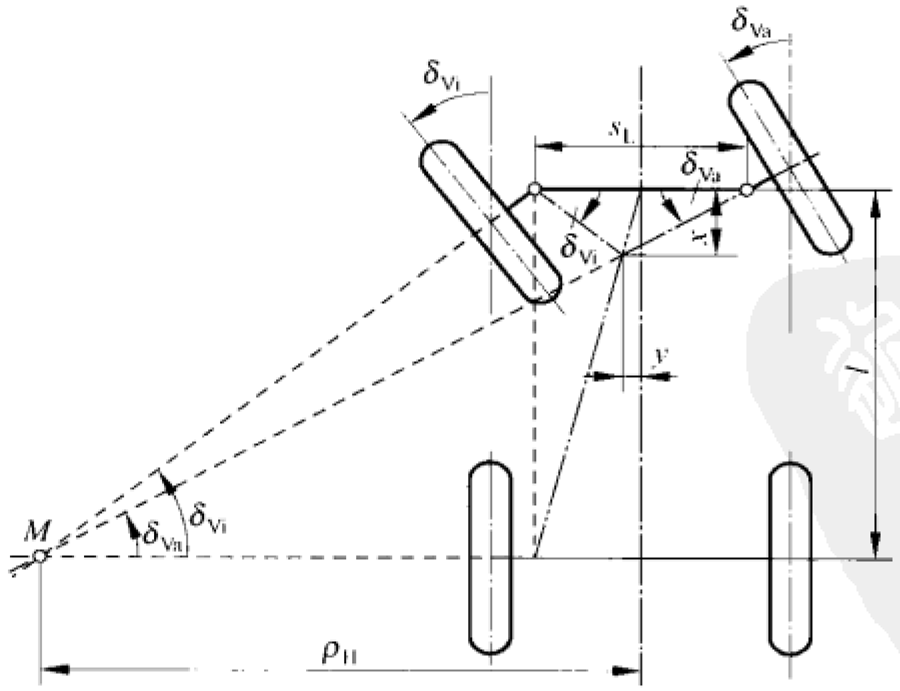


图 146.3 侧向力为零时(车轮侧偏角 $\alpha=0$)的前轮转角设计转向几何学的图解检查

(—·—点画线与—··—双点画线必须交于一点)

图 109.4 描述的单轨模型)。由此得到前轮转角之间关系：

$$\cot \delta_{Va} - \cot \delta_{Vi} = \frac{s_L}{l} \tag{146.9}$$

曲线内外侧车轮转角差 $\delta_{Vi} - \delta_{Va} = f(\delta_{Vi})$ 被称为轨迹偏差角，图 146.4 给出了阿克曼(Ackermann)转向的轨迹偏差角变化曲线。对于现代车辆这个角度都比较小，即向平行转向的方向发展。

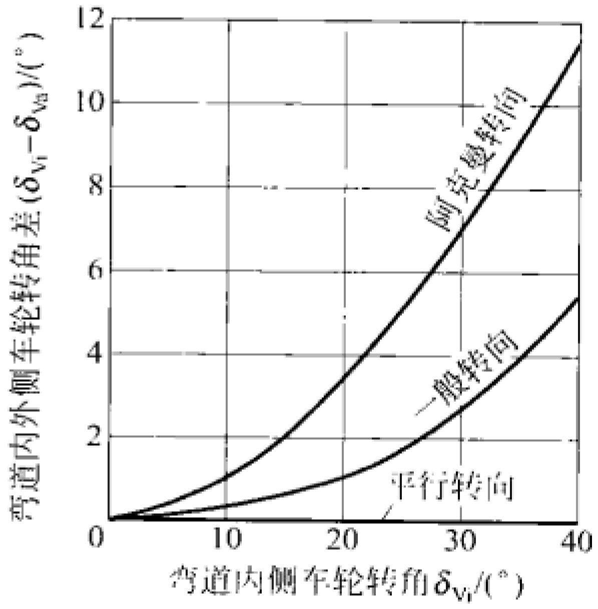


图 146.4 随着车轮转向角的增加，按阿克曼转向和现代一般设计的转向，内外侧车轮转角差的变化

(Krummel, J.; Stockmar, J.; Behles, F.: Fahrverhalten und Lenkung bei Frontantrieb, VDI-Berichte 418(1981), S. 245-252)

146.2 悬架系统的运动学

在装用刚性铰链支座的情况下，悬架的运动学还会产生附加的车轮转角，它一般是弹簧变形的函数，参看图 146.5(图中，结构上的前束角或后束角，即弹簧变形为零时的角度，不予考虑，因为在式(146.8)上已知用于 $\mp\delta_{V0}$ 和 $\mp\delta_{H0}$ 加以考虑了)要把这一函数转换为侧倾角的函数，可以通过图 146.6 来加以说明。这里我们先约定符号，车辆向左弯道行驶(横摆角速度 $\dot{\psi}$ 为正)，车身向右倾(侧倾角 κ 为正)。这时左边的、弯道内侧车轮上弹簧伸长，比如说，按图(a)(用“◦”表示)进入前束状态也就是向车辆内侧滚动，结果相当于负的车轮转角。右侧，弯道外侧车轮上弹簧压缩，按图(a)(用“•”表示)进入后束状态，也就是向车辆外侧滚动。结果同样得到一个负的车轮转角。在图 146.5(b)中画出了侧倾角 κ 和弹簧伸缩量之间的关系。由图(a)和(b)，可以得到图(c)中车轮转角相对于侧倾角的关系，由此求得 $\Delta\delta_{Vi}(\kappa)$…我们这里谈的是侧倾引起的车轮转角。

通过瞬心位置的变化以及(或者)通过弹簧非线性特性可能出现一个附加的、平行的弹簧压缩/伸展，结果在以纵轴线对称的车辆上只能引起同一车轴内外侧车轮相反的前束变化。

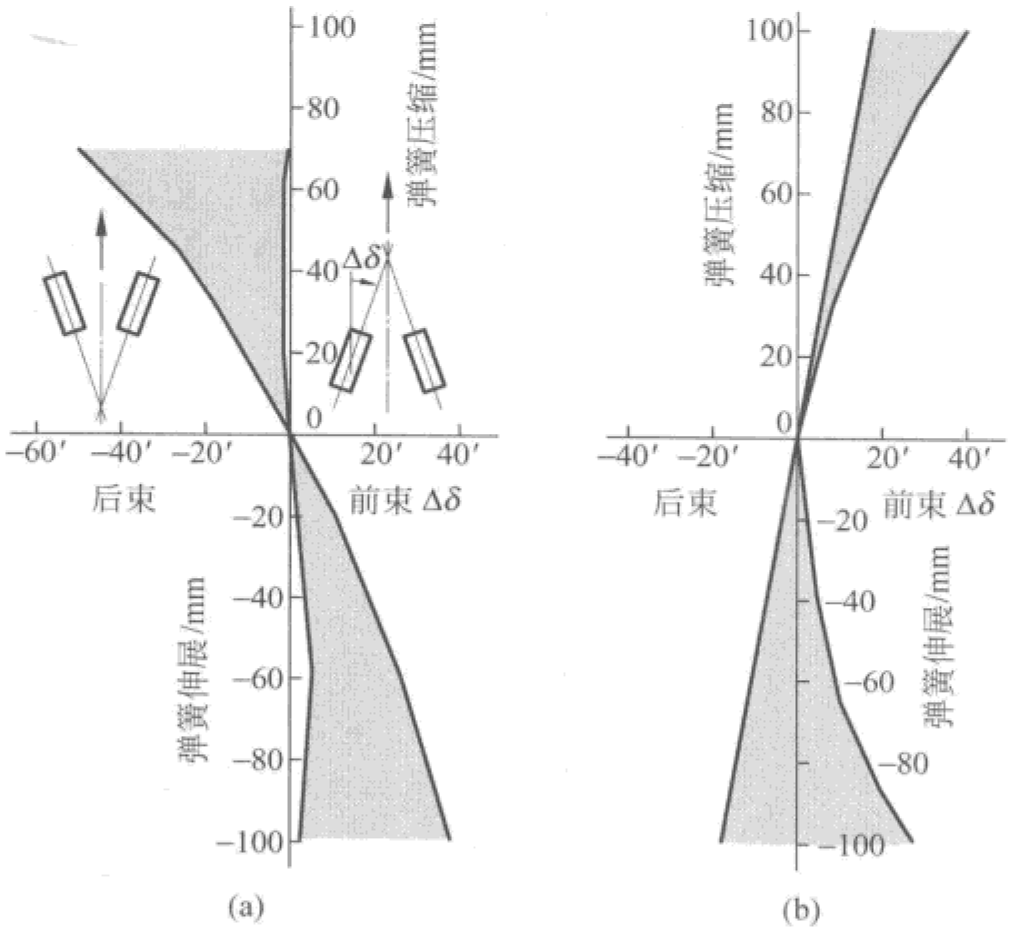


图 146.5 悬架弹簧伸缩变形引起的轿车车轮前后束的变化

(a) 对于前轮；(b) 对于后轮；结构上的前束没有考虑

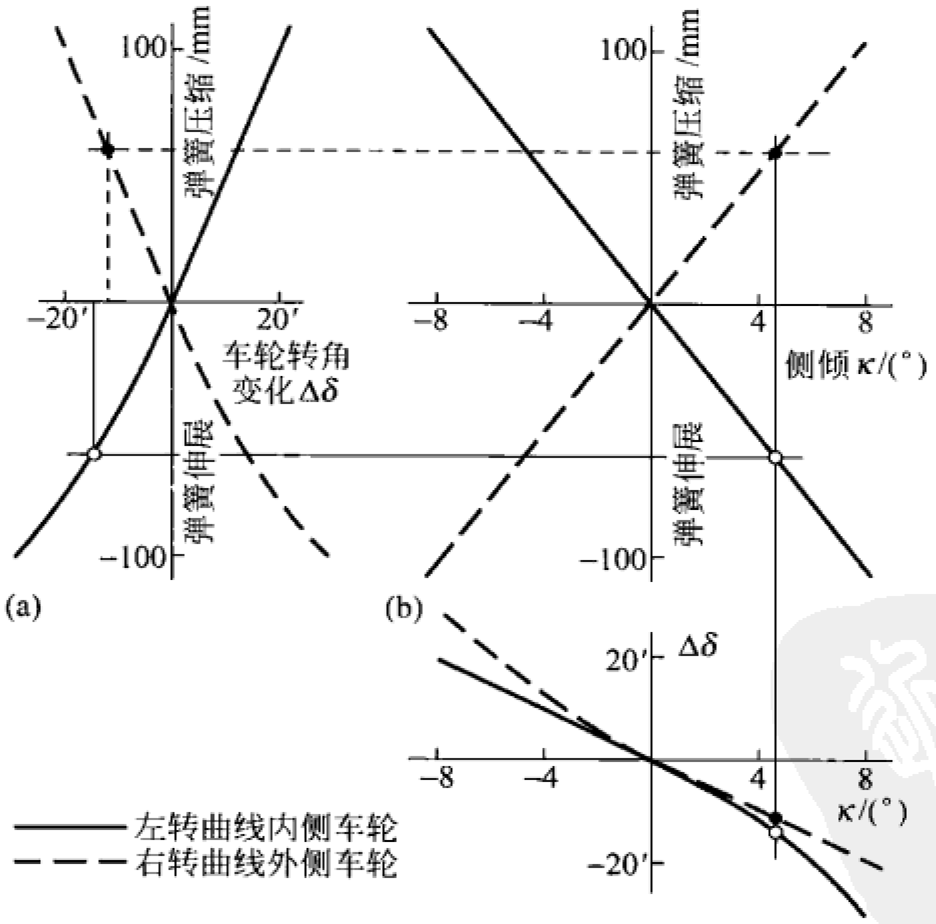


图 146.6 把测量所得的车轮转角变化 Δδ 作为弹簧变形量的函数(a)，经过车身侧倾角(b)转换为 Δδ＝f(κ)(c)。图中“○”表示车辆正向侧倾，左边＝弯道内侧车轮之弹簧伸展；“●”表示右边＝弯道外侧车轮上弹簧压缩

146.3 悬架系统的弹性运动学

在装用弹性(橡胶)支座情况下(对于减少噪声是很重要的)还会出现一个转角$\Delta\delta$,用支撑的弹簧模型可以直观地加以说明,如图 146.7(a)所示。$\Delta\delta$ 取决于侧向力 F_y 和切向力 F_x(图 146.7b),还决定用于回正力矩 M_z,而 M_z 根据图 11.3 又通过轮胎特性与 F_y 和 F_x 联系起来了。这些侧向力引起的转向和切向力引起的转向特性用 $\delta_{\mathrm{Vi}}(F_{y\mathrm{Vi}}),\cdots,\delta_{\mathrm{Vi}}(F_{x\mathrm{Vi}}),\cdots$ 来描述。

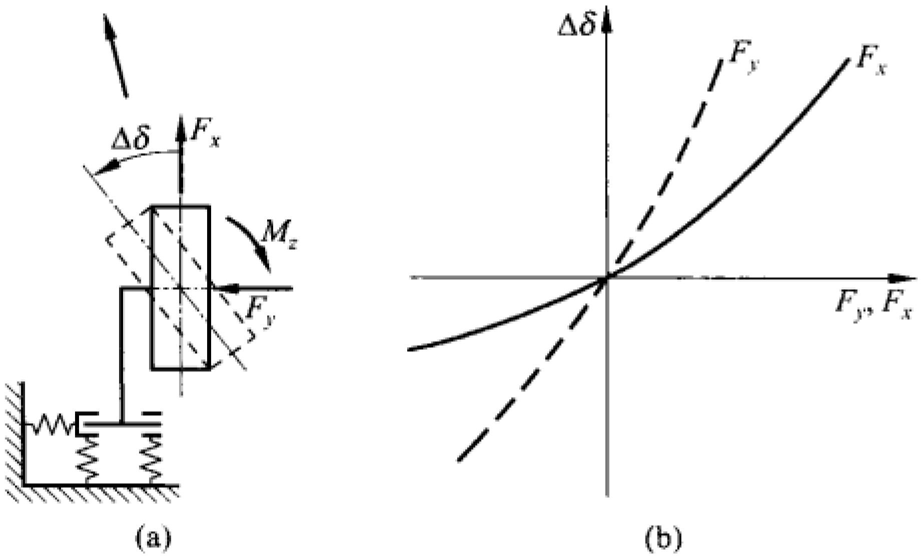


图 146.7 (a) 侧向力 F_y,切向力 F_x 和回正力矩 M_z 通过悬架的弹性支座引起的车轮转角 $\Delta\delta$;(b) 相互的函数关系

从 146.1 节到 146.3 节,总起来得到的前轮输入

$$\delta_{\underset{a}{\mathrm{Vi}}}=\underbrace{\underbrace{\underbrace{\delta_{\mathrm{VL}}+\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Vi}}}(\delta_{\mathrm{VL}})}_{\text{转向系统}}+\underbrace{\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Vi}}}(\kappa)}_{\text{悬架支座刚性}}}_{\text{运动学}}+\underbrace{\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Vi}}}(F_{y\underset{a}{\mathrm{Vi}}})+\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Vi}}}(F_{x\underset{a}{\mathrm{Vi}}})}_{\text{悬架支座弹性}}}_{\text{弹性-运动学}}\qquad(146.10)$$

前三项取决于转向装置和悬架的几何学,后两项则取决于橡胶支座弹性特性及其布置。第二项和第三项常常归并为**运动学**影响,第二项到第五项归纳为**弹性-运动学**影响。

相应地对没有转向控制的后轮有

$$\delta_{\underset{a}{\mathrm{Hi}}}=+\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Hi}}}(\kappa)+\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Hi}}}(F_{y\underset{a}{\mathrm{Hi}}})+\Delta\delta_{\underset{a}{\mathrm{Hi}}}(F_{x\underset{a}{\mathrm{Hi}}})\qquad(146.11)$$

146.4 车轮外倾

车轮外侧时,从第 9 节可知对轮胎侧偏角会有影响,我们用类似方法来列写表达式:

$$\gamma_{V\underset{a}{i}} = \pm\gamma_{V0} + \Delta\gamma_{V\underset{a}{i}}(\delta_{VL}) + \Delta\gamma_{V\underset{a}{i}}(\kappa) + \Delta\gamma_{V\underset{a}{i}}(F_{yV\underset{a}{i}}) + \Delta\gamma_{V\underset{a}{i}}(F_{xV\underset{a}{i}}) \tag{146.12}$$

$$\gamma_{H\underset{a}{i}} = \pm\gamma_{H0} + \Delta\gamma_{H\underset{a}{i}}(\kappa) + \Delta\gamma_{H\underset{a}{i}}(F_{yH\underset{a}{i}}) + \Delta\gamma_{H\underset{a}{i}}(F_{xH\underset{a}{i}}) \tag{146.13}$$

在图 146.8 中，各种轿车的外倾角 γ 作为弹簧变形量的函数给出。由此不仅可以查出 γ_{V0} 和 γ_{H0}，也可求取函数 $\Delta\gamma(\kappa)$

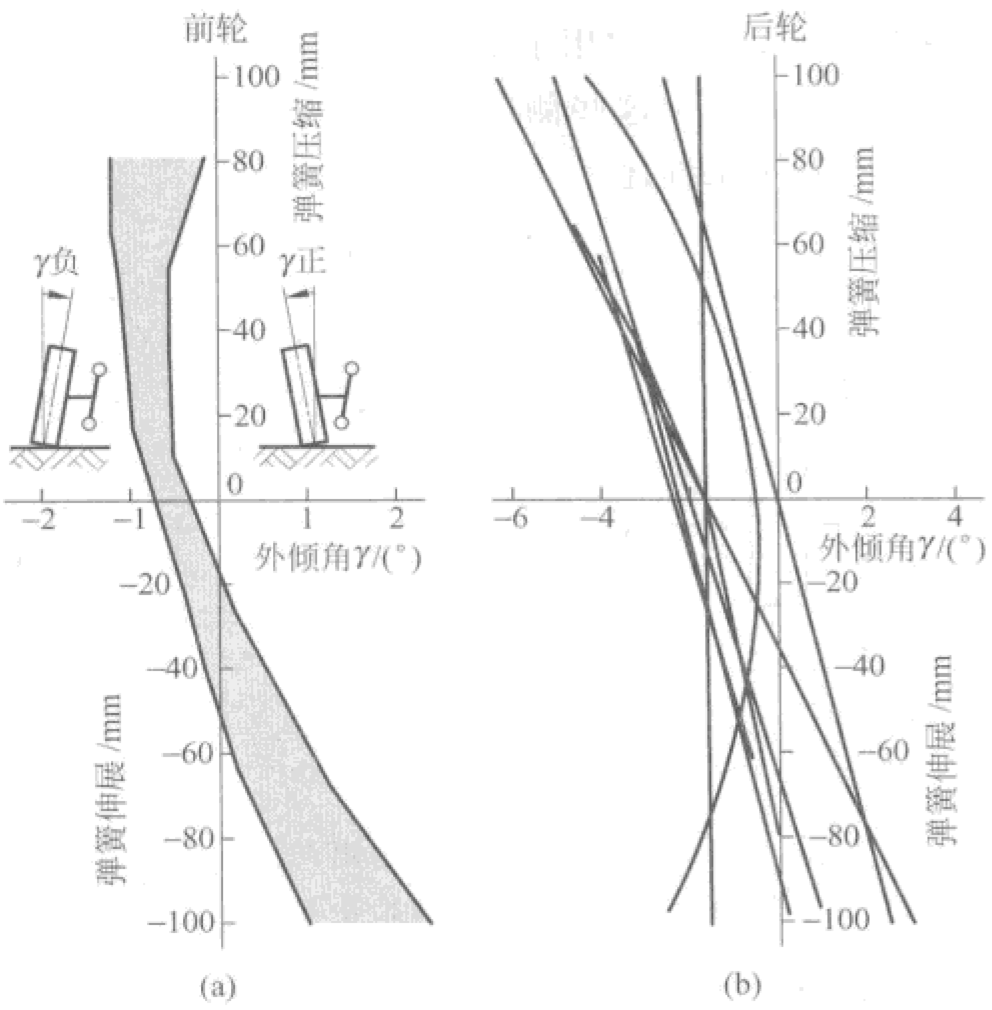


图 146.8 外倾角 γ 作为轿车悬架弹簧变形的函数

147 运动学和弹性运动学对行驶特性的影响

在这一节里将要讨论车轮转向和外倾角对操稳性的影响，在第 146 节中它们是通过运动学和弹性的作用产生影响的。

147.1 前束和切向力附加转向的影响

因为有前束时，同一车轴左右车轮的转角大小相等，方向相反；而在讨论切向力转向时，如果装用无摩擦差速器，那么两个车轮上的驱动力也是一样的。所以我们把前束和切向力转向一起加以评价。

为了使讨论过程简单，在此忽略侧倾和侧向力附加转向的影响，并且假设左右侧转向前轮的输入角相同。从式(146.1)，式(146.10)和式(46.11)开始来加以说明，因此就有：

$$\alpha_{Vi}-\alpha_{Va}=-2\delta_{V0} \qquad (147.1a)$$

$$\alpha_{Hi}-\alpha_{Ha}=-2\delta_{H0} \qquad (147.1b)$$

没有前束时，在给定的车轴侧向力 $F_y=F_{yi}+F_{ya}$ 以及已知轮荷 F_{zi} 和 F_{za} 的情况下，内外侧车轮的侧偏角 $\alpha_i=\alpha_a$。这种情况在图 139.3(a)中已经处理过了。现在每个车轮上还有前束角 δ_0，外侧车轮上的侧偏角是在无前束时的侧偏角（按式(146.2)等于车轴侧偏角）再加上前束角，即 $\alpha_a=\alpha+\delta_0$；而内侧车轮则相应地为 $\alpha_i=\alpha-\delta_0$，结果就出现了一个错误，如图 147.1 所示。这时点 1 处的侧向力之和就过大了。原因是：在点 2 处由于轮荷较高，侧向力的增加也比点 3 处多。结果是：前束使得弯道行驶时车轴的侧偏角降低。这种分析思想也适用于由于驱动力引起的车轮转角变化。对于操纵性而言，这就意味着：

- 前轮的前束以及由于（前驱动时）驱动力引起前束变化减小了前轴的侧偏角；后轮的后束以及由于（后驱动时）驱动力引起的后束变化将增大后轴侧偏角。结果使得操纵性能向过多转向方向转化，或者说减少了不足转向。反之，则向不足转向方向转化。
- 车轮侧偏角的减小，按 139.1 节，提高了极限加速度，就这一点而言，前束有积极作用。

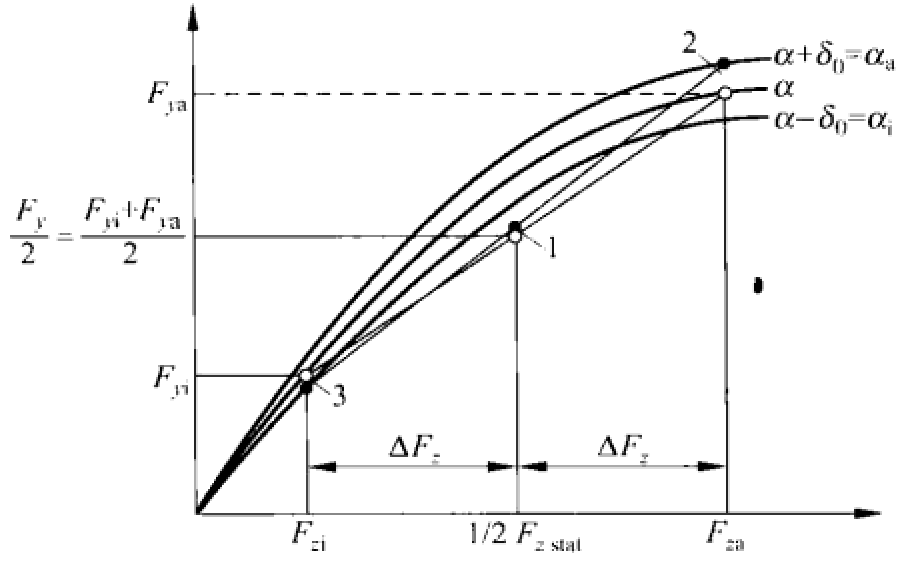


图 147.1 前束角 δ_0 对车轮侧偏角的影响

F_{zstat}＝轴荷，$F_{zstat}/2$＝静态轮荷，F_y＝车轴侧向力；○＝无前束 δ_0；●＝有前束 δ_0

147.2 前转向轮输入，内外侧车轮转角差

在图 146.4 中已经指出，现代车辆的内外侧车轮转角差($\delta_{Vi}-\delta_{Va}$)比阿克曼转向要求的小些，这就意味着在给定曲线内侧前轮转向角的条件下，外侧前轮的转向角要大于阿克曼转向的角度。它影响到车轮侧偏角的差值。在忽略了侧倾、侧向力和切向力附加转向后，侧偏角的差值可以根据式(146.1a)和式(146.10)得到：

$$\alpha_{Vi}-\alpha_{Va}=-2\delta_{V0}+[\Delta\delta_{Vi}(\delta_{VL})-\Delta\delta_{Va}(\delta_{VL})] \qquad (147.2)$$

由于内外侧车轮转角差比阿克曼转向要求的小，这就使得上式中方括号内的值为负，也就意味着前束增加，根据 147.1 节的讨论，可以提高车辆的极限侧向加速度。

理想情况是车轮转向角 $\Delta\delta_{Vi}$ 和 $\Delta\delta_{Va}$ 由前束 δ_{V0}、转弯半径 ρ、附着极限以及附着系数 μ_h 的大小决定[110]。而这只能通过线控转向(steer by wire)和相应的传感器实现。

147.3 侧倾和侧向力附加转向的影响

由于前后轮的附加转角，就使得图 146.1 所示的曲率中的 MP 位置发生变化。因而半径 ρ 的值随之变化；或者在 ρ 给定的情况下，转向盘转角 δ_L 大小随之变化。

为了讨论侧倾和侧向力附加转向的影响，在此利用式(146.2)、式(146.5)、式(146.6)、式(146.10)以及式(146.11)。对于两种情况我们得到：

$$\delta_L^* = \frac{\delta_L}{i_L} = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L} + (\Delta\delta_H - \Delta\delta_V) \tag{147.3}$$

$$\Delta\delta_V = \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Vi}(\kappa) + \Delta\delta_{Va}(\kappa)] + \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Vi}(F_{yVi}) + \Delta\delta_{Va}(F_{yVa})] \tag{147.4}$$

$$\Delta\delta_H = \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Hi}(\kappa) + \Delta\delta_{Ha}(\kappa)] + \frac{1}{2}[\Delta\delta_{Hi}(F_{yHi}) + \Delta\delta_{Ha}(F_{yHa})] \tag{147.5}$$

式(147.3)中前三项是已知的，可参看式(145.8)和式(145.9)。也就是说，从第 139 节到第 145 节中得到的结果是一直有效的(当时做了一定的简化)，新加的是第四项：

$$\begin{aligned} 2(\Delta\delta_H - \Delta\delta_V) = & \underbrace{\Delta\delta_{Hi}(\kappa) - \Delta\delta_{Vi}(\kappa) + \Delta\delta_{Ha}(\kappa) - \Delta\delta_{Va}(\kappa)}_{\text{侧倾附加转向}} \\ & + \underbrace{\Delta\delta_{Hi}(F_{yHi}) - \Delta\delta_{Vi}(F_{yVi}) + \Delta\delta_{Ha}(F_{yHa}) - \Delta\delta_{Va}(F_{yVa})}_{\text{侧向力附加转向}} \end{aligned} \tag{147.6}$$

附加转角之差 $\Delta\delta_H - \Delta\delta_V$ 一方面取决于侧倾角 κ(第一行)，称为**侧倾附加转向**；另一方面，取决于侧向力 F_y(第二行)，称为**侧向力附加转向**。

这种差值可以用来使一部车辆得到一定的不足/过多特性。以干路面上行驶的车辆为例(图 147.2)。在图(a)上，没有侧倾和侧向力附加转向的两部车辆，前轮驱动的不足转向特性过强(虚线所示)，后轮驱动的呈现过多转向特性(点画线所示)，要通过车轮附加转向使它们向所希望的不足转向特性变化(实线所示)。按式(147.3)，所希望的相对转向盘输入是：

$$\delta_{L\text{Wunsch}}^* = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L} + (\Delta\delta_H - \Delta\delta_V)$$

而现有车辆的为：

$$\delta_L^* = \frac{l}{\rho} + (\alpha_V - \alpha_H) + \frac{M_L^*}{C_L}$$

所以要实现的差值应为：

---

[110] Fiala, E.: Kraftkorrigierte Lenkgeometrie, Lenkgeometrie unter Berücksichtigung des Schräglaufwinkels, ATZ 61 (1959) Heft 1, S. 29-32.

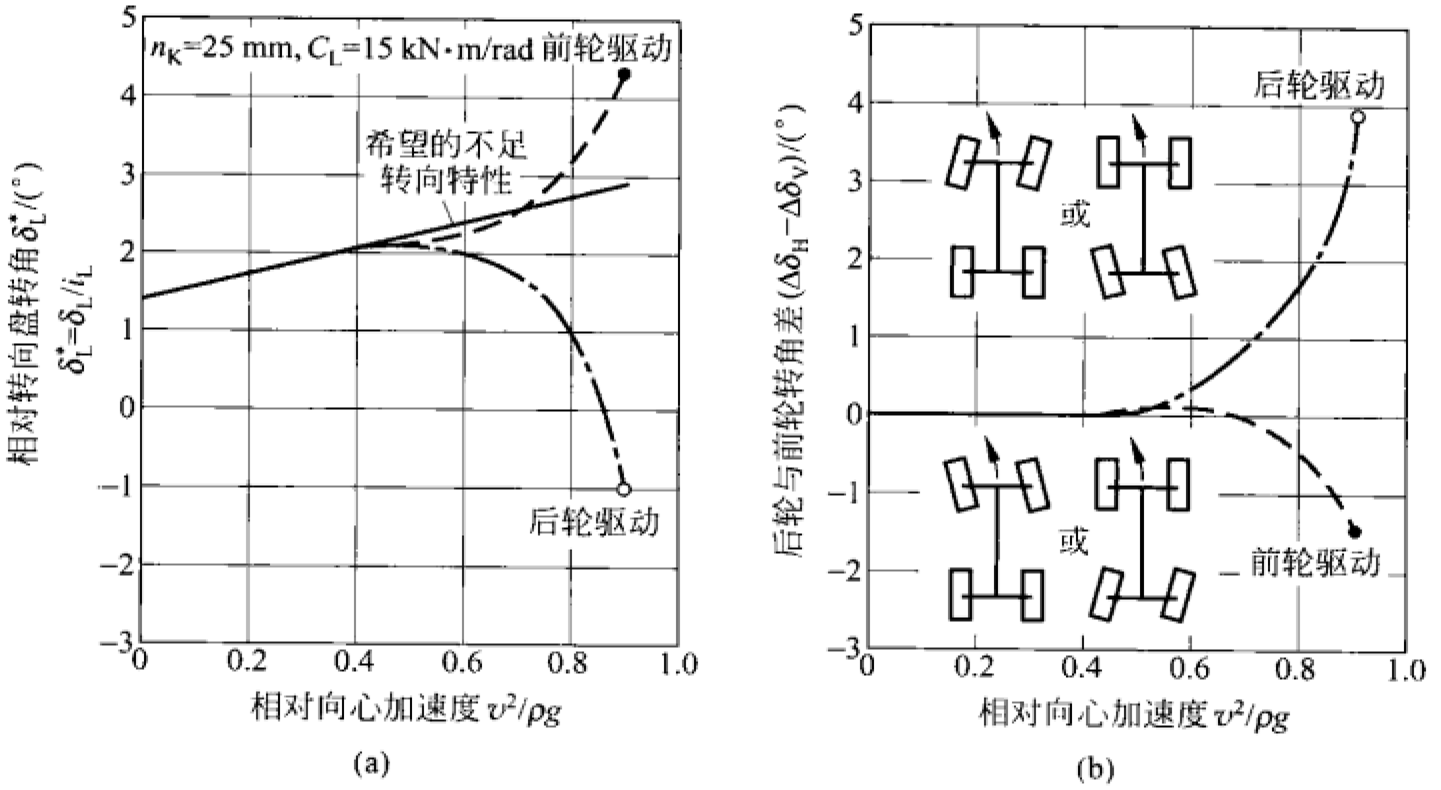


图 147.2 侧倾附加转向和侧向力附加转向对干路面上行驶车辆的不足/过多转向特性的影响

(a) 由图 127.8(a)和(b)得到前轮驱动和后轮驱动车辆特性，以及两种驱动方式下希望的特性；(b) 由此针对两种驱动方式分别得到了前轮和后轮的转角特性曲线

$$\delta_{L\text{Wunsch}}^* - \delta_L^* = \Delta\delta_H - \Delta\delta_V$$

如图(b)所示。从图(a)可见，直到 $v^2/\rho g \approx 0.4$，现有两部车辆(前轮和后轮驱动)的不足转向特性与所希望的一致，所以要求的附加转向为零。在侧向加速度较高时，才必须在前轮驱动车辆上使差值为负；而在后轮驱动车辆上为正。符号的含义在图中各自通过画出的两个例子来说明，也就意味着对于后轮驱动的车辆，前轮转角要比较小，或者在左转弯时后轮要向左，而对于前轮驱动的车辆，前轮转角要比较大，或者在左转弯时后轮要向右。

针对这种解决问题的严格的例子，我们可能会提出异议：

- 差值 $\Delta\delta_H-\Delta\delta_V$ 太大；
- 实际上不是从一定的侧向加速度——这里约为 $0.4g$——才开始起作用，而是从零就起作用，如图 146.4 和 146.5(c)里出现的那样。

基本上可以导出下列重要设计建议：

- 通过侧倾和侧向力附加转向，可以变更圆周行驶特性和瞬态操稳性。
- 附着系数很小的情况下(如结冰路面)不是如此。因为从 $v^2/\rho g=0.4$ 起才起作用，而在 0.2 时就达到了附着极限(图 128.2)。
- 即使附加转向从 $v^2/\rho g=0$ 起就起作用，也由于侧倾角太小，侧向力太小，因而它们的影响也是很小的。这就意味着，干路面上后轮驱动车辆可以通过附加转向使其由过多转向(因而是不稳定)的车辆转变为不足转向的(稳定)车辆；而在结冰路面上则仍保持过多转向。前轮驱动时，在干路面上可以降低其不

足转向趋势，而在结冰路面上则不可能。

- 如果说在平路上侧倾和侧向力附加转向（以及下面提到的外倾转向）对行驶特性可能起好的作用，那么在不平路面上直线行驶（即所谓直线奔驰）时，这种作用就是不好的了。因为路面不平激励了车辆的振动，使得车轮和车身之间出现相对运动，因而就有侧倾运动、车轮转角输入、外倾变化、轮迹改变（前束变化）、侧向力。虽然驾驶员按直线操纵转向盘，但车辆仍向侧向偏移。[111]
- 全轮转向的车辆，使其后轮附加转向作为附着系数的函数而与车辆振动无关，可能是有益的（见第154节）。
- 从图127.8(c)可见，全轮驱动的车辆，其特性曲线与图147.2(a)（实线所示）中所希望的曲线很接近，所以只需要极少的附加转向即可。

147.4 外倾

要用一个相对来讲较为简单的例子来解释外倾的单独影响。这里从 $\gamma=f(v^2/\rho g)=0$ 开始（图147.3(a)中实线所示）。随着相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 的增加，外倾角从 γ 零线性地增加到 $+6°$（虚线表示）；而另一方面则反向增加到 $-6°$（点画线表示）。并且这时认为外倾角相等，即 $\gamma_{Vi}=\gamma_{Va}$；$\gamma_{Hi}=\gamma_{Ha}$。

车轮侧偏角随相对向心加速度 $v^2/\rho g$ 变化特性如图147.3(b)所示。正外倾角时侧偏角大于无外倾时；而负外倾角时则小些。由此，根据式(127.2)计算得到各种不同外倾角的前后轮组合情况下的前轮转角输入 δ_V 的特性（图c）。为计算转向盘输入 δ_L，按式(127.1)先要画出一个前轮的回正力矩 $M_{zV}/2$ 曲线（图d）和相对转向力矩 M_L^*，曲线（图e）。在图(f)中最后得到转向盘相对输入 δ_L^* 随 $v^2/\rho g$ 变化的特性。

总的结果是：

- 负外倾（相当于摩托车弯道行驶）可以在给定的侧向力也就是给定向心加速度的条件下，降低车轮侧偏角（图147.3b），这样可以提高曲线极限加速度。
- 因此，根据式(127.4)，在后轮有正外倾时，质心外侧偏角 β 随 $v^2/\rho g$ 的变化要比无外侧时强烈；而在负外倾时，则要缓和些。
- 前轮上的正外倾使转向盘力矩比无外倾时加大；而负外倾时则减小（图147.3e）。为了不出现这一情况，在正外倾时要抵消过大的轮胎拖距，应减小主销前指；而在负外倾时则应加大。
- 通过作为向心加速度函数（或侧倾的函数或侧向力的函数）的外倾角的变化，车辆的不足/过多转向趋势会受到影响。如图147.3(f)所示，在向心加速度较低时，前轮外倾正向变化/后轮无变化，或前轮无外倾变化/后轮外倾负向变化，都会使车辆不足转向趋势加强；反之则不足转向减弱。在侧向加速度较高

---

[111] Deppermann, K.-H.: Fahrversuche und Berechnungen zum Geradeauslauf von Personenkraftwagen, Diss. TU Braunschweig 1989.

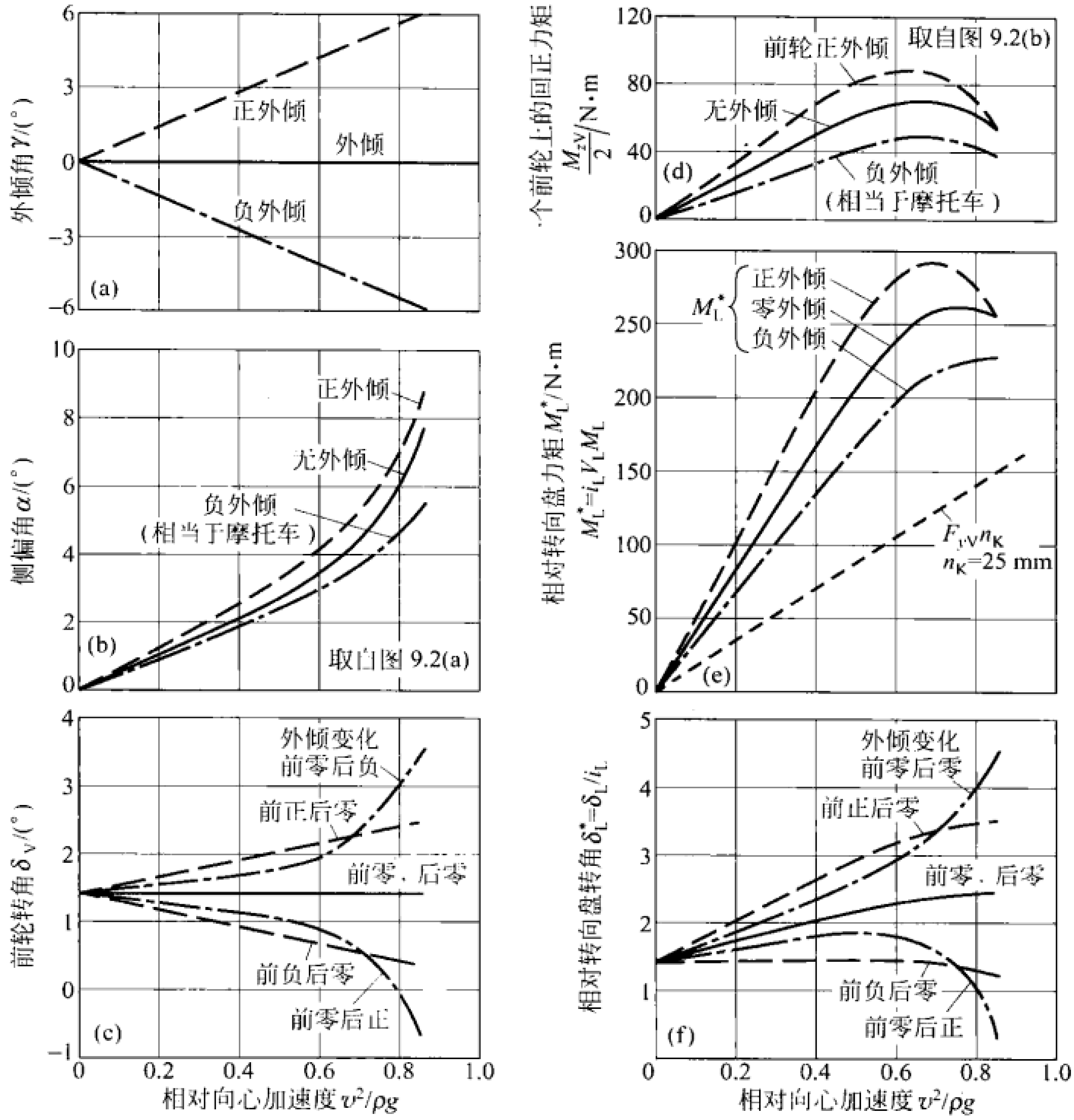


图 147.3 外倾对转向力矩 M_L 和不足/过多转向特性的影响

在此取 $\gamma=f(v^2/\rho g)=0$，参见第 127 节：$l_V/l=1/2$；$h=0$；$F_x=0$；$\delta_{Va}=\delta_{Vi}$；$\delta_H=0$

时，前轮负外倾/后轮无外倾，有轻微的过多转向；而前轮无外倾/后轮正外倾则有强烈的过多转向特性。

在车轮侧偏角较大时，侧向力的轻微变化都会影响到计算结果，因而使操稳性十分敏感(如图 9.2(a)所示)因为这时 F_y-α 曲线的斜度变得十分平坦。

148 侧倾的影响

148.1 侧倾角的大小

由式(145.10)得到稳态侧倾角

$$\kappa = \frac{v^2}{\rho g}\frac{G_A h'}{C - G_A h'} = \frac{1}{\dfrac{C}{G_A h'} - 1}\frac{v^2}{\rho g} \tag{148.1}$$

它取决于除以重力加速度的向心加速度 $v^2/\rho g$，车身重力 G_A，车身质心到瞬时轴线的距离 h' 以及总的侧倾角刚度

$$C = C_V + C_H + C_{StV} + C_{StH} \tag{148.2}$$

即前后轴和稳定装置的侧倾角刚度之和。由式(144.1)可以得到式(148.1)中的一个重要商数

$$\frac{G_A h'}{C} = \frac{G_A}{C}\left[h_A - p_V + (p_V - p_H)\frac{l_{VA}}{l}\right] \tag{148.3}$$

式(148.1)和式(148.3)用于图 148.1，下面举例说明图 148.1。如果瞬时轴线在路面上，即 $p_V = p_H = 0$，亦有 $C = 30$ kN/rad，由图 b 可得商数 $C/G_A h' = C/G_A h_A = 6.24$（点○），再由图(a)得到相对侧倾角 $\kappa / \frac{v^2}{\rho g} = 10.9°$。如果这一数值太高，一般它应降为 8°，则 $C/G_A h' = 8.16$（点•）。为做到这一点，基本上有两种解决办法：

a) 在 C 不变的情况下，减少车身质心到瞬时轴线的距离 h'，也就是在给定的质心高度 h_A 情况下抬高瞬心轴线（比如 $p_V = 0.1$ m，$p_V - p_H = -0.08$ m，见“●”，或者 $p_V = 0.2$ m，$p_V - p_H \approx +0.15$ m，见“▲”；

b) 如果瞬心较低，就必须把侧倾角弹簧刚度 C 设计得高些（比如 $p_V = 0.1$，$p_V - p_H \approx 0.2$ m 时，把 $C = 30$ 提高到 40 kN/rad）。

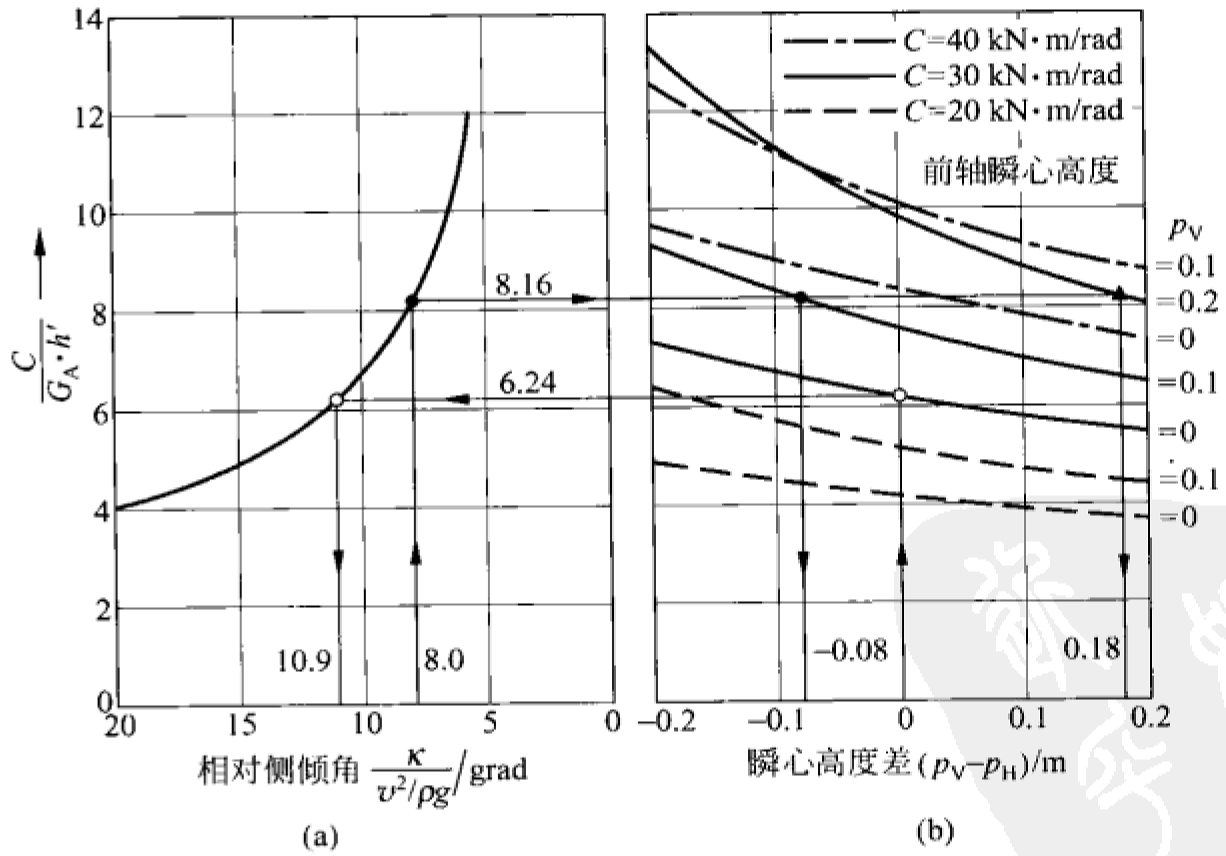


图 148.1 $\kappa/(v^2/\rho g)$ 作为 $C/G_A h'$ 的函数(a)，以及 $C/G_A h'$ 与前后轴瞬心高度 p_V 和 p_H 差值的关系(b)，C 和 p_V 为参变量。($G_A = 9250$ N，$h_A = 0.52$ m，$l_{VA}/l = 0.38$)

按照B篇的第91节以及页注117，我们常把弯道侧倾角的极限定为空载8°和满载11°，这样从式(148.1)得到

$$\frac{C}{G_A h'} = \frac{v^2/\rho g}{\kappa} + 1 \approx 8.2 \sim 6.2$$

通过第75节的第4点讨论的"主动悬架系统"可以在稳态圆周运动时使侧倾角最小减到零。这时不仅车辆的横向倾斜消失，而且由车辆横向倾斜引起的对于悬架系统的运动学方面的影响也都消失。

148.2 对车辆振动和轮胎磨损的作用

上面所讲的两种解决办法，我们不能随意选择，因为侧倾角刚度 C 以及瞬心高度 p_V 和 p_H 的变化会影响直线行驶车辆的振动。参看第90节(侧倾振动)、第91节(稳定装置)以及第96节(悬架，侧倾振动，侧向力，侧向抖动)。总起来讲，可以再归纳如下：

a) 侧倾角刚度的提高对带和不带稳定装置车辆的结果很可能是不一样的。
  —侧倾角刚度提高后，在无稳定装置的车辆上同时也使垂直刚度提高，因而降低弯道行驶侧倾角的代价是恶化了不平路面上的行驶舒适性。
  —在有稳定装置的车辆上，垂直/俯仰振动与侧倾振动之间可以区分开。按第91节，这时不平路面上的舒适性只有少许恶化，而弯道行驶侧倾角却可大幅度降低。

b) 不平路面上直线行驶时也会由于前束和外倾的变化而出现侧向力，瞬心高度 p 越小，则侧向力也越小(参看96.3节)。因而轮胎磨损也越小。

c) 车轮运动学也引起了直线行驶时车身的侧向振动，即侧向抖动，参看96.3节。这里瞬心高度MZ不是主要的，而瞬时极点MP的位置是重要的。参看表144.1，双横臂车轴，如果高度 a 等于轮胎静半径，并且车轮的距离 f_{SP} 较大，那么侧向抖动较小。其次才是 p 值必须要小。

概括讲，采用稳定装置和降低瞬心高度是值得推荐的。

148.3 最大的侧向加速度

侧倾角增大时，车身质心急剧移向弯道外侧，参看式(142.1)和图142.1(a)。弯道内外侧车轮轮荷的变化也随之加大，结果侧偏角就加大了。因而在较小的侧倾角时就早已达到了附着极限。图148.2上画出了最大侧向加速度 $v^2/\rho g$ 随特征参数 $G_A h'/C$ 变化的情况以及后者又随相对侧倾角 $\kappa\Big/\frac{v^2}{\rho g}$ 变化的情况。

如果车辆的 $\kappa\Big/\frac{v^2}{\rho}$ 为 $8°/g$，则其能达到的侧向加速度比无侧倾时要降低5%。但因此不能讲，后者就更安全些。因为这种情况下虽然能达到较高的侧向加速度，但由于没有侧倾，所以驾驶员得到的接近附着极限的信息量太少。

前后车轴侧倾角刚度的分配也同样影响所能达到的侧向加速度，参看139.2.4节

和图 148.3。以前轴荷较小的车辆为例，其后轴的侧倾角刚度必须大些，以便在弯道上急速行驶时两个车轴能同时侧滑；这样能达到的侧向加速度较高(点 A)。如果在极限区域要使车辆是不足转向的(侧倾角刚度分配对极限区域的转向特性影响特别大)，就必须加大前轴的侧倾角刚度(从点 A 移到点 B)。

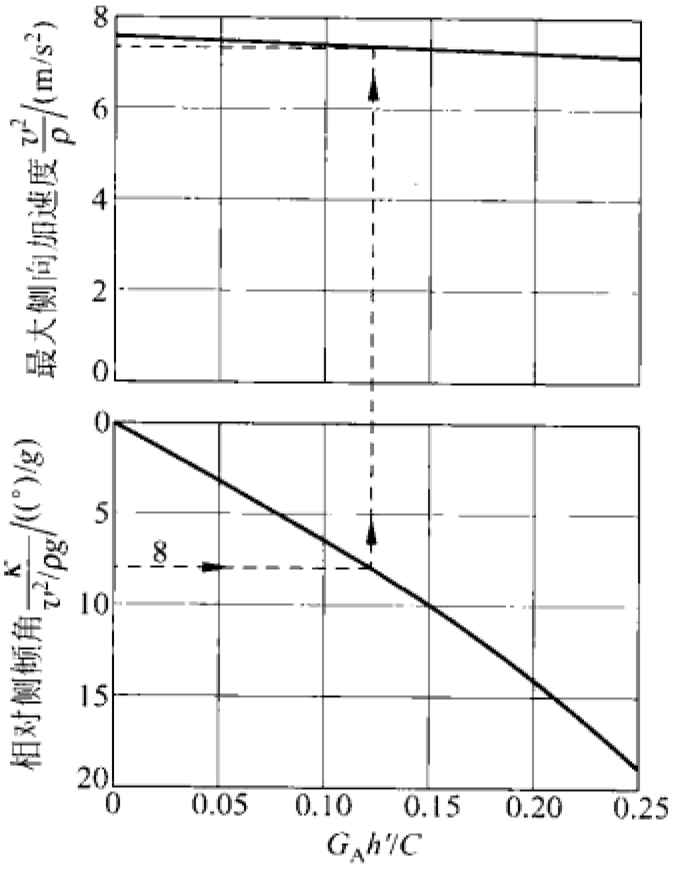


图 148.2 最大侧向加速度与相对侧倾角的关系

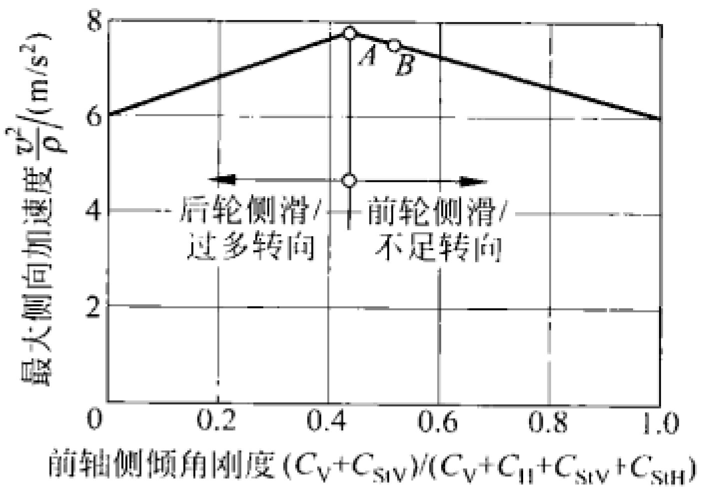


图 148.3 前后轴间侧倾角刚度的分配及其对能达到的最大侧向加速度的影响

这里要再次像 148.2 节中那样区别两种情况：无稳定装置的车辆上，侧倾角刚度分配对不平路面上的舒适性有影响。而带稳定装置的车辆上则没有影响。这就是说，带稳定装置的车辆，其侧倾角刚度分配可以纯粹按操稳性观点来决定，无需考虑协调和折中。而在无稳定装置的车辆上则必须设法协调和折中。

149 转向系统

由转向盘到前轮的传递系统一般称为"转向系统"，到目前为止仅用了简单的转向模型进行了讨论。在第 106 节中简单介绍了转向盘输入 δ_L 和前轮输入 δ_V 之间的关系，并且讨论了转向系统刚度 C_L，传动比 i_L 和结构方面的主销前指 n_K 的意义，计算了转向盘扭矩 M_L 的大小。而这些讨论都是基于"单轨模型"进行的，这时要求左右侧前轮输入角相同 $\delta_{Vi}=\delta_{Va}$、参数 i_L 和 n_K 保持不变、前轮只有侧向力作用。在 139.2.3 节还利用"双轨模型"讨论了曲线内、外侧前轮载荷不同对 M_L 的影响。

从第 146 节开始讨论了 δ_{Vi} 与 δ_{Va} 不相等的情况，它们的差别是由转向系导杆、悬架系统的运动学和弹性运动学关系、车轮侧倾角 κ、侧向力 F_y 和切向力 F_x 产生的。在接下来的第 147 节基于行驶特性讨论了 δ_{Vi} 和 δ_{Va} 之间的差别，比如车轮侧偏角变

化和不足转向趋势等。

现在还缺少转向盘扭矩大小的估计，而它与前转向轮的运动学有着密切的关系。关于这个问题将在“传统转向系统”中进行讨论，接着还要讨论“非传统转向系统”。

149.1 传统转向系统

149.1.1 前轮的几何关系

图 149.1 中画出了右前轮的几何参数。车轮绕转向主销轴线转动，主销与路面之间形成内倾角 σ 和后侧角 τ，车轮与铅垂位置之间形成外倾角 γ_0 和前束角 δ_{V0}，主销前指 n_K 是由轮轴后置 n_0 和作为车轮转向角 δ_V 的函数的主销后倾角 τ 所引起的部分构成：[112]

$$n_K(\delta_V) = n_{K0} + r[\tan\sigma\sin\delta_V - (1-\cos\delta_V)\tan\tau] \tag{149.1}$$

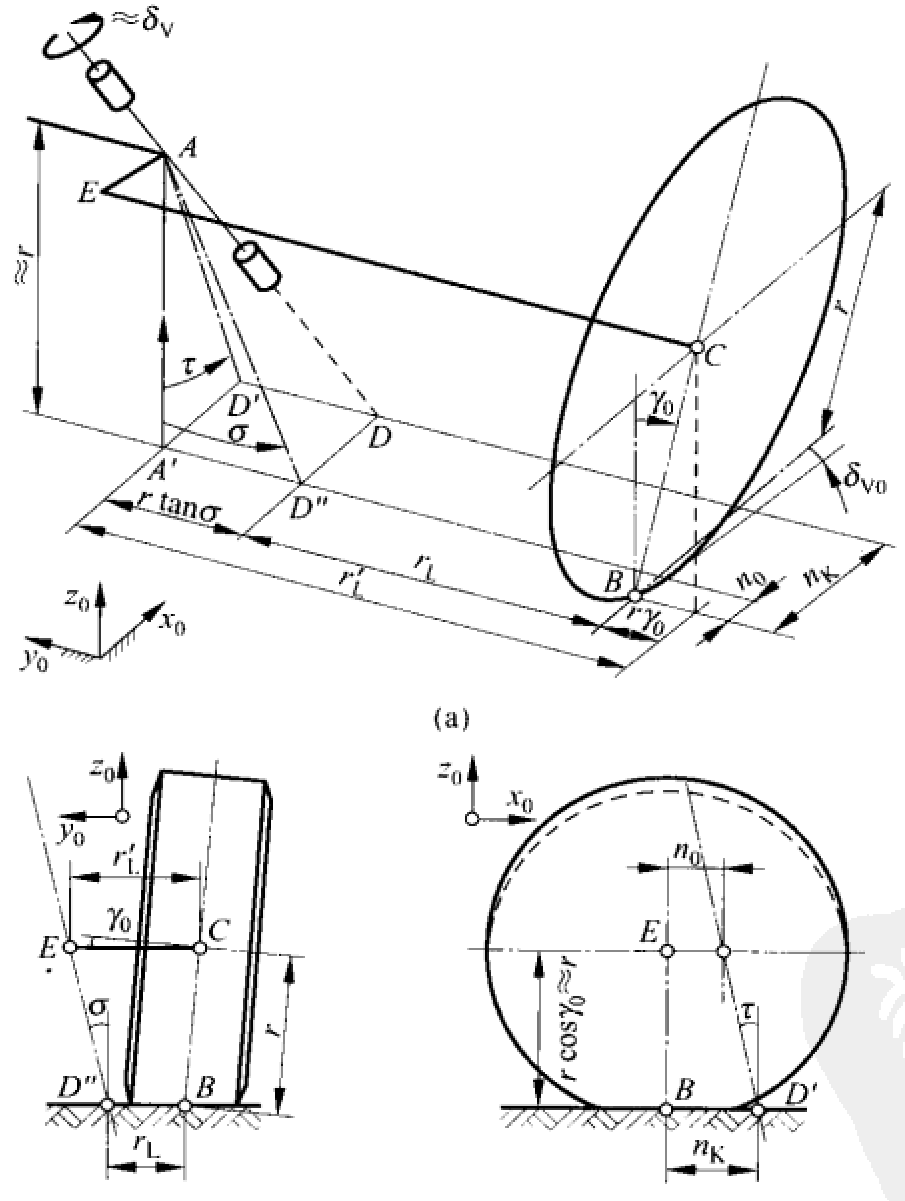


图 149.1 主销和右前轮的几何关系

---

[112] Genauere Ableitung s. Mitschke, M.: Dynamik der Kraftfahrzeuge. Berlin: Springer-Verlag, 1. Auflage 1972, Kap. XVII.

式中

$$n_{K0} = n_K(\delta_V = 0) = n_0 + r\tan\tau \tag{149.2}$$

车轮转向半径为：

$$r_L(\delta_V) = r_{L0} + n_0 \sin\delta_V \tag{149.3}$$

式中

$$r_{L0} = r_L(\delta_V = 0) = r'_L - r(\tan\sigma + \gamma_0) \tag{149.4}$$

r'_L称为扰动臂，见图 149.1(b)。

在车轮转向的同时，车轮将被抬起，其抬起高度为：

$$\begin{aligned}\Delta z(\delta_V) = & r_{L0}[(\cos\delta_V - 1)\tan\tau + \sin\delta_V \tan\sigma] \\ & - n_{K0}[\sin\delta_V \tan\tau - (\cos\delta_V - 1)\tan\sigma]\end{aligned} \tag{149.5}$$

外倾角的变化为：

$$\gamma(\delta_V) = \gamma_0 - \delta_V \tan\tau \tag{149.6}$$

149.1.2　转向盘力矩

在准确计算转向盘扭矩时不仅必须考虑曲线内外侧车轮主销前指以及车轮转向半径的改变，还必须考虑转向系导杆几何关系的改变。由图 149.2 可知，内侧车轮的传动比 i_i 与外侧车轮的传动比 i_a 是不一致的。

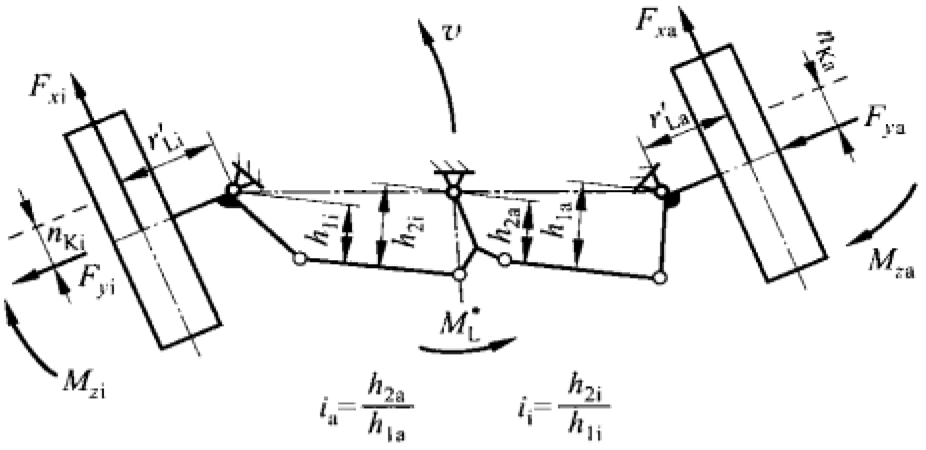


图 149.2　在转向系中考虑到内外侧车轮传动比 i_i、i_a 不同时相对转向盘扭矩 M_L^* 的计算

由于驱动力 F_x 或者制动力 B 的作用还会产生进一步的差别。两个力都是作用在轮胎接地印迹面上，但是力臂的大小各不相同。由于驱动扭矩 $F_x r$ 不是支撑在车轮上，而是通过万向传动轴支撑在车身上，所以在此扰动臂 r'_L起着重要作用。而制动扭矩 Br 与此相反，它支撑在车轮上，所以对于它转向半径 r_L 起重要作用。

驱动力 F_x 作用时的转向盘扭矩 M_L 可以通过下式计算(省略角标 V)：

$$\begin{aligned}M_L^* = & i_L V_L M_L = (F_{xi} i_i r'_{Li} - F_{xa} i_a r'_{La}) \\ & + (F_{yi} i_i n_{Ki} + F_{ya} i_a n_{Ka}) + (M_{zVi} i_i + M_{zVa} i_a)\end{aligned} \tag{149.7}$$

制动力 B 作用时：

$$\begin{aligned}M_L^* = & i_L V_L M_L = -(B_i i_i r_{Li} - B_a i_a r_{La}) \\ & + (F_{yi} i_i n_{Ki} + F_{ya} i_a n_{Ka}) + (M_{zVi} i_i + M_{zVa} i_a)\end{aligned} \tag{149.8}$$

149.1.2.1 弯道快速行驶，驱动和制动

在弯道上快速行驶时大多数情况下转向角很小，这样，可以取：

$$n_{Ki} \approx n_{Ka} = n_K; \quad r'_{Li} \approx r'_{La} = r'_L; \quad r_{Li} \approx r_{La} = r_L$$

对于前轮驱动的车辆，根据式(149.7)得到转向盘扭矩为：

$$M_L^* = i_L V_L M_L \approx (F_{xi} i_i - F_{xa} i_a) r'_L + F_{yV} n_K + (M_{zVi} + M_{zVa}) \quad (149.9)$$

表达式右侧第二项和第三项由式(145.9)得到，见图 139.6(e)，第一项是新的。

如果 $F_{xa}=F_{xi}$(无摩擦差速器)，根据式(149.9)可知，驱动力对转向力矩的影响实际为零。如果转向转角输入比较大时，就要考虑到，前轮转向时，由于梯形布置的关系，左右转向杆系的传动比是有差别的($i_i > i_a$)，参看图 149.2。这种情况就导致前驱动车辆在弯道行驶时由于驱动力的作用而使转向力矩加大。这部分转向力矩是不可能完全排除的，因为现代通用的悬架上，扰动臂 $r'_L=0$ 是实现不了的；而平行转向($i_a=i_i$)又是必须避免的，因为这会导致其他性能的急剧恶化(见 147.2 节)。

制动过程中的扭矩通过式(149.8)并且考虑到弯道快速行驶时的假设可以得到：

$$M_L^* = i_L V_L M_L = -(B_i i_i - B_a i_a) r_L + F_{yV} n_K + (M_{zVi} + M_{zVa}) \quad (149.10)$$

如果左右侧制动力 $B_a=B_i$，则制动力对转向力矩实际上没有影响，在弯道行驶时，有较小的影响，而当制动力不相等时，即 $B_a \neq B_i$，或者安装 ABS 系统后对转向力矩影响非常大。如果采用车轮转向半径 $r_L=0$ 的结构，则可避免制动力对转向力矩的影响。这一要求对前轮驱动和后轮驱动都是同样提出的。

149.1.2.2 弯道缓慢行驶

在弯道缓慢行驶时，比如停车场内移位时，离心力实际上为零，因而整车上的侧向力之和也为零，而车轮转角很大。如果一个车轮上的侧向力为零，那么它的车轮侧偏角也一定为零。这时前轮的转角必须使得左右轮轴延长线相交在后轮轴延线上，即所谓的阿克曼转向，参看图 146.2。因为一般的转向和阿克曼转向有偏差，见图 146.3，所以就在内外侧前轮上形成了强制的侧偏角，在忽略离心力缓慢地在弯道上行驶时，内外前轮侧偏角就在两个车轮上引起了侧偏角，其大小相等，方向相对，都指向车轮纵轴线。随着离心力增加，F_{ya}上升；而 F_{yi}一直下降，最后符号也改变。在一定极限范围内，这种关系导致一个向内侧转的转向力矩[113]。

但从安全角度看，这种情况应该避免，因为在任何行驶工况下，车辆都应该能自己回到直线行驶状态。这里就要借助于重力回正。根据式(149.5)，由于前轮转向，车辆前部将要抬起 Δz，结果转向盘将会克服上述向内侧转向的力矩和在转向系统中一直存在的摩擦而回到零位。按式(149.5)，要做到这一点，只要近似地满足下式即可：

$$r_{L0} \tan \sigma - n_{K0} \tan \tau > 0 \quad (149.11)$$

149.1.2.3 静态转向力矩，转向助力装置

在第 10 节中对轮胎上出现的静态转向力矩 M_{Sch}进行了讨论，由此得到两个前轮

---

[113] 见参考文献 112。

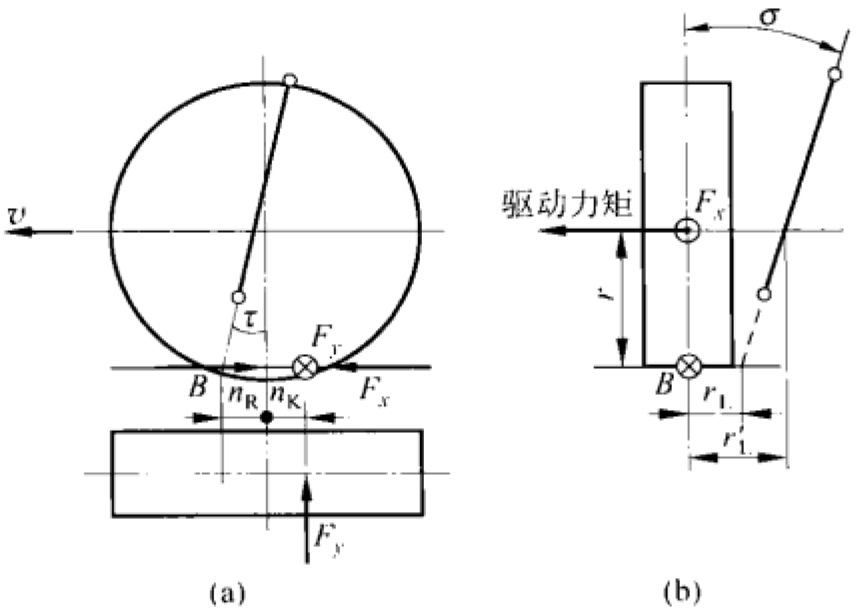


图 149.3 左侧车轮上侧向力 F_y、驱动力 F_x 和制动力 B 作用的受力图
（这里总是指内侧车轮）

的相关转向扭矩为：

$$M_L^* = i_L V_L M_L = 2M_{Sch} \tag{149.12}$$

这个扭矩的大小以及在停车过程中出现的扭矩对是否安装转向助力装置（转向支持装置、伺服转向装置）起决定性作用，即这时 $V_L>1$。为了使驾驶员在弯道快速行驶时施加的转向力矩不至于过小，V_L 随速度的增加不断减小。

149.1.2.4 变化的转向系传动比

通常情况下转向系传动比在整个转向角 δ_L 范围内不是一个常数，而是随转向角变化的，即：$i_L=f(\delta_L)$。对于未安装转向助力装置的车辆，传动比 i_L 选得比较大，目的是降低在停车过程中需要的转向力。对于安装伺服转向系统的车辆，转向力就不起作用了，传动比 i_L 选得比较小，目的是降低转向盘转动的总圈数。

149.2 非传统转向

作为非传统的转向系统，从目前的状况和发展的观点来看，纯机械式的传动系统将：

—通过与驾驶员无关的附加转向加以补充；

—或者被完全断开（线控转向 steer-by-wire），同时可能利用附加转向。

149.2.1 机械式叠加转向系统[114]

在图 149.4 中描述了机械式叠加转向系统的例子。在转向系统的输入端不像传统系统那样只有一个转向盘输入角 δ_L，而是在此基础上叠加了一个附加输入角 δ_{Zus}，即形成一个新的输入 δ_Σ，它由前面两个输入决定：

---

〔114〕 Köhn, P. u. a.: Die Aktivlenkung-Das neue Fahrdynamische Lenksystem von BMW, 11. Aachener Kolloquim, 2002, S. 1093-1109.

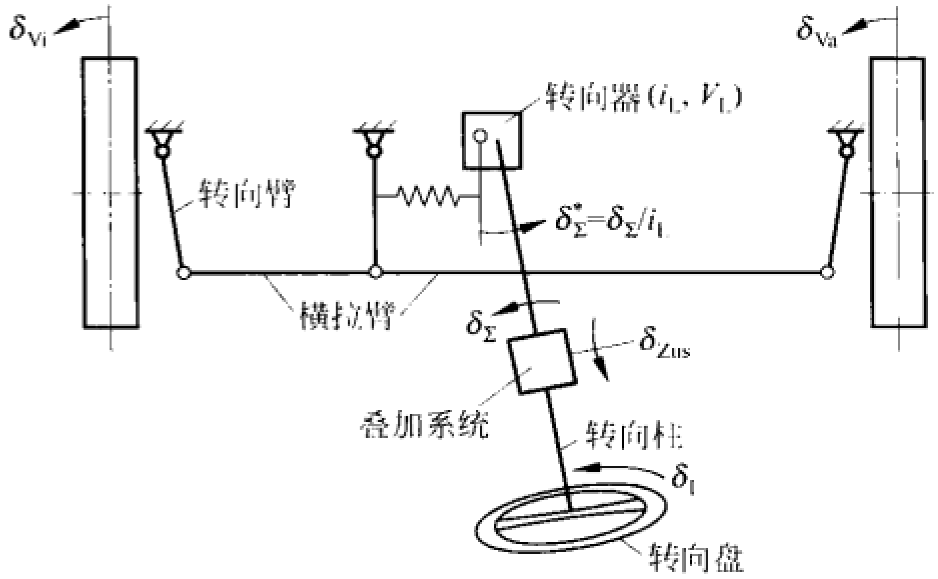


图 149.4 在传统的机械转向系统中引入了一个叠加系统，是由图 146.2 所示系统发展的

$$\delta_\Sigma = a\delta_L + b\delta_{Zus} \tag{149.13}$$

它与前轮转向角 δ_V 可以简单地描述为(弯道内外侧车轮转向角相等，转向系统没有弹性)：

$$\delta_V = \frac{1}{i_L}\delta_\Sigma \tag{149.14}$$

如果附加转角是速度的函数，$\delta_{Zus}=f(v)$，这时可以使传动比成为可变的，用 $i_{L,var}$ 表示。代入上面的表达式得：

$$\delta_V = \frac{1}{i_L}(a\delta_L + b\delta_{Zus}) = \frac{1}{i_{L,var}}\delta_L \tag{149.15}$$

在车速比较低时，比如停车过程，通过附加转向角减小了转向盘的输入，相当于减小了传动比；而在车速比较高时，比如直线行驶过程，通过它给出转向盘上要求的最小的输入，相当于增大了传动比。

下面给出一个数值计算的例子：

对于具有传统转向的车辆，停车过程中最大的转向盘转角为 $\delta_L=460°$(转向盘由中间位置转到最终位置相当于转向盘一个满圈的 1.3 倍)，这时前轮转向角为 $\delta_V=40°$，系统传动比 $i_L=11.5$，如果通过附加转向使输入降低到 $\delta_L<180°$，则传动比为 $i_{L,var}<4.5$。

车辆直线行驶，并且没有像侧向风那样大的干扰时，需要一个转向盘输入 $\delta_L\approx\pm0.125°=\pm7.5'$，由于驾驶员感觉的阈值可能对要求的输入无法作出调整，则通过附加系统将输入角修正为 $\delta_L>\pm2°$，这时传动比为 $i_{L,var}=16$。

由此可知，通过随速度变化的 δ_{Zus} 可以实现传动比 $i_{L,var}=4.5\sim16$ 的变化。

附加转向角 δ_{Zus} 也可以是其他汽车动力学参数的函数，比如：$\ddot{y}$、$\dot{\psi}$ 或者侧向风的速度 w_y 等。这样在图 122.2(e)和图 122.4 所示的情况下也可以使转向盘输入减小。但是不能让它减到零，这样才能保证驾驶员可以觉察到转向盘的干扰。

149.2.2 线控转向(Steer-By-Wire)[115]

在图 149.5(a)中将转向盘与前轮之间的机械连接用电连接的方式代替(wire)。系统由转向盘转角传感器到操纵控制单元，最后到执行单元，操纵控制单元不仅根据转向盘转角传感器的信号，同时也根据其他行驶动力学参数的大小来确定前轮转向角的大小。线控转向允许引入附加函数，这在其他形式的转向系统中很难，甚至无法实现，比如：

—预转向 $\delta_V = f(\delta_L, \dot{\delta}_L)$。前轮转向角输入 δ_V 不仅是转向盘输入 δ_L 的函数，而且是转向盘输入速度 $\dot{\delta}_L$ 的函数，这样可以使得车辆更快速地相应；

—一个希望的转向扭矩曲线。

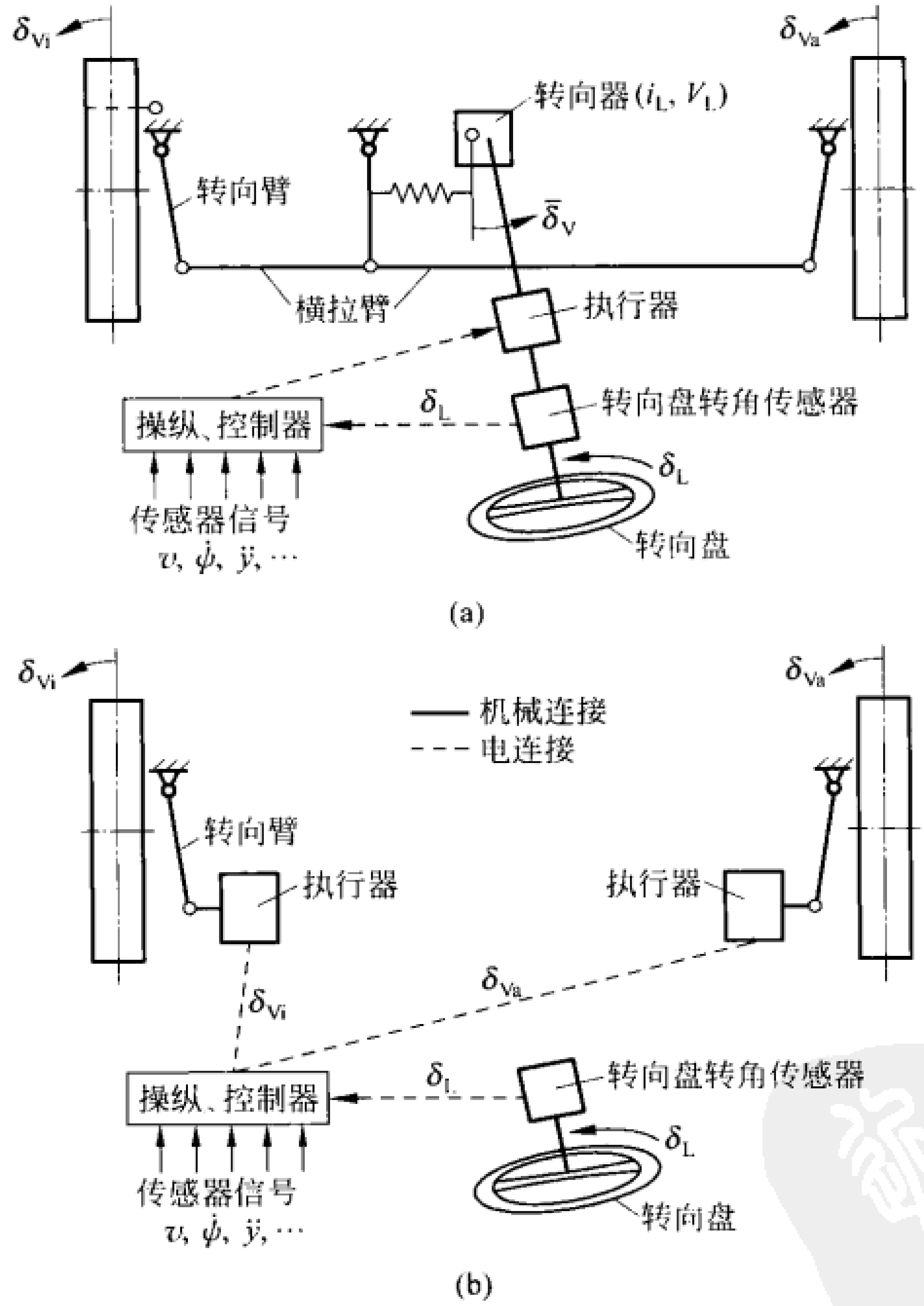


图 149.5 线控转向系统原理图

(a) 有转向杆系，在图 146.2 所示系统基础上产生；(b) 无转向杆系

---

[115] Braess, H.-H.; Seiffert, U. (Herausgeber): Handbuch Kraftfahrzeugtechnik, Vieweg&Sohn Verlagsgesellschaft Braunschweig/Wiesbaden, 2000.

因为车轮与转向盘分离后车轮对转向盘没有反作用，所以驾驶员必须通过一个扭矩模拟器获得车轮的信息，而它同时也可以通过编程实现希望的转向扭矩曲线。模拟器在图 149.5(a)中没有表示出来，同样能量供给系统和其他必要的信息获得也没有描述出来，而这些信息对于避免转向系失灵危险的发生是非常必要的(由于纯机械转向系统形成了一个封闭的环，所以由于某个机械原件失效而造成系统失灵的可能性非常小)。

在图 149.5(b)中将传动杆全部取消，直接由两个执行原件来代替。这种形式的优势在于 δ_{Vi}和 δ_{Va}可以不依赖于 δ_L 的变化，同时 δ_{Vi}和 δ_{Va}相互独立，见 147.2 节。

XXI.2 瞬态行驶

一般情况和上面讨论的情况不同，车速 $v\neq$const，弯道半径 $\rho\neq$const。所以现在要分析瞬态行驶的一些结果。在此会出现由于很大的横向加速度和很大的车轮侧偏角而几乎达到附着极限的情况。这种极限行驶状态可以通过行驶动力学控制来避免发生。关于这个问题将在第 155 节中进行讨论。在此利用两个例子，对有些在前面没有涉及参数的影响加以讨论。先要对车辆系统进行数学描述。

150 车辆系统

随着电子计算机的发展，计算机容量的增加，操稳性模型近年来也日益复杂。在大型行驶动力学程序方面呈现出一种趋势[116]：从各家制造厂商自行开发程序转变为用途极为广泛的商用软件包，并根据任务的要求加以补充。一般使用的刚体程序甚至可以拟定有关运动和力的非线性运动方程，并给出时域解。因此，作者觉得列写微分方程已不重要，而只需提出一些提示即可。不过，事先还是要指出，简化的模型一直是有用的。这种模型可以针对一定的动力学问题贴切地建立，而无需大模型中

〔116〕 Mehrere werden genannt in: Berechnung im Automobilbau. VDI-Bericht 537/1984, 613/1986, 699/1988, VDI-Verlag Düsseldorf; weitere Literatur: Gärtner, A.; van de Sand, A.; Rettweiler, P.: Auslegung von Fahrwerkssystemen durch Co-Simulation von MKS-und Fluidsimulationssoftware, 9. Aachener Fahrzeug-und Motorenkolloquium 2000, Band 1, S. 457-469; Pruckner, A.: Virtuelles Prototyping zur Entwicklung von Fahrwerk-Regelungssystemen mit ADAMS und MATRIX (ind x), 7. Aachener Fahrzeug-und Motorenkolloquium 1998, Band 2, S. 1171-1192; Holdmann, P. u. a.: Suspension Kinematics and Compliance-Measuring and Simulation, SAE-Paper 980897; Kortüm, W. u. a.: SIMPACK as a Tool for Automotive Engineering, AVEC1998, 4th International Symposium on Advanced Vehicle Control, Nagoya 1998, S. 529-535; Neubeck, J.; Wohnhaus, A.: Werkzeugunterstützte Erstellung (kfz-technischer) Mehrkörper-dynamikmodelle für SIMULINK. ASIM Simulationstecknik, 12. Symposium Zürich 1998, S. 57-65; Kortüm, W.; Schwartz, W.; Wentscher, H.: Optimierung aktiver Fahrzeugfederungen durch Mechatronik-Simulation, Automatisierungstechnik-at 44, 1996, H. 11, S. 513-521; Wallentowitz, H.; Janowitz, Th.: Der Stellenwert der Berechnung in Industrie sowie in Lehre und Forschung, VDI-Bericht 1283/1996, S. 17-46.

涉及的大量车辆数据。这里面一直要权衡精度和费用的矛盾。另外，我们也不能只满足于结果，而还希望能试图加深对汽车技术的理解。所以大小程序应该平行发展（当然，小模型应该对于解释、阐明问题有帮助才行）。

150.1 坐标系

为了不仅能描述空间的绝对运动，而且也能描述其相对运动，建立多个坐标系是合适的。

一部双轴汽车主体部分的空间描述如图 150.1(a)所示。质心为 SP_A 的车身绕其想象的瞬时轴线侧倾，并通过弹簧和减振器支撑在车轮上。各个车轮上的悬架都象征性地用黑盒子来表示，其中包含了所需的弹性和运动学参数。转向系统是与图 146.2 所示的简图一致的，只是除了表征转向系统刚度的弹簧外还加上转向系统阻尼。为了精简车轮的双重角标（像用 V,l 表示左前轮……），统一用 1—4 来注角标。

在图 150.1(a)中，画出了车身上固定的坐标系 x_A，y_A 和 z_A。其单位向量为 $\boldsymbol{i}_A$，$\boldsymbol{j}_A$ 和 $\boldsymbol{k}_A$。坐标原点在车身质心 SP_A 上，$\boldsymbol{i}_A$ 位于车辆纵轴线上，如果车身处于初始位置，则 $\boldsymbol{k}_A$ 与路面垂直。$\kappa=0$

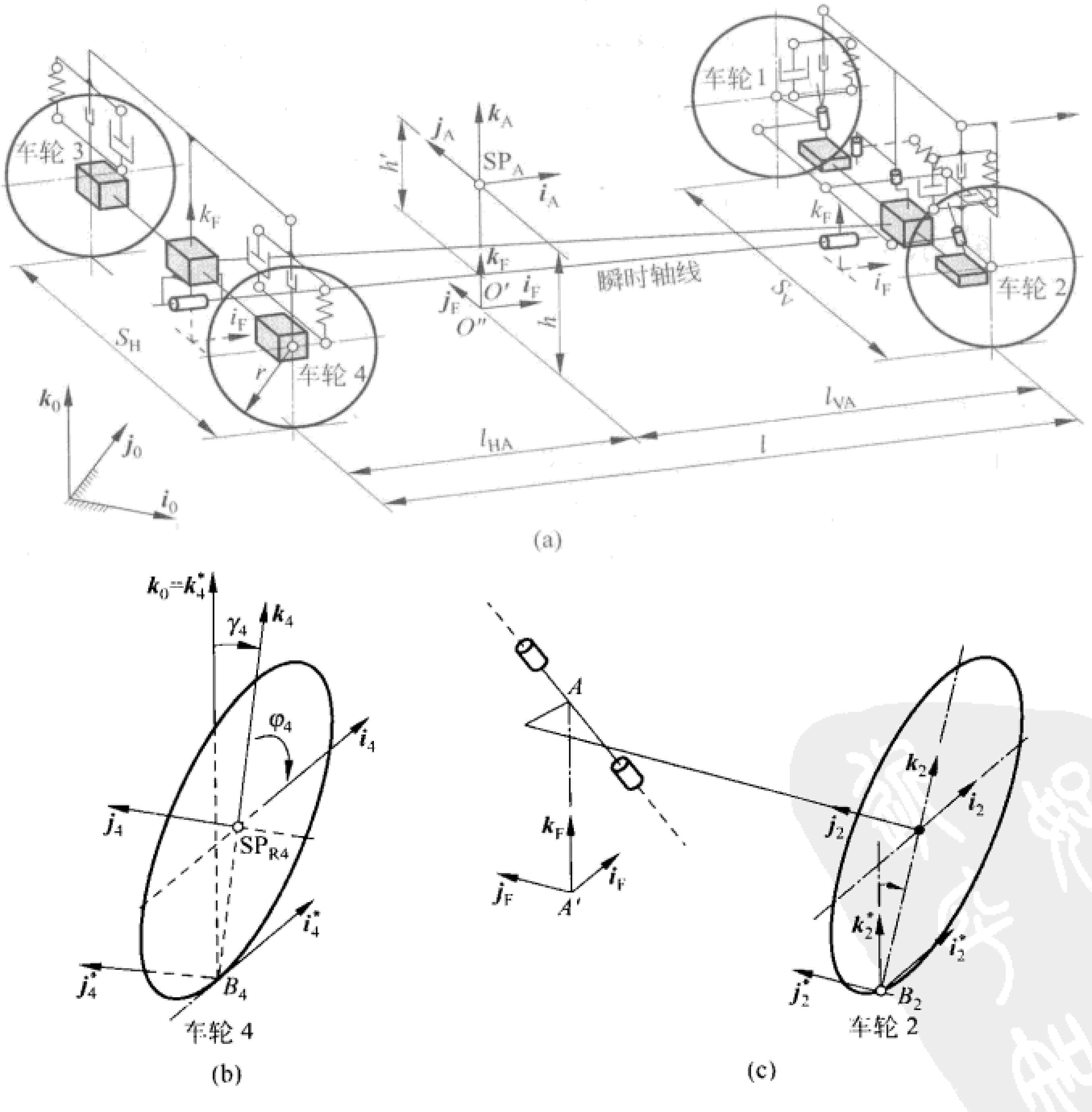


图 150.1 车辆各坐标系的说明

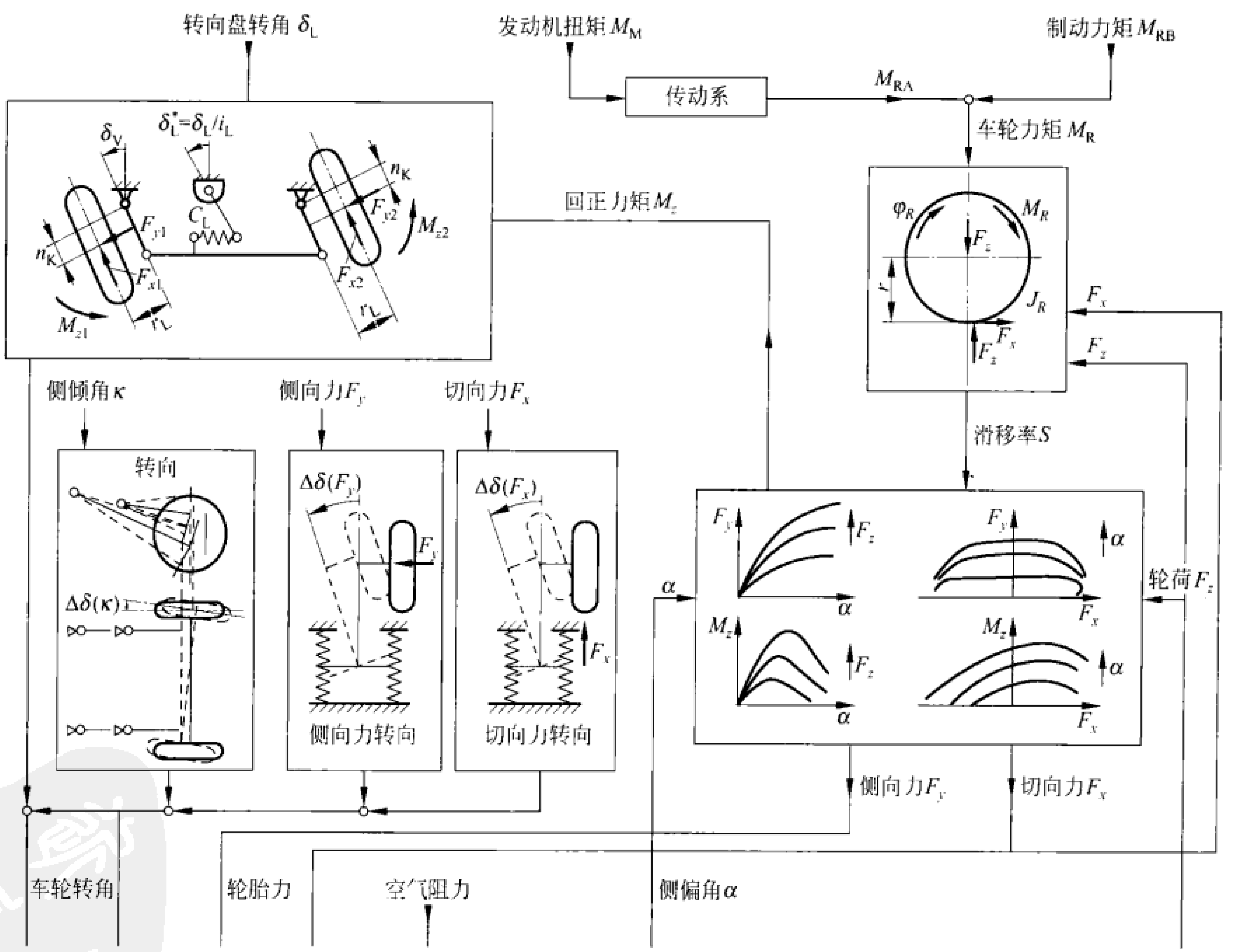
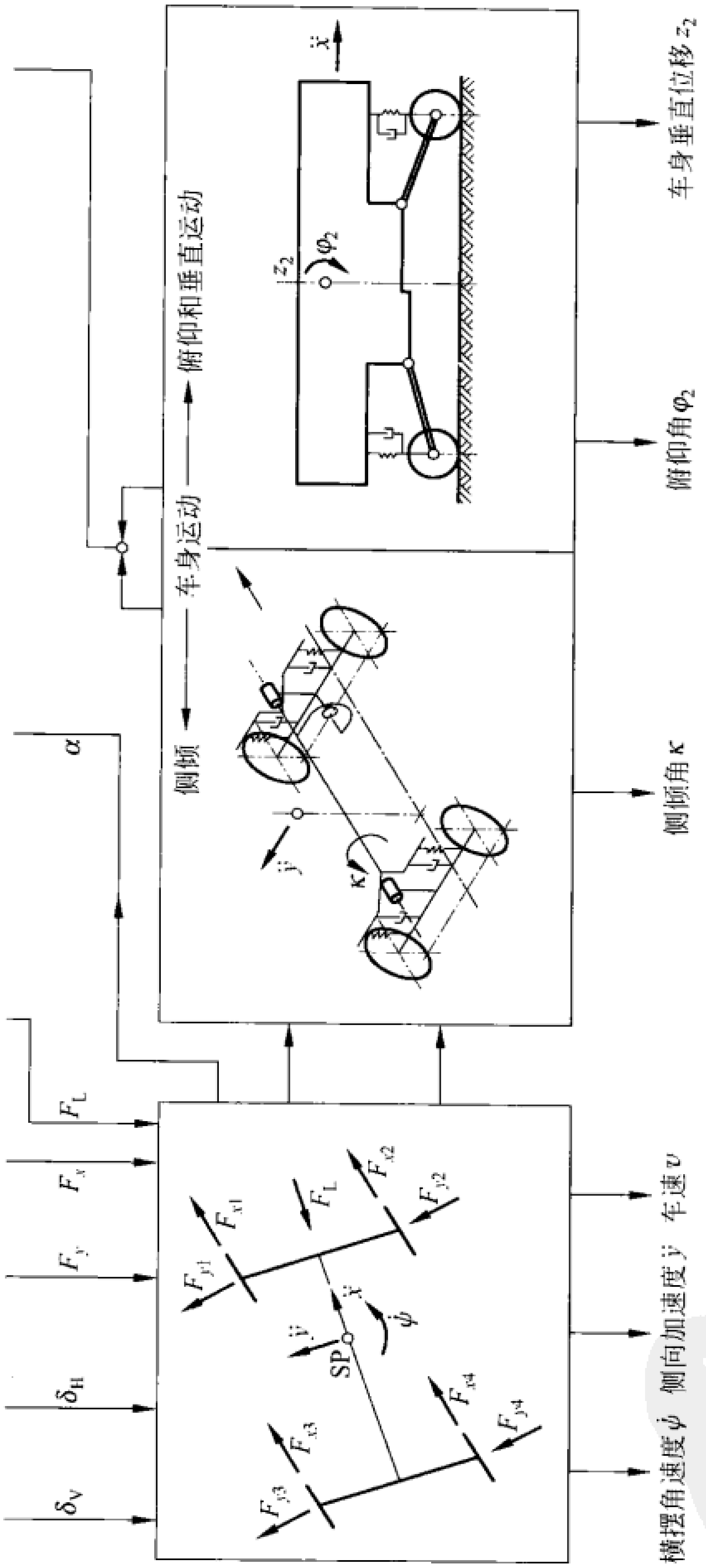


图 150.2 积木式[118]计算程序

〔118〕 见前一个参考文献。



δ_V
δ_H
F_y
F_x
F_L
α
F_{x1}
F_{y1}
F_{x2}
F_{y2}
F_{x3}
F_{y3}
F_{x4}
F_{y4}
F_L
SP
横摆角速度$\dot{\psi}$
侧向加速度$\ddot{y}$
车速v
侧倾
车身运动
俯仰和垂直运动
侧倾角κ
俯仰角φ_2
车身垂直位移z_2

图 150.2（续）

时，SP_A 到瞬时轴线的垂足为 O'，到路面的垂足为 O''。O''又是路面上固定坐标系的原点，其单位向量 $\boldsymbol{i}_F$，$\boldsymbol{j}_F$ 和 $\boldsymbol{k}_F$。$\boldsymbol{i}_F$ 总是在路面纵轴上，$\boldsymbol{k}_F$ 垂直于路面，$\boldsymbol{i}_0$，$\boldsymbol{j}_0$ 和 $\boldsymbol{k}_0$ 是空间固定坐标系。

右侧前后轮 2 和 4 如图 150.1(b)和(c)所示，各自有单位向量 $\boldsymbol{i}_{2,4}$，$\boldsymbol{j}_{2,4}$ 和 $\boldsymbol{k}_{2,4}$。其中 $\boldsymbol{j}$ 在车轮轮轴上，而 $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{k}$ 在车轮中心平面内，不随之滚动。这是一个所谓研磨坐标系。为了更好地表示轮迹中心 $B_{2,4}$ 上作用的力和力矩，还引入固定在路面上的坐标系 $\boldsymbol{i}_{2,4}^*$，$\boldsymbol{j}_{2,4}^*$ 和 $\boldsymbol{k}_{2,4}^*$。其中，比如，$\boldsymbol{i}_2^* = \boldsymbol{i}_2$，$\boldsymbol{k}_2^* = \boldsymbol{k}_2$。

150.2 程序结构

整个程序可分为车身、车轮、轮胎、转向系统和悬架等子程序。这样做的好处是因为各个子程序是可以直接引用的，或者通过优化可以换用过来。一个计算的例子[117]如图 150.2 所示。

轮胎特性曲线在第 12、13 节进行了讨论。

151 侧向加速度较大情况下转向角斜坡输入

转向盘转角斜坡输入时车辆的行驶特性在 113.3 节已经进行了讨论，但是当时只对“线性单轨模型”进行了讨论，这个结果仅适用于干燥路面上的横向加速度 $v^2/\rho < 0.4\,g$ 情况，并且质心高度 $h=0$（结果见图 113.6）。在第 135 节和第 136 节也讨论了 $h=0$ 的车辆行驶特性，但是横向加速度比较高，最大到了侧滑极限（结果见图 135.2、图 135.3 和图 126.1）。

在下面的“双轨模型”章节中将质心高度升高。在图 151.1 中对 $h>0$ 和 $h=0$ 的两个车辆进行了对比分析，$h=0$ 的车辆采用的是前面的结果，对比时采用的加速度 v^2/ρ 比较高。转向盘转角为斜坡输入，如图(a)所示。输出的车速较高，如图(b)所示。在弯道行驶时由于弯道阻力使得车速略有下降。在加速踏板位置不变时，车轮切向力增加（如图(c)所示）。两车比较大的差别立即可以在轮荷-时间曲线(d)上看出，$h=0$ 时，轮荷不变；而 $h>0$ 时则不同，右侧车轮（弯道外侧）轮荷增加，左侧车轮（弯道内侧）轮荷减小。

令人意外的是，$h=0$ 时出现的车轮侧偏角大于 $h>0$ 时（图(e)）。尽管按照稳态圆周行驶的讨论正好与此相反：根据图 139.3，同一车轴上内外侧车轮轮荷的变化会加大车轮侧偏角。原因可从图(i)得到说明；$h=0$ 时曲率加大了，曲率半径减小了。按照图(g)，侧向加速度加大了，结果引起了侧向力的增大，因而侧偏角加大。

由于质心的提高。转向盘输入与侧向加速度之间的关系改变了，为了平衡，$h>0$的车辆上转向系统传动比 i_L 应该减小。

通过它也可以解释曲线$\dot{\psi}$（见图(f)）、$\ddot{y}$（见图(g)）和 β（见图(h)）的差别。

---

[117] Otto, H.: Lastwechselreaktionen von Pkw bei Kurvenfahrt. Diss. TU Braunschweig 1987.

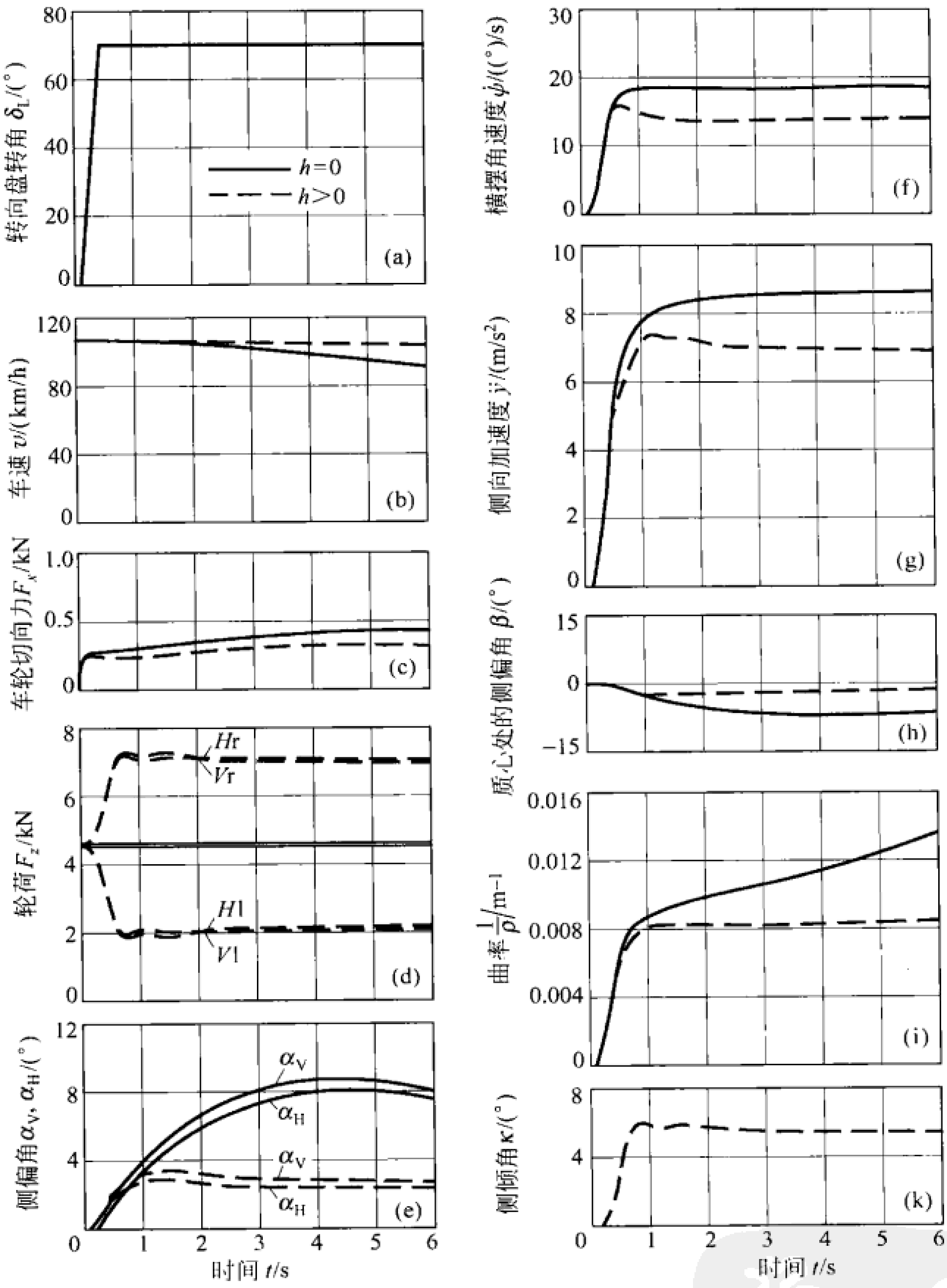


图 151.1 两种车辆在转向盘转角斜坡输入和加速踏板位置不动时的操稳性比较

（车辆重要数据：$m=1887$ kg，$J_z=3657$ kg·m，$J_x=611$ kg·m，$l=2.837$ m，$l_V/l=0.5$，$p_V=p_H=0$，$s_V=s_H=1.5$ m，$C_V=C_H=36342$ N·m/rad，$K_V=K_H=2396$ N·ms/rad，$n_K=0.0147$ m，$r=h_V=h_H=0.295$ m，$C_L=9720$ N·m/rad，$i_L=19$，后轮驱动，区别之处：$h=0$ 时，$m_V=m_H=0$；$h>0$ 时，$h=0.5$ m，$m_V=m_H=100$ kg）

152 动态侧倾的影响

在第 148 节中已经对稳态圆周行驶时的侧倾角大小及其影响作过讨论。而在瞬态圆周行驶时，转向盘转角阶跃输入，除了侧倾弹性外，侧倾阻尼也起作用，所以是一个新的问题，必须加以分析。其次车身的侧倾对横摆角速度的时间特征，尤其是峰值响应时间起作用。最后本节还要建议一些新的评价参数。

152.1 侧倾弹性和阻尼的影响

根据图 152.1(b)，侧倾弹性对横摆角度的峰值响应时间的长短和过振幅度的大小实际上没有影响(两个概念已在 113.4 节中说明了)。其中侧倾角刚度按图 148.3 中的点 B 分析，在极限范围内还保持轻微的不足转向特性。从图(c)可见，由于侧倾角刚度相差很大，所以侧倾角也相差很大。

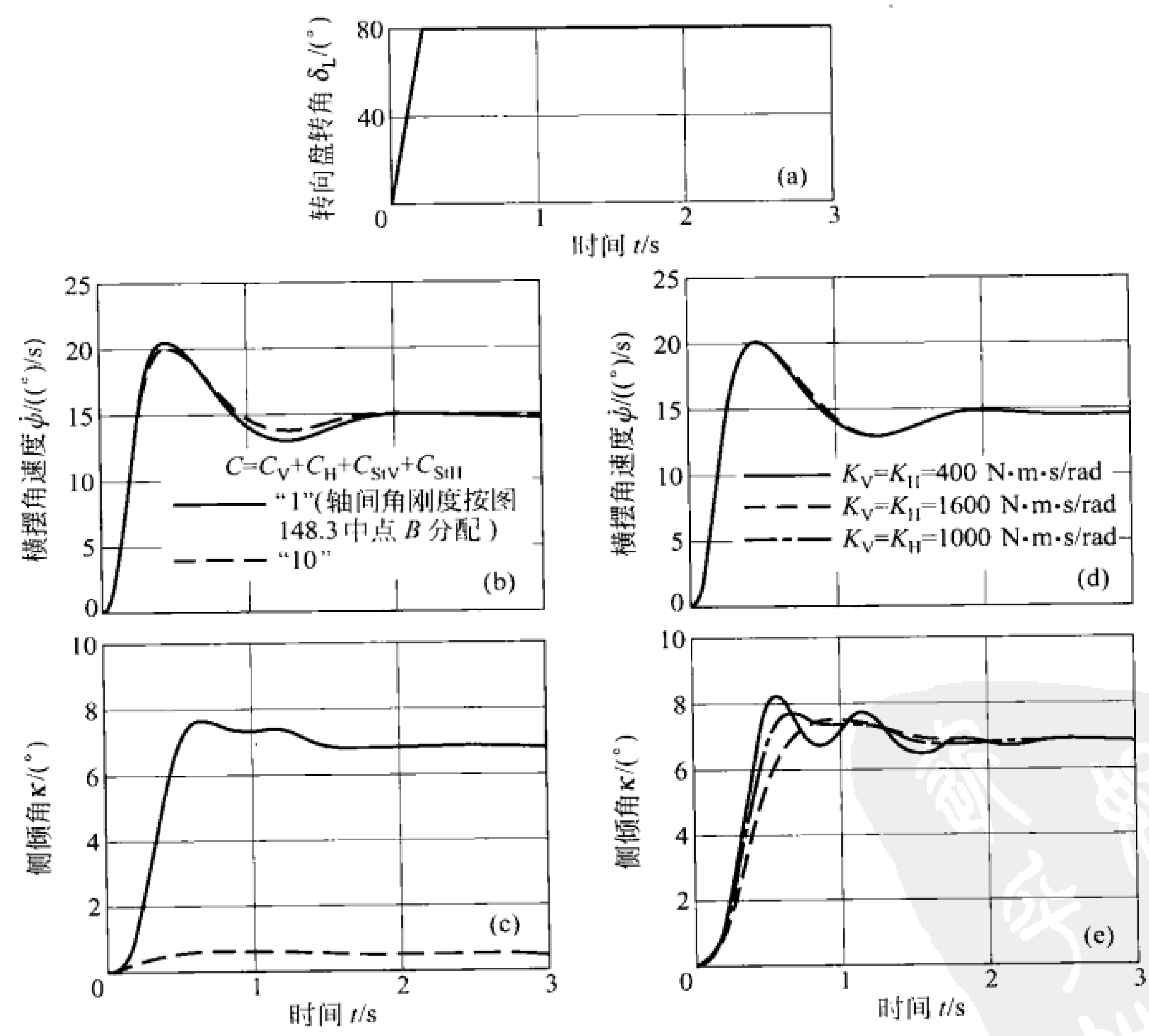


图 152.1 圆周行驶时，不同侧倾角刚度对转向盘斜坡输入(a)的响应影响(b)和(c)；不同侧倾阻尼的影响(d)和(e)

侧倾阻尼如果在轴间平均分配，那么其总的阻尼变化实际上对横摆角速度的时间特性没有影响，参看图 152.1(d)。但侧倾角(图(e))有明显的不同。小阻尼时有明显的振动，而大阻尼时则无周期性振动，而几乎趋于稳态值。

在图 152.2 中，侧倾阻尼总的大小不变，而其轴间分配起了变化。前轴份额越大，峰值响应时间和过振幅度越小，因而是令人满意的。这是因为前轴的内外侧车轮轮荷差别较大引起的。而侧倾角的时间特性与阻尼分配无关，因为在刚性车身情况下，只考虑总的阻尼。

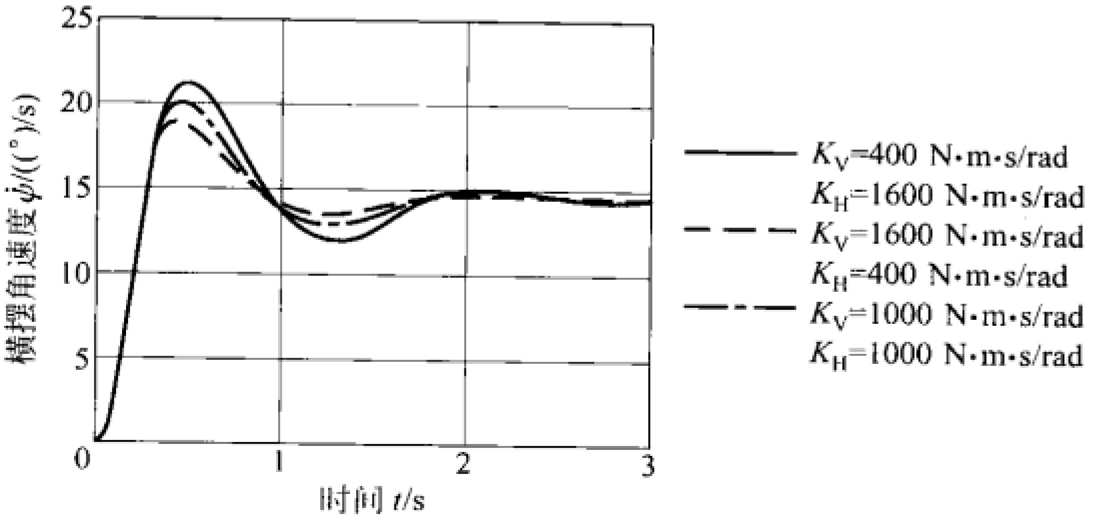


图 152.2 在总阻尼 K_V+K_H 不变条件下，前后轴上侧倾阻尼 K_V、K_H 的分配对转向阶跃输入时横摆角速度的影响

152.2 头部高度上的侧向加速度

侧倾角一般是作为舒适性的参数来考虑的，但正如 148.3 节所指出的，它也可以用来评价操稳性。由第 62 节可知，在评价振动对车内乘员的影响时可以划分成直线运动和旋转运动。所以不仅侧倾角或侧倾角加速度非常重要，而且头部高度上的侧向加速度也同样重要。因为人体上用的感受侧向加速度的前庭系统就在头部，所以对驾驶员来讲，关键的不是车辆质心处的侧向加速度，而是头部高度的加速度。因而头部高度上的侧向加速度是要专门考虑的。[119]

第一个例子是图 152.1(b)中已经考虑过的两种侧倾角刚度的车辆。其横摆角速度几乎没有差别。根据图 152.3(a)所示，头部高度上的侧向加速度是有差别的：侧倾角刚度较大的车辆，其侧向加速度立即上升，而几乎没有过振现象就达到稳态值；而刚度较小的车辆则其侧向加速度上升较慢而且有明显的过振现象。在侧倾角刚度较小的车辆上，一方面驾驶员由于所感受到的转向盘转角变化反馈信息减弱，也许结果会导致转向角较大；另一方面，由于过振现象又可能使它在转向盘上作不必要的转角修正。

〔119〕 Nach einer Hypothese von Babbel, E., IfF, 1986.

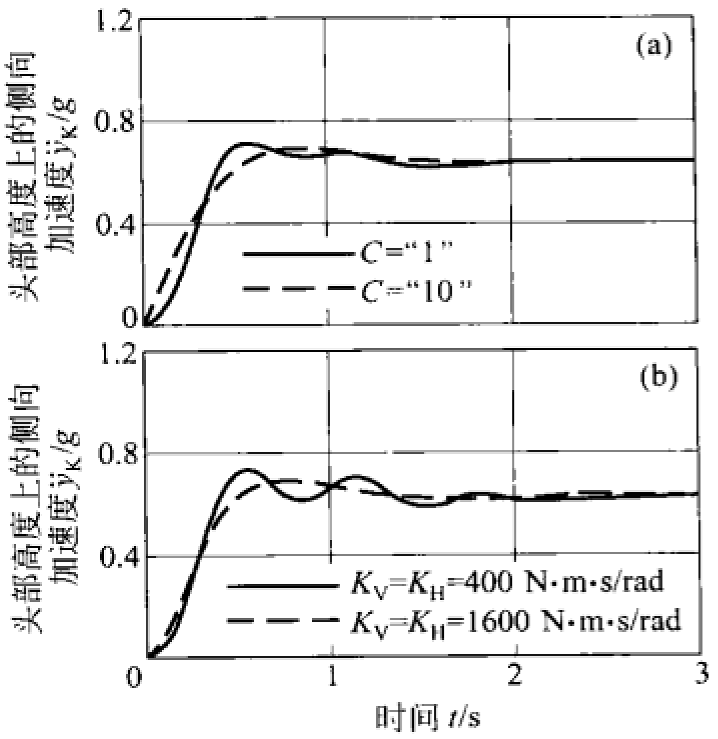


图 152.3 在转向盘角阶跃输入时,侧倾角刚度(a)和侧倾阻尼(b)对作为驾驶员信息的头部侧向加速度的影响。参看图 152.1(c)和(e)

不同阻尼的车辆情况与此类似(见图 152.3(b)),小阻尼引起的过振现象也许会使驾驶员做出错误判断。

153 从稳态圆周行驶得到加速踏板位置变化时的操稳性

下面根据第 151 节讨论瞬态弯道行驶的第二个例子。在这个例子里,车速和侧向加速度有显著的变化。

事故统计表明,弯道事故一般是因为车速过高。在弯道上以过高车速行驶时,驾驶员的第一个反应是放松加速踏板,车辆由驱动状态转化为发动机制动,形成一个减速度,引起了轴荷由后轴向前轴的转移。由此引起的车轮侧偏角和转向角变化使车道改变,大部分情况下偏向弯道的内侧,在极端情况下,车辆侧滑,许多驾驶员无法控制。这种状况被称为"加速踏板位置变化时的操稳性"或者"加速踏板位置变化时的反应",一般情况下从稳态圆周行驶中测量得到。

在图 153.1 中描述了在横向加速度较高的条件下,加速踏板位置变化时的操稳性。[120]图(b)所示为开路特性(Open-loop-verhalten)。这时驾驶员不做反应,转向盘转角输入 δ_L 保持不变,车轮纵向速度 $\dot{x}_F$ 开始约为 60 km/h,加速踏板放松后,发动机制动,在 3 s 内降到约 50 km/h。相应的车辆纵向减速度很快增加到约为 1 m/s^2。随后又减小,由于随着车速降低,发动机制动力矩也随之减小。

[120] 见参考文献 117。

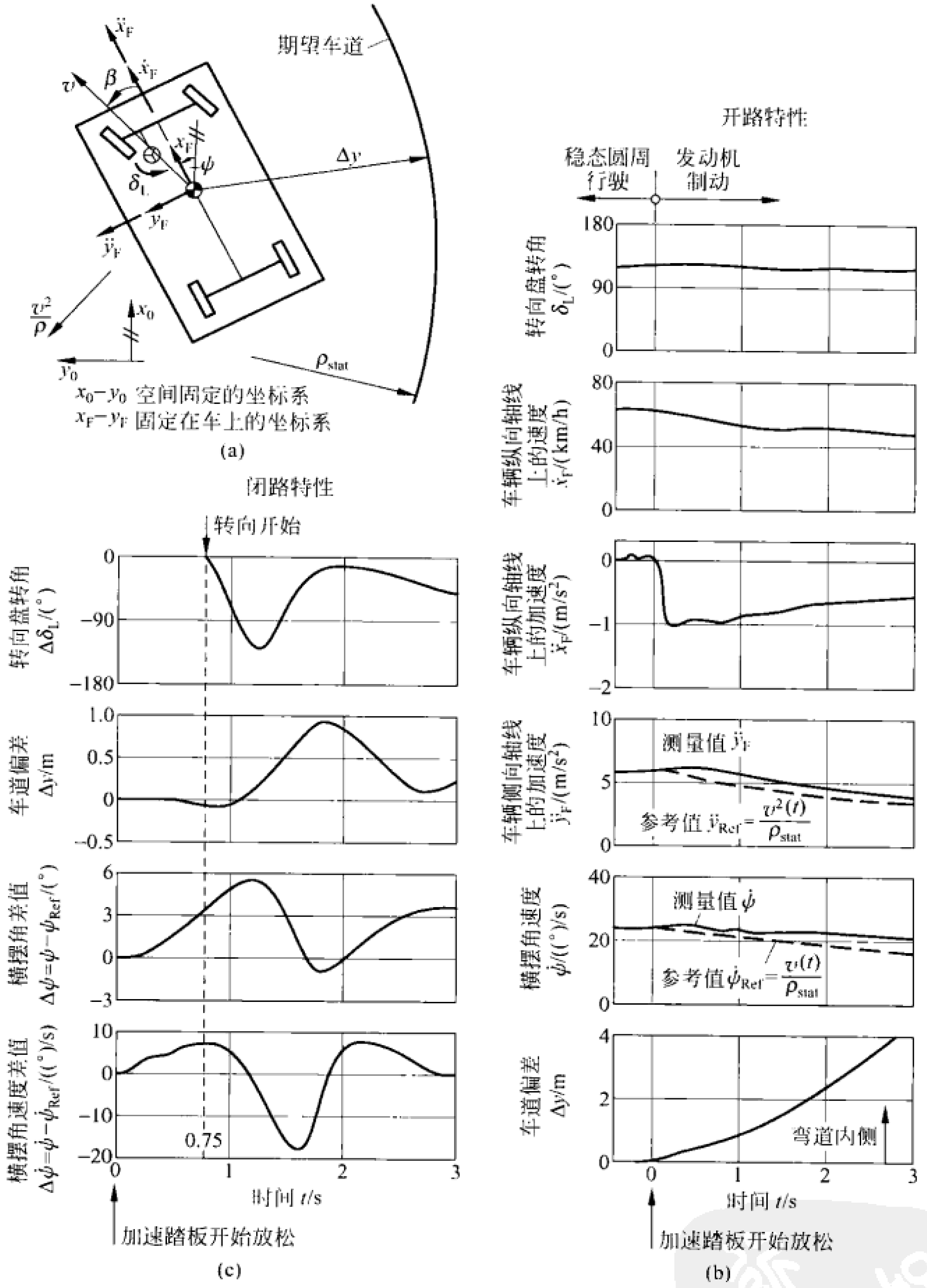


图 153.1　加速踏板位置变化过程的描述

(a) 关键性的参数，比如图 105.3 中给出了固定在车身上的坐标 x_F、y_F（它对于车辆上的测试仪器是非常重要的），当质心处侧偏角 β 比较大时，与 v 和 v^2/ρ 在方向上的区别是很明显的；(b) 开路特性（$\delta_L \approx$ const）：在稳态圆周行驶状态放松加速踏板时的测量数据和参考值（圆周车道半径 $\rho_{stat}=40$ m，车辆数据：总质量 $m=1369$ kg，质心位置 $l_V/l=0.495$，前轮驱动）；(c) 闭路特性：转向盘转角修正 $\Delta\delta_L$，车道偏差 Δy 和横摆角有关的参考值 $\Delta\dot{\psi}_{Ref}$，$\Delta\psi_{Ref}$。在稳态圆周行驶状态放松加速踏板时测量（圆周半径 $\rho=40$ m，输出的侧向加速度：$\ddot{y}_{stat}\approx 7.8$ m/s²）(Otto, H.: Lastwechselreaktion von Pkw bei Kurvenfahrt. Diss. TU Braunschweig 1987)

其间所走过的车道可由横摆角速度$\dot{\psi}$和车辆侧向加速度$\ddot{y}_F$决定。为了评价操纵性，必须把这两参数与理想数值比较。理想数值按下列方式确定：车辆质心准确地保持在半径为ρ_{stat}的圆周车道上，并且稳态质心处侧偏角β_{stat}不变（$\dot{\beta}_{stat}=0$）。这样就得到了有关参数的参考值$\dot{\psi}_{Ref}$和$\ddot{y}_{Ref}$：

$$\dot{\psi}_{Ref}(t) = v(t)/\rho_{stat} \tag{153.1}$$

$$\ddot{y}_{Ref}(t) = v^2(t)/\rho_{stat} \tag{153.2}$$

为了表征操稳性，还给出了横摆角速度和侧向加速度的测量值与参考值之间的差值

$$\Delta\dot{\psi} = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{Ref} \tag{153.3}$$

$$\Delta\ddot{y} = \ddot{y} - \ddot{y}_{Ref} \tag{153.4}$$

Δy是车道偏差。

在图153.1(c)上描述了闭路特性，即车辆系统性能和驾驶员性能。从加速踏板位置变化开始，在反应时间$t_R=0.75$ s之后，驾驶员相对于稳态圆周运动将转向盘调整一个角度$\Delta\delta_L$。在对于驾驶员反应的要求中，车道偏差不成问题，因为实际上车道偏差Δy为零，而横摆角速度偏差$\Delta\dot{\psi}$已经有$8°/s$左右，由此形成的横摆角偏差$\Delta\psi\approx3°$，这些量必须考虑。

153.1 评价准则

就像前面用（比如）峰值响应时间（113.4节）来表征车辆操稳性一样，这里也从开路特性试验（Open-Loop）的时间函数中确定一定的参数来表征操稳性。

人们常用Rompe[121]和Heißing建议的“1秒钟值”来进行评价。如果车辆的以下各值

$$\Delta\dot{\psi}(t=1\text{ s}) = \dot{\psi}(t=1\text{ s}) - \dot{\psi}_{Ref}(t=1\text{ s}) \tag{153.5a}$$

$$\Delta\ddot{y}(t=1\text{ s}) = \ddot{y}(t=1\text{ s}) - \ddot{y}_{Ref}(t=1\text{ s}) \tag{153.6a}$$

$$\Delta\dot{\psi}(t=1\text{ s})/\dot{\psi}_{Ref}(t=1\text{ s}) \tag{153.5b}$$

$$\Delta\ddot{y}(t=1\text{s})/\ddot{y}_{Ref}(t=1\text{ s}) \tag{153.6b}$$

越小，车辆的加速踏板位置变化时的操稳性就越好。

Otto[122]针对加速踏板位置变化时的极限行驶工况，采用了

$$\text{评价参数} = \frac{\Delta\dot{\psi}_{Refm}}{0.75\text{ s}} + \ddot{\psi}_m \geqslant 5°/s^2 \tag{153.7}$$

参看图153.2(a)。在图(b)上给出了低于加速踏板位置变化时的极限工况下的最大稳态侧向加速度。

---

〔121〕 见参考文献19。

〔122〕 见参考文献117。

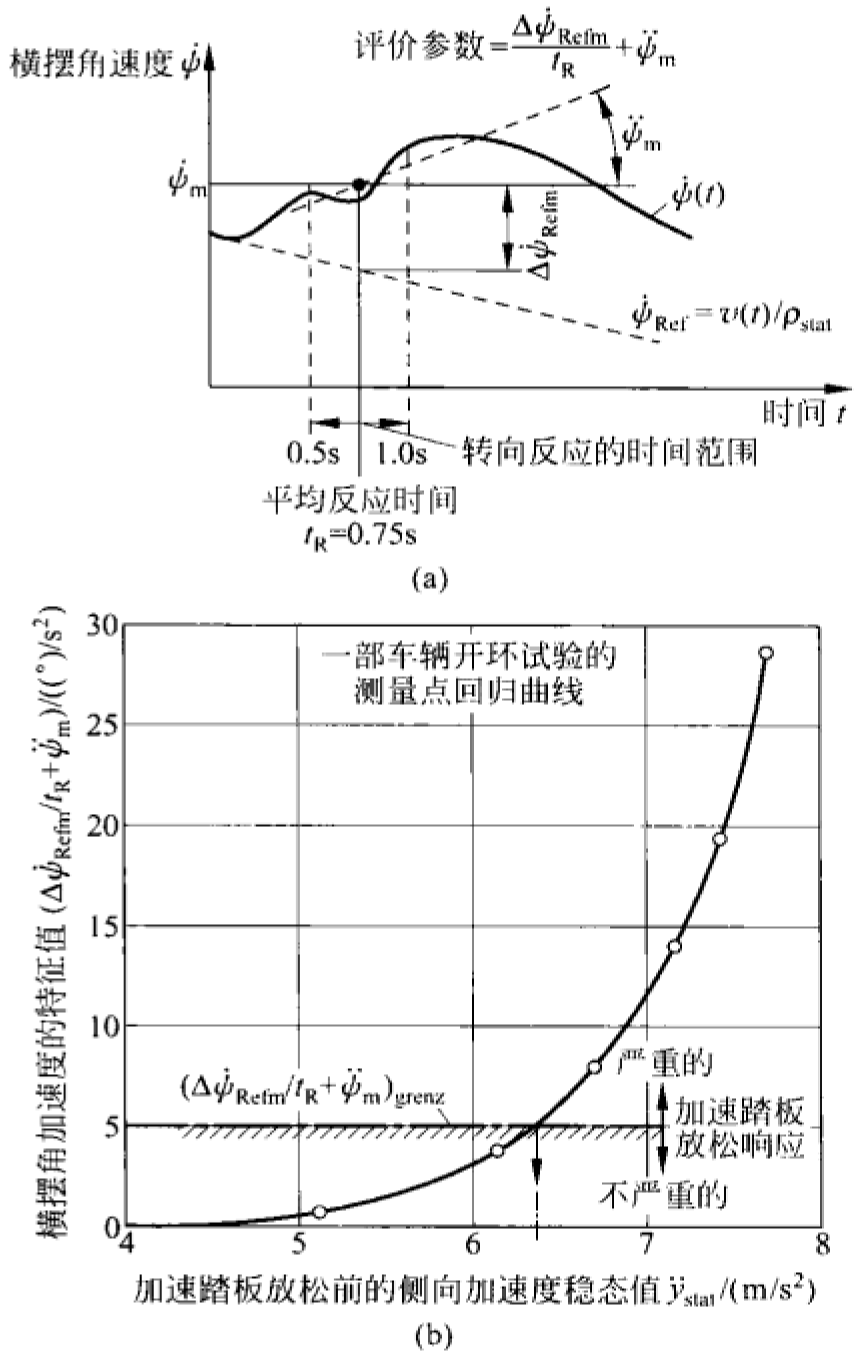


图 153.2 (a) 轿车弯道行驶加速踏板位置变化时评价其响应的参数；(b) 图(a)的一个应用实例

153.2 车辆参数的影响

加速踏板位置变化时的行驶状态是非常复杂的。对于之前的稳态圆周行驶中轮荷 F_{zVa}，…；侧向力 F_{yVa}，…；车轮侧偏角 α_V，α_H；车轮转向角 δ_{Va}，…各参数在第 XXI.1 章中都已经进行了说明。从驾驶员的脚离开加速踏板开始，也就是加速踏板位置变化时，在驱动轮上产生了制动力，这个制动力的大小由发动机制动的制动扭矩决定(见图 25.8)。制动力使车辆减速(式(43.3))，车轮静载荷(式(43.4)和式(43.5))和动载荷(见第 84 节)都发生变化。由于制动使得行驶速度 v 下降，向心加速度 v^2/ρ 随之下降，当然，前提条件是不会因为车辆向弯道内侧偏移使得曲率半径 ρ 减小，v^2/ρ 变大。由此引起侧向力、车轮侧偏角、车轮转向角等参数发生变化。在车速 v 减小的过程中，发动机制动扭矩也减小，这样又会使得减速度、车轮载荷、侧向力、车轮侧

偏角发生新的变化，所以又必须进行新的一轮计算。

153.2.1 由于减速引起的轴荷转移

在加速踏板位置变化后，前轴轴荷增加，后轴轴荷下降。下面将单独处理轴荷变化的影响。这种轴荷变化对于干路面上行驶的车辆，加速踏板位置变化来讲是决定性的。在分析时，所有其他影响因素，如切向力、悬架弹性等都假设为零。这在理论上是可能的。[123]

根据图 153.3(a)可知加速踏板位置变化过程中，形成了一个加速度阶跃，其值为 $\Delta\ddot{x}_F\approx-1.6\ m/s^2$（在加速踏板放松前($t<0$)，车辆在纵轴方向上 $\ddot{x}_F\approx0.6\ m/s^2$ 加速[124]，而在加速踏板放松后，又以 $\ddot{x}_F\approx-1.0\ m/s^2$ 减速）。这时车速下降，并且与 $\dot{\psi}_{Ref}$ 下降过程一致，见图(b)（根据式(153.1)，$v(t)=\dot{\psi}_{Ref}\rho_{stat}$），$\dot{\psi}$ 增加，ρ 减小，v^2/ρ 在

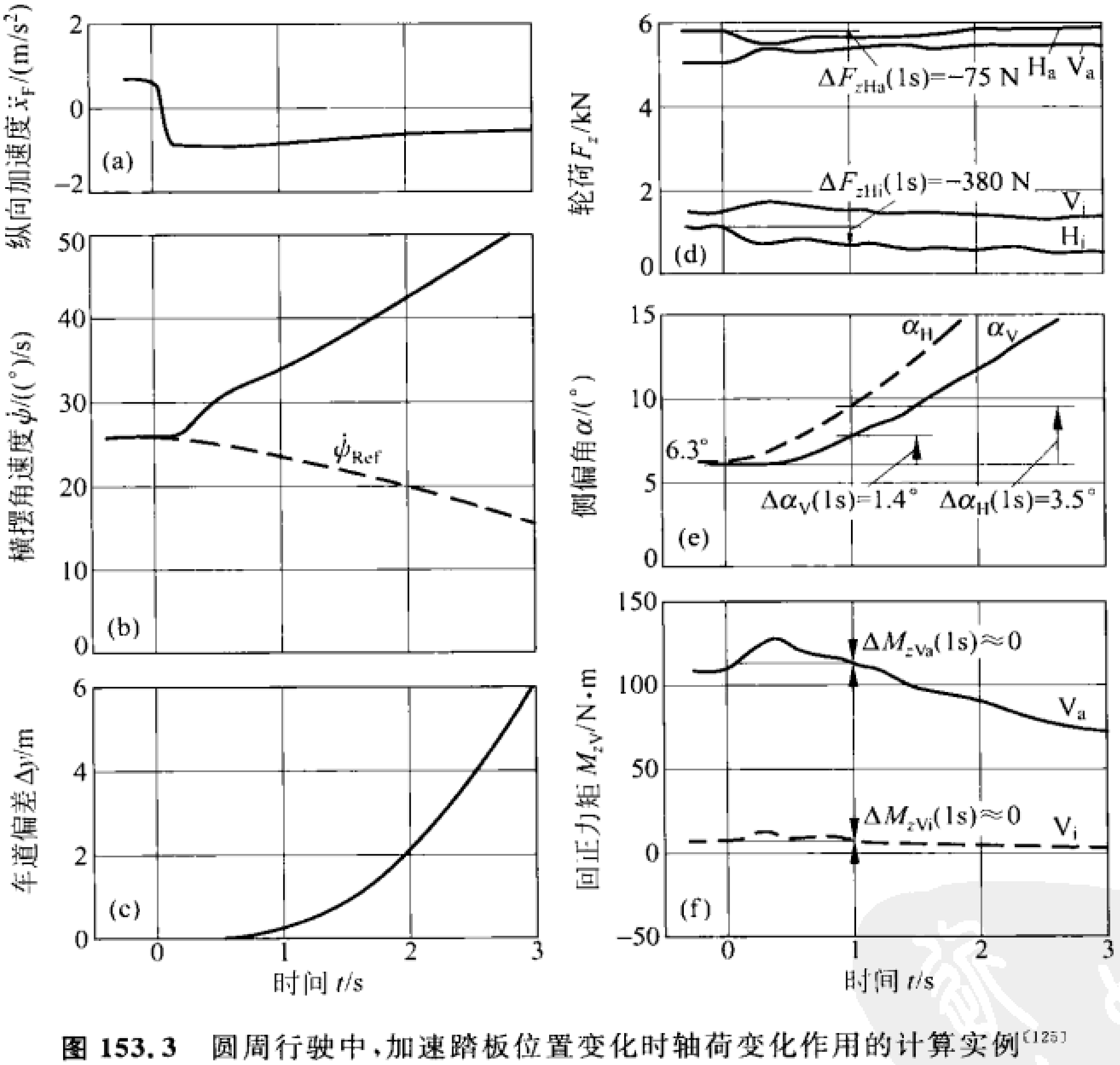


图 153.3 圆周行驶中，加速踏板位置变化时轴荷变化作用的计算实例[125]
（圆周车道半径 $\rho=40$ m，输出侧向加速度 $\ddot{y}_{stat}=7.5\ m/s^2$）

---

〔123〕 见参考文献 117。
〔124〕 关于 v=常数时的加速度值 $\ddot{x}_F$，在图 153.1 分别在不同的向量方向上进行了讨论。
〔125〕 见参考文献 117。

此增加。这就意味着车轮载荷 F_{zVa}，…由于 $\Delta\ddot{x}_F$ 和 v^2/ρ 而产生变化。比如，在 1 秒时弯道外侧后轮载荷的变化为 $\Delta F_{zHa}=-75$ N，内侧后轮载荷的变化为 $\Delta F_{zHi}=-380$ N。我们将这两个点画在轮胎特性曲线图 153.4(a)上，由此得到车轮侧偏角由 $\alpha_H(t=0)=6.3°$ 增加到 $\alpha_H(t=1\ \text{s})=9.8°$，并且侧向力发生了变化，这里弯道内外侧侧向力变化量之间有 $\Delta F_{yHa}(1\ \text{s})\approx-\Delta F_{yHi}(1\ \text{s})$。

前轮侧偏角由 $\alpha_V(t=0)=6.3°$ 增长到 $\alpha_V(t=1\ \text{s})=7.7°$。瞬时圆周半径 $\rho(t)$ 的变化

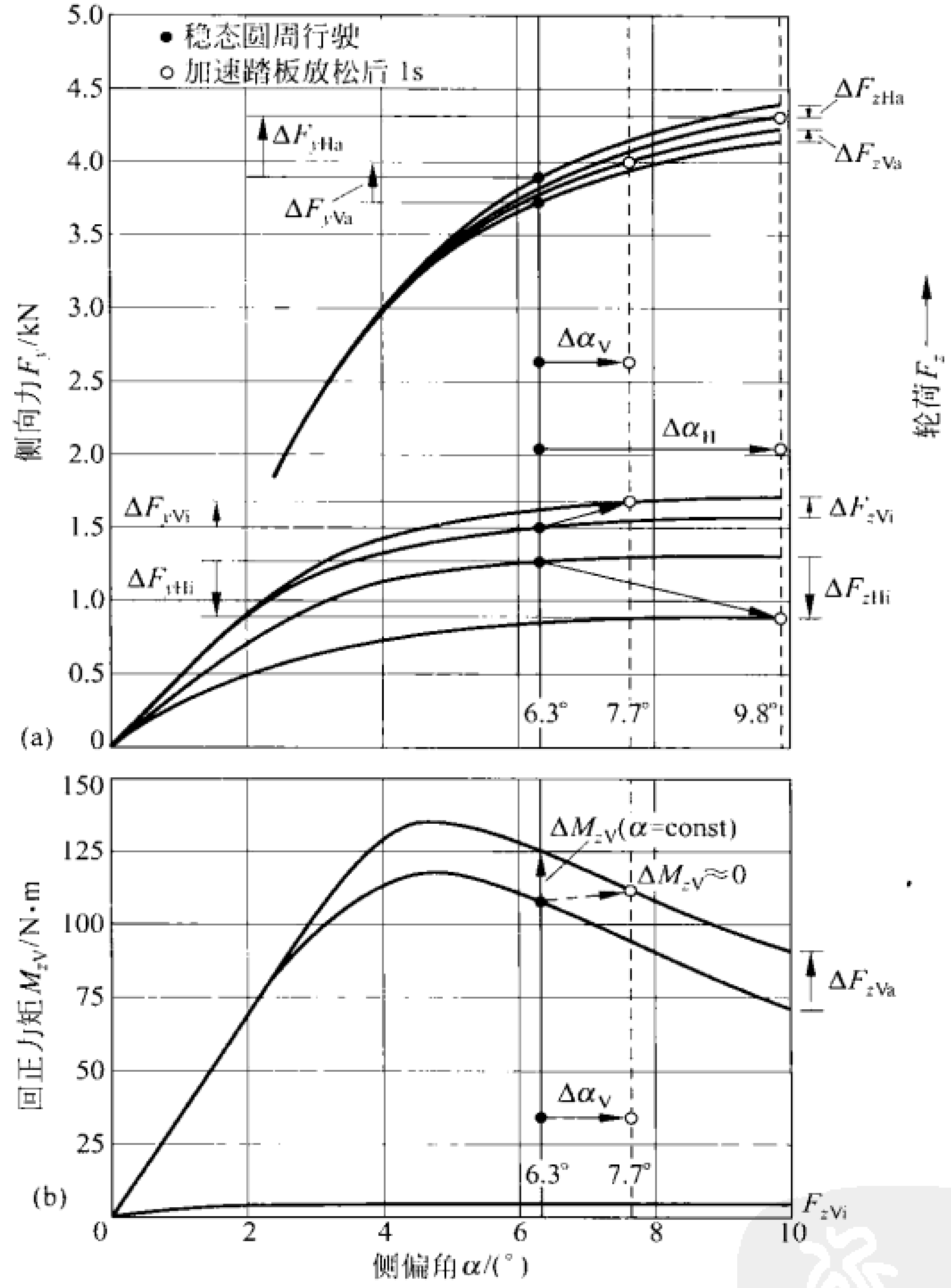


图 153.4 说明轮荷 F_z 对侧向力 F_y 影响的例子[126]。轮胎侧偏角 α，回正力矩 M_z 在轮胎测试特性曲线上表示，运动参数 α，M_z 和 F_z 的时间取值来自图 153.3，分别对应加速踏板位置前($t\leqslant0$)和变化后($t=1$ s)。(轮荷数据：钢丝胎 175/70SR 13，胎压 200 kPa，切向力 $F_x=0$)

〔126〕 见参考文献 117。

按式(146.5)可直接由车轮侧偏角 α_V 和 α_H 求出：

$$\rho=\frac{l}{\delta_V-\delta_H-(\alpha_V-\alpha_H)} \tag{153.8}$$

在前面的例子中，车轮输入不变(δ_V 和 $\delta_H=\text{const}$)，$\alpha_V-\alpha_H$ 在加速踏板放松前等于零，圆周半径为 40 m。加速踏板放松后 1 s，$\alpha_V-\alpha_H=-2.1°$，瞬时圆周半径缩小到 $\rho\approx 24$ m。

对于计算转向盘输入 δ_L 非常重要的轮胎回正力矩在图 153.3(f)和 153.4(b)中给出。就前外轮而言，由于轮荷增加，$\Delta F_{zVa}=75$ N 引起的回正力矩增加 $\Delta M_{zVa}(\alpha=\text{const})$与因为侧偏角增加 $\Delta\alpha_V=1.4°$引起的回正力矩下降，两者正好抵消。

由于车身瞬时减速，出现惯性力，引起了轮荷变化，又耦合产生了车辆俯仰振动，但这一方面的影响可以忽略。

153.2.2 切向力，前轮驱动，后轮驱动

加速踏板位置变化后在车轮上产生负的切向力，即制动力 $-F_x$，它的大小以及减速度的大小与发动机的制动扭矩有关，而制动扭矩是发动机转速的函数(见图 153.5(a))，因此车轮上的制动力与传动系的传动比以及行驶速度有关(见图 153.5(b))。

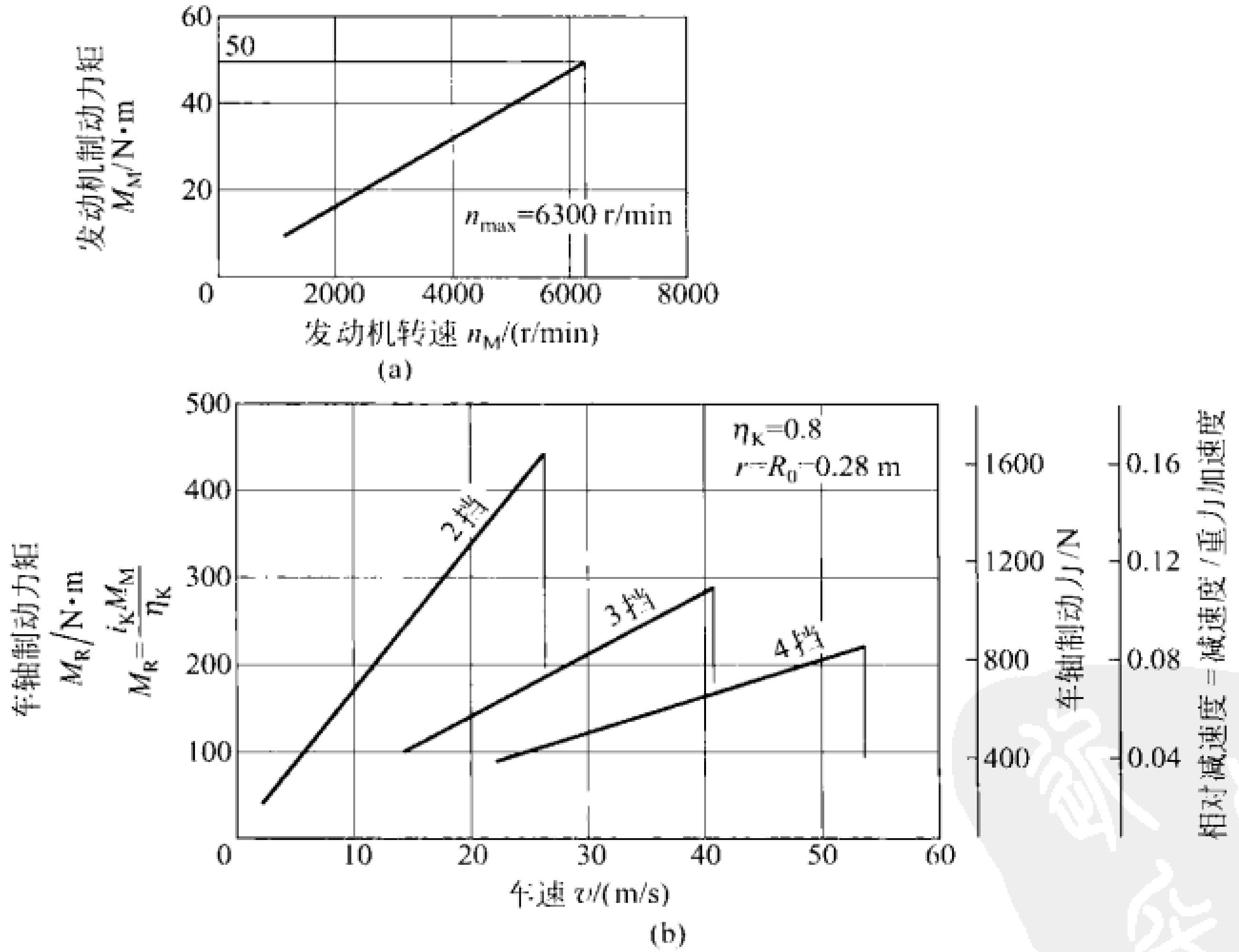


图 153.5 发动机制动力矩与发动机转速的关系(a)车轮制动力距随车速的变化(b)；i_K＝发动机与驱动轮之间总的传动比

在干路面上，切向力的影响要比上述轴荷变化的影响小得多，如图 153.6 所示。在低附着系数的路面上，比如结冰路面上，则与此相反，切向力的影响(因而驱动轴位

置的影响)有决定性的意义。

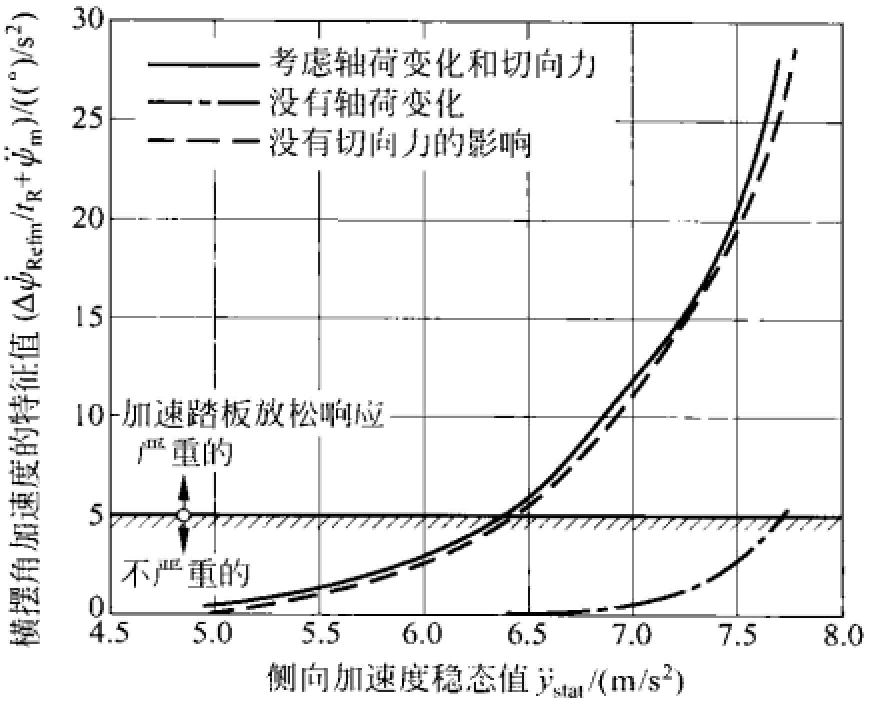


图 153.6　干路在由稳态圆周行驶时，加速踏板位置改变引起的轮荷与切向力变化的影响，输出圆周半径 $\rho=40$ m

由图 153.7(a)可见，前轮驱动轿车在圆周稳态行驶过程中加速踏板放松后将向弯道外侧滑移。4 s 后的车辆质心与期望车道偏差 $\Delta y(t=4\ s)\approx1.5$ m，外侧车轮已经越过路边缘。后轮驱动时，计算例子表明其与期望车道的偏差 $\Delta y(t=4\ s)\approx1.2$ m，几乎与前轮驱动时持平，但车辆向弯道内侧滑移，并伴随着急剧向内侧横摆转动。4 s 后，滑移中形成的质心处侧偏角约为 35°。前轮驱动轿车则与此相反，质心处侧偏角差不多是零，保持了横摆的稳定。

为了解释车辆这种响应，在图 153.7(b)和(c)上还给出了驱动轴上的切向力以及前后轮侧偏角的时域特性。从切向力特性 $F_x(t)$ 可知，稳态圆周行驶时，$F_x\approx120$ N，明显小于加速踏板放松后的最大制动力 $B=-F_x\approx400$ N。与此相应地，加速踏板位置变化前的切向力影响比变化后小得多，所以加速踏板放松后，行驶工况也就改变了。根据图 128.1，侧向力不变时，切向力的增加将使驱动轴上车轮侧偏角增大。在后轮驱动轿车上，按式(153.8)，车轮输入角 δ_V、δ_H 不变时，后轮侧偏角增大使瞬时圆周车道半径 ρ 减小，导致侧向加速度 $\ddot{y}$ 以及车轴侧向力 F_y 增加，结果使得车轮侧偏角又随之增加，如此连续。而在前轮驱动轿车上则不同，开始前轮侧偏角增大，按式(153.8)，圆周半径也随之增大，结果，侧向加速度 $\ddot{y}$ 减小，因而侧向力 F_y 和车轮侧偏角就减小了。

在结冰路面上，稳态圆周行驶过程中，加速踏板位置变化时，前轮驱动与后轮驱动车辆的响应也是根本不同的。

153.2.3　摩擦差速器

到现在为止，一直假设驱动轴上内外侧车切向力是相等的，也就是车辆装用的是无摩擦差速器。如果现在不是这种情况，而是装用摩擦差速器，那么在驱动情况下转

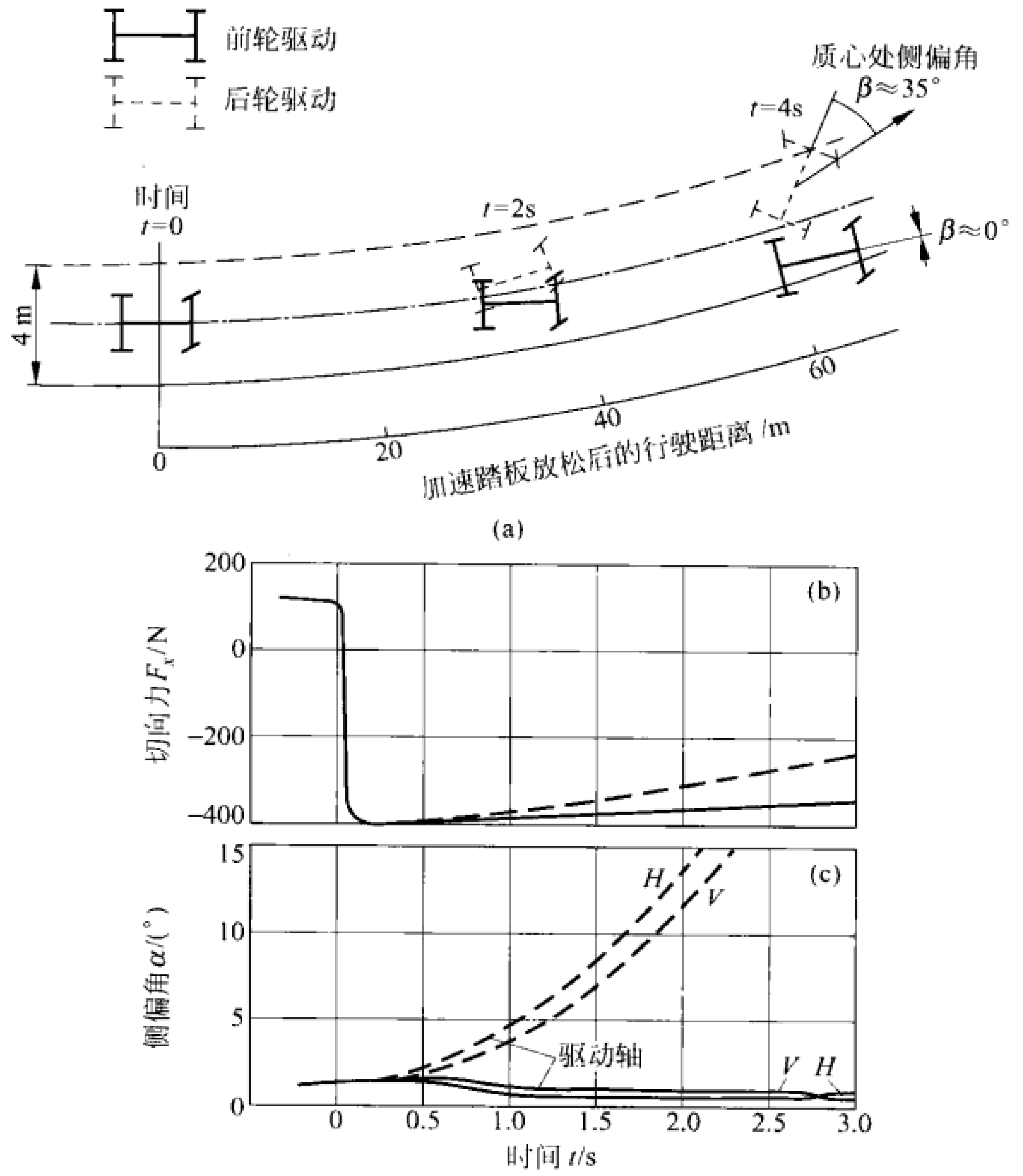


图 153.7 结冰路面上稳态圆周行驶加速踏板位置改变时，前轮驱动和后轮驱动轿车的操稳性（输出侧向加速度 $\ddot{y}_{stat}=1.5\ \mathrm{m/s^2}$；输出圆周车道半径 $\rho=150\ \mathrm{m}$；$v=15\ \mathrm{m/s}$，轮胎路面间附着系数 $\mu_h=0.2$）

得较快的车轮上比转得较慢的车轮上承受的切向力要小些；而在制动时正好相反，转得较快的车轮上承受的制动力较大。

因为内侧车轮对应的弯道半径较外侧轮的小；另外内侧车轮减载而使制动滑移率较外侧轮的大。所以内侧轮比外侧轮转得慢，因而比外侧轮承受的制动力小些。如果通过采用自锁式差速器把差速器的摩擦人为加大，那么由驱动轴内外侧车轮制动力不等而引起一个绕铅垂轴的力矩，使车辆转向弯道外侧，减小了向内侧的横摆转动，因而消减了加速踏板放松的响应，从图 153.8 可见，差速器内摩擦对加速踏板位置变化时操稳性影响的情况，这时慢转一侧车轮上制动力矩减少 20%，而快转一侧制动力矩加大。

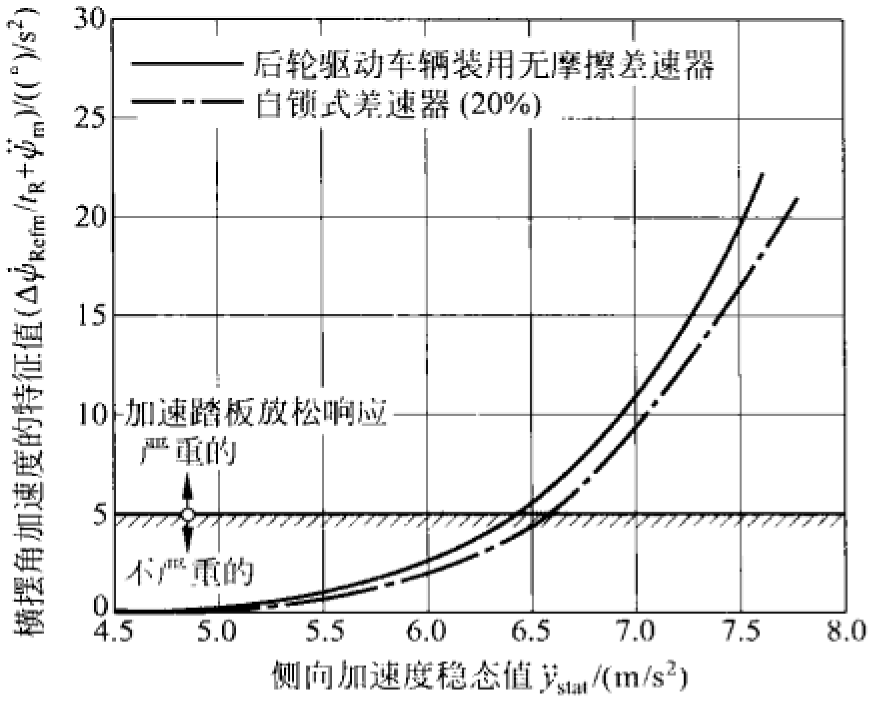


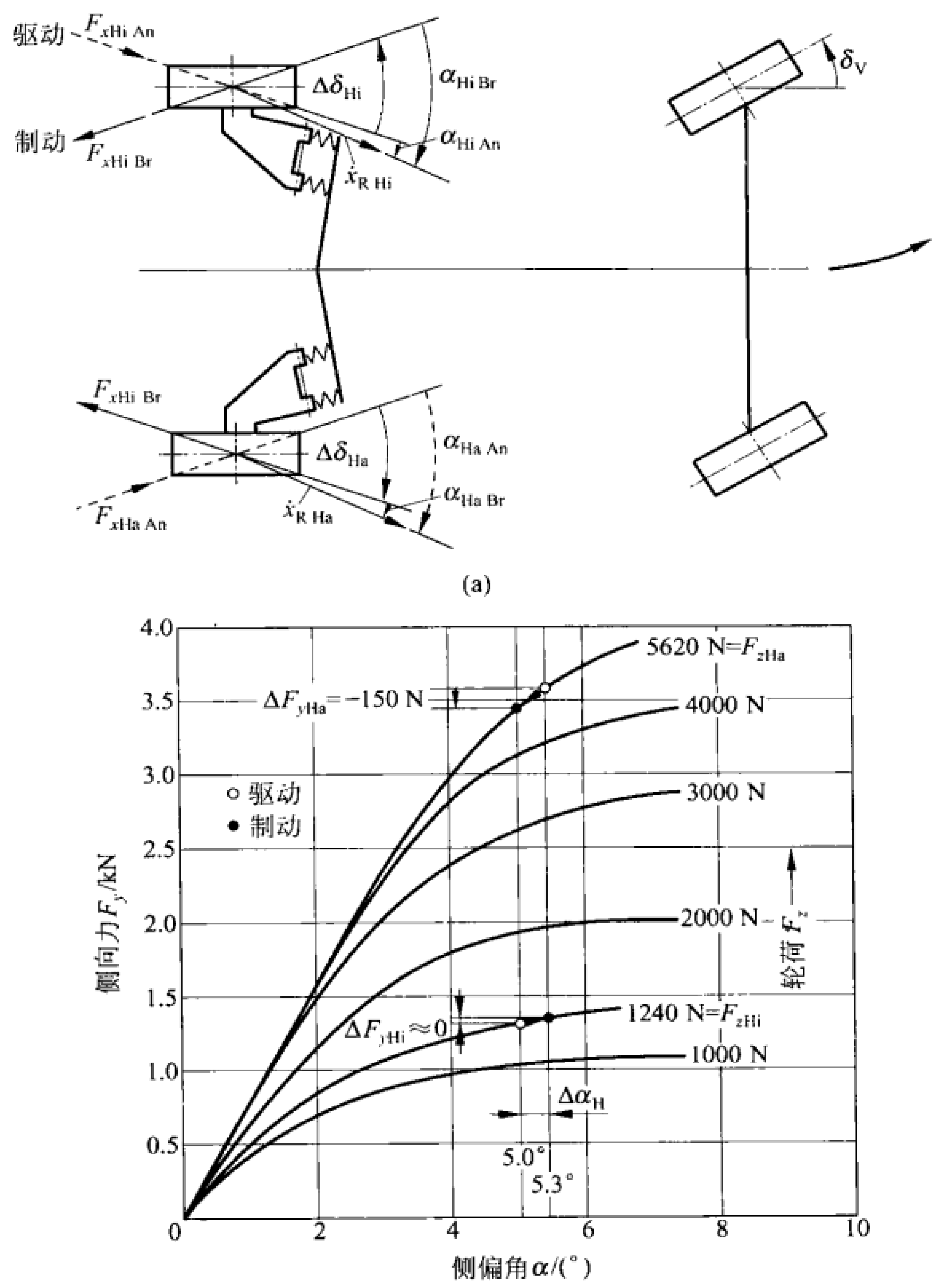
图 153.8　自锁式差速器对稳态圆周行驶过程中加速踏板放松时车辆响应的影响

（输出圆周车道半径 $\rho=40$ m，干燥路面）

153.2.4　切向力附加转向

在第 147 节中已经讨论过切向力附加转向的影响，当然当时没有涉及轮荷和切向力的变化。这里应该考虑这些关系。由于加速踏板位置变化前后切向力方向的变化，还会使车轮输入角的方向发生变化。以装用斜置单纵臂悬架的后轮驱动车辆为例来加以说明（图 153.9(a)）。由于驱动力的作用，内侧后轮有向外侧的转角，而外侧后轮有向内侧的转角。在驱动转为制动的过程中，切向力方向改变引起了车轮转向角方向也向相反方向改变。这就是说，驱动时后轮是前束的；而制动时是后束的。如果左右切向力相等（无摩擦差速器），悬架对称，车轮转角变化方向相反，结果就没有转向效应。

但是所谓切向力附加转向还是会导致车道变化，这是由于内外侧车轮不同轮荷引起的。我们用图 153.9(b)中的轮胎侧向力-侧偏角特性来说明这一点。特性曲线都是在轮荷 F_z 不变的情况下做出的。也画出了与内外侧后轮轮荷 F_{zHi} 和 F_{zHa} 的曲线。在驱动时，内侧车轮向车轮速度 $\dot{x}_R$ 的方向偏转，所以其侧偏角要比制动时小，即 $\alpha_{HiAn}<\alpha_{HiBr}$。在加速踏板放松时，车轮侧偏角 α_{Hi} 加大，对应的侧向力 F_{yHi} 也增加。而在外侧车轮上，加速踏板放松时，车轮侧偏角 α_{Ha} 减小，侧向力 F_{yHa} 相应地下降。因为不同轮荷对应的侧向力-车轮侧偏角特性曲线的上升斜率不同。所以外侧车轮上侧向力的下降值（$\Delta F_{yHa}=-150$ N）要比内侧车轮上侧向力的增加值（这里：$\Delta F_{yHi}\approx 0$）来得大。总起来，后轴上所能承受的侧向力因而比加速踏板放松前小。如果在加速踏板放松前后车辆侧向加速度不变，则其引起的后轴侧向力也不变，那么上述侧向力承受能力的下降就必须用内外后轮上侧偏角 α_H 的增加去平衡。这就使得后轮驱动车辆在加速踏板放松后所发生的典型的向弯道内侧横摆，因切向力附加转向而加剧（这里还没有考虑到加速踏板放松后产生的后轮减载现象。这种减载，正如 153.2.1 节所述，



(a)

(b)

图 153.9 切向力附加转向对后轮驱动轿车的作用

(a) 对于车轮转角 δ_{Hi} 和 δ_{Ha} 的影响；(b) 对于车轮侧偏角 α_{Hi} 和 α_{Ha} 以及侧向力 F_{yHi}、F_{yHa} 的影响(圆周车道半径：$\rho=40$ m；输出侧向加速度：$\ddot{y}_{stat}=7$ m/s²；驱动力：$F_{xHiAn}=F_{xHaAn}=$ 500 N；制动力：$F_{xHiBr}=F_{xHaBr}=-500$ N；悬架弹性：$\Delta\delta_H=(d\delta_H/dF_{xH})\cdot F_{xH}=5\times10^{-6}$ rad/N)

还会使后轮侧偏角加大)。

如果与此相反，能够使切向力的转向系数$(\partial\delta/\partial F_x)_H$为负值，那么加速踏板放松引起的后果就可以缓和。这类设计的著名方案是 Weissach 式悬架[127]

〔127〕 见参考文献 51。

(图 153.10(b))。这时车轮转向运动的瞬时极点移到轮距外，这一措施的作用如图 153.10(c)所示。与没有切向力附加转向的车辆以及一般的切向力正向附加转向的车辆相比，它在较高的输出侧向加速度时才达到式(153.7)给出的评价参数极限值 5°/s²。

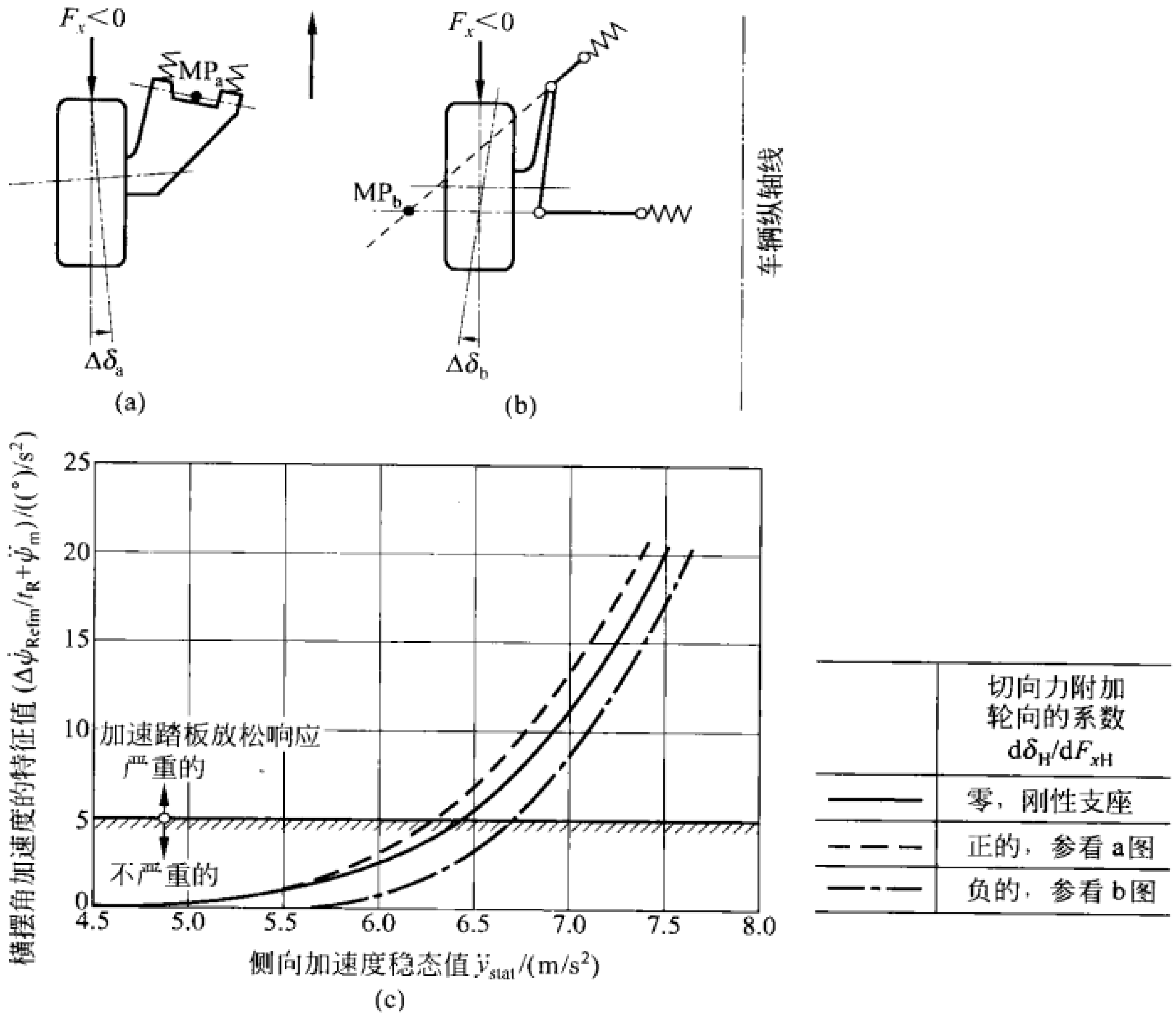


图 153.10　通过后轮弹性运动学转向特性的改变来消减加速踏板放松引起后果的一项措施

(a) 一般的斜置单臂悬架布置：转向运动的瞬时极点 MP_a 在轮距内；(b) Weissach 式悬架布置：转向运动的瞬时极点 MP_b 在轮距外[128]；(c) 对加速踏板放松引起后果的作用 $\Delta\delta_H=(d\delta_H/dF_{xH})\cdot F_{xH}$

与后轮驱动的轿车相反，在前轮驱动轿车上，车轮转向运动的瞬时极点应在轮距内。这样，切向力附加转向才能消减加速踏板放松引起的后果。这时驱动轮侧偏角 α_V 将要加大，导致前后轴侧偏角差 $\alpha_V-\alpha_H$ 增大，因而按式(153.8)，圆周车道半径 ρ 也将增大(与后轮驱动轿车相反)。所以，在前轮驱动轿车上，操纵性试验中出现的放松加速踏板后的典型响应——车辆向弯道内侧横摆，出现车道偏离——通过切向力附加转向将不会加剧而是减弱。

〔128〕 见参考文献 51。

153.3 输出侧向加速度

在输出侧向加速度分别为 $\ddot{y}_{stat}=4\ m/s^2$、$6.5\ m/s^2$ 和 $8\ m/s^2$ 三种情况下的结果如图 153.11 所示。由图中曲线可知，在输出侧向加速度（$\ddot{y}_{stat}=8\ m/s^2$）较高时 $\dot{x}_F(t)$ 下降比较快，这一点可以用车辆绕垂直轴的转动不断增加来解释。因此，车辆重心的纵向运动方向，将由 $\dot{x}_F$ 方向向车辆纵轴方向偏移，这样在测量过程中只是测

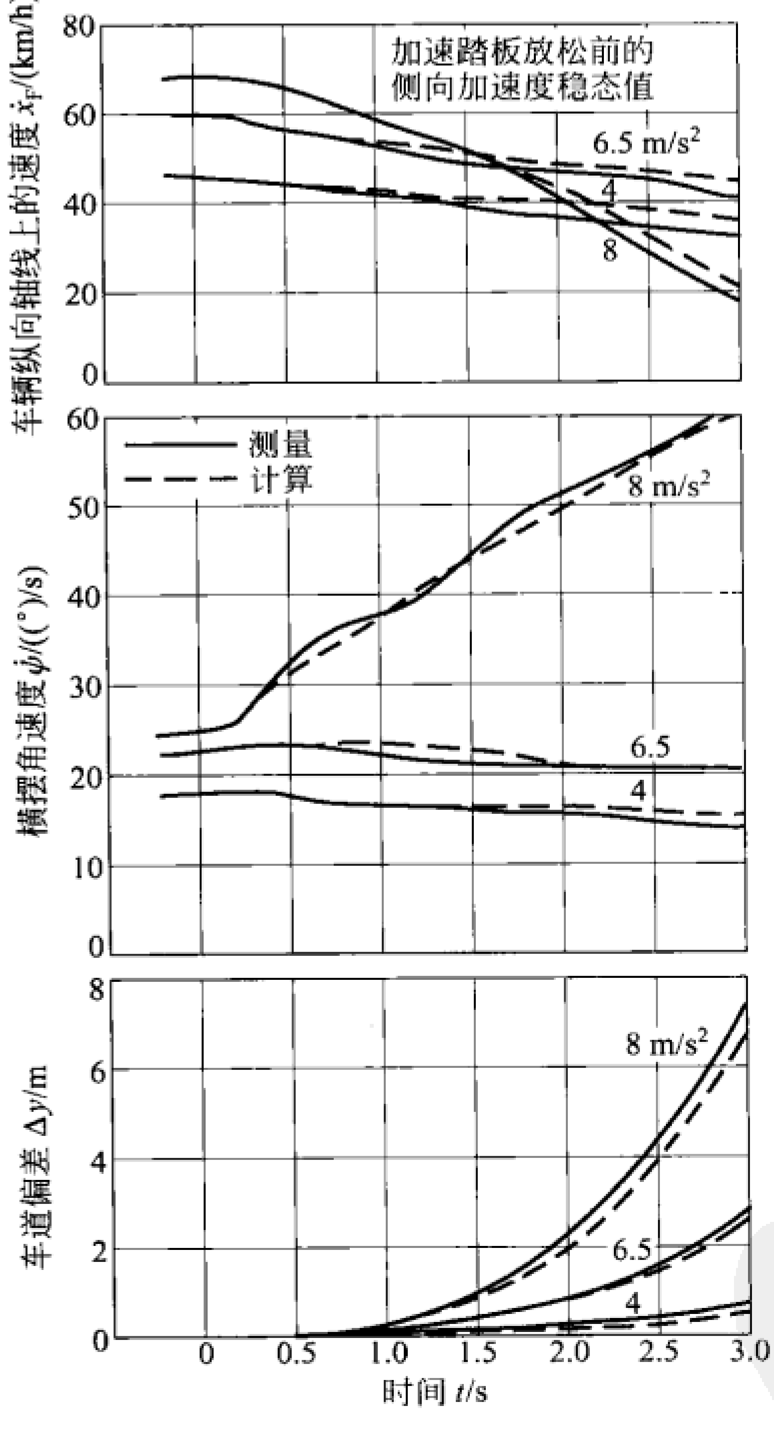


图 153.11 稳态圆周行驶过程中加速踏板放松时的测量和计算结果[129]（输出圆周车道半径 $\rho_{stat}=40$ m；2 挡；重要的车辆参数：$m=1369$ kg；$l_V/l=0.495$；轮胎 175/70 SR 13）

〔129〕 见参考文献 117。

量了车辆行驶速度 v 的一部分。对于轿车来说，在输出侧向加速度比较高时，除了产生较强的侧滑运动 $\dot{\psi}$ 以外，还会产生较大的轨迹偏移 Δy。

153.4 第 153 节小结

- 轿车在圆周稳态行驶时加速踏板放松后将偏离输出的圆周车道，摆向弯道内侧。车辆侧向加速度和纵向减速度越大，这种响应也越强烈。
- 为了评价加速踏板放松引起的后果，采用了根据 153.1 节和按图 153.2 确定的极限。
- 在干路面上，加速踏板放松引起的响应主要是由车辆减速引起的轮荷变化所造成。相反，驱动轴切向力变化的作用很小，因而前轮驱动或后轮驱动关系不大。
- 在干路面上，侧向加速度较高时，如果加速踏板放松前，稳态圆周行驶时后轮侧偏角较大，则其引起的响应也较为剧烈。通过质心前移，把前轴侧倾角刚度加大（相对于后轴），把前轴侧倾瞬心提高，可以减弱加速踏板放松引起的后果。
- 切向力的影响主要是在低附着的路面上，特别是在结冰路面上起作用。因而这时驱动的方式就有关系。在前轮驱动的车辆上，切向力变化将使不足转向加强；而在后轮驱动轿车上，如果匀速行驶时为不足转向，则在加速踏板放松后，就转变为过多转向。在低附着工况下行驶时，很容易达到附着极限，结果导致很大的事故，因而对一般驾驶员来讲也是比较危险的，参看 108.3 节。
- 切向力不仅影响轮胎特性，而且由于车轮支撑的弹性，切向力还使车轮转角发生变化。这种转向效应称为切向力附加转向。在装用一般悬架的后轮驱动轿车上（车轮转向瞬时极点在轮距内）将导致加速踏板放松引起后果的加剧。瞬时极点移向外侧可以减弱这一响应。

154 全轮转向

在车辆的制动和驱动过程中，如果所有的车轮都参与工作，那是最理想的状况，这一点早就为大家所公认。因此人们产生了一个想法，就是把后轮也引入转向过程，并且按照一定的规律变化。这种全轮转向系统，即同时操纵前轮和后轮转向的系统的优点可以总结为：

a）改善转向特性：

—扩展了车辆的稳定性区域（通过前轮和后轮同方向的转向可以降低车辆的横摆强度）；

—避免加速踏板位置变化对车辆行驶状态产生的影响；

—在车辆高速行驶时调节转向系传动比，这样可以减轻驾驶员的负荷；

—在低速行驶时可以减小转弯半径，通过前轮和后轮相反方向的转向角输入提高车辆的机动性。

b）可以削弱干扰的影响：

—采用高选控制的ABS时，可以通过向相反方向的自动转向使轨迹的偏移保持在比较小的水平；

—对于侧向风和不平地面的影响可以通过主动调整来消除或减小。

与驱动和制动系统相似，全轮转向系统具有不同的设计规范，在此需要确定最理想的控制策略。理论分析可以从第107节讨论的单轨模型入手，并加以扩展。

154.1 全轮转向的横向动力学

对于具有全轮转向系统车辆动力学特性的讨论原则上可以利用单轨模型进行（实际上在控制策略的设计中也可采用单轨模型），但必须针对后轮转向进行扩展。根据式(107.13)和(107.14)并且忽略侧向风影响后得到：

$$mv\dot{\beta}+(c'_{\alpha_V}+c_{\alpha_H})\beta+[mv^2-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v}=c'_{\alpha_V}\delta_V+c_{\alpha_H}\delta_H \qquad (154.1)$$

$$J_z\ddot{\psi}-(c_{\alpha_H}l_H-c'_{\alpha_V}l_V)\beta+(c'_{\alpha_V}l_V^2+c_{\alpha_H}l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v}=c'_{\alpha_V}l_V\delta_V-c_{\alpha_H}l_H\delta_H \qquad (154.2)$$

如果对稳定性进行讨论，就可以看出，采用前轮转向或者后轮转向两者之间是否有差别，但是在此不对这个问题进行讨论（如果表达式(154.2)右侧的符号为负时，系统将可能出现稳定性问题）。根据式(154.1)和式(154.2)还无法确定前轮转向和后轮转向共同作用的结果，因为后轮转向策略没有确定。后轮的转向角输入应该使得后轮产生主动的侧偏角，并且由此产生侧向力，使得车辆的质心处侧偏角减小。这里选择通过后轮转向使得质心侧偏角一直等于零作为目标函数。基于这个条件可以确定后轴与前轴之间的转向关系（导出过程见图154.1）。对于稳态过程它们之间的关系为：

$$\frac{\delta_H}{\delta_V}=\frac{c'_{\alpha_V}l_Vmv^2-c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l_Hl}{c_{\alpha_H}l_Hmv^2+c'_{\alpha_V}c_{\alpha_H}l_Vl} \qquad (154.3)$$

通过式(154.3)可以看出，转向角之间关系与车辆参数以及车速有关。

根据上述关系可以直接给出，在车速比较低时，后轮转向角应为负值，即与前轮转向角方向相反。在车速比较高时，后轮转向角应为正值，即与前轮转向角方向相同（比较图154.2）。速度在10～15 m/s之间时，后轮转向角为零，这时相当于一个正常车辆的状态。图154.2以给出的车辆参数为例，描述了它们之间的联系。

转向角关系的起始点在$v=0$处，这时转向角关系由几何关系确定：

$$\left(\frac{\delta_H}{\delta_V}\right)_{v=0}=-\frac{l_H}{l_V}$$

$$mv\dot{\beta} + (c'_{\alpha_V} + c_{\alpha_H})\beta + [mv^2 - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V}\delta_V + c_{\alpha_H}\delta_H \quad (1)$$

$$J_z\ddot{\psi} - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)\beta + (c'_{\alpha_V} l_V^2 + c_{\alpha_H} l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V} l_V\delta_V - c_{\alpha_H} l_H\delta_H \quad (2)$$

在稳态时选择 $\beta=0$ 作为目标函数，由式(1)得：

$$[mv^2 - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)]\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V}\delta_V + c_{\alpha_H}\delta_H \quad (3)$$

由式(2)得：

$$(c'_{\alpha_V} l_V^2 + c_{\alpha_H} l_H^2)\frac{\dot{\psi}}{v} = c'_{\alpha_V} l_V\delta_V - c_{\alpha_H} l_H\delta_H \quad (4)$$

由式(3)解出：

$$\frac{\dot{\psi}}{v} = \frac{c'_{\alpha_V}\delta_V + c_{\alpha_H}\delta_H}{mv^2 - (c_{\alpha_H} l_H - c'_{\alpha_V} l_V)} \quad (5)$$

代入式(4)，并且解出 δ_H/δ_V：

$$\frac{\delta_H}{\delta_V} = \frac{c'_{\alpha_V} l_V mv^2 - c'_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l_H l}{c_{\alpha_H} l_H mv^2 + c'_{\alpha_V} c_{\alpha_H} l_V l} \quad (6)$$

图 154.1 对于 $\beta=0$ 的转向角关系的求解过程

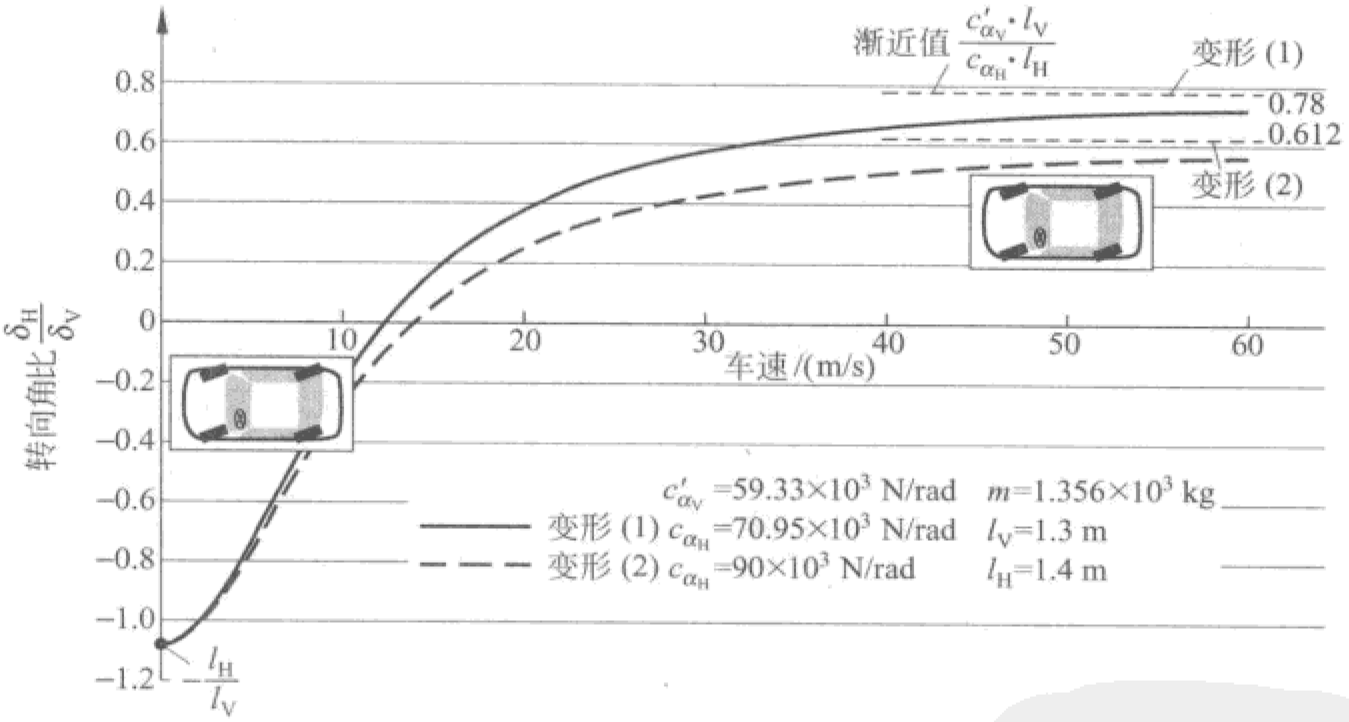


图 154.2 全轮转向系统对质心侧偏角 $\beta=0$ 的转向角关系

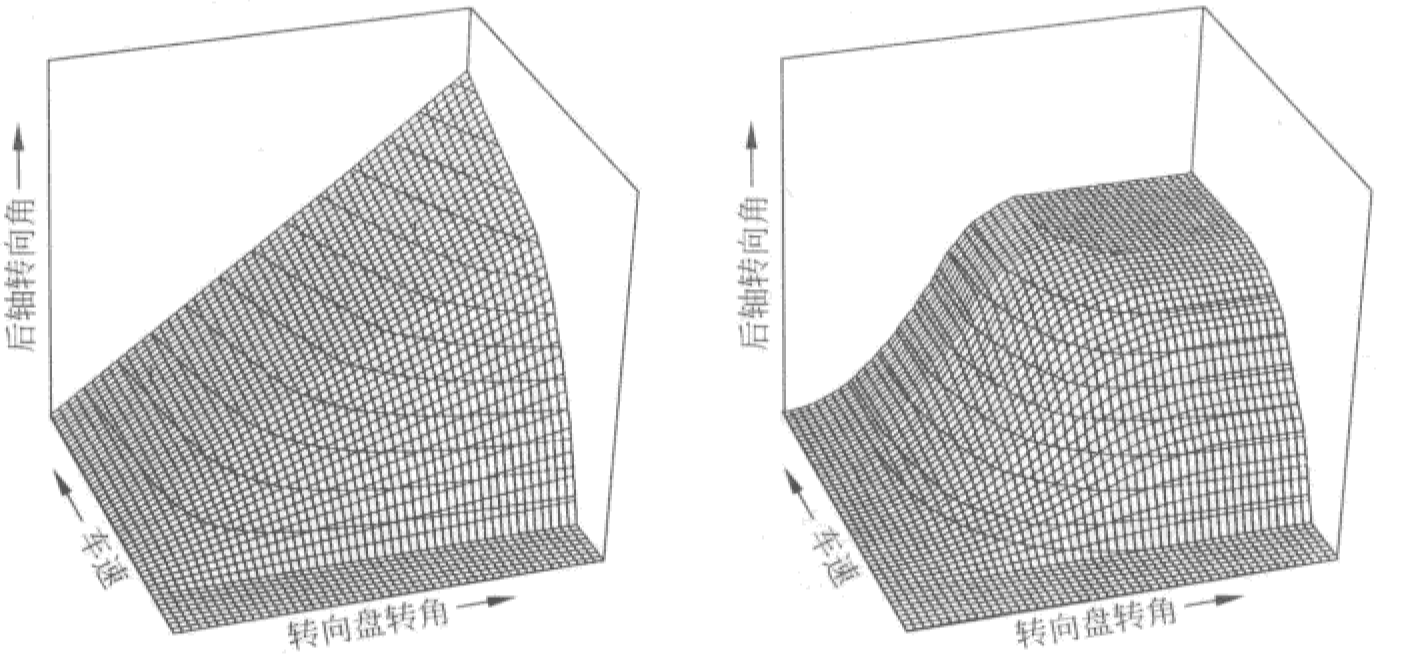
在车速很高时，转向角关系趋近于一个渐近值：

$$\left(\frac{\delta_H}{\delta_V}\right)_{v\to\infty} = \frac{c'_{\alpha_V} l_V}{c_{\alpha_H} l_H}$$

对于 $\delta_H=0$ 时的速度值，即图 154.2 中与 x 轴的交点，可以通过式(154.3)，取分子等于零直接得到：

$$\delta_H = 0 \text{ 时 } v = \sqrt{\frac{c_{\alpha_H} l_H l}{m l_V}}$$

因为由于空间的限制必须避免过大的后轮转向角，所以在轿车上首先需要实现同方向的后轮转向，并且它是稳定的。而对于载货汽车，为了提高其机动性需要实现反方向的后轮转向。对于轿车，正确的转向特性场在理论上非常重要，图 153.3(a)中原则上给出了它们之间的关系，即在速度不变时后轮转向角随转向角线性上升。这个关系实验证明由主观评价角度看并不适用。过大的后轮转向角会降低车辆的灵活性。驾驶员并不希望质心处侧偏角 $\beta=0$，而是希望它最好随着侧向加速度不断增加，但是最大值大约为 $\beta\approx1^{\circ}$。满足这种要求的转向特性场也可以通过单轨模型得到。图 154.3(b)给出原则上的转向特性场。[130] 利用反方向的转向来减小转弯半径的过程只能通过机械式的后轮转向系统来实现。[131] 对于电气-机械系统或者电气-液压系统到目前为止后轮反向转向角输入被认为其安全成本过高。



(a) (b)

图 154.3 理论和试验得到的转向特性场[132]

(a) 理论的跟随转向特性场($\beta=0$)；(b) 试验得到的跟随转向特性场($\beta=f(v^2/\rho)$)

如果在频率域中对横向动力学进行讨论，那么在前轮转向和全轮转向之间存在着很大的区别。如果对后轮转向角按照前轮转向角变化进行相关的控制，并且要求质心处侧偏角被补偿，就可以得到如图 154.4 所示的关系。[133]

---

〔130〕 Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 205-225.

〔131〕 Sano, S.: Handling Characteristics of Steer Angle Dependent Four-Wheel Steering System. XXII FISITA Congress Dearborn, Michigan, Sept. 1988, Paper No. 885034.

〔132〕 Aus Donges, E.; Aufhammer, R.; Fehrer, P.; Seidenfuß, T.: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. In: Wallentowitz, H. (Hg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 205-225.

〔133〕 Berkefeld, V.: Theoretische Untersuchungen zur Vierradlenkung. Stabilität und Manövrierbarkeit. In: Wallentowtz, H. (Hg.): Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen. Braunschweig: Vieweg 1991, S. 1-20.

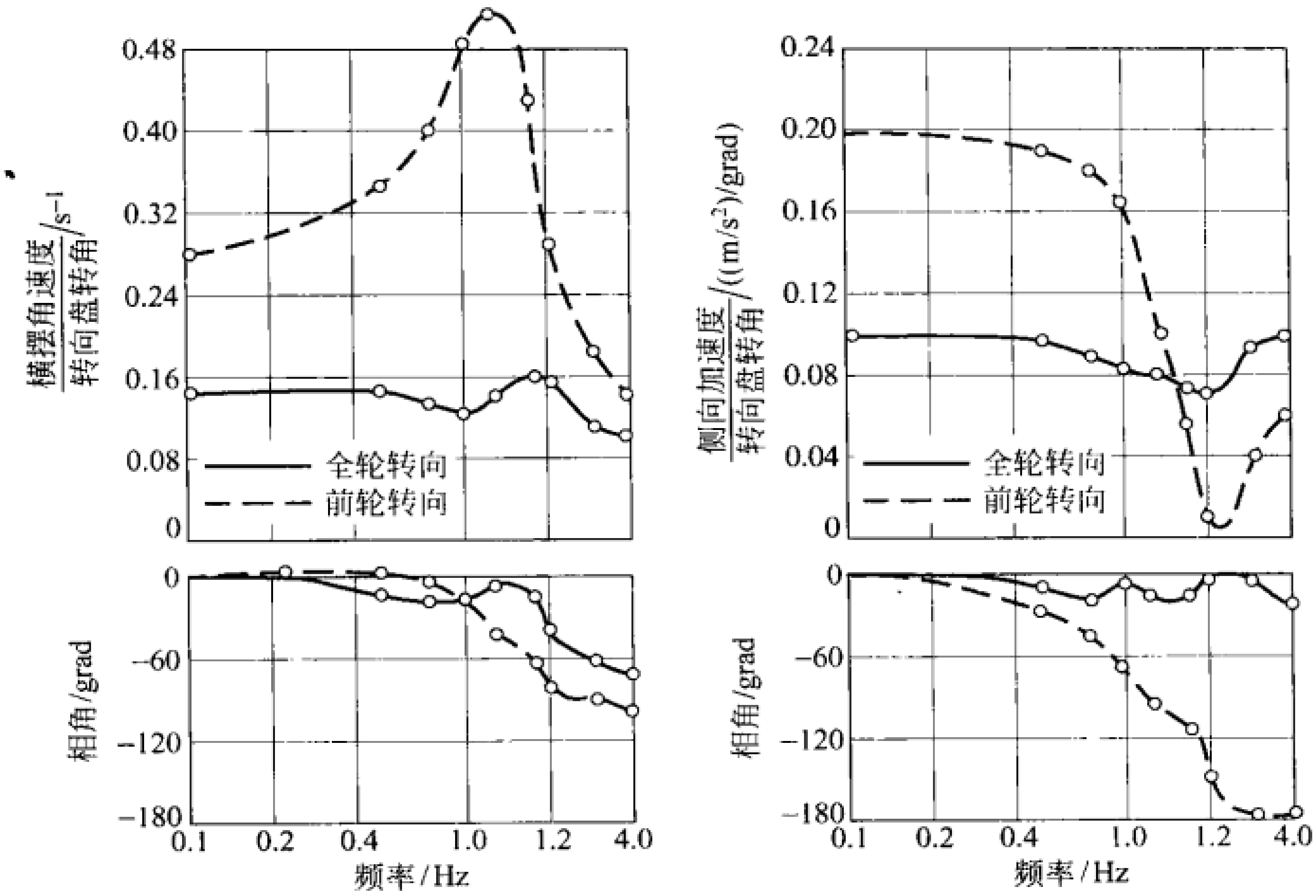


图 154.4 横摆角速度和侧向加速度与转向盘转角之间的幅频特性和相频特性（转向盘转角幅值与 $v^2/\rho=4\ m/s^2$ 和 $v=150\ km/h$ 相对应，δ_H/δ_V 由 $\beta=0$ 决定[134]）

相对于转向角的横摆加速度和横向加速度的幅频特性在引入后轮转向后发生了很大的变化。首先是车辆的横摆偏移大幅度减小。车辆的稳定性也大幅度提高。

154.2 通过全轮转向对干扰的补偿

对于附加的后轮转向角的大小，不仅通过转向盘转角一个函数来控制，而且还必须考虑到为补偿外界干扰影响的响应。比如：

—弯道行驶时加速踏板位置变化和制动过程；

—具有 ABS 系统的车辆在左右轮不同附着状态（μ-split）的道路上按照高附着系数（μ-high）控制原则的制动过程中后轮左右侧制动力不均匀；

—侧向风的影响（横摆角速度的补偿）。

这一点可以通过车辆的特性曲线来实现，即将特性曲线存入计算机中，根据横向加速度和纵向加速度的大小确定需要的控制量[135]，也可以计算出处于车辆稳定状态后轴需要的扭矩。在现代的系统中采用了闭环控制系统，系统会对侧向力、侧向

---

〔134〕 见前一个参考文献。

〔135〕 见前一个参考文献。

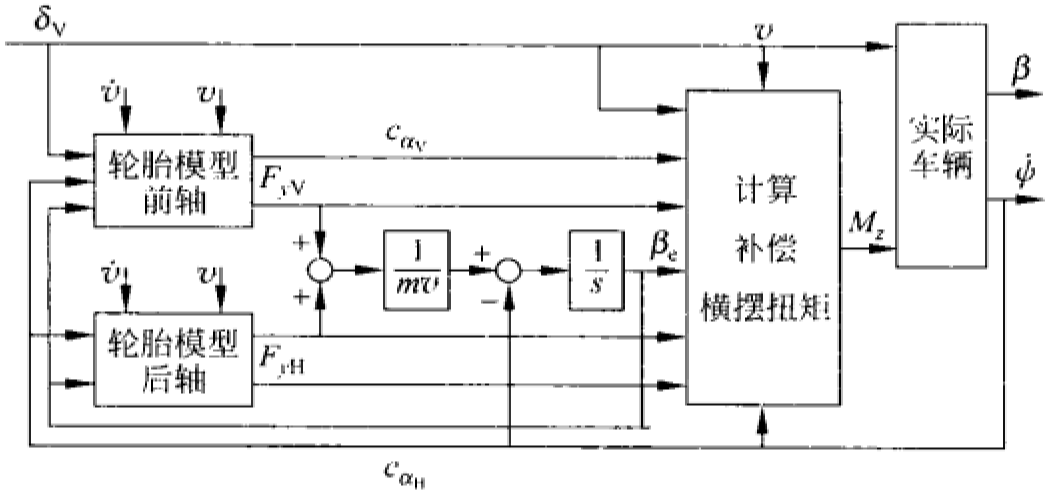
力-侧偏刚度和质心侧偏角做出反应。[136]图 154.5 以框图的形式给出了一个控制系统的例子，系统为将来的扭矩控制提供新的可能性。也就是说，扭矩控制本身可以通过制动力控制（ESP 系统和 DSC 系统）实现，也可以通过附加的前轮转向（见叠加转向）以及后轮转向来实现。

作为全轮转向继续发展的一个重要步骤，人们研究了它对驾驶员-车辆系统的影响。[137]研究结果表明，为了使车辆达到理想特性，还必须对后轮转向通过一些措施进行补充，比如附加的转向等。

$$\frac{v^2}{\rho}=v(\dot{\psi}+\dot{\beta}),\ \text{见式(107.3)} \qquad \frac{v^2}{\rho}=\dot{\psi}+\dot{\beta}=\frac{F_{yV}+F_{yH}}{mv}$$

$$m\frac{v^2}{\rho}=F_{yV}+F_{yH} \qquad \dot{\beta}_e=\frac{1}{mv}(F_{yV}+F_{yH})-\dot{\psi}$$

$$\frac{v^2}{\rho}=\frac{F_{yV}+F_{yH}}{m} \qquad \beta_e=\int_{t_1}^{t_2}\dot{\beta}_e\,dt$$



δ_V= 前轮转向角　　c_{α_V}= 前轴侧偏刚度

β= 质心处侧偏角　　c_{α_H}= 后轴侧偏刚度

$\dot{\beta}$= 质心处侧偏角速度　　F_{yV}= 前轴轮胎侧向力

β_e= 质心处侧偏角估计值　　F_{yH}= 后轴轮胎侧向力

$\dot{\psi}$= 横摆角速度　　M_z= 产生的横摆扭矩

v= 车速　　$\frac{v^2}{\rho}$= 侧向加速度

$\dot{v}$= 车辆加速度

图 154.5 提高车辆行驶稳定性的扭矩控制系统框图

154.3 全轮转向小结

全轮转向系统是改善车辆行驶特性方法的一个新的、合理的发展。基础理论分

〔136〕 Abe, M.: Vehicle Dynamics and Control for Improving Handling and Active Safety: From Fourwheel Steering to Direct Yaw Moment Control. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 213, Part K, 1999, S. 87-101.

〔137〕 Ahring, E.; Mitschke, M.: Comparison of All-Wheel Steering in the System Driver-Vehicle. Vehicle System Dynamics 24, 1995, S. 283-298.

析表明，前轮和后轮同向转角输入时，可以有效降低横摆敏感度。车辆的稳定性也得到了提高。前轮和后轮反向转角输入时，可以减小车辆的转弯半径，但是到目前为止它只起到次要的作用。由于占据行李舱空间和对车辆安全性的高要求正好与这个作用相冲突。

前轮转向和后轮转向联合作用对车辆行驶特性的影响是可以预测的。频率域中的特性表明，它是可以满足期望的。转向函数关系可以根据期望的质心处侧偏角与侧向加速度之间关系，同时借助理论分析确定。

利用后轮的转向控制策略也可以实现干扰的补偿，当然一般的后轮转向与驾驶员转向角输入之间是不相互关联的。

通过对驾驶员-车辆系统的要求分析可以得到，全轮转向系统仅仅是诸多单元中的一个，为了进一步提高车辆的行驶特性，它必须与其他单元联合作用。

155 行驶辅助系统

借助于新技术可以利用驾驶员辅助系统来对驾驶员提供帮助，对驾驶员提供支持[138]。下面仅就“汽车动力学”相关的系统进行讨论。

在这本书中涉及的系统包括：

- “制动防抱死系统”(ABS 系统，见第 47 节)，利用这个系统，驾驶员在制动过程中不需要考虑制动踏板位置，只需要用力去踏制动踏板，系统可以保证在行驶稳定状态和转向能力的前提下，制动距离达到最短。
- 为了使驾驶员不仅快速，而且具有足够的力踏下制动踏板，采用了“制动辅助系统”(见第 50 节)。
- 利用“驱动防滑系统”(ASR，见第 37 节)驾驶员不需要为达到最大驱动状态而控制加速踏板位置，系统可以保证在行驶稳定状态和转向能力的前提下，达到最大驱动状态。
- 在“纵向控制”中利用“自适应巡航控制系统”(ACC，见 41.4 节)可以替代驾驶员根据与前车的距离和速度差自动操纵车辆。
- 利用“(电控)差速锁”(见第 37 节)可以防止在驱动过程中某个车轮在附着系数低的路面上产生的滑转，并且由此可以提高车辆的驱动力。
- 全轮转向系统(见第 154 节)可以有效改善车辆的横向动力学特性，并且可以补偿干扰的影响。
- 利用全轮转向系统可以避免驾驶员对由于载荷变化产生的车辆不同行驶特性的适应过程(见第 154 节)。

---

〔138〕 Ehmanns, D.; Wallentowitz, H.; Gelau, C.; Nicklisch, F.: Zukünftige Entwicklungen von Fahrerassistenzsystemen und Methoden zu deren Bewertung, 9. Aachener Kolloquium Fahrzeugund Motorentechnik. Aachen 2000, S. 599-614.

由第 XIX 章的“驾驶员-车辆控制回路”、第 XIX.1 章的“横向控制”和第 XIX.2 章的“纵向控制”可以得到如下结论：

- 由技术控制器可以对人类控制器，即驾驶员提供支持，甚至可以替代驾驶员。当然两个控制器在结构上要基本保持一致，这样才能使驾驶员接受这个技术。
- 驾驶员对不同车辆、不同车辆状态(例如不同装载状态)、不同速度和不同周围环境(例如：有冰和雾)适应更容易一些。
- 对于“横向控制”涉及：
  —对于良好预期操作特性的车辆条件(见 120.1 节)；
  —较小相角的车辆传递函数(见 121.3 节)。

进一步涉及的内容包括：

- 利用“可控制的悬架系统”实现在不同速度、装载状态和地面不平度状态下，使车辆振动过程在保证高的行驶安全性条件下(车轮载荷波动很小)，达到高的舒适性(很小的垂直振动加速度)。
- 在制动过程中(见第 85 节)通过“主动悬架系统控制”(见第 75 节)降低俯仰振动。
- 同样可以降低弯道行驶过程中的侧倾振动(见 148.1 节的注释)。

155.1 车辆行驶动力学控制系统(ESP)

当驾驶员在接近轮胎与地面的附着极限附近大强度制动或者大强度加速时，上述的 ABS 和 ASR 系统就会起作用。这样就可以阻止车轮的抱死或者滑转，首先使得车轮切向力和车辆纵向运动过程被优化，然后通过轮胎特性曲线(见第 11 节和第 47 节)和“选择较低值原则”(“select low”)影响侧向力，使车辆保持稳定性和转向能力。

在转向过程中，即使驾驶员没有进行急加速和急制动，也可能出现极限状态，这时横向动力学方面可能达到极限行驶状态(比如突然变道行驶)。车辆行驶动力学控制系统(通过 ABS 与 ASR 的联合作用，被称为“电子稳定程序”(ESP))可以通过一侧的制动来控制“转向”以防止车辆侧滑。其原理如图 155.1 所示：在图(a)中车辆向左侧转弯行驶，由于过多转向特性在车辆的后轴上产生过大的侧偏角和侧向力，这样系统通过右前轮的制动产生一个反向的横摆扭矩。图(b)中由于不足转向特性使得车辆前轮侧偏角过大，也使得前轴上侧向力过大，车辆向弯道外侧飘移，系统通过左侧后轮制动，即通过产生一个向内的横摆扭矩来阻止车辆向外滑动。如果在驱动轮上提高驱动力，则在与之相对的另一侧前轮或后轮上的制动可以得到相同的效果。

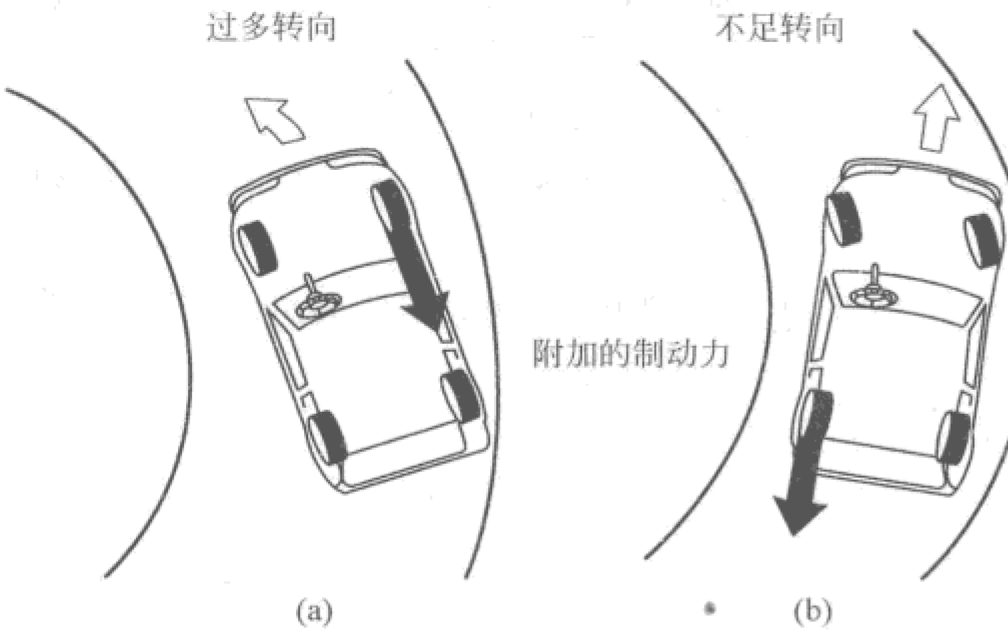


图 155.1 通过一侧车轮的制动形成的横摆扭矩

(a) 对于过多转向的行驶状态，右前轮制动；(b) 对于不足转向的行驶状态，左后轮制动

横向动力学的极限行驶状态可以定义为[139]："车辆的横摆角速度/转向角($\dot{\psi}/\delta_L$)的传递函数不在正常驾驶员的经验范围内，且有明显差别时，即为极限行驶状态。经验范围一般认为处于线性系统状态的范围。"

车辆是否处于极限行驶状态，可以通过与"线性单轨模型"的比较确定。根据第 XVIII 章的分析，在弯道行驶过程中驾驶员对转向盘的转向角输入 δ_L，通过线性微分方程式(113.1)和(113.2)可以求得横摆角速度，并以它作为理论值$\dot{\psi}_{soll}(t)$。为了使问题简化，在此不采用时间函数，而是选择稳态圆周行驶的关系(见表 109.2 中式(109.14))：

$$\dot{\psi}_{soll} = \frac{1}{i_L l}\frac{v}{1+(v/v_{ch})^2}\delta_L \tag{155.1}$$

式中特征速度 v_{ch} 由表 109.1 中的式(109.7)确定。根据式(107.3)和式(108.5)和横向的附着系数 μ_{yh} 可以确定$\dot{\psi}_{soll}$的最大值：

$$|\dot{\psi}_{soll\,max}| = \frac{\mu_{yh} g}{v} \tag{155.2}$$

如果通过测量得到的实际横摆角速度$\dot{\psi}_{ist}$偏离$\dot{\psi}_{soll}$的值，则通过 ABS 系统或 ASR 系统在一侧车轮上产生切向力，在车辆上形成一个横摆扭矩。

如图 155.2 所示，仅仅对横摆角速度实施控制，从车辆稳定性角度看是不够的，所以必须选择与上述两个微分方程相对应的，即与车辆的两个自由度相对应的第二

---

〔139〕 Mitschke, M.; Wallentowitz, H.; Schwartz, E.: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung, Düsseldorf: VDI-Berichte 916, 1991; Schwartz, E.: Erkennung und Regelung querdynamischer kritischer Fahrzustände bei Kurvenfahrt von Pkw, Diss. TU Braunschweig 1992.

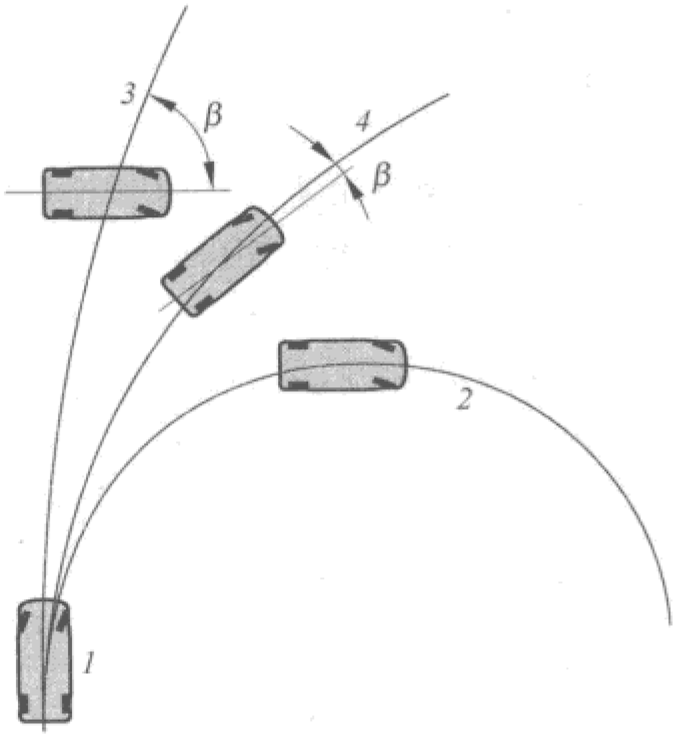


图 155.2 对 ESP 的解释：它必须根据横摆角速度和质心处侧偏角进行控制。*1* 转向角阶跃，转向盘角度固定；*2* 车辆在不滑路面的轨迹；*3* 开路控制系统对横摆角速度控制时，在光滑路面上车辆的轨迹；*4* 同时对质心处侧偏角进行控制（ESP）时，在光滑路面上车辆的轨迹

（出自：van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC'96), Aachen 1996; Bosch Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, 23. Aufl., Wiesbaden: Vieweg 1999)

个量。在此选择质心处侧偏角 β，它可以通过侧向加速度的测量结果得到[140,141]。

对于车辆行驶动力学控制系统，除了 ABS/ASR 系统的传感器之外，还需要另外的一些传感器，比如测量 δ_L、$\dot{\psi}_{ist}$ 和侧向加速度的传感器。并且需要计算或者估计出 v_{ch} 的值，因为它随装载状态和轮胎的更换而变化。另外，还需要进一步确定 β、μ_{yh} 等参数的值，因为这些参数对于确定横摆扭矩的大小是必不可少的[142,143]。通过轮胎上的传感器可以获得切向力和侧向力的信息[144]，它可以改善 ESP 系统的特性。

对于车辆横向动力学特性改善的另一个建议是车辆一侧的制动与后轴转向联合作用，即利用制动扭矩的大小来控制后轴转向角大小及方向[145]。

---

〔140〕 van Zanten, A. u. a.: Control Aspects of the Bosch-VDC, Proceedings of International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC'96), Aachen 1996; Bosch Kraftfahrtechnisches Taschenbuch, 23, Aufl., Wiesbaden: Vieweg 1999.

〔141〕 Witte, B.: Stabilisierung der Gierbewegung eines Kraftfahrzeuges in kritischen Fahrsituationen, Diss. TU Berlin 1995 und VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 12 Verkehrs-/Fahrzeugtechnik Nr. 254, 1995.

〔142〕 见参考文献 132。

〔143〕 见参考文献 133。

〔144〕 Becherer, T.; Oehler, R.: Raste, T.: Der Seitenwandtorsions-Sensor SWT, ATZ 102 (2000), Heft 11, S. 946-949.

〔145〕 见参考文献 115。

156 第 XXI 章总结

在第 XXI 章中除讨论了弯道行驶时轮荷变化的侧倾角变化外，还涉及一系列附加的因素。这些因素几乎都和悬架有关，像外倾、运动学-弹性运动学、转向系统、稳定装置等等。

对弯道外侧轮加载和内侧轮减载来说，质心高度与轮距之比是决定性的。同一车轴上较大的轮荷差将使两轮侧向力和回正力矩不均，加大车轮侧偏角，因而降低了最大侧向加速度。悬架和转向系统将给车轮带来附加的转角和外倾角，这在精确确定车辆操稳性时可能是有用的。

前后轴荷差将影响不足/过多转向特性，质心处侧偏角，加速踏板放松时的响应，各个轴上的侧滑极限。轴荷差可以通过质心纵向移动、瞬心位置、瞬时轴线位置的改变和装用稳定装置来调整。

上面所提到的参数都影响与侧向加速度 v^2/ρ（v= 车速，ρ= 曲率半径）有关的性能；而升力则只是正比于 v^2。阻风板的目的在于在车速变化时减小轴荷差、车轮侧偏角和侧滑极限的变化。

对于“传统的转向系统”讨论了车速、驱动力和制动力对转向盘扭矩的影响。作为“非传统的转向系统”在此讨论了机械的叠加转向和“线控转向”。

侧倾角和侧倾角速度对车辆操纵稳定性几乎没有影响，但是可以向驾驶员提供有关行驶状况的附加信息。同时通过悬架对轮胎磨损有影响。

通过三种情况对车辆在附着极限状态下的非稳态行驶特性进行了讨论。例如：“侧向加速度很高的转向角斜坡输入”，在此明确了质心高度的影响。第二个例子是“动态侧倾的影响”，结果表明侧倾弹簧和侧倾减振器对于横摆角速度随时间变化关系以及峰值响应时间的影响很小。第三个例子是“在稳态圆周行驶时加速踏板位置变化的行驶特性”，通过这个例子说明了在加速踏板位置减小时轿车如何偏离原来的行驶轨迹，以及车辆加速踏板位置变化响应的大小与加速/制动强度、前轴/后轴驱动以及摩擦系数等因素之间的关系。

全轮转向系统——在前轮转向的同时后轮也实现转向——可以改善车辆的行驶特性，提高车辆的稳定性，减小质心处侧偏角。在后轮转向控制过程中采用与驾驶员转向盘输入相互独立的控制策略，可以达到补偿干扰影响的目的。

驾驶员辅助系统可以在极限行驶状态下对驾驶员提供支持。在此列出了本书中相关的系统，并且在最后讨论了车辆行驶动力学控制系统（ESP）。

XXII C篇总结

共52节，分为4章，对汽车操稳性领域进行了研究。在C篇结尾，我们再对内容作一概括。其中，下列各章节是提要性：

——118节是第XVIII章的总结；

——XIX.3是第XIX章的总结；

——138节是第XX章的总结；

——156节是第XXI章的总结。

在第XVIII章(线性单轨模型)中给出了操稳性的基础知识。这里，十分重要的是，要认识到：虽然由于表达式是线性的，因而只能适用于正常情况下(比如，干路面，最大侧向加速度小于0.4 g)，但是我们弄清了一些重要车辆参数的影响(如质量、绕铅垂轴的转动惯量、纵向质心位置、轮胎、转向系统、风压中心的位置等等)，这是十分关键的。关于稳态圆周行驶和非稳态行驶(转向盘转角阶跃输入、斜坡输入和简谐输入)的行驶特性以及稳定性问题、受侧向风干扰的特性问题进行了讨论。另外还汇总了主客观评价参数及其数值范围。在新的行驶动力学控制系统(ESP)中，线性单轨模型对于区分非极限行驶状态和极限行驶状态起着非常重要的作用。并且进一步对转向盘松开时(free control)的车辆行驶特性进行了讨论。

在第XIX章中，讨论了驾驶员和车辆的相互作用，同样是在线性情况下分析的，讨论过程分为横向控制回路和纵向控制回路，行驶状态分为正常行驶和极限行驶两种。并且讨论了驾驶员的行为对不同车辆的动力学特性以及不同行驶状态的适应性问题，并通过两个量(分割频率和相角储备)描述了驾驶员-车辆控制回路的特征，由此说明了一些主观评价参数。

在第XX章中，引进了轮胎的非线性特性。这样就可以讨论直到侧滑极限的车辆操稳性。为了避免一次讨论所有的问题，我们把弯道内外侧轮荷变化先加以忽略(即质心在路面上)。这里明显地看到考虑了弯道行驶阻力后，使驱动轮上的切向力提高了，结果前轮驱动、后轮驱动和全轮驱动之间在操稳性方面出现了差别。在此也同样针对稳态和非稳态行驶两种情况，并且在干燥路面、湿路面和结冰路面条件下进行了讨论。

在第XXI章中，车辆质心提高到应有的高度，因而可以描述“真正”的车辆。这

样就可以讨论车辆的其他参数，像轮距、瞬心、瞬时轴线、弹簧、阻尼、车身侧倾、车轮外侧、悬架运动学-弹性运动学、升力、加速踏板放松时的发动机制动力矩等等的影响了。在此重要的是讨论了在附着极限状态下车辆的行驶特性。最后讨论了全轮转向系统和车辆动力学控制系统（ESP），它们可以在车辆极限行驶状态下对驾驶员提供帮助。

索 引

A

ABS(防抱死系统) 36
阿克曼角 486

B

半挂车 47
变速器(见特性转换装置) 1(72)
波形路面 242
补偿控制 561
不平度尺度 284
不平衡 230
不足转向 492

C

CO_2 量 96
CVT(Continiously Variable Transmission)(见无级变速器) 89
残余制动扭矩 12
操纵稳定性 469
侧翻极限 621
侧偏角 5
侧倾弹性 663
侧倾附加转向 644
侧倾固有(圆)频率 392
侧倾激励 217
侧倾激励的自谱 385
侧倾角 3
侧倾振动 215
侧倾阻尼 615
侧向风 50
侧向滑移 27
侧向加速度(见向心加速度) 2(481)
侧向空气力系数 542
侧向力 5
侧向力系数 54
侧向振动 217
差速器 142
差速锁(见差速器) 142(143)
车队行驶 162
车辆弹性 106
车辆的传递函数 559
车辆的弹性 104
车辆发动机(见车辆驱动系统) 73(70)
1/4 车辆(见振动等效系统) 337(216)
车轮 1
车轮抱死过程 182
车轮不平衡 228
车轮弹簧 232
车轮的抱死 202
车轮的腾空 324
车轮功率 66
车轮固有频率 234
车轮和轮胎引起的受激振动 232
车轮上制动 209
车轮外倾 33
车轮质量 215
车轮转向半径 34
车轮阻尼 332
车内乘员 1
车身侧倾加速度 390
车身侧倾加速度的幅频特性 390

车身垂直加速度 342
车身俯仰加速度 390
车身固有频率(见固有频率) 216(23)
车身固有(圆)频率 216
车身加速度的幅频特性 281
车身加速度的谱密度 281
车身减振器(见减振器) 275(1)
持续制动 70
冲击 218
冲击中心点 405
穿水阻力 10
穿水阻力(见行驶阻力) 10(3)
传递函数 485
传动比 63
传动轴上制动 209
传统的转向系统 654
垂直振动 23
窜动(见车辆窜动) 267(267)

D

怠速振动 459
单车辙激励(见地面不平度激励) 344(215)
单个障碍(见地面不平度激励) 257(215)
单回路 167
单质量系统 215
单轴驱动 61
弹簧-减振器系统的布置 402
弹簧行程 249
道路线形 481
道路应力 259
地面不平度激励和发动机激励 464
地面不平度激励 215
地面不平度 220
颠簸 369
电控辕杆 51
电力驱动(见车辆驱动系统) 73(70)
电力制动 208
电驱动 91
电子稳定程序"(ESP) 685
叠加转向系统 654
动力装置 72
对燃料消耗重要的影响 119

F

发动机的弹性 105
发动机的激励 439
发动机 1
发动机效率不是常数时的燃料消耗 122
法规 95
防抱死装置 177
非传统转向 651
非独立悬架 632
非线性弹簧特性 315
非线性特性 215
非线性振动 314
分割频率 558,559
峰值响应时间 473
俯仰加速度的幅频特性 341
俯仰振动 217
附着工况决定的行驶极限 590
附着率 15
附着率-滑移率曲线 15
附着系数 14
附着系数利用率 166

G

干扰的补偿 682
高度可调节 299
跟车行驶 580
功率的提供 70
功率的提供(见车辆驱动系统,特性场) 211(70)
功率谱 251
功率谱密度函数 251
功率谱密度 247
功率-速度图 99
供应特性场(见车辆驱动装置,特性场) 70(70)
固定控制(见行驶的操纵稳定性) 505(4)
固有(圆)频率 23
固有振动 215
固有转向 493

惯性制动 155
惯性自动利用系统 126
轨迹的改变 21
滚动阻力 5
滚动阻力(见行驶阻力) 5(3)
滚动阻力系数 7
过多转向 147

H

横摆角速度 469
横向控制 556
横向控制回路 556
后轮转向 472
后轮转向(见转向) 472(1)
后轴驱动(见车辆驱动) 64(70)
互功率谱 388
互功率谱(见功率谱密度函数) 388(251)
滑动附着系数 169
滑移 5
滑移控制 142
缓和曲线 531
缓行器 208
回路失效 199
火箭式驱动 590

J

极限行驶状态 470
加速能力 93
加速踏板位置变化时的操稳性 665
加速阻力 45
加速阻力(见行驶阻力) 45(3)
驾驶员-车辆控制回路 470
驾驶员传递函数 559
驾驶员的传递函数 559
驾驶员的适应性 573
驾驶员辅助系统 164
减速制动 155
角刚度(见侧向力系数) 626(54)
阶跃响应 512
接地印迹 5
接地印迹面上压力分布 7
节能挡 88
结冰路面上的操稳性 599
紧急制动 159
径向力波动(见车轮/轮胎激励) 233(241)
静态转向力矩 34
静止状态下的转向力矩 34
距离(见车队行驶) 13(162)

K

卡姆圆 36
可调节的悬架系统 325
空气弹簧 299
空气动力学 4
空气密度 44
空气升力 43
空气阻力 8
空气阻力(见行驶阻力) 8(3)
空气阻力系数 43
空气作用力 43
空气作用力矩 43

L

拉普拉斯变换 511
理想的驾驶员 531
理想驾驶员 194
理想驱动 72
流入角度 44
流入速度 44
路面不平度的谱密度 253
路面不平度(见路面不平度的激励) 213(228)
轮荷变化的谱密度 260
轮荷冲击系数 264
轮距 34
轮胎 2
轮胎侧向力 414
轮胎弹性 23
轮胎的导入特性 41
轮胎回正力矩 33
轮胎模型 7
轮胎磨损 649
轮胎特性曲线 36

轮胎拖距 27
轮胎压缩量 7
轮胎阻尼 13

M

摩擦减振器 322
摩擦制动器 70

N

内燃机 16
内外侧车轮转角差 639
能量储备系统 93
扭矩-转速转换器,一般性讨论 86

P

排气制动,见制动 70
平衡轴 440

Q

汽车窜动 427
汽车列车 47
汽车列车的相对制动减速度 204
牵引辅助系统 142
牵引力 57
牵引力随速度变化关系 97
牵引力中断 118
前后悬架弹簧的耦合 363
前轮驱动 142
前轮转向角输入 656
前束 12
前轴驱动(见车辆驱动) 64(70)
前转向轮的运动学 637
强迫振动 215
强迫振动 215
切向附着率 26
切向力 5
切向力对轮胎特性的影响 34
切向力附加转向 642
曲柄连杆机构 434
曲率 473
曲率中心 473
曲线行驶极限加速度(见最大向心加速度) 623(482)
曲线行驶时的侧向力 216
曲线行驶阻力 13
曲线行驶阻力(见行驶阻力) 13(3)
驱动的基本方程 57
驱动功率决定的行驶极限 587
驱动(见车辆驱动系统) 1(70)
驱动系统固有频率 370
驱动系统支撑(见驱动系统支撑) 240(240)
全轮驱动 64
全轮转向 472

R

燃料电池 74
燃料消耗 56
燃气轮机(见车辆驱动系统) 79(70)
扰动臂 652
扰流罩 48

S

三质量系统 215
三轴车辆 132
上坡能力 103
上坡阻力(见行驶阻力) 61(3)
舒适性(见振动强度评价) 2(295)
双车辙激励(见地面不平度激励) 388(215)
双车辙模型 425
双回路 199
双轴车辆 132
瞬时轴线 625
瞬心 368
四轮车辆(见双车辙模型) 1(426)
四轮汽车 213
随机振动 215

T

特性转换装置 70
特征车速 485
特征速度 495
天棚减振器 334

停车距离 159
通过不平路面时的切向力 423
统计参数 215

W

外倾(见车轮外倾) 33(33)
外倾角 33
弯道缓慢行驶 653
弯道快速行驶 653
稳定性 3
无规则振动 220
无级变速器 63
无减振车辆 25
无阻尼固有(圆)频率 224

X

下坡行驶 65
线控转向 644
相对减速度 164
相干性 383
相角储备 558
向心加速度 473
橡胶减振器 226
行驶安全性 2
行驶的操纵稳定性 4
行驶辅助系统 684
行驶工况图 97
行驶功率 3
行驶极限 99
行驶平顺性 272
行驶阻力 465
续驶里程 74
悬架的运动学 636
悬架减振器 305
悬架系统(见车轴) 13(10)

Y

压力中心 53
液力变矩器 64
液力减振器 223
液力耦合器 85
液压弹簧 310
迎风面积 44
用以评价的振动强度 270
用以评价的振动强度的谱密度 272
由于发动机激励引起的纵向振动 427
有害物质的排放 95
有级变速器 63
有阻尼固有(圆)频率 510
预期操纵 560
预期时间 531
预转向 656
圆周行驶 171
圆周行驶参数 485
圆周行驶特性 495

Z

在给定车道曲线情况下的稳定性(理想驾驶员) 533(194)
展开度 106
振动 2
振动等效系统 214
振动评价 269
振动系统设计 308
振动作用的评价(见振动强度,评价) 266(259,2)
蒸汽机 72
正常行驶状态 471
正常制动 161
制动俯仰 365,467
制动辅助系统 195
制动过程 21
制动回路 177
制动距离 56
制动距离的延长 166
制动力分配 144
制动踏板力 162
制动踏板力的量化 197
制动稳定性 173
制动助力装置 195
质心处侧偏角 486
质心处侧偏角梯度 496

中间挡传动比　115
重心高度　135
重心位置　133
轴荷　12
主动悬架系统(见悬架系统控制)　326(685)
主销内倾　411
主销前指　476
驻车制动　155
转换装置(见特性转换装置)　70(70)
转速转换器　83
转速转换器,一般性讨论　83
转向盘阶跃输入　516
转向盘斜坡输入　517
转向盘转角　470
转向特性　476
转向系传动比　654
转向系传动比(见转向系)　654(1)
转向系统　409
转向助力　34
准线性分析　602
自谱密度(见功率谱密度)　384(247)
自由控制(见行驶的操纵稳定性)　536(4)
纵向控制回路　580
纵向振动(见振动,纵向)　213(2,12)
最大相对减速度　166
最大向心加速度　482
最高车速　8
座椅　215
座椅弹簧　238
座椅固有频率(见固有频率,座椅)　289(23,215)
座椅固有(圆)频率　289
座椅加速度　271
座椅加速度的幅频特性　273
座椅加速度的谱密度　271
座椅阻尼(见阻尼,座椅)　297(1,215)

PDG